

# Photon- und meson-induzierte Reaktionen am Nukleon

Inaugural-Dissertation  
zur  
Erlangung des Doktorgrades  
der Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Justus-Liebig-Universität Gießen  
Fachbereich 13 - Physik

vorgelegt von  
Thomas Feuster  
aus Gießen

Gießen, 1998

D 26

Dekan: Prof. Dr. Claus-Dieter Kohl

I. Berichterstatter: Prof. Dr. Ulrich Mosel

II. Berichterstatter: PD Dr. Bernd Krusche

Tag der mündlichen Prüfung: 15. Mai 1998

*Eigentlich weiß man nur, wenn man wenig weiß;  
mit dem Wissen wächst der Zweifel.*

JOHANN WOLFGANG VON GOETHE

*Big Science. Hallelujah. Big Science. Yodellyheehoo.*

LAURIE ANDERSON, *Big Science*



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Beschreibung von Streuprozessen</b>	<b>3</b>
2.1	$S$ -, $M$ - und $K$ -Matrix . . . . .	3
2.1.1	Andere Modelle zur Lösung der Bethe-Salpeter-Gleichung . . . . .	6
2.2	Reaktionskanäle und berücksichtigte Beiträge . . . . .	8
2.2.1	Reaktionskanäle . . . . .	8
2.2.2	Beiträge zu $K$ . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Lagrangefunktionen</b>	<b>15</b>
3.1	Hadronische Kopplungen . . . . .	15
3.1.1	Born-Terme . . . . .	15
3.1.2	Spin- $\frac{1}{2}$ -Resonanzen . . . . .	17
3.1.3	Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen . . . . .	17
3.2	Elektromagnetische Vertizes . . . . .	18
3.2.1	Born-Terme . . . . .	19
3.2.2	Resonanzen . . . . .	20
3.3	Formfaktoren . . . . .	21
3.3.1	Hadronische Reaktionen . . . . .	25
3.3.2	Photoproduktion . . . . .	25
3.3.3	Compton-Streuung . . . . .	26
3.4	Parameter des Modells . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Hadronische Reaktionen</b>	<b>29</b>
4.1	Datenbasis . . . . .	29
4.1.1	Partialwellenanalysen . . . . .	29
4.1.2	$\pi N \rightarrow \pi N$ . . . . .	30
4.1.3	$\pi N \rightarrow \pi\pi N$ . . . . .	31
4.1.4	$\pi^- p \rightarrow \eta n$ . . . . .	32
4.1.5	$\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda$ . . . . .	33
4.1.6	Probleme beim Fit an Wirkungsquerschnitte . . . . .	33
4.2	Vergleich mit den experimentellen Daten . . . . .	34
4.2.1	$\pi N \rightarrow \pi N$ . . . . .	36
4.2.2	$\pi N \rightarrow \pi\pi N$ . . . . .	37
4.2.3	$\pi^- p \rightarrow \eta n$ . . . . .	38
4.2.4	$\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda$ . . . . .	38

4.3	Extrahierte Resonanzparameter . . . . .	39
4.3.1	Nichtresonante Kopplungen und Cutoffparameter . . . . .	40
4.3.2	Kopplung der Nukleonresonanzen . . . . .	44
4.3.3	Pole und Residuen . . . . .	49
4.3.4	Korrelation der Parameter . . . . .	51
4.4	Vergleich mit einer $T$ -Matrix-Rechnung . . . . .	52
4.5	Zusammenfassung der hadronischen Ergebnisse . . . . .	56
4.5.1	Resultate der hadronischen Fits . . . . .	62
<b>5</b>	<b>Photon-induzierte Reaktionen</b>	<b>79</b>
5.1	Erweiterung des Modells . . . . .	79
5.1.1	Berechnung der photon-induzierten Reaktionen . . . . .	81
5.2	Resultate der Fits . . . . .	82
5.2.1	Reaktionskanäle und Datenbasis . . . . .	82
5.2.2	Fit der elektromagnetischen Kopplungen . . . . .	84
5.2.3	Globale Fits unter Benutzung der Ohta-Methode . . . . .	89
5.2.4	Globale Fits unter Benutzung der Haberzettl-Methode . . . . .	92
5.3	Extrahierte Kopplungskonstanten . . . . .	95
5.3.1	Nichtresonante Kopplungen . . . . .	95
5.3.2	Resonanzparameter . . . . .	96
5.3.3	Resultate der globalen Fits . . . . .	102
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>117</b>
6.1	Hadronische Fits . . . . .	117
6.2	Kombinierte Fits . . . . .	118
6.3	Ausblick . . . . .	119
<b>A</b>	<b>Notation</b>	<b>120</b>
A.1	$\gamma$ -Matrizen . . . . .	120
A.2	Dirac-Spinoren . . . . .	121
<b>B</b>	<b>Lösung der Streugleichung durch die <math>K</math>-Matrix-Näherung</b>	<b>123</b>
<b>C</b>	<b>Verwendete Kopplungen</b>	<b>125</b>
C.1	Nukleonen . . . . .	125
C.2	Spin- $\frac{1}{2}$ Resonanzen . . . . .	126
C.3	Spin- $\frac{3}{2}$ Resonanzen . . . . .	126
C.4	Kopplungskonstanten und Zerfallsbreiten . . . . .	127
C.5	Kopplungskonstanten und Helizitätsamplituden . . . . .	128
<b>D</b>	<b>Formfaktoren und Eichinvarianz</b>	<b>129</b>
<b>E</b>	<b>Partialwellenzerlegung der Meson-Nukleon-Streuung</b>	<b>132</b>
E.1	Partialwellenentwicklung der $\pi N$ -Streuung . . . . .	132
E.2	Mesonen gleicher Parität . . . . .	136
E.3	Mesonen unterschiedlicher Parität . . . . .	137
E.4	Isospinzerlegung . . . . .	137

<b>F</b>	<b>Multipolzerlegung der Photon-induzierten Reaktionen</b>	<b>140</b>
F.1	Photoproduktion von Mesonen . . . . .	140
F.2	Compton-Streuung . . . . .	143
F.3	Isospinzerlegung . . . . .	147
F.3.1	Photoproduktion . . . . .	147
F.3.2	Compton-Streuung . . . . .	147
<b>G</b>	<b>Zusammenhang zwischen Amplituden und Observablen</b>	<b>148</b>
G.1	Meson-Nukleon-Streuung . . . . .	148
G.2	Photoproduktion . . . . .	149
G.3	Compton-Streuung . . . . .	149
<b>H</b>	<b>Numerische Implementierung</b>	<b>150</b>
H.1	Meson-Nukleon-Streuung . . . . .	150
H.2	Photoproduktion . . . . .	152
H.3	Compton-Streuung . . . . .	153
H.4	Berechnung von $[T]$ aus $[K]$ . . . . .	154



# Tabellenverzeichnis

2.1	Berücksichtigte Hadronen im $s$ - und $u$ -Kanal . . . . .	12
2.2	Im $t$ -Kanal berücksichtigte Mesonen . . . . .	13
3.1	In anderen Arbeiten verwendete Parametrisierungen der Formfaktoren .	22
3.2	Vergleich des hier verwendeten Modells mit dem aus [BDSSNL97] . . .	27
4.1	$\pi N$ -, $\eta N$ - und $K\Lambda$ -Streulängen der verschiedenen Fits . . . . .	35
4.2	Schwellenwerte für $s$ , $u$ und $t$ , sowie die Werte der jeweiligen Formfaktoren	41
4.3	Extrahierte effektive Kopplungen ( $g \cdot F(q^2)$ ) der Mesonen an das Nukleon	42
4.4	In anderen Modellen gefundene Resonanzparameter ( $I = \frac{1}{2}$ , $S = \frac{1}{2}$ ) . . .	57
4.5	In anderen Modellen gefundene Resonanzparameter ( $I = \frac{1}{2}$ , $S = \frac{3}{2}$ ) . . .	58
4.6	In anderen Modellen gefundene Resonanzparameter ( $I = \frac{3}{2}$ ) . . . . .	59
4.7	$\chi^2$ -Werte der einzelnen Fits . . . . .	62
4.8	Extrahierte Meson-Nukleon Kopplungen . . . . .	62
4.9	Extrahierte Resonanzparameter unter Verwendung der KA84-Daten . .	63
4.10	Extrahierte Resonanzparameter unter Verwendung der SM95-Daten . .	64
4.11	$z$ -Parameter der Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen . . . . .	65
4.12	Cutoffparameter $\Lambda$ der einzelnen Fits . . . . .	65
4.13	Resonanzpole und -residuen der $I = \frac{1}{2}$ -Resonanzen . . . . .	66
4.14	Resonanzpole und -residuen der $I = \frac{3}{2}$ -Resonanzen . . . . .	67
5.1	Vergleich von SM95-pt-2 mit einem Fit unter Verwendung pseudoskala- rer Kopplung am $KN\Lambda$ -Vertex . . . . .	96
5.2	$\chi^2$ -Werte der einzelnen Fits . . . . .	102
5.3	Extrahierte Kopplungen der Mesonen an das Nukleon, sowie die gefun- denen Werte für $g_{\gamma\eta\rho^0,\omega}$ . . . . .	102
5.4	Extrahierte Resonanzparameter . . . . .	103
5.5	Hadronische $z$ -Parameter der Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen . . . . .	104
5.6	Resultate für die Helizitätskopplungen und die $z$ -Parameter der $I = \frac{1}{2}$ - Resonanzen . . . . .	105
5.7	Resultate für die Helizitätskopplungen und die $z$ -Parameter der $I = \frac{3}{2}$ - Resonanzen . . . . .	106
5.8	Werte der Cutoffparameter $\Lambda$ der einzelnen Fits . . . . .	106
F.1	Zusammenhang zwischen Multipolen und den Partialwellen . . . . .	142



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Schematische Darstellung der Bethe-Salpeter-Gleichung . . . . .	4
2.2	Totale Wirkungsquerschnitte verschiedener Meson-Nukleon-Reaktionen	9
2.3	In dieser Arbeit berücksichtigte Feynman-Diagramme . . . . .	11
3.1	Differentieller Wirkungsquerschnitt der $ep$ -Streuung . . . . .	21
3.2	Vergleich der hier verwendeten Formfaktoren $F_p$ , $F_e$ und $F_t$ . . . . .	24
4.1	Beitrag des $K^*$ -Mesons zum differentiellen $\pi^-p \rightarrow K^0\Lambda$ Wirkungsquerschnitt . . . . .	40
4.2	Vergleich des Fits KA84-pt mit den Ergebnissen aus [DVL97] . . . . .	44
4.3	Einfluß des $z_\pi$ -Parameters der $P_{33}(1232)$ -Resonanz . . . . .	49
4.4	Ergebnis einer $T$ -Matrix-Rechnung . . . . .	54
4.5	Einfluß der $S_{11}(1650)$ auf die $\pi N \rightarrow \eta N$ -Amplituden . . . . .	55
4.6	Ergebnisse für die $\pi N$ -Streuphasen aus [PJ91] . . . . .	60
4.7	Vergleich der berechneten totalen $\pi^-p \rightarrow \eta n$ und $\pi^-p \rightarrow K^0\Lambda$ Wirkungsquerschnitte mit den Ergebnissen anderer Arbeiten . . . . .	61
4.8	Ergebnisse für die $I = \frac{1}{2}$ -Kanäle der Fits an die KA84-Partialwellen für $\pi N$ -Streuung . . . . .	68
4.9	Ergebnisse für die $I = \frac{3}{2}$ -Kanäle der Fits an die KA84-Partialwellen für $\pi N$ -Streuung . . . . .	69
4.10	Ergebnisse für die $I = \frac{1}{2}$ -Kanäle der Fits an die SM95-Partialwellen für $\pi N$ -Streuung . . . . .	70
4.11	Ergebnisse für die $I = \frac{3}{2}$ -Kanäle der Fits an die SM95-Partialwellen für $\pi N$ -Streuung . . . . .	71
4.12	Vergleich der berechneten totalen $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ Wirkungsquerschnitte mit den Daten . . . . .	72
4.13	Vergleich der berechneten totalen $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ Wirkungsquerschnitte mit den Daten . . . . .	73
4.14	Ergebnisse für die totalen Wirkungsquerschnitte $\pi^-p \rightarrow \eta n$ und $\pi^-p \rightarrow K^0\Lambda$ . . . . .	74
4.15	Vergleich der berechneten differentiellen $\pi^-p \rightarrow \eta n$ Wirkungsquerschnitte	75
4.16	Berechnete $T_{\pi\eta}^{1/2}$ -Partialwellen . . . . .	76
4.17	Vergleich der berechneten differentiellen $\pi^-p \rightarrow K^0\Lambda$ Wirkungsquerschnitte und mit den $\Lambda$ -Polarisationen . . . . .	77
4.18	Berechnete $T_{\pi K}^{1/2}$ -Partialwellen . . . . .	78
5.1	Einfluß der Rückstreuung auf die Ergebnisse in verschiedenen Multipolen	85

5.2	Vergleich verschiedener Beiträge zum differentiellen $\gamma p \rightarrow \gamma p$ Wirkungsquerschnitt . . . . .	86
5.3	Einfluß der Rückstreuung auf die Born-Beiträge zur Compton-Streuung . . . . .	87
5.4	Aufschlüsselung der Beiträge zu $\text{Re}(E_{0+}^p)$ . . . . .	94
5.5	Einfluß der Helizitätskopplungen der $D_{13}(1520)$ auf den Compton-Wirkungsquerschnitt . . . . .	98
5.6	Vergleich mit den Daten zum differentiellen $\gamma p \rightarrow \gamma p$ Wirkungsquerschnitt und zur Photon-Asymmetrie . . . . .	107
5.7	Ergebnisse für die Proton-Multipole der Pion-Photoproduktion zusammen mit den Daten aus SP97 . . . . .	108
5.8	Ergebnisse für die Neutron-Multipole der Pion-Photoproduktion zusammen mit den Daten aus SP97 . . . . .	109
5.9	Ergebnisse für die $I = \frac{3}{2}$ -Multipole der Pion-Photoproduktion zusammen mit den Daten aus SP97 . . . . .	110
5.10	Ergebnisse für die totalen $\gamma p \rightarrow \eta p$ und $\gamma p \rightarrow K^+ \Lambda$ Wirkungsquerschnitte im Vergleich zu den Daten . . . . .	111
5.11	Vergleich des berechneten differentiellen $\gamma p \rightarrow \eta p$ Wirkungsquerschnittes mit den Daten . . . . .	112
5.12	Ergebnisse für die Polarisations-Observablen $\Sigma$ , $\mathcal{P}$ und $\mathcal{T}$ für $\gamma p \rightarrow \eta p$ . . . . .	113
5.13	Neutron/Proton-Verhältnis und Isospin-Asymmetrie $\mathcal{I}$ für $\gamma p \rightarrow \eta p$ im Vergleich mit den Daten . . . . .	114
5.14	Vergleich des berechneten differentiellen $\gamma p \rightarrow K^+ \Lambda$ Wirkungsquerschnittes und der $\Lambda$ -Polarisation mit den Daten . . . . .	115

# Kapitel 1

## Einleitung

In der modernen theoretischen Physik wird versucht, die als fundamental angesehenen Kräfte durch sog. Quantenfeldtheorien zu beschreiben. Für die elektroschwache Theorie gelang dies erstmals durch Glashow, Salam und Weinberg im Jahre 1982. In den folgenden Jahren wurde die Quantenchromodynamik (QCD) als fundamentale Theorie der starken Wechselwirkung postuliert. Seit einigen Jahren werden große Anstrengungen unternommen, um auch die Gravitation in einem solchen Rahmen zu verstehen.

Der große Erfolg dieser Feldtheorien beruht hauptsächlich auf den vielen detaillierten Vorhersagen und Erklärungen elektromagnetischer Phänomene im Rahmen der Quantenelektrodynamik (QED). Bisher hat diese Theorie alle experimentellen Tests bestanden und evtl. Abweichungen von den Vorhersagen werden erst bei sehr großen Energien, bzw. sehr geringen Abständen erwartet.

Im Gegensatz dazu ist es bisher nicht gelungen, exakte Lösungen für die Grundgleichungen der starken Wechselwirkung, der QCD, anzugeben. Entweder werden Prozesse näherungsweise berechnet, oder die Bewegungsgleichungen werden unter großem numerischen Aufwand auf einem Gitter gelöst. Ein wichtiger Test dieses Modells ist dabei die korrekte Vorhersage der beobachteten Zustände stark wechselwirkender Teilchen, der Mesonen und Hadronen. In den letzten Jahren ist es gelungen, die Massen und hadronischen Zerfallskanäle der niedrigstliegenden Mesonen- und Nukleonresonanzen mit akzeptabler Genauigkeit zu reproduzieren.

Da die Berechnung von dynamischen Vorgängen, wie z.B. Streuprozessen, in diesem Rahmen im Moment noch nicht möglich ist, sind effektive Modelle nötig, um die Eigenschaften der Nukleonresonanzen aus den experimentellen Daten zu bestimmen. Die so gewonnenen Parameter - Resonanzmassen und Kopplungsstärken - können dann im Weiteren benutzt werden, um verschiedene Quarkmodelle zu testen. Außerdem erlauben solche effektiven Modelle die Untersuchung verschiedener Näherungen und Parametrisierungen.

Von großem theoretischen und experimentellen Interesse sind die elektromagnetischen Eigenschaften der stark wechselwirkenden Teilchen. Da es die QED erlaubt Rechnungen mit großer Genauigkeit durchzuführen, lassen sich auch kleinste experimentelle Abweichungen von den Vorhersagen leicht entdecken. So erlaubt z.B. die Messung des magnetischen Moments von Neutronen und Protonen, Rückschlüsse auf die innere Struktur dieser Teilchen zu ziehen. Gleiches gilt für die elektromagnetische

Anregung von Nukleonresonanzen. Die wichtigste Reaktion in diesem Zusammenhang ist die Photoproduktion von Mesonen am Nukleon, da die einmal entstandenen Resonanzen fast ausschließlich hadronisch zerfallen. Speziell die Photoproduktion von Pionen ist seit über 30 Jahren Gegenstand der Forschung. Angefangen mit den Arbeiten von Chew, Goldberger, Low und Nambu [CGLN57] über viele andere Untersuchungen [D72, OO78, Lag81, Sab83, NBL90, DMW91] hat sich gezeigt, daß man die elektromagnetischen Kopplungsparameter der Resonanzen nur dann zuverlässig aus den experimentellen Daten extrahieren kann, wenn der hadronische Zerfall gut verstanden ist. Die großen Kopplungskonstanten der starken Wechselwirkung erlauben es nämlich nicht, die Rückstreuung zu vernachlässigen und somit spielt die Unitarität eine wichtige Rolle auch im Verständnis der Photoproduktionsprozesse.

Im Bereich der ersten Nukleonresonanz, bis zu einer Schwerpunktsenergie von ca. 1.3 GeV, können die experimentellen Daten zur Photoproduktion von Pionen sehr gut durch die bestehenden Modelle beschrieben werden [NBL90, PS95]. Bei höheren Energien sind aber nun zusätzliche Beiträge anderer Nukleonresonanzen zu berücksichtigen und es öffnen sich auch neue Reaktionskanäle. Das macht es sehr schwer, die bestehenden Modelle einfach zu extrapolieren.

Einzig im Falle der  $\eta$ -Produktion gelang es bisher, die experimentellen Daten im Bereich bis 0.2 GeV oberhalb der Produktionsschwelle in einem unitären Modell zu beschreiben [DS96]. Da hier der Hauptbeitrag zur Streuamplitude von einer einzigen Resonanz stammt, ergibt sich für diesen Prozeß noch eine relativ einfache Beschreibung. Aber auch hier ist es schon unumgänglich, die Rückstreuung in einem einheitlichen Modell zu beschreiben, um die Unitarität der Rechnung sicherzustellen.

Um nun auch die Kopplungen der anderen Nukleonresonanzen zu bestimmen, wird in dieser Arbeit ein Modell vorgestellt, das es erlaubt, alle kinematisch möglichen Reaktionen simultan mit einem Parametersatz zu beschreiben. Die Hauptschwierigkeit besteht dabei in der großen Zahl der Nukleonresonanzen im untersuchten Energiebereich ( $\sqrt{s} \leq 1.9$  GeV) und der damit verbundenen Zahl der zu bestimmenden Kopplungsstärken. Eine eindeutige Festlegung kann nur unter Einbeziehung aller möglichen hadronischen Reaktionskanäle erfolgen.

Im ersten Teil dieser Arbeit werden deshalb, nach einem kurzen Abriß des verwendeten Formalismus, die wichtigsten Reaktionskanäle bestimmt und die zugehörigen Kopplungen aufgelistet. In Kapitel 4 wird dann das Ergebnis der Anpassung an die rein hadronischen Reaktionen gezeigt und der Einfluß der verschiedenen Parametrisierungen auf die extrahierten Kopplungsparameter diskutiert. Die gefundenen Werte werden mit den Ergebnisse anderer Arbeiten verglichen.

Nachdem dieser Teil des Modells damit vollständig festgelegt ist, kann man daran gehen, Photoproduktionsreaktionen zu beschreiben, um so Information über die elektromagnetischen Kopplungsstärken der Resonanzen zu gewinnen. Dies geschieht in Kapitel 5. Dort wird gezeigt, daß nur eine gleichzeitige Anpassung auch der hadronischen Parameter eine zufriedenstellende Beschreibung sämtlicher Daten erlaubt.

# Kapitel 2

## Beschreibung von Streuprozessen

Die Streutheorie [W54, Joa75] erlaubt die Beschreibung beliebiger Reaktionen von Elementarteilchen bei gegebener Wechselwirkung. Außerdem erlaubt sie die systematische Untersuchung verschiedener Näherungen, die zur Vereinfachung der Rechnung durchgeführt werden. Deshalb sollen zunächst die grundlegenden Größen eingeführt und der in dieser Arbeit verwendete Ansatz vorgestellt werden. Danach wird gezeigt, welche Beiträge zu den jeweiligen Wechselwirkungen berücksichtigt werden müssen und welche freien Parameter dadurch eingeführt werden.

### 2.1 $S$ -, $M$ - und $K$ -Matrix

Die Wahrscheinlichkeitsamplituden für den Übergang von einem Anfangszustand  $\Phi_i$  in einen Endzustand  $\Phi_f$  sind gegeben durch

$$S_{fi} = \langle \Phi_f | \hat{S} | \Phi_i \rangle. \quad (2.1)$$

Die so definierten Größen  $S_{fi}$  nennt man die  $S$ -Matrixelemente. Sie enthalten alle Information über den Streuprozess. Die wichtigste Eigenschaft des  $\hat{S}$ -Operators ist die Unitarität

$$\hat{S} \hat{S}^\dagger = \hat{S}^\dagger \hat{S} = \hat{I}, \quad (2.2)$$

die sicherstellt, daß ein System im Anfangszustand  $\Phi_i$  mit Sicherheit in irgendeinem Endzustand  $\Phi_f$  anzutreffen ist, da aus (2.2) für die Matrixelemente

$$\sum_f |S_{fi}|^2 = 1 \quad (2.3)$$

folgt.

Die  $T$ -Matrixelemente sind durch

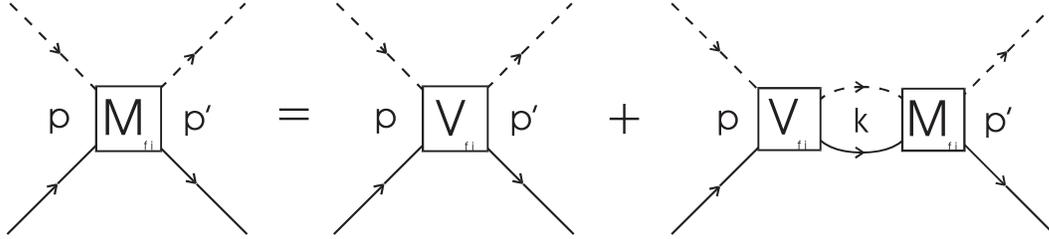
$$S_{fi} = \delta_{fi} - i(2\pi)^4 \delta(P_f - P_i) T_{fi} \quad (2.4)$$

definiert. Dabei bezeichnen  $P_{i,f}$  den Gesamtimpuls im Anfangs- sowie Endzustand. An dieser Stelle ist es nützlich, das invariante Matrixelement  $\mathcal{M}_{fi}$  einzuführen,

da dieses mit Hilfe der Feynman-Regeln [BD66] leicht aus einem Satz gegebener Wechselwirkungs-Lagrangefunktionen hergeleitet werden kann:

$$\begin{aligned} S_{fi} &= \delta_{fi} - i(2\pi)^4 \delta(P_f - P_i) N \mathcal{M}_{fi}, \\ N &= \left( \prod_j \sqrt{\frac{n_j}{(2\pi)^3}} \right), \quad \mathcal{M}_{fi} = \bar{u}(p', s') M_{fi} u(p, s). \end{aligned} \quad (2.5)$$

In der hier verwendeten Notation [BD66] sind die Normierungsfaktoren  $n_j$  für die äußeren Teilchen durch  $m_j/E_j$  für Fermionen und  $1/(2E_j)$  für Bosonen gegeben. Nach der Berechnung von  $\mathcal{M}_{fi}$  aus den später aufgeführten Feynman-Diagrammen ergibt sich also sofort die  $T$ -Matrix. Für die weitere hier gewählte Schreibweise für Dreier- und Vierervektoren sei auf Anhang A verwiesen.



**Abb. 2.1:** Schematische Darstellung der Bethe-Salpeter-Gleichung (2.6). Durchgezogene Linien repräsentieren die Propagation eines Hadrons, gestrichelte die eines Mesons bzw. Photons. Die Größen  $p, k, p'$  bezeichnen jeweils die Relativimpulse zwischen den beiden Teilchen.

Für ein gegebenes Streupotential  $V$  ist die  $M$ -Matrix durch die *Bethe-Salpeter-Gleichung* [BS51] bestimmt (vgl. Abb. 2.1):

$$M(p', p; \sqrt{s}) = V(p', p; \sqrt{s}) + \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} V(p', k; \sqrt{s}) \mathcal{G}_{BS}(k; \sqrt{s}) M(k, p, \sqrt{s}) \quad (2.6)$$

mit  $p, p'$  und  $k$  als den Relativimpulsen in Anfangs-, End- und Zwischenzustand.  $\mathcal{G}$  ist der relativistische Zweiteilchenpropagator, der im Falle von Meson-Nukleon-Streuung durch das Produkt von Meson- und Nukleonpropagator gegeben ist:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{BS}(k, \sqrt{s}) &= iG_N(k; \sqrt{s})G_M(k; \sqrt{s}) \\ &= i \frac{(\frac{\sqrt{s}}{2} - k^0)\gamma_0 + \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\gamma} + m_N}{(\frac{\sqrt{s}}{2} - k^0)^2 - \mathbf{k}^2 - m_N^2} \frac{1}{(\frac{\sqrt{s}}{2} + k^0)^2 - \mathbf{k}^2 - m_M^2}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Um die nun auftretenden Ausdrücke nicht zu komplex werden zu lassen, wird im weiteren nur eine schematische Notation verwendet. In dieser werden die Impulsargumente und sämtliche Integrationen bzw. Summationen über mögliche Zwischenzustände unterdrückt, Gleichung (2.6) ergibt sich in dieser Schreibweise also zu:

$$M = V + V \mathcal{G}_{BS} M \quad (2.8)$$

Eine vollständige Darstellung findet sich in Anhang B.

Wie aus der graphischen Darstellung in Abbildung 2.1 klar wird, läßt sich diese Gleichung bei gegebenem  $V$  iterativ lösen und man erhält so die *Born'sche Reihe*:

$$\begin{aligned} M^1 &= V \\ M^2 &= V + V \mathcal{G}_{BS} M^1 \\ M^3 &= V + V \mathcal{G}_{BS} M^2 \\ &\dots \end{aligned} \quad (2.9)$$

Bricht man diese Iteration bei einer festen Ordnung  $n$  ab, so erhält man die *Born'sche Näherung  $n$ -ter Ordnung*. Es wäre nun wünschenswert, in niedrigster Ordnung bleiben zu können, da sonst der Rechenaufwand enorm anwächst. Dies ist genau dann möglich, wenn die Wechselwirkung schwach ist und die Beiträge der höheren Ordnung damit klein gegen  $M^1$  sind.

Die in hadronischen Reaktionen auftretenden starken Kopplungskonstanten sind aber in der Größenordnung 1 und daher ist nicht zu erwarten, daß die Born'sche Reihe schnell konvergiert. Versucht man nun trotzdem, in niedrigster Ordnung zu bleiben, besteht das Hauptproblem darin, daß in dieser Näherung die Unitarität verletzt wird. Dies läßt sich wie folgt verstehen:

Für die Matrixelemente  $M$  läßt sich die Unitaritätsbedingung (2.2) schreiben als

$$M - M^* = 2i M^* \text{Im}(\mathcal{G}_{BS}) M \quad (2.10)$$

und legt somit den Imaginärteil von  $M$  fest. Die zweite Gleichung wird dabei unter Ausnutzung der Bethe-Salpeter-Gleichung (2.6) hergeleitet. Nun ist in der ersten Born'schen Näherung  $M^1 = V$  reell, da  $V$  reell ist. Somit ist die Unitarität verletzt. Dies zeigt deutlich die Bedeutung der Rückstreuung, die in den Termen  $\sim V \mathcal{G}_{BS} M^i$  in (2.9) enthalten ist, da diese den nach (2.10) notwendigen Imaginärteil der Streuamplitude liefern.

Es ist also nötig ein Modell zu konstruieren, in dem der Imaginärteil von  $M$  durch (2.10) gegeben ist. Um trotzdem nicht die volle Integralgleichung (2.6) lösen zu müssen, führen wir die  $K$ -Matrix über

$$K = V + P (V \mathcal{G}_{BS} K) = V + V \text{Re}(\mathcal{G}_{BS}) K \quad (2.11)$$

ein;  $P$  bezeichnet dabei den Hauptwert des Integrals  $V \mathcal{G}_{BS} K$ . Aus ihr läßt sich mit Hilfe von

$$M = K - i K \text{Im}(\mathcal{G}_{BS}) M \quad (2.12)$$

das vollständige Matrixelement generieren. Der Vorteil ist nun, daß das so bestimmte  $M$  für jede Wahl von  $K$  die Unitaritätsbedingung (B.2) erfüllt und man somit Näherungen vornehmen kann, ohne die Unitarität zu verletzen.

In dieser Arbeit wird nun  $K = V$  benutzt, was einer speziellen Wahl des Propagators  $\mathcal{G}_{BS}$  entspricht. Um die Berechnung von  $M$  zu vereinfachen, wählt man dabei den sog. *K-Matrix-Propagator* (s. Anhang B)

$$\mathcal{G}_K = i\text{Im}(\mathcal{G}_{BS}) = -i2\pi^2 \delta(k_N^2 - m_N^2) \delta(k_M^2 - m_M^2) \theta(k_N^0) \theta(k_M^0) (\not{k} + m_N) \quad (2.13)$$

und betrachtet somit nur Zwischenzustände auf der Massenschale. Damit ergibt sich aus (2.11) und (2.12):

$$\begin{aligned} K &= V \\ M &= V - V\mathcal{G}_K M. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Vernachlässigt wird bei dieser Näherung die Energieabhängigkeit des Realteils von  $\mathcal{G}_{BS}$ .

In [PJ91] haben Pearce und Jennings die Güte dieser Näherung am Beispiel der  $\pi N$ -Streuung überprüft. Dazu haben sie zusätzlich zu dem hier verwendeten  $\mathcal{G}_K$  noch den Blankenbecker-Sugar-Propagator  $\mathcal{G}_{Bbs}$  und den 'Smooth'-Propagator  $\mathcal{G}_{sm}$  betrachtet, die jeweils einen Teil des Realteils von  $\mathcal{G}_{BS}$  berücksichtigen. Dabei zeigt sich, daß die durch Fit an die Streuphasen extrahierten Parameter in allen drei Fällen sehr ähnlich sind (Abb. 4.6). Das rührt daher, daß die bei Verwendung von  $\mathcal{G}_{Bbs}$  oder  $\mathcal{G}_{sm}$  zu lösenden Integralgleichungen zu Divergenzen führen, die durch Renormalisierung entfernt werden müssen. Dies hat zur Konsequenz, daß die dann jeweils benutzten nackten Massen und Kopplungen auf die in der  $K$ -Matrix-Näherung von Anfang an verwendeten physikalischen Werte renormiert werden.

Da es i.a. mehr als einen möglichen Endzustand gibt, erhält man ein gekoppeltes Gleichungssystem, da alle möglichen asymptotischen Endzustände in der intermediären Propagation berücksichtigt werden müssen. Das so aufgestellte Integralgleichungssystem wird durch die im Anhang E vorgeführte Projektion auf orthogonale Drehimpuls- und Isospinkanäle in ein System gekoppelter Gleichungen umgewandelt und kann dann aufgelöst werden, um die Matrixelemente von  $\mathcal{M} = \bar{u} M u$  zu bestimmen. Dabei ergibt sich dann aus (2.14) für einen Kanal mit den Quantenzahlen  $\alpha$  die hier verwendete einfache Form:

$$[\mathcal{M}^\alpha] = \left[ \frac{\mathcal{K}^\alpha}{1 - i\mathcal{K}^\alpha} \right] = \left[ \frac{\mathcal{V}^\alpha}{1 - i\mathcal{V}^\alpha} \right]. \quad (2.15)$$

Hier und im weiteren sollen die Klammern [...] jeweils andeuten, daß es sich um Matrizen, bzw. Matrixgleichungen handelt.

### 2.1.1 Andere Modelle zur Lösung der Bethe-Salpeter-Gleichung

Neben der hier verwendeten  $K$ -Matrix-Näherung gibt es noch andere Methoden, die Bethe-Salpeter-Gleichung (2.6) zu lösen. Gerade in der  $\pi N$ -Streuung finden die beiden folgenden Ansätze Verwendung:

1. Im Modell von Cutkosky et al. (der sog. Carnegie-Mellon Berkeley oder CMB Ansatz) [CFHK79, BDSSNL97] wird die  $T$ -Matrix in jeder Partialwelle als Summe verschiedener Beiträge angesetzt. Die Kopplung der intermediären Teilchen an die asymptotischen Zustände wird durch eine Funktion  $f(s)$  beschrieben, die auch den Imaginärteil des Phasenraumfaktors  $\Phi(s)$  festlegt. Für Zustände mit den Quantenzahlen Gesamtdrehimpuls  $J$  und Gesamtdrehimpuls  $L$  ergibt sich dabei:

$$T_{ab}^{JL} = \sum_{i,j}^{N^{JL}} f_a^{JL}(s) \sqrt{\rho_a} \gamma_{ai}^{JL} G_{ij}^{JL}(s) \gamma_{jb}^{JL} \sqrt{\rho_b} f_b^{JL}(s)$$

$$\begin{aligned}
 f_a^{JL}(s) &= \left( \frac{q_a}{Q_{1a} + \sqrt{Q_{2a} + q_a^2}} \right)^L \\
 \text{Im}(\Phi_a^{JL}(s)) &= \left( f_a^{JL}(s) \right)^2 \rho_a,
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

mit  $\rho_a = q_a/\sqrt{s}$  und  $q_a$  als Betrag des Dreierimpulses von Meson  $a$  (zur hier verwendeten Notation siehe Anhang A).  $Q_{1a}$  und  $Q_{2a}$  sind dabei im Prinzip frei wählbare Cutoffs, die aber meist gleich den Massen  $m_a$  der Mesonen gesetzt werden [BDSSNL97].

Um die Analytizität der Rechnung zu garantieren, wird der Realteil von  $\Phi_a(s)$  mithilfe einer Dispersions-Relation berechnet. Daraus läßt sich dann die Selbstenergie  $\Sigma(s)$  und der volle Propagator  $G(s)$  bestimmen zu:

$$\begin{aligned}
 \Sigma_{kl}^{JL}(s) &= \sum_a \gamma_{ka}^{JL} \Phi_a^{JL}(s) \gamma_{al}^{JL} \\
 G_{ij}^{JL}(s) &= G_{ij}^0{}^{JL}(s) + \sum_{k,l}^N G_{ik}^0{}^{JL}(s) \Sigma_{kl}^{JL}(s) G_{lj}^{JL}(s).
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Dabei sind die  $\gamma_{ab}$  die zu fittenden Kopplungskonstanten und  $G_{ij}^0{}^{JL}(s) = \pm \delta_{ij}/(m_i^2 - s)$  der freie Propagator. Neben den bekannten Resonanzbeiträgen zu  $T_{ab}^{JL}$  werden als Hintergrundterme weitere Beiträge mit Polen unterhalb der  $\pi N$ -Schwelle ( $m_i > m_N + m_\pi$ ) hinzuaddiert. Die Anzahl der Parameter des nichtresonanten Hintergrundes ist daher ungefähr proportional zur Anzahl der betrachteten orthogonalen Kanäle.

Ein Vorteil dieses Ansatzes ist es, daß die Pole der  $T$ -Matrix in der komplexen Ebene leicht zu bestimmen sind, da das Streupotential separabel ist und nur von  $s$  abhängt. Als inelastische Kanäle wurden z.B. in [CFHK79]  $\eta N$ ,  $\rho N$ ,  $\pi \Delta$ ,  $\pi P_{11}(1440)$ ,  $\epsilon N$ ,  $\omega N$  und  $\rho \Delta$  berücksichtigt.

2. Manley und Saleski [MS92] schreiben die  $S$ -Matrix als Produkt aus Resonanz- und Hintergrundbeiträgen:

$$\begin{aligned}
 S &= S_R^T S_B S_R \\
 S_B &= \frac{1 + iK_B}{1 - iK_B}, \quad S_R = \prod_k^N S_k^{1/2}.
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Dabei bezeichnet  $S_k^{1/2}$  den Beitrag der  $k$ -ten Resonanz und läßt sich aus der  $T$ -Matrix bestimmen zu:

$$S_k^{1/2} = 1 + (i - x_k + (1 + x_k^2)^{1/2}) T_k, \quad S_k = 1 + 2i T_k. \tag{2.19}$$

Für die  $T_k$  wird in jedem Reaktionskanal eine einfache Breit-Wigner Form angesetzt, die  $x_k$  bestimmen sich aus den Verzweungsverhältnissen der Resonanz in die verschiedenen asymptotischen Zustände. Weiterhin wird der  $n$ -Kanal Hintergrund  $K_B$  durch  $n$  unabhängige Funktionen  $a_n + b_n \sqrt{s}$  mit den freien Parametern  $a_n$  und  $b_n$  angesetzt.

Es zeigt sich also, daß gerade für die Beschreibung des nichtresonanten Hintergrundes in beiden Ansätzen eine große Zahl ( $\sim n$ ) freier Parameter eingeführt wird. Wie in Abschnitt 3.4 dargelegt, zeichnet sich dagegen die hier durchgeführte Bestimmung des Streupotentials alleine aus Feynman-Diagrammen durch eine drastische Reduzierung der Zahl der Hintergrundparameter aus.

## 2.2 Reaktionskanäle und berücksichtigte Beiträge

In dieser Arbeit wird das sog. *effektive Lagrangemodell* benutzt, in dem alle Beiträge zu den Streuprozessen aus den zugrundeliegenden Lagrangefunktionen für die berücksichtigten Teilchen bestimmt werden. Die Kopplungen der einzelnen Teilchen untereinander werden dabei phänomenologisch bestimmt und so gewählt, daß sie bekannte Eigenschaften der Wechselwirkungen berücksichtigen. Im ersten Schritt gilt es daher festzulegen, welche Zwischenzustände für die jeweiligen Reaktionen mitgenommen werden müssen. Ausgangspunkt dafür sind die folgenden beiden Fragen:

- Welche asymptotischen Endzustände sind zu berücksichtigen?
- Welche Beiträge zu einem Streumatrixelement gibt es?

Auf jeden dieser beiden Punkte soll in diesem Abschnitt näher eingegangen werden. Die Formulierung des Modells wird dann durch die Angabe der verwendeten Formfaktoren vervollständigt.

### 2.2.1 Reaktionskanäle

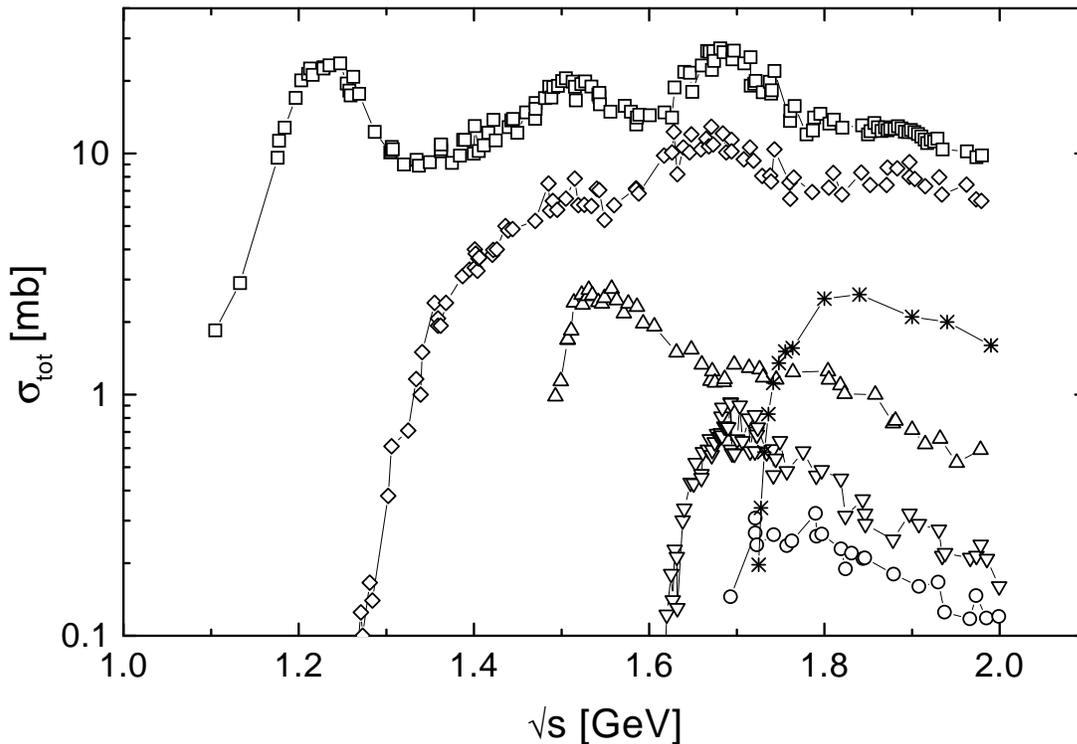
Die Forderung nach der Unitarität der Rechnung impliziert, daß alle energetisch möglichen Endzustände berücksichtigt werden müssen, um den Imaginärteil der  $T$ -Matrix korrekt zu bestimmen. In der Praxis beschränkt man sich auf die jeweils am stärksten ankoppelnden Kanäle, um die Zahl der freien Kopplungsparameter möglichst gering zu halten. Außerdem stehen nur für solche Kanäle experimentelle Daten zur Verfügung.

Wie aus Abbildung 2.2 ersichtlich, ist die elastische  $\pi N$ -Streuung im gesamten Energiebereich der dominierende Kanal. Nur bei höheren Energien findet man für die Reaktion  $\pi N \rightarrow \pi\pi N$  vergleichbare Wirkungsquerschnitte. Dementsprechend ist die totale Zerfallsbreite fast aller Nukleon-Resonanzen zu 80-90% durch die beiden Kanäle  $R \rightarrow \pi N$  und  $R \rightarrow \pi\pi N$  gegeben (Tabelle 2.1 und [PDG96]). Bei der Behandlung des  $\pi\pi N$ -Kanals ergeben sich dabei technische Probleme, da es sich hier um einen 3-Teilchen-Endzustand handelt. In unserem Modell wird er deshalb durch ein isovektorielles, skalares  $\zeta$ -Meson beschrieben, an das analog zu den anderen Mesonen gekoppelt wird [DS96]. Dieses Meson soll die Inelastizität durch den  $\pi\pi$ -Zerfallskanal simulieren. Im Prinzip bekommt man durch die Kopplung zweier isovektorieller Pionen auch isoskalare Beiträge, aber diese werden hier vernachlässigt, um die Zahl der Reaktionskanäle nicht zu groß werden zu lassen. Es zeigt sich, daß auch mit dieser vereinfachten Behandlung des  $\pi\pi N$ -Endzustandes eine gute Beschreibung aller experimentellen Daten möglich ist.

Einzig für die  $S_{11}(1535)$ -Resonanz findet man eine starke Kopplung an  $\eta N$  als weiteren Zerfallskanal. Dies ist bisher erst in Ansätzen verstanden [CR94, GR96, BIL97]<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Im Quarkmodell von Capstick und Roberts [CR94] können zwar die  $\pi N$ - und  $\eta N$ -Zerfallsverhältnisse reproduziert werden, die absoluten Zerfallsbreiten werden aber um ca. 50% überschätzt. Glzman und Riska [GR96] führen die große  $\eta N$ -Zerfallsbreite der  $S_{11}(1535)$  auf die Symmetrie der Quarkwellenfunktionen zurück, während Bijker et al. [BIL97] zu dem Schluß kommen, daß diese Zerfallsbreite nicht durch einem normalen  $q^3$ -Zustand erklärt werden kann.



**Abb. 2.2:** Totale Wirkungsquerschnitte verschiedener Meson-Nukleon-Reaktionen. Die einzelnen Reaktionen sind dabei:  $\pi^- p \rightarrow \pi^- p$  ( $\square$ ),  $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$  ( $\diamond$ ),  $\pi^- p \rightarrow \eta n$  ( $\triangle$ ),  $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda$  ( $\nabla$ ),  $\pi^- p \rightarrow K^0 \Sigma^0$  ( $\circ$ ) und  $\pi^- p \rightarrow \omega n$  (\*). Alle Daten aus [LB873].

Dabei ist noch nicht einmal sicher, ob es sich beim  $S_{11}(1535)$  überhaupt um eine Nukleon-Resonanz oder um einen quasigebundenen  $K\Sigma$ -Zustand handelt [KWW97]. Auch die Stärke der Kopplung an die Endzustände  $\pi N$ ,  $\eta N$  und  $\gamma N$  ist nur mit großer Unsicherheit bekannt. Kürzlich haben Krusche et al. [KMZB97] gezeigt, daß die in [PDG96] angegebenen Werte inkonsistent mit den Daten zur  $\eta$ -Photoproduktion sind. In dieser Arbeit soll deshalb auch der Versuch unternommen werden, die Kopplungsstärken der  $S_{11}(1535)$ -Resonanz durch gleichzeitige Anpassung an alle Reaktionskanäle zu bestimmen.

Aus anderen Analysen [MS92, WL71, Bel83, SZ89] ist weiterhin bekannt, daß einige der Resonanzen zu 10-15% in  $K\Lambda$  zerfallen. Besonders für die  $P_{11}(1710)$  liefert dieser Kanal einen großen Beitrag zur totalen Zerfallsbreite ( $37 \pm 10$  % bei [MS92]). Um dem Rechnung zu tragen, wird hier deshalb auch  $K\Lambda$  als Endzustand berücksichtigt. Da es sich bei  $K$  und  $\Lambda$  aber um Teilchen mit Strangeness  $S \neq 0$  handelt, ergibt sich dabei eine zusätzliche Schwierigkeit: Aufgrund der Strangeness-Erhaltung kann im  $u$ -Kanal nur eine Hyperon-Resonanz im Zwischenzustand auftreten. Diese werden hier aber nicht betrachtet, da man dann sofort eine ganze Reihe weiterer Kanäle ( $KN, \pi\Lambda, \dots$ ) berücksichtigen müßte, was den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde.

In erster Näherung werden deshalb in diesem Falle die  $u$ -Kanal Diagramme (Abb. 2.3) vernachlässigt. Neben der kinematischen Unterdrückung gegenüber den  $s$ -Kanal Diagrammen werden diese Beiträge durch die Berücksichtigung von Formfaktoren (siehe Abschnitt 3.3) ohnehin zusätzlich unterdrückt.

Für mögliche Zerfallsbreiten aus  $R \rightarrow K\Sigma$  finden sich in den bisherigen Arbeiten keine einheitlichen Werte. In [MS92] wird für keine Resonanz ein solcher Zerfall angegeben, in Rechnungen zu  $\gamma N \rightarrow K\Sigma$  ergeben sich ähnliche Kopplungen wie für  $R \rightarrow K\Lambda$  [BMK97, AS90]. Da außerdem der totale Wirkungsquerschnitt für  $\pi N \rightarrow K\Sigma$  im gesamten Energiebereich um einen Faktor 2 kleiner ist als derjenige von  $\pi N \rightarrow K\Lambda$ , wird  $K\Sigma$  in dieser Arbeit nicht als möglicher Endzustand betrachtet. Dies wäre ohnehin nur sinnvoll, wenn zusätzlich, wie oben erwähnt, auch die Hyperonen-Resonanzen berücksichtigt werden würden.

Insgesamt ergeben sich also als mögliche Endzustände  $\pi N, \pi\pi N, \eta N, K\Lambda, \gamma N$ . Zu berechnen sind dann die Matrixelemente *aller* daraus zu konstruierenden Streuprozesse.

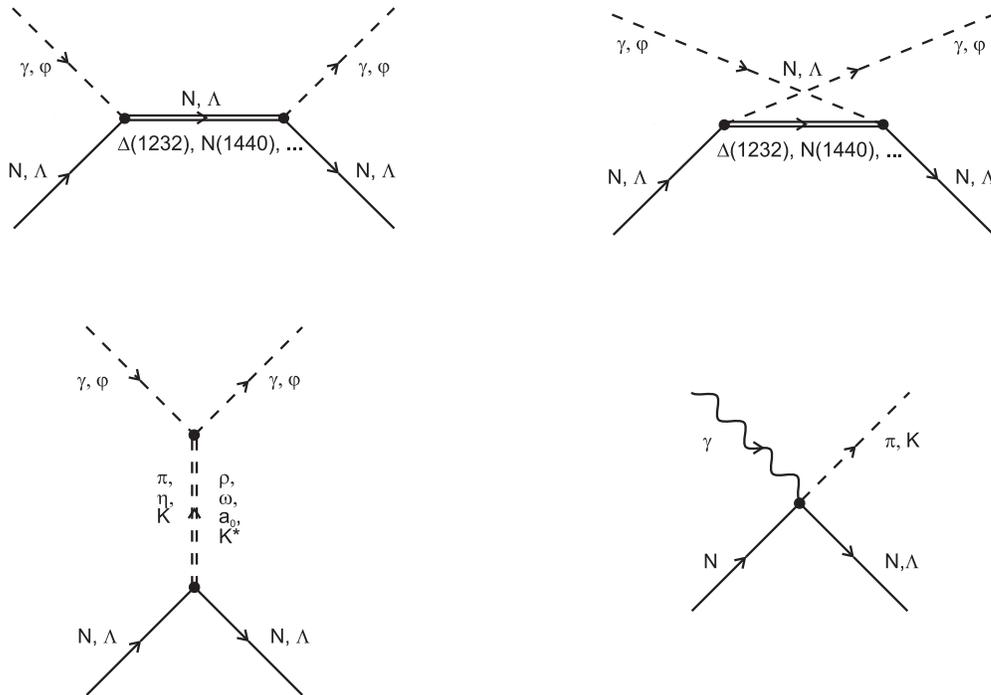
Nicht berücksichtigt werden in diesem Modell z.Z. Endzustände mit mehr als 2 Pionen (z.B.  $\pi N \rightarrow \omega N \rightarrow \pi\pi\pi N$ ). Eine Signatur für solche Zerfälle wären hauptsächlich Inelastizitäten in einzelnen  $\pi N$ -Kanälen, die nicht durch die hier mitgenommenen Endzustände erklärt werden können. Manley und Saleski fanden Hinweise darauf in ihrer Analyse nur bei wenigen Resonanzen und führten in diesen Fällen weitere Zerfallskanäle ein ( $\omega N$  und  $\rho\Delta$ ); für die hier betrachteten Resonanzen wäre dies einzig für die  $P_{13}(1720)$  der Fall. Daher werden wir hier keine weiteren Zerfallskanäle einführen, sondern die Parameter dieser Resonanz ohne Berücksichtigung der Daten aus dem  $\pi\pi N$ -Kanal bestimmen. Darauf wird in den Abschnitten 4.1.3 und 4.3.2 noch näher eingegangen.

## 2.2.2 Beiträge zu $K$

Als nächstes gilt es nun, die relevanten Beiträge zu den einzelnen  $K$ -Matrixelementen festzulegen. Dabei ergibt sich aus der Analyse der experimentellen Daten, daß in allen Drehimpulskanälen mit  $l \leq 3$  sowohl Resonanz- als auch Hintergrundbeiträge auftauchen. Diese werden im hier verwendeten Modell durch Nukleonresonanzen, bzw. Mesonen dargestellt und können mit Hilfe von Feynman-Diagrammen leicht systematisiert werden (s. Abb. 2.3). Dabei handelt es sich bei den resonanten Termen um  $s$ -Kanal Diagramme, ansonsten um  $u$ - und  $t$ -Kanal Beiträge.

Eine Einschränkung bezüglich der Resonanzbeiträge ergibt sich dadurch, daß aus feldtheoretischen Gründen nur Teilchen mit Spin  $S \leq \frac{3}{2}$  problemlos zu behandeln sind [N81]. Die Lagrangefunktionen der Kopplungen von Resonanzen mit höherem Spin sind nicht mehr eindeutig aufzustellen, da solche Teilchen nur noch als zusammengesetzt aus Teilchen mit niedrigerem Spin beschrieben werden können.

Betrachtet man nun z.B. die Streuamplituden der  $\pi N$ -Streuung (Abb. 4.8 und 4.9), so kann man Beiträge der in Tabelle 2.1 aufgelisteten Resonanzen erkennen. Desweiteren findet man zusätzlich eine Reihe von Mesonen, die im  $t$ -Kanal beitragen können. Ihre wichtigsten Eigenschaften sind in Tabelle 2.2 zusammengefaßt. Zusammen mit den Mesonen und Hadronen in den Endzuständen, sowie dem Photon, sind damit alle zu berücksichtigenden Kopplungen festgelegt.



**Abb. 2.3:** In dieser Arbeit berücksichtigte Feynman-Diagramme. In der ersten Zeile finden sich die  $s$ - und  $u$ -Kanal Beiträge des Nukleons,  $\Lambda$ 's und der Nukleon-Resonanzen. Darunter links das  $t$ -Kanal Diagramm der Mesonen und rechts der sog. *seagull*- oder 4-Punkt-Term, der in der Photoproduktion geladener Mesonen auftritt.

$L_{2I,2S}$	$M$ [GeV]	S	I	P	$\Gamma_{tot}$ [MeV]	$\Gamma_{\pi N}$ [%]	$\Gamma_{\pi\pi N}$ [%]	$\Gamma_{\eta N}$ [%]	$\Gamma_{K\Lambda}$ [%]	$\Gamma_{\gamma N}$ [%]
N	0.939	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	+	0	0	0	0	0	0
$\Lambda$	1.116	$\frac{1}{2}$	0	+	0	0	0	0	0	0
$\Sigma$	1.193	$\frac{1}{2}$	1	+	9 <sup>a</sup>	0	0	0	0	100
$S_{11}(1535)$	1.535	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	–	150	50	5	45	0	.5
$S_{11}(1650)$	1.650	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	–	150	75	15	0	10	.1
$P_{11}(1440)$	1.440	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	+	350	65	35	0	0	.05
$P_{11}(1710)$	1.710	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	+	100	15	70	0	15	0
$P_{13}(1720)$	1.720	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	+	150	15	75	0	10	.03
$D_{13}(1520)$	1.520	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	–	120	55	45	0	0	.5
$D_{13}(1700)$	1.790	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	–	100	10	90	0	0	.01
$S_{31}(1620)$	1.620	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	–	150	25	75	–	–	.04
$P_{33}(1232)$	1.232	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	+	120	100	0	–	–	.6
$P_{33}(1600)$	1.600	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	+	350	20	80	–	–	0
$D_{33}(1700)$	1.700	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	–	300	15	85	–	–	.22

**Tab. 2.1:** Berücksichtigte Hadronen im  $s$ - und  $u$ -Kanal. In den ersten drei Zeilen sind die auch asymptotisch auftretenden Hadronen  $N$  und  $\Lambda$ , sowie das  $\Sigma$  aufgelistet. Ihre Kopplungsstärken an die einzelnen Mesonen sind im Text angegeben.  $M$  und  $\Gamma_{tot}$  der Resonanzen sind in  $GeV$ , partielle Zerfallsbreiten in % angegeben. <sup>a</sup>: Zerfallsbreite des  $\Sigma^0$  in  $\gamma\Lambda$  in keV. (Die Daten sind dem *Particle-Properties-Review* [PDG96] entnommen.)

	$M$ [GeV]	S	I	P	$\Gamma_{tot}$ [MeV]	$\Gamma_{\pi\pi}$ [%]	$\Gamma_{\pi\eta}$ [%]	$\Gamma_{\pi k}$ [%]	$\Gamma_{\pi\gamma}$ [%]	$\Gamma_{\eta\gamma}$ [%]	$\Gamma_{k\gamma}$ [%]	$\Gamma_{\gamma\gamma}$ [%]
$\pi$	0.139	1	1	-	7.85 <sup>a</sup>	0	0	0	0	0	0	99
$\zeta^c$	0.278	1	1	+	-	-	-	-	-	-	-	-
$\eta$	0.548	0	0	-	1.2 <sup>b</sup>	0	0	0	0	0	0	39
$K^c$	0.498	0	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$\rho$	0.770	1	1	-	.151	100	0	0	.05	.04	0	0
$\omega$	0.782	0	1	-	.0084	2.2	0	0	8.5	.08	0	0
$a_0$	0.980	0	1	+	.200	0	100	0	0	0	0	0
$K^*$	0.892	$\frac{1}{2}$	1	-	.050	0	0	100	0	0	.1	0

**Tab. 2.2:** Im  $t$ -Kanal berücksichtigte Mesonen. Die Mesonen  $\pi, \zeta, \eta$  und  $K$  treten auch in den Endzuständen auf. <sup>a</sup>: Zerfallsbreite des  $\pi^0$  in eV, <sup>b</sup>: Zerfallsbreite in keV, <sup>c</sup>: es wurden keine Zerfallsbreiten berücksichtigt. Alles weitere siehe Tabelle 2.1.



# Kapitel 3

## Lagrangefunktionen

Die vollständige Auflistung aller verwendeten Lagrangefunktionen findet sich in Anhang C. Hier seien nur kurz ihre wesentlichen Eigenschaften besprochen. Dabei werden zuerst auf die hadronischen Kopplungen aufgeführt und danach auf die besonderen Eigenschaften der elektromagnetischen Vertizes eingegangen.

### 3.1 Hadronische Kopplungen

#### 3.1.1 Born-Terme

Die Gesamtheit der Diagramme aus Abbildung 2.3, in denen ein Nukleon,  $\Lambda$  oder eines der Mesonen  $\pi, \zeta, \eta$  und  $K$  propagiert, nennt man die *Born-Terme*. Durch die Tatsache, daß in diesen Diagrammen keine Resonanzen auftreten, ergeben sich gewisse Einschränkungen an die Struktur der Kopplungen.

Bei der Wahl des  $\pi NN$ -Vertex spielt die Berücksichtigung der *chiralen Symmetrie* eine wichtige Rolle. Diese ist eine direkte Konsequenz aus den Eigenschaften der zugrundeliegenden Theorie der Quarks und Gluonen, der QCD. In dieser ergibt sich durch die in erster Näherung zu vernachlässigenden Massen der u- und d-Quarks eine neue Symmetrie der Lagrangedichte, die chirale Symmetrie. Sie beschreibt, daß für masselose Teilchen links- und rechtshändige Zustände vollständig entkoppeln [M89]. Ein chiral invariantes Modell für Pionen und Nukleonen wurde erstmals 1960 von Gell-Mann und Levy [GL60] vorgeschlagen. Als chiraler Partner des zunächst masselosen Pions wird dabei ein  $\sigma$ -Meson eingeführt:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\sigma &= \bar{N}[i\not{\partial} - g_{\pi NN}(\sigma + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi})]N + \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \boldsymbol{\pi})^2 - V(\sigma, \boldsymbol{\pi}) \quad (3.1) \\ V(\sigma, \boldsymbol{\pi}) &= \frac{1}{4}\lambda(\sigma^2 + \boldsymbol{\pi}^2 - v_0^2)^2 - \varepsilon\sigma.\end{aligned}$$

Die Massen der Teilchen ergeben sich dabei natürlicherweise aus der Tatsache, daß der Erwartungswert des  $\sigma$ -Feldes aufgrund des Potentials  $V(\sigma, \boldsymbol{\pi})$  im Vakuum nicht verschwindet:  $\langle \sigma \rangle = \sigma_0 := f_\pi$ , mit  $f_\pi$  der Pionen-Zerfallskonstanten. Damit ist der Wert von  $v_0$  festgelegt zu  $v_0 = f_\pi - \varepsilon/2\lambda f_\pi^2$ . Dies bezeichnet man als *spontane Symmetriebrechung*. Zusätzlich enthält das Potential in (3.2) noch einen Term ( $\varepsilon\sigma$ ), der die chirale

Symmetrie *explizit* bricht und für eine nicht verschwindende Pionenmasse sorgt. Als Konsequenz ergeben sich daraus die Massen in niedrigster Ordnung zu:

$$\begin{aligned} m_N &= g_{\pi NN} f_\pi \\ m_\sigma^2 &= 2\lambda f_\pi + \frac{\varepsilon}{f_\pi} \\ m_\pi^2 &= \frac{\varepsilon}{f_\pi}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Daraus ergibt sich die  $\pi NN$ -Kopplungskonstante zu  $g_{\pi NN} = m_N/f_\pi \approx 10.1$ . Dies zeigt, daß Beiträge höherer Ordnung diesen Wert auf den physikalischen ( $g_{\pi NN} \approx 13$ ) renormieren [Lee72].

Dieser Ansatz ist erfolgreich bei der Beschreibung der  $\pi N$ -Streuung verwendet worden und gerade der  $\sigma$ -Beitrag im  $t$ -Kanal ist dabei wichtig, um die bekannten Werte der Streulängen zu reproduzieren [EW88]. Trotzdem wird dieser Zugang hier aus mehreren Gründen nicht verwendet:

- das  $\sigma$ -Meson ist bisher nicht experimentell nachgewiesen,
- vom  $\rho$ -Meson ist bekannt, daß es stark an das Nukleon und an Pionen koppelt,
- aus der Photoproduktion von Pionen weiß man, daß bei pseudovektorieller  $\pi NN$ -Kopplung die Niederenergiethoreme automatisch erfüllt sind [DS96].

In dieser Arbeit wird deshalb vom sog. *nichtlinearen  $\sigma$ -Modell* ausgegangen. Die Grundidee ist dabei, die Lagrangedichte aus (3.2) im Falle unendlich großer  $\sigma$ -Masse zu untersuchen, um so diesen Freiheitsgrad zu entfernen. Dies führt auf [FG77]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\rho &= \bar{N}[i\not{\partial} - m_N]N + \frac{1}{2}(\partial_\mu \partial^\mu - m_\pi^2)\boldsymbol{\pi}^2 \\ &\quad - \frac{1}{2f_\pi}(\bar{N}\gamma_5\gamma_\mu\boldsymbol{\tau}N)\cdot(\partial^\mu\boldsymbol{\pi}) - \frac{1}{4f_\pi^2}(\bar{N}\gamma_\mu\boldsymbol{\tau}N)\cdot(\boldsymbol{\pi}\times(\partial^\mu\boldsymbol{\pi})), \end{aligned} \quad (3.3)$$

mit der gewünschten pseudovektoriellen Kopplung. Außerdem ist der  $\sigma$ -Freiheitsgrad durch einen expliziten isovektoriellen Kontaktterm ersetzt worden. Ein Vergleich mit den Lagrangefunktionen  $\mathcal{L}_{vNN}$  und  $\mathcal{L}_{v\varphi\varphi}$  aus Anhang C zeigt, daß dies dem Beitrag eines  $\rho$ -Mesons mit unendlicher Masse entspricht. Auch die Stärke der Kopplung ist in guter Übereinstimmung mit den bekannten Werten von  $g_{\rho NN}$  und  $g_{\rho\pi\pi}$  [HP75]:

$$\frac{g_{\rho NN} g_{\rho\pi\pi}}{m_\rho^2} \approx 30.1 \text{ GeV}^{-2}, \quad \frac{1}{4f_\pi^2} = 28.9 \text{ GeV}^{-2}. \quad (3.4)$$

Das Problem der viel zu großen Streulängen in der  $\pi N$ -Streuung stellt sich hier nicht, da die pseudovektorielle Kopplung automatisch die richtigen Werte liefert.

Daß die chirale Symmetrie in der Natur nur näherungsweise realisiert ist, zeigt sich unter anderem daran, daß es zusätzlich zur vektoriellen  $\rho NN$ -Kopplung auch einen tensoriellen Beitrag gibt. In dieser Arbeit werden deshalb die aus den experimentellen Daten gewonnen Kopplungsstärken und Massen benutzt und im erlaubten Bereich variiert.

Für die Kopplung an die anderen Mesonen  $\eta$  und  $k$  ergeben sich keine solchen Einschränkungen, da aufgrund der großen Masse dieser Mesonen nicht davon ausgegangen werden kann, daß die Wechselwirkung invariant unter einer chiralen Transformation ist. Für das  $\eta$ -Meson weiß man aus verschiedensten Quellen, daß die  $\eta NN$ -Kopplung um einen Faktor 5–10 kleiner ist, als die Ankopplung des Nukleons ans Pion [T66, TBK94, BMZ95]. Daher spielt die Frage nach pseudovektorieller oder -skalarer Kopplung hier keine Rolle. Anders sieht es bei der Kopplung  $NK\Lambda$  aus: Da man aus  $SU(3)$ -Überlegungen weiß, daß die Kopplungskonstanten  $g_{\pi NN}$  und  $g_{KN\Lambda}$  vergleichbar sind, erwartet man deutliche Unterschiede zwischen beiden Kopplungsarten. Darauf wird in einem der späteren Kapitel näher eingegangen.

### 3.1.2 Spin- $\frac{1}{2}$ -Resonanzen

Die Kopplung der Spin- $\frac{1}{2}$ -Resonanzen an die Mesonen erfolgt analog zum Nukleon. Dabei hat man jeweils wieder die Wahl zwischen pseudovektorieller und -skalarer Kopplung<sup>1</sup>. Für die Resonanzen mit positiver Parität ( $P_{11}(1440)$ ,  $P_{11}(1710)$  und  $P_{13}(1720)$ ) wird in dieser Arbeit durchgehend die pseudovektorielle Kopplung verwendet, da man sonst, wie im Falle des Nukleons, zu hohe Werte der  $\pi N$ -Streulängen extrahiert. Für die anderen Resonanzen ( $S_{11}(1535)$ ,  $S_{31}(1620)$  und  $S_{11}(1650)$ ) existiert eine solche Einschränkung nicht, da sie keinen großen Beitrag zu den  $\pi N$ -Streulängen liefern. Hier wurde aber in anderen Arbeiten zur  $\eta$ -Photoproduktion [TBK94, DS96] die pseudoskalare Kopplung im Falle von  $S_{11}(1535) \rightarrow N\eta$  verwendet. Ausgehend davon werden daher die anderen Resonanzen negativer Parität hier ebenfalls pseudoskalar gekoppelt.

### 3.1.3 Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen

Im Rarita-Schwinger Formalismus werden Spin- $\frac{3}{2}$ -Teilchen als äußeres Produkt eines Spin-1-Vektors und eines Spin- $\frac{1}{2}$ -Spinors beschrieben [EW88]:

$$\begin{aligned} (i\not{\partial} - m)\psi_{3/2}^\mu &= 0 \\ \gamma_\mu \psi_{3/2}^\mu &= 0 \\ \partial_\mu \psi_{3/2}^\mu &= 0. \end{aligned} \tag{3.5}$$

Durch die beiden Zusatzbedingungen wird sichergestellt, daß nur 3 der 4 Felder  $\psi_{3/2}^\mu$  unabhängig sind und nur zu Spin- $\frac{3}{2}$  koppeln.

In den hier betrachteten Reaktionen treten die Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen nur als virtuelle Zwischenzustände im  $s$ - und  $u$ -Kanal auf. Damit taucht in den Ausdrücken für die jeweiligen Matrixelemente statt der Felder  $\psi_{3/2}^\mu$  nur der Propagator  $G_{3/2}^{\mu\nu}$  auf. Dieser erfüllt aber abseits der Massenschale nicht die Bedingung  $\gamma_\mu G_{3/2}^{\mu\nu} = 0$ . Somit kann man für  $q^2 \neq m_R^2$  von Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen auch Spin- $\frac{1}{2}$ -Beiträge zur Streumatrix erhalten.

---

<sup>1</sup>Prinzipiell könnte man für die Resonanz-Nukleon-Meson Kopplung auch eine Linearkombination aus pseudovektoriellen und -skalaren Vertizes ansetzen und die Gewichtung durch die Anpassung an die experimentellen Daten bestimmen [BMZ95]. Dies wird in dieser Arbeit nicht getan, um die Zahl der freien Parameter so gering wie möglich zu halten.

Man kann nun zeigen [BDM89], daß es nicht möglich ist, diese Beiträge für alle Energien zu unterdrücken.

Um den Einfluß dieser offshell-Beiträge genauer studieren zu können, wird in den Kopplungen ein sog. *offshell-Projektor* eingeführt, der es erlaubt, die Spin- $\frac{1}{2}$ -Anteile in Abhängigkeit eines Parameters zu variieren:

$$\Theta_{\mu\nu}(z) = g_{\mu\nu} - \frac{1}{2}(1 + 2z)\gamma_\mu\gamma_\nu. \quad (3.6)$$

Wie man an Gleichung 2 aus (3.5) erkennt, verschwinden die Beiträge  $\sim \gamma_\mu\gamma_\nu$  auf der Massenschale, da einer der beiden Indizes in einem Feynman-Diagramm immer mit dem Spin- $\frac{3}{2}$ -Propagator (und damit den Feldern) kontrahiert wird.

In der Vergangenheit wurden mehrfach Versuche unternommen, mögliche Werte von  $z$  allein aus Symmetrieüberlegungen abzuleiten [P69, NB80]. Davidson et al. [DMW91] haben dagegen argumentiert, daß es sich hier um die phänomenologische Beschreibung des Spin  $\frac{1}{2} \leftrightarrow \frac{3}{2}$ -Übergangs zwischen zusammengesetzten Teilchen handelt und deshalb die offshell-Parameter durch Anpassung an experimentelle Daten bestimmt werden müssen. Außerdem zeigt sich, daß besonders die elektromagnetischen Übergangsamplituden  $\gamma N \rightarrow P_{33}(1232)$  nicht reproduziert werden können, wenn man die in [NB80] abgeleiteten Werte für Kopplungen und  $z$ -Parameter verwendet. Ähnliches gilt auch für die  $D_{13}(1520)$ -Resonanz, wo nur ein Fit der  $z$ -Werte eine gute Beschreibung der Pionenphotoproduktions-Multipole erlaubt [FM97]. Darüberhinaus ergeben sich bei der Ankopplung von Rarita-Schwinger-Spinoren an externe Felder noch weitere Probleme, die in [N81, P98] ausführlich diskutiert werden.

Deshalb werden in dieser Arbeit nicht die Ergebnisse aus [P69, NB80] verwendet, sondern die  $z$ -Parameter an die experimentellen Daten angepaßt. Umgekehrt erlaubt die Sensibilität der Fitresultate auf diese Parameter [FM97] evtl. eine genaue Festlegung des Spin- $\frac{1}{2}$ -Anteils der Spin- $\frac{3}{2}$ -Wellenfunktionen und könnte somit ein guter Test für Strukturmodelle von Nukleon-Resonanzen sein.

## 3.2 Elektromagnetische Vertizes

Mit den bisher festgelegten Kopplungen lassen sich sämtliche hier betrachteten Meson-Nukleon Streuprozesse beschreiben. Durch einen Fit an die verschiedenen experimentellen Daten können deshalb zusätzlich zu den hadronischen Kopplungsstärken die Massen der Resonanzen und die weiter unten eingeführten starken Formfaktoren bestimmt werden. Zur Beschreibung von Photoproduktionsreaktionen muß nun noch das Photon an die verschiedenen Teilchen angekoppelt werden.

Da es sich bei der QED um eine Eichfeldtheorie handelt, ergeben sich gewisse Randbedingungen an die Form der Kopplungen. Hier spielt die *Ward-Takahashi-Identität* [WT57] (WTI) eine zentrale Rolle. Sie gibt einen Zusammenhang zwischen der Kopplung ans Photon und der Propagation der Teilchen, indem sie die Vertexfunktion  $\Gamma^\mu$  mit dem Propagator  $G$  in Beziehung setzt:

$$k_\mu \Gamma^\mu(p+k, p, k) = e \hat{e} \left[ G^{-1}(p+k) - G^{-1}(p) \right]. \quad (3.7)$$

Dabei ist  $\hat{e}$  der Ladungsoperator.

### 3.2.1 Born-Terme

Diese Bedingung soll hier am Beispiel des  $s$ -Kanal Born-Diagramms aus Abbildung 2.2 näher erläutert werden. Der Propagator des Nukleons ist gegeben durch

$$G(p) = [\not{p} + m_N - \Sigma(p)]^{-1} \quad (3.8)$$

mit der Selbstenergie  $\Sigma(p)$ . Da man in der hier betrachteten niedrigsten Ordnung keinen Selbstenergiebeitrag erhält, ist die rechte Seite von (3.7) somit einfach

$$e\hat{e} [G^{-1}(p+k) - G^{-1}(p)] = e\hat{e}\not{k}, \quad (3.9)$$

d.h. der  $\gamma NN$ -Vertex muß von der Struktur

$$\Gamma_{\gamma NN}^\mu = e\hat{e}\gamma^\mu + \text{Terme} \perp k^\mu \quad (3.10)$$

sein. Der erste Term entspricht dem, was sich durch minimale Substitution in der Lagrangedichte eines freien Nukleons ergibt [M89]. Der erhaltene Strom ist also in diesem Fall  $j_{\gamma NN}^\mu = e\bar{N}\hat{e}\gamma^\mu N$  [BD66]. Durch analoges Vorgehen kann auch der  $\Gamma_{\gamma\pi\pi}$ -Vertex bestimmt werden. Hat man, wie in dem hier vorliegenden Fall, zusätzlich zu den freien Lagrangefunktionen noch Kopplungsterme zwischen Mesonen und Baryonen, muß man den erhaltenen Strom durch minimale Substitution in der *gesamten* Lagrangedichte konstruieren. Er ist dann die Summe der einzelnen Teilströme und die Bedingung der Stromerhaltung läßt sich schreiben als:

$$\partial_\mu j_{ges}^\mu \sim k_\mu j^\mu = 0. \quad (3.11)$$

Daß diese Bedingung erfüllt ist, ergibt sich unter Ausnutzung der WTI sofort, wenn man berücksichtigt, daß *alle* Born-Diagramme zum erhaltenen Strom beitragen. Falls jedes von ihnen die Gleichung (3.7) erfüllt, entspricht (3.11) einfach der Ladungserhaltung.

Somit ist die Stromerhaltung nur gewährleistet, wenn man alle durch minimale Substitution erzeugten Born-Terme zusammen betrachtet. Insbesondere heißt dies, daß Änderungen, die nur an einem Teil der Diagramme vorgenommen werden, die Stromerhaltung verletzen können. Dies wird im folgenden noch wichtig werden, wenn es um die Einführung von Formfaktoren geht.

Zusätzlich zur Kopplung an die Ladung gibt es noch einen Term proportional zum *anormalen magnetischen Moment*  $\kappa_N$ , der eine direkte Konsequenz aus der inneren Struktur des Nukleons ist [BD66]. Der vollständige Vertex ergibt sich damit zu

$$\Gamma_{\gamma NN}^\mu = e \left\{ \hat{e}\gamma^\mu + \frac{i\sigma^{\mu\nu}k_\nu}{2m_N} \hat{\kappa}_N \right\}, \quad (3.12)$$

mit den Projektionsoperatoren

$$\begin{aligned} \hat{e} &= \frac{1 + \tau_3}{2} \\ \hat{\kappa}_N &= \frac{1 + \tau_3}{2} \kappa_p + \frac{1 - \tau_3}{2} \kappa_n = \kappa_s + \tau_3 \kappa_v. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Die beobachteten Kopplungsstärken  $e_p = e$  und  $e_n = 0$  lassen sich zwar mit Hilfe der Isospinoperatoren  $1$  und  $\tau_3$  in der Form (3.13) schreiben, aber daraus ergibt sich sofort ein Problem: (3.13) impliziert, daß das Photon sowohl isoskalar als auch isovektoriell an das Nukleon ankoppeln kann. Nun existiert aber kein isovektorielles Photon mit  $I_3 \neq 0$ . Die elektromagnetische Wechselwirkung bricht somit die Isospinsymmetrie, der alle anderen hier betrachteten hadronischen Kopplungen genügen.

### 3.2.2 Resonanzen

Um resonante Beiträge zur Photoproduktion berücksichtigen zu können, bedarf es Übergangsvertizes der Form  $\gamma N \rightarrow R$ . Diese können nicht durch minimale Substitution in die bisher aufgestellten Lagrangefunktionen erzeugt werden, sondern müssen von außen eingeführt werden. Das heißt aber, daß jeder dieser Vertizes *einzelnen* die Bedingung (3.11) erfüllen muß, um die Eichinvarianz der Theorie nicht zu zerstören. Dies läßt sich auch durch die WTI für Zerfallsprozesse ausdrücken, die in diesem Fall mit (3.11) identisch ist:

$$k_\mu \Gamma_{\gamma NR}^\mu(p+k, p, k) = 0. \quad (3.14)$$

Daraus ergibt sich sofort, daß es in solchen Vertizes keine Kopplung an die Ladung der Resonanzen geben kann.

Damit bleibt für die Spin- $\frac{1}{2}$ -Resonanzen nur eine Kopplung an das magnetische Moment

$$\Gamma_{\gamma NR_{1/2}}^\mu = e \hat{g}_{\gamma NR,1} \frac{i\sigma^{\mu\nu} k_\nu}{2m_N} \begin{bmatrix} \gamma_5 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

mit  $\gamma_5/1$  für Resonanzen negativer/positiver Parität. Für die Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen ergeben sich zwei mögliche Kopplungen, die in Anhang C gegeben sind.

Prinzipiell kann man in beiden Fällen noch eine Kopplung  $\sim k^\mu$  aufstellen, die aber für reelle Photonen keinen Beitrag liefert.

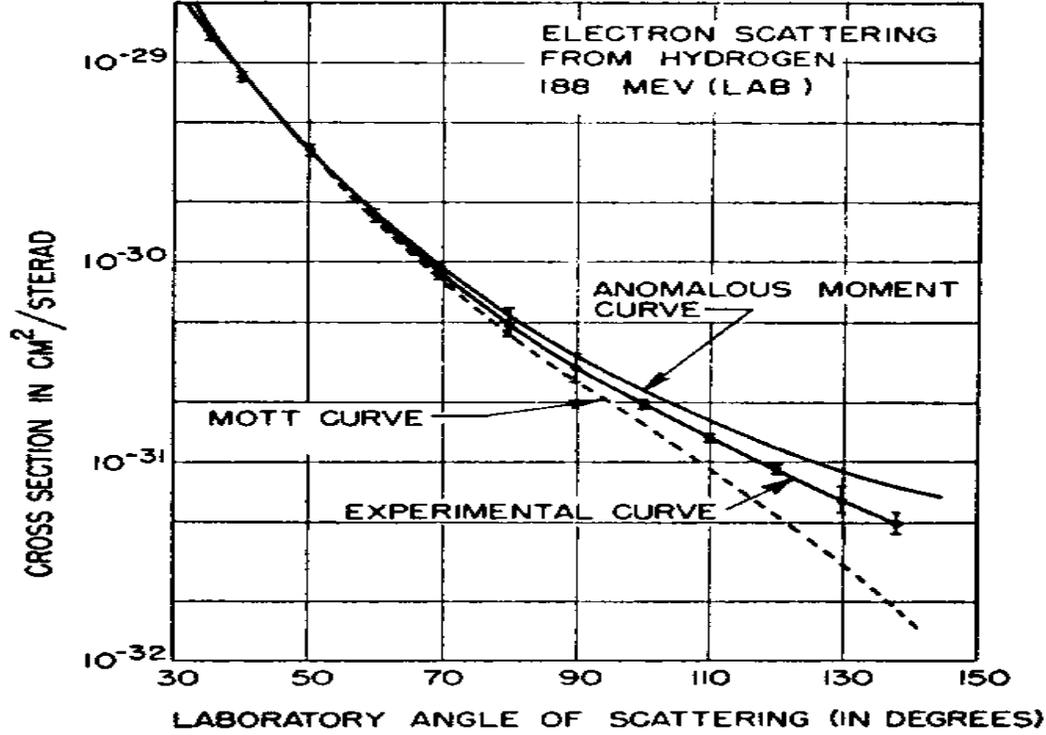
In den Vertizes der Isospin- $\frac{1}{2}$ -Resonanzen finden sich anstelle der einfachen Kopplungsstärken Isospinoperatoren analog zum  $\gamma NN$ -Vertex (3.13). Diese Operatoren kann man auf zwei Arten schreiben als

$$\begin{aligned} \hat{g}_{\gamma NR,1} &= \frac{1 + \tau_3}{2} g_{\gamma p R,1} + \frac{1 - \tau_3}{2} g_{\gamma n R,1} \\ &= g_{s,1} + \tau_3 g_{v,1}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Die erste Darstellung benutzt dabei die Kopplungsstärken der physikalischen Zustände, die zweite die isoskalaren und isovektoriellen Kopplungen. Daß man überhaupt zwei verschiedene Werte für  $g_{\gamma NR,1}$  findet, erklärt sich analog wie im Falle des Nukleons: die elektromagnetische Wechselwirkung bricht die Isospinsymmetrie, was dadurch berücksichtigt wird, daß man sowohl eine isoskalare wie isovektorielle  $\gamma NR$ -Kopplung einführt. Für  $I = \frac{3}{2}$ -Resonanzen ergibt sich diese Komplikation nicht, da man hier nur Beiträge vom isovektoriellen Anteil des Photons hat. Für diese Arbeit spielt es keine Rolle, welche der beiden Darstellungen aus (3.16) man wählt, gerade aber bei Reaktionen mit virtuellen Photonen ist die Benutzung von  $g_{s/v,1}$  vorteilhafter, da bei dieser Wahl der zugrundeliegende Mechanismus berücksichtigt wird und man z.B. die Abhängigkeit der Kopplungsstärken von  $k^2$  besser untersuchen kann.

### 3.3 Formfaktoren

Ausgehend von den aufgeführten Kopplungen lassen sich jetzt die hier betrachteten Reaktionen berechnen. Dabei findet man [KMO84, HG78], daß die experimentellen Streudaten bei keiner Wahl der Kopplungskonstanten für sämtliche Energien  $1.077 \leq \sqrt{s} \leq 2.0$  GeV zufriedenstellend beschrieben werden können. Speziell die Energieabhängigkeit der Resonanzbeiträge wird durch die Lagrangefunktionen alleine nicht richtig wiedergegeben.



**Abb. 3.1:** Differentieller Wirkungsquerschnitt der  $ep$ -Streuung [HM55]. Aufgetragen sind die experimentellen Daten, die Ergebnisse der Mott-Formel für die Streuung an einem punktförmigen Objekt und die Ergebnisse unter Verwendung von  $\mathcal{L}_{\gamma NN}$  aus (C.2) mit konstantem anomalem magnetischem Moment.

Ein ähnliches Problem ist aus der  $ep$ -Streuung schon lange bekannt [R50]. Trägt man hier den Wirkungsquerschnitt in Form eines Rosenbluth-Plots auf, ergeben sich Abweichungen von dem mit Hilfe von  $\mathcal{L}_{\gamma NN}$  berechneten Ergebnis (vgl. Abb. 3.1). Man kann diese durch die sog. Pauli-Dirac-Formfaktoren als Funktion des Impulses  $k^2$  parametrisieren:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\gamma pp}^\mu &= e \left\{ F_1(k^2) \gamma^\mu + \frac{i \sigma^{\mu\nu} k_\nu}{2m_N} F_2(k^2) \right\} \\ F_1(0) &= 1, \quad F_2(0) = \kappa_p. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Eine besonders einfache Parametrisierung ergibt sich für die Sachs-Formfaktoren ge-

nannten Linearkombinationen

$$\begin{aligned}
 G_E(k^2) &= F_1(k^2) + \frac{k^2}{4m_N^2} F_2(k^2) = \left(1 - \frac{k^2}{\Lambda^2}\right)^{-2} \\
 G_M(k^2) &= F_1(k^2) + F_2(k^2) = (1 + \kappa_p) \left(1 - \frac{k^2}{\Lambda^2}\right)^{-2}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

mit  $\Lambda^2 = 0.71 \text{ GeV}^2$ . Die so gewonnenen Formfaktoren enthalten die Information über die Ladungsverteilung im Nukleon, da diese in der Lagrangefunktion  $\mathcal{L}_{\gamma NN}$  nicht (bzw. nur durch  $\hat{\kappa}_N$ ) berücksichtigt wurde.

Für die Streuung von Elektronen an einer statischen, spinlosen Ladungsverteilung  $\rho(\mathbf{x})$  ist der Formfaktor  $F(\mathbf{k})$  einfach durch die Fouriertransformierte von  $\rho(\mathbf{x})$  gegeben [HM84]:

$$\begin{aligned}
 F(\mathbf{k}) &= \int \rho(\mathbf{x}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} d^3x \\
 &= \int \left(1 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x})^2}{2} + \dots\right) \rho(\mathbf{x}) d^3x \\
 &\approx 1 - \frac{1}{6} k^2 \langle r^2 \rangle + \dots
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

und die Steigung an  $k^2 = 0$  ist direkt proportional zum mittleren quadratischen Radius der Verteilung.

Kanal	Vertex	Parametrisierungen <sup>a</sup>
$s^b$	$\varphi NR$	$\frac{\mathbf{q}_R^2 + \Lambda^2}{\mathbf{q}^2 + \Lambda^2}, \left(\frac{\mathbf{q}_R^2 + \Lambda^2}{\mathbf{q}^2 + \Lambda^2}\right)^2, \frac{2}{1 + (\mathbf{q}^2/\mathbf{q}_R^2)^2}$
u	$\varphi NR$	$\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + \mathbf{q}^2}, \frac{2(\Lambda^2 - m^2)^2}{(\Lambda^2 - u) + (\Lambda^2 - m^2)}$
t	$v NN$	$\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - t}, \frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - t}, \frac{(\Lambda^2 - m^2)^2 + \Lambda^4}{(\Lambda^2 - t)^2 + \Lambda^4}$

**Tab. 3.1:** In anderen Arbeiten verwendete Parametrisierungen der Formfaktoren. <sup>a</sup>:  $\mathbf{q}$  bezeichnet den 3er-Impuls des Mesons,  $\mathbf{q}_R$  gibt den Wert auf der Resonanzmasse;  $m$  ist die Masse des propagierenden Teilchens. <sup>b</sup>: aufgeführt ist hier das Quadrat des Formfaktors. Formfaktoren aus [HG78, KMO84, GG90, Hol92, DS96, BMZ95].

Analoges geschieht nun auch in den hadronischen Streuprozessen: das einlaufende Meson ‘sieht’ die innere Struktur des Hadrons und die Impulsabhängigkeit der Kopplung weicht dementsprechend von dem durch die Lagrangefunktionen aus Anhang C

gegebenen Verhalten ab. Um dem Rechnung zu tragen, führt man auch an den hadronischen Vertizes Formfaktoren (dort gewöhnlich Cutoffs genannt) ein. Unglücklicherweise erlaubt die starke Wechselwirkung durch die immer zu berücksichtigende Rückstreuung keine einfache Messung dieser Formfaktoren wie im Falle der  $\gamma NN$ -Kopplung. Daher werden in der Literatur verschiedene funktionale Formen angesetzt und alle darin enthaltenen freien Parameter durch Anpassung an die experimentellen Daten bestimmt. Die gebräuchlichsten Funktionen sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Dabei fällt auf, daß alle Funktionen entweder an der Reaktionsschwelle ( $t = 0$  in der  $\pi N$ -Streuung) oder, falls die beteiligten Teilchen auf der Massenschale ( $q^2 = q_R^2$ ) sind, auf 1 normiert sind.

Das Hauptproblem fast aller dieser Parametrisierungen ist, daß man sie nicht eindeutig in andere kinematische Bereiche fortsetzen kann, ohne daß dabei Singularitäten auftreten. Dies ist besonders dann problematisch, wenn man versucht, Ergebnisse verschiedener Reaktionen zu vergleichen oder Beiträge von Nukleon-Resonanzen im  $s$ - und  $u$ -Kanal berücksichtigen will. Deshalb werden in dieser Arbeit folgende Parametrisierungen verwendet ( $q$  bezeichnet dabei den Impuls des propagierenden Teilchens,  $q^2 = s, u$  oder  $t$ ):

$$\begin{aligned} F_p(q^2, m^2) &= \frac{\Lambda^4}{\Lambda^4 + (q^2 - m^2)^2} \\ F_e(q^2, m^2) &= \exp\left(-\frac{(q^2 - m^2)^2}{\Lambda^4}\right) \\ F_t(q^2, m^2) &= \frac{\Lambda^4 + (q_{s,u,t}^2 - m^2/2)^2}{\Lambda^4 + (q^2 - (q_{s,u,t}^2 + m^2/2))^2}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

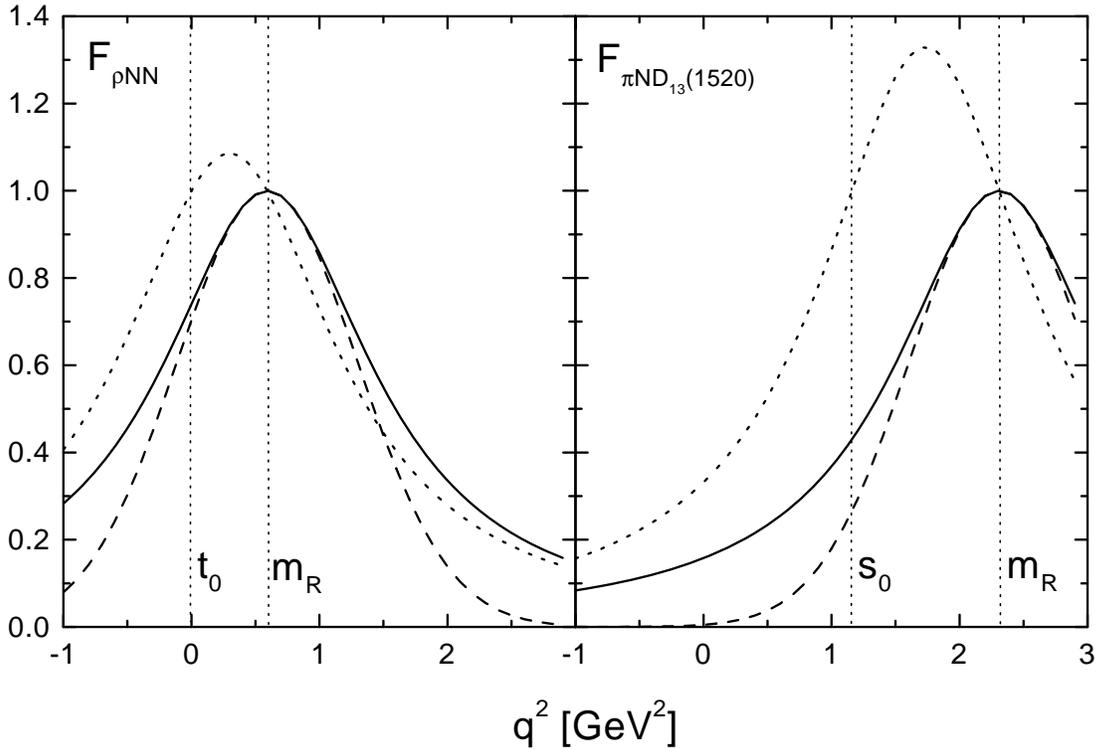
$q_{s,u,t}^2$  bezeichnet dabei den Wert von  $q^2$  an der kinematischen Schwelle für die jeweils betrachteten Kanäle  $s$ ,  $u$  oder  $t$ . Alle Parametrisierungen erfüllen die folgenden Kriterien:

- sie sind nur Funktionen von  $q^2$ ,
- sie haben keinen Pol auf der reellen Achse,
- $F(m^2, m^2) = 1$  .

Zusätzlich haben  $F_p$  und  $F_e$  noch ihr Maximum an  $q^2 = m^2$ .  $F_p$  wurde in Analogie zu den in Tabelle 3.1 aufgelisteten Monopol- und Dipolfaktoren als Polynom in  $q^2$  angesetzt. Vergleichbare Parametrisierungen finden sich auch in [Hol92, DS96]. Cloudy-Bag Modelle [NBL90] liefern dagegen Formfaktoren  $\sim \exp(-c\mathbf{k}^2)$ .  $F_e$  kann man somit als Erweiterung dieser Ergebnisse auf andere kinematische Bereiche verstehen.

Der exponentielle Verlauf von  $F_e$  unterdrückt weit von der Massenschale liegende Beiträge stärker als  $F_p$ , in der Nähe der Resonanz hingegen unterscheiden sich die beiden Funktionen praktisch nicht. Vergleicht man also die Fits mit  $F_p$  und  $F_e$ , ergibt sich daraus die Sensitivität der extrahierten Parameter auf Beiträge weit entfernt von der Massenschale. Im Gegensatz dazu gewichtet  $F_t$  den Energiebereich zwischen den kinematischen Schwellen und der Resonanzposition stärker (vgl. Abb. 3.2).

Da die funktionale Form der Formfaktoren a priori nicht festgelegt ist (im Gegensatz zu den Lagrangefunktionen für die hadronischen und elektromagnetischen



**Abb. 3.2:** Vergleich der hier verwendeten Formfaktoren  $F_p$  (—),  $F_e$  (---) und  $F_t$  ( $\cdots$ ) aus (3.20) für die Vertizes  $\rho NN$  und  $\pi ND_{13}(1520)$  mit  $\Lambda = 1$  GeV. Die senkrechten gepunkteten Linien geben jeweils die Schwellen der  $\pi N$ -Streuung im  $t$ - und  $s$ -Kanal ( $t_0$  und  $s_0$ ), sowie die Resonanzpositionen ( $m_R$ ) an.

Vertizes), ergibt sich aus der Streuung der gefundenen Parameter für die jeweiligen Parametrisierungen  $F_p$ ,  $F_e$  und  $F_t$  eine Abschätzung für den systematischen Fehler.

Da die Formfaktoren den Einfluß der inneren Struktur der Teilchen modellieren sollen, ist i.a. nicht zu erwarten, daß die Cutoffparameter  $\Lambda$  für alle hier betrachteten Hadronen und Mesonen gleich sind. Im Gegenteil müßte man realistischere für alle Vertizes sowohl die Art des Formfaktors ( $F_p$ ,  $F_e$  oder  $F_t$ ) als auch die Größe von  $\Lambda$  durch einen Fit an die Daten bestimmen. Dies würde aber zu einer Vielzahl freier Parameter und Kombinationen führen, die den Rahmen dieser Arbeit sprengen würden. Um dennoch ein Teil der Möglichkeiten zu berücksichtigen, wird wie folgt vorgegangen:

- an allen Vertizes  $\gamma NN$ ,  $\pi NN$ ,  $\eta NN$  und  $KNA$  wird derselbe Formfaktor und Cutoff  $\Lambda_N$  verwendet,
- für die Nukleon-Resonanzen wird jeweils die gleiche funktionale Form ( $F_p$  oder  $F_e$ ) wie für das Nukleon benutzt, aber bei den Spin- $\frac{1}{2}$ -Resonanzen wird mit dem Cutoffparameter  $\Lambda_{1/2}$  und bei den Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen  $\Lambda_{3/2}$  abgeschnitten,

- bei allen  $t$ -Kanal Diagrammen wird derselbe Formfaktor und Cutoff  $\Lambda_t$  verwendet.

Das Nukleon wird dabei auf eine andere Art behandelt als die Resonanzen, um der besonderen Bedeutung des Grundzustandsbeitrages für alle Energien und Reaktionskanäle Rechnung zu tragen. Da desweiteren, wie aus Anhang C ersichtlich, der größte Unterschied zwischen den Spin- $\frac{1}{2}$ - und Spin- $\frac{3}{2}$ -Kopplungen besteht, wird für diese beiden Klassen von Resonanzen jeweils ein eigener Cutoffparameter berücksichtigt. Im  $t$ -Kanal wird die funktionale Form und Größe des Cutoffs unabhängig bestimmt, da diese Beiträge fundamental verschieden von den  $s$ - und  $u$ -Kanal Diagrammen sind.

Nach der Einführung von Formfaktoren  $F_p$ ,  $F_e$  und  $F_t$  muß nun überprüft werden, ob das vollständige Modell noch allen in den vorhergehenden Abschnitten aufgelisteten Randbedingungen genügt.

### 3.3.1 Hadronische Reaktionen

Für rein hadronische Reaktionen ergeben sich nur für die Born-Terme durch die chirale Symmetrie Einschränkungen an die Kopplungskonstanten. Die so festgelegten Werte reproduzieren die gemessene  $\pi N$ -Streulängen sehr gut [LB983, DS96]. Im nicht-linearen  $\sigma$ -Modell liefert einzig der isovektorielle Kontaktterm aus (3.3) einen Beitrag zur Streulänge, d.h. in unserem Falle ist nur der Einfluß der Formfaktoren im  $t$ -Kanal an der Schwelle zu untersuchen. Für  $\Lambda = 1$  GeV findet man für die Formfaktoren des  $\rho$ 's an der  $\pi N$ -Schwelle ( $t = 0$ ) die folgenden Werte.

$$\begin{aligned} F_p(q^2 = 0, m^2 = m_\rho^2) &= 0.74 \\ F_e(q^2 = 0, m^2 = m_\rho^2) &= 0.70 \\ F_t(q^2 = 0, m^2 = m_\rho^2) &= 1.0. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Bei der Wahl von  $F_p$  oder  $F_e$  als Formfaktoren werden also die Streulängen um 25% - 30% unterschätzt. Einzig  $F_t$  stellt sicher, daß die Amplituden an der Schwelle unverändert bleiben. Daraus erklären sich auch die in anderen Arbeiten (vgl. Tab. 3.1) im  $t$ -Kanal verwendeten Parametrisierungen.

Um keine neue funktionale Abhängigkeit von  $q^2$  einzuführen, wurde  $F_t$  in Analogie zu  $F_p$  gewählt. In [HP75] wird ein  $\rho NN$ -Formfaktor aus den Daten der  $ep$ -Streuung extrahiert, der einen ähnlichen Verlauf wie der hier benutzte hat (Abb. 3.2):

$$\begin{aligned} F(q^2 = 0) &\approx F(q^2 = m_\rho^2) = 1 \\ \max(F(q^2)) &\approx 1.2 \quad \text{an} \quad q^2 \approx m_\rho^2/2. \end{aligned} \quad (3.22)$$

### 3.3.2 Photoproduktion

Bei den elektromagnetischen Prozessen gilt es zu prüfen, ob die WTI durch Einführung der Formfaktoren verletzt wird. Für Kopplungen an Resonanzen ist dies offensichtlich nicht der Fall, da die freien Vertizes nach Konstruktion schon die WTI (3.14) erfüllen und somit alle Beiträge zum Matrixelement der Stromerhaltung, unabhängig von der Form der hadronischen Kopplung, genügen. Daher können auch an den elektromagnetischen Vertizes der Resonanzen Formfaktoren eingeführt werden. In

dieser Arbeit werden dafür jeweils die selben Ansätze wie am hadronischen Vertex (s. (3.20)) benutzt, die Cutoffs  $\Lambda$  aber unabhängig von den hadronischen Werten bestimmt.

Anders ist dies wieder für die Born-Terme, da man hier eine Randbedingung an die Summe aller Beiträge im  $s$ -,  $t$ - und  $u$ -Kanal, sowie vom 4-Punkt-Term erhält:

$$k_\mu \sum_{i=s,u,t,4} \mathcal{M}_{\gamma\varphi,i}^\mu = 0. \quad (3.23)$$

Da die Formfaktoren nun Funktionen des propagierenden Viererimpulses ( $q^2 = s, t, u$ ) sind, werden bei Berücksichtigung von Formfaktoren alle Terme in (3.23) unterschiedlich gewichtet und somit die Stromerhaltung verletzt.

Verschiedene Methoden zu ihrer Wiederherstellung wurden in der Literatur angegeben [NBL90, GR87, O89, HBMF97]. Dabei wird in den meisten Fällen, rein phänomenologisch, zuerst die Summe der Born-Terme  $\sum_{s,t,u} M_{\gamma N, mN}^\mu$  gebildet und diese dann mit einem gemeinsamen Formfaktor multipliziert [NBL90, BMK97], oder es wird versucht, die Eichinvarianz durch Einführung neuer Diagramme zu garantieren [GR87, O89, DS96, HBMF97].

Die beiden wichtigsten Verfahren zur Generierung der benötigten zusätzlichen Diagramme stammen von Ohta [O89] und Haberzettl [HBMF97]. Während im ersteren nach minimaler Substitution  $q_\mu \rightarrow q_\mu - eA_\mu$  der Einfluß der Formfaktoren auf die Kopplung an die Ladung vollständig aufgehoben wird, verbleibt beim zweiten Verfahren ein residualer Formfaktor  $\tilde{F}$ , der im Prinzip frei wählbar ist. Da aber  $\tilde{F}$  in einem mikroskopischen Modell aus  $F$  herleitbar sein sollte, folgen wir hier Haberzettl et al. und wählen als allgemeinsten Ansatz für  $\tilde{F}$ :

$$\tilde{F} = a_1 F(s) + a_2 F(u) + a_3 F(t), \quad a_1 + a_2 + a_3 = 1, \quad 0 \leq a_i \leq 1 \quad (3.24)$$

mit ansonsten frei wählbaren Faktoren  $a_i$ . Daß ein solcher Ansatz tatsächlich die Eichinvarianz garantiert, wird in Anhang D vorgeführt. Wie dort weiter gezeigt wird, liefern die beiden Verfahren [O89, HBMF97] unterschiedliche Ergebnisse für die Änderung der Kopplung an das anomale magnetische Moment. Dies ist jedoch nicht verwunderlich, da dieser Term in  $\mathcal{L}_{\gamma NN}$  nicht durch die WTI eingeschränkt wird und auch nicht durch minimale Substitution abgeleitet werden kann. Um die so eingeführte Modellabhängigkeit zu untersuchen, werden die Fits an die Photoproduktionsdaten unter Verwendung beider Ansätze durchgeführt.

### 3.3.3 Compton-Streuung

Während die Eichinvarianz in der Photoproduktion noch einen Dirac-Formfaktor  $F_2(q^2)$  in (3.17) zulassen würde, ergibt sich aus der Compton-Streuung als Eichbedingung (Anhang D)

$$F_2(k^2 = 0, q^2) = \kappa_N. \quad (3.25)$$

D.h., daß ohne die Einführung zusätzlicher Diagramme die Berücksichtigung eines Formfaktors für die Born-Terme durch die WTI (3.7) verboten ist.

### 3.4 Parameter des Modells

Nun gilt es, die freien Parameter dieses Modells durch Anpassung an experimentelle Daten zu extrahieren. Diese Parameter sind im einzelnen

- die Massen der Resonanzen, d.h. der Wert für  $m_R$  im Propagator;
- die Kopplungen der Resonanzen bzw. Mesonen, d.h. im Falle der Nukleon-Resonanzen die Zerfallsbreiten in die jeweiligen Endzustände  $\pi N$ ,  $\zeta N$ ,  $\eta N$ ,  $K\Lambda$ ,  $\gamma N$  sowie die zugehörigen  $z$ -Parameter und im Falle des Nukleons die Kopplung an die berücksichtigten Mesonen  $\pi$ ,  $\eta$ ,  $k$ ,  $\rho$ ,  $a_0$  und  $K^*$  (eine Ankopplung an das  $\zeta$  wurde hier nicht berücksichtigt);
- die Größen der Cutoffs  $\Lambda_i$ .

Bedingt durch die große Zahl der Nukleon-Resonanzen (vgl. Tab. 2.1) ergeben sich daraus sofort entsprechend viele Parameter (ca. 70 für die rein hadronischen Reaktionen). Dabei ist das Vorhandensein des größten Teils davon (Massen und Kopplungen) durch das in der Natur beobachtete Hadronenspektrum bereits vorgegeben. Im Prinzip sollte es möglich sein, Einschränkungen an die zulässigen Werte der Massen und Kopplungskonstanten aus einer zugrundeliegenden Theorie über den Aufbau der Mesonen und Hadronen abzuleiten. Dies ist aber z.Z. erst in Ansätzen möglich [CR94, GR96, BIL97] und die Abweichungen von den gemessenen Werte für die Zerfallsbreiten können durchaus in der Größenordnung 2-5 liegen. Es gibt daher keine andere Möglichkeit, als die Parameter durch einen Fit an exp. Daten zu bestimmen und die so gewonnenen Werte dann umgekehrt als Einschränkungen für Strukturmodelle der Mesonen und Baryonen zu verwenden. Das bedeutet aber auch, daß andere Modelle für die hier betrachteten Reaktionen eine zumindest ähnlich große Zahl von freien Kopplungskonstanten aufweisen müssen.

	Berücksichtigte Kanäle	L	I	Resonanzen	Parameter	Hintergrund
Diese Arbeit	$\pi N$ , $\zeta N$ , $\eta N$ , $K\Lambda$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$	11	68	12
Batinic et al.	$\pi N$ , $\eta N$	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	9	90	54

**Tab. 3.2:** Vergleich des hier verwendeten Modells mit dem aus [BDSSNL97] für Energien  $\leq 1.9$  GeV. L gibt dabei den maximal berücksichtigten Drehimpuls und I die betrachteten Isospinkanäle an.

Gerade um die Parameter, soweit möglich, auf die Massen und Kopplungen der Resonanzen einzuschränken, wird in dieser Arbeit der nichtresonante Hintergrund der einzelnen Partialwellen durch die gleichen Lagrangefunktionen wie die der Resonanzterme erzeugt. Dies ist in anderen Modellen [NBL90, BDSSNL97] nicht der Fall, so daß dort noch eine Vielzahl weiterer Fitparameter zur Beschreibung der Hintergrundbeiträge benötigt wird.

Dies zeigt sich deutlich durch den in Tabelle 3.2 gezeigten Vergleich mit dem Modell von Batinic et al. [BDSSNL97]. Aus der Aufstellung ergibt sich sofort, daß für diesen Energiebereich ( $\leq 1.9$  GeV) im Modell von Batinic et al. die Zahl der Hintergrundparameter die Zahl der Resonanzparameter übersteigt. Etwas ausgeglichener wird dieses Verhältnis (64 von insg. 132) für den dort angegebenen Fit bis  $\sqrt{s} = 2.5$  GeV. Dabei ist aber zu beachten, daß in dem hier verwendeten Modell die Zahl der Hintergrundparameter nicht durch die Hinzunahme höherer Partialwellen anwächst, da sie im wesentlichen von der Zahl der im  $t$ -Kanal berücksichtigten Mesonen bestimmt wird. Somit erlaubt die hier durchgeführte dynamische Erzeugung der nichtresonanten Terme durch die  $u$ - und  $t$ -Kanal Diagramme eine drastische Reduzierung der freien Parameter.

# Kapitel 4

## Hadronische Reaktionen

In diesem Kapitel soll nun der Versuch unternommen werden, die hadronischen Parameter des Modells durch Anpassung an die experimentellen Daten der verschiedenen Reaktionen zu extrahieren. Da die Qualität und der Umfang der Datenbasen zwischen den einzelnen Kanälen stark variiert, werden dazu zunächst alle benutzten Messungen und schon bekannte und leicht festzustellende Inkompatibilitäten aufgeführt und gezeigt, wie diese durch unterschiedliche Gewichtungen einzelner Datensätze berücksichtigt werden. Die Qualität der durchgeführten Anpassungen wird dann bezüglich der einzelnen Reaktionskanäle und der gefundenen Resonanzparameter diskutiert. Dabei werden die gefundenen Parametersätze mit den Ergebnissen anderer Arbeiten verglichen.

### 4.1 Datenbasis

Grundsätzlich können natürlich alle der hier verwendeten Daten direkt aus den Referenzen entnommen werden. Da dies aber sehr zeitaufwendig und fehleranfällig ist, sei auf zwei leicht zugängliche Stellen im Internet verwiesen, bei denen sich fast alle Datenpunkte auf elektronischem Wege finden lassen:

- VPI-Analysen: <http://clsaid.phys.vt.edu/~CAPS>
- sonstige exp. Daten: <http://durpdg.dur.ac.uk/HEPDATA>

#### 4.1.1 Partialwellenanalysen

Da in dieser Arbeit, soweit vorhanden, die Ergebnisse verschiedener Partialwellenanalysen verwendet werden, sei hier kurz auf das Prinzip einer solchen Analyse eingegangen. Es geht dabei in allen Kanälen darum, die in Anhang G aufgelisteten Zusammenhänge zwischen den Partialwellen und den Observablen zu invertieren. Dazu ist es notwendig, Daten zu sämtlichen Observablen sowohl energie- als auch winkeldifferentiell zur Verfügung zu haben. Nur dann ist es möglich, auch die höheren Partialwellen zu bestimmen und zusätzlich zu überprüfen, ob die verschiedenen Dispersions-Relation zwischen den Amplituden erfüllt sind.

Dabei werden i.a. zwei Lösungen für die Partialwellen generiert, nämlich eine energieabhängige und eine Einzelenergie-Lösung. Dabei wird in der ersteren für die Amplituden eine energieabhängige Funktion gewählt und diese an die experimentellen Daten angepaßt. Durch geeignete Wahl dieser Funktion wird die Analytizität und die Unitarität der Rechnung garantiert. In einem zweiten Schritt werden dann die einzelnen Amplituden für bestimmte Energien *separat* an die Daten angepaßt. Als Startpunkt dieser Fits dient dabei jeweils die energieabhängige Lösung. Somit spiegeln die Einzelenergie-Lösungen in ihren Fehlerbalken die Streuung der experimentellen Daten für eine bestimmte Energie wieder.

Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit (wenn vorhanden) an diese Einzelenergie-Amplituden angepaßt. Weiterhin sind die so bestimmten Partialwellen unabhängig von evtl. Modellabhängigkeiten bei der Wahl der Funktionen, die bei der Gewinnung der energieabhängige Lösung benutzt wurden. Eine solche Modellabhängigkeit ließe sich natürlich am einfachsten vermeiden, wenn man direkt an die experimentellen Daten der einzelnen Reaktionen anpaßt. Dies ist aber technisch z.Z. nur schwer möglich, da die große Zahl von zu berücksichtigenden Datenpunkten einen sinnvollen Fit aus Rechenzeitgründen nicht gestattet.

#### 4.1.2 $\pi N \rightarrow \pi N$

Aufgrund der großen Datenbasis können für diesen Kanal Partialwellenzerlegungen (PWA's) durchgeführt werden. Die Ergebnisse zweier davon sollen hier benutzt werden, nämlich die ältere Analyse von Höhler et al. (KA84, [KA84]) und die aktuelle Version der VPI-Gruppe (SM95, [SM95])<sup>1</sup>.

Kürzlich hat Höhler vorgeschlagen (s. [BDSSNL97]), im  $S_{11}$ -Kanal unterhalb der  $\eta N$ -Schwelle die Ergebnisse der SM95-PWA zu verwenden, um neue experimentelle Daten zu berücksichtigen. Dieser Vorschlag wird auch in dieser Arbeit aufgegriffen und es werden Fits unter Berücksichtigung beider Analysen durchgeführt. So läßt sich die Abhängigkeit der extrahierten Resonanzparameter auf den experimentellen Input testen.

Leider handelt es sich bei KA84 um eine sog. energieabhängige Lösung, bei der eine bestimmte funktionale Form an die Daten angepaßt wird. Daher ist diese Lösung auch nicht mit Fehlern versehen, im Gegensatz zur Einzelenergie-Lösung SM95, bei der für jeden Energie-Bin die Partialwellen unabhängig bestimmt werden. Da die Kenntnis der Fehler aber zum Fitten unerlässlich ist, haben Batinic et al. einen Fehler angenommen, der linear mit der Energie anwächst [BDSSNL97]. Hier soll nun eine andere Beschreibungsweise angewendet werden, die von einem Fehler  $\approx 3\%$  ausgeht:

$$\Delta T_\alpha(W_i) \equiv \max(0.03 T_\alpha(W_i), 0.015). \quad (4.1)$$

Nur wenn die Fehler der beiden Analysen in ähnlichen Größenordnungen sind, ist ein Vergleich der resultierenden  $\chi^2$ -Werte überhaupt sinnvoll. Die genauen Werte in (4.1)

---

<sup>1</sup>Vor kurzem hat die VPI-Gruppe eine neue Analyse SP98 veröffentlicht, die aber keine Verwendung findet. Es wäre aber wünschenswert, die hier durchgeführten Anpassungen mit den neuen Daten zu wiederholen.

haben dabei keinen großen Einfluß auf die gefundenen Parameter, sie skalieren im wesentlichen nur die resultierenden  $\chi^2$ -Werte.

Um die Abhängigkeit von einer Partialwellenanalyse zu vermeiden, wäre es natürlich wünschenswert, direkt an die Daten zum differentiellen Wirkungsquerschnitt und zu den einzelnen Polarisationsobservablen anzupassen, dies ist aber aus Gründen der Rechenzeit praktisch nicht durchzuführen.

Zusätzlich zu den Partialwellen kann im Prinzip auch der sog. *Speed* (vgl. Abschnitt 4.3.3)

$$Sp(W) = \left| \frac{dT(W)}{dW} \right|, \quad W = \sqrt{s} \quad (4.2)$$

angepaßt werden. Dies hat den Vorteil, daß die stark energieabhängigen Resonanzbeiträge im Vergleich zum nur schwach variierenden Hintergrund im Speed stärker hervorgehoben sind. Außerdem gibt  $Sp(W)$  die ‘Lebensdauer’ des angeregten Zwischenzustandes [GW64] an und somit Aufschluß über die Resonanzposition in Gegenwart eines beliebigen Hintergrundbeitrages. Deshalb wird diese Größe in einigen Arbeiten in den Fits zusätzlich berücksichtigt. Der Nachteil dabei aber ist, daß für  $T(W)$  nur die stetig differenzierbaren, *energieabhängigen* Partialwellenlösungen in (4.2) verwendet werden können. Zu deren Extraktion aus den experimentellen Daten wird aber ein Modell zur Unitarisierung der Amplituden benötigt. Um diese zusätzliche Modellabhängigkeit auszuschließen, wird in dieser Arbeit der Speed  $Sp(W)$  daher nicht im Fit verwandt. Da alle Hintergrundbeiträge in dem hier verwendeten Modell durch den gleichen Mechanismus wie die Resonanzterme erzeugt werden, ist dies zugleich ein guter Test, ob alle wichtigen nichtresonanten Beiträge korrekt berücksichtigt wurden.

### 4.1.3 $\pi N \rightarrow \pi\pi N$

Hier wird die Partialwellenanalyse von Manley und Saleski [MS92] benutzt. Da in dieser Arbeit der  $\pi\pi$ -Endzustand durch ein skalares, isovektorielles  $\zeta$ -Meson beschrieben wird, ist eine quantitative Übereinstimmung mit den Daten für die einzelnen Partialwellen nicht zu erwarten. Um aber trotzdem die Informationen der PWA benutzen zu können, wird an den in [MS92] ebenfalls angegebenen totalen Streuquerschnitt  $\sigma_{\pi N \rightarrow \pi\pi N}$  der einzelnen Partialwellen angefügt. Selbst für diese, über die jeweils möglichen  $\pi\pi N$ -Drehimpulszustände summierte Größe, ist nur eine qualitative Übereinstimmung zu erwarten, da z.B. das Schwellenverhalten und der Phasenraum für einen 3-Körper Endzustand anders sind als für die hier benutzte  $\zeta N$ -Konfiguration. Sichergestellt wird so aber, daß der in der  $\pi N$ -Streuung induzierte Imaginärteil durch  $\pi\pi N$ -Zwischenzustände in der richtigen Größenordnung berücksichtigt wird und auch in den anderen Streuprozessen dieser Zwischenzustand dynamisch enthalten ist.

Um abschätzen zu können, ob Unvereinbarkeiten zwischen den  $\pi N$ -PWA’s und den  $\pi\pi N$ -Daten existieren, wird jeweils noch der aus der KA84- bzw. SM95-Analyse extrahierte inelastische Wirkungsquerschnitt betrachtet. Dieser ist eine Funktion der Inelastizität  $\eta$ , die aus  $T_{\pi\pi}$  bestimmt werden kann:

$$\sigma_{inel} \sim 1 - \eta^2 = \text{Im}(T_{\pi\pi}) - |T_{\pi\pi}|^2. \quad (4.3)$$

In Abwesenheit anderer Endzustände als  $\pi N$  und  $\pi\pi N$  sollte  $\sigma_{inel} = \sigma_{\pi N \rightarrow \pi\pi N}$  gelten,

da es dann nur diesen inelastischen Kanal gibt. Diese Bedingung ist unterhalb der  $\eta N$ -Schwelle gut erfüllt, da es hier nur Beiträge von Kanälen wie  $\pi\pi\pi N$  geben könnte. Findet man also in diesem Energiebereich (1.22 - 1.49 GeV) Abweichungen zwischen den beiden Wirkungsquerschnitten, ist dies ein deutlicher Hinweis auf Inkompatibilitäten zwischen der jeweiligen  $\pi N$ - und  $\pi\pi N$ -Analyse. Für alle Isospin- $\frac{3}{2}$ -Kanäle gilt dies sogar in einem weiteren Bereich, da hier erst der  $K\Sigma$ -Kanal als weitere Quelle der Inelastizität in Frage kommt. Wie aus der Abbildung 2.2 zu erkennen ist, ist die Summe der Wirkungsquerschnitte der Reaktionen  $\pi^- p \rightarrow \eta N, K\Lambda, K\Sigma$  stets kleiner als 3 mb für alle Energien, bzw. kleiner als 1 mb für Isospin- $\frac{3}{2}$ -Kanäle. D.h., daß diese zusätzlichen inelastischen Kanäle keine größeren Abweichungen zwischen  $\sigma_{inel}$  und  $\sigma_{\pi N \rightarrow \pi\pi N}$  erklären können.

Ein Blick auf die Abbildungen 4.12 und 4.13 zeigt sowohl erwartete Abweichungen aufgrund weiterer Reaktionskanäle ( $S_{11}$  um 1.5 GeV durch  $\eta N$  und  $P_{11}$  um 1.7 GeV durch  $K\Lambda$ ), als auch offensichtliche Diskrepanzen in den Analysen. Diese sind im besonderen:

- fehlendes  $\sigma_{\pi N \rightarrow \pi\pi N}$  im  $P_{13}$ -Kanal,
- zu großes  $\sigma_{\pi N \rightarrow \pi\pi N}$  in den Kanälen  $S_{31}, P_{33}$  und  $D_{33}$  im Vergleich zur KA84-PWA,
- zu großes  $\sigma_{\pi N \rightarrow \pi\pi N}$  im  $S_{31}$ -Kanal im Vergleich zur SM95-PWA.

Daran kann man zum einen noch einmal die Unterschiede zwischen den Analysen KA84 und SM95 erkennen, zum anderen zeigt sich schon hier eine Beschränkung an die Qualität der Fits. Es wird in den genannten Kanälen ( $S_{31}, P_{33}$  und  $D_{33}$ ) sicher nicht möglich sein, die Daten aus  $\pi N \rightarrow \pi N$  und  $\pi N \rightarrow \pi\pi N$  gleichzeitig zu beschreiben, da diese dort in offensichtlichem Widerspruch stehen.

#### 4.1.4 $\pi^- p \rightarrow \eta n$

Bei der Anpassung werden die Daten zum totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitt einer Vielzahl von Messungen berücksichtigt [Dei69, Bul69, Ric70, Deb75, Fel75, Bro79]. Da die in den Veröffentlichungen angegebenen Daten meist keine systematischen Fehler enthalten, muß dieser nachträglich hinzuaddiert werden. Auch zeigt sich, daß die verschiedenen Messungen z.T. untereinander nicht verträglich sind (siehe z.B. 1.507, 1.513 sowie 1.530 und 1.900 GeV in Abbildung 4.15). Um diese Unterschiede zu berücksichtigen, haben Batinic et al. [BDSSNL97] nach einer sorgfältigen Bewertung der einzelnen Messungen folgende Gewichtung der einzelnen Datensätze vorgeschlagen, die auch hier Verwendung findet:

- Ein systematischer Fehler von 0.01 mb/sr wird allen differentiellen Wirkungsquerschnitten hinzugefügt. Das statistische Gewicht wird zusätzlich dadurch reduziert, daß ein minimaler Gesamtfehler von 0.02 mb/sr bzw. 10% angesetzt wird.
- Die Ergebnisse von Brown et al. [Bro79] für die Energien 1.511, 1.542 und 1.571 GeV werden nicht berücksichtigt, da es bei diesen Energien anscheinend zu einem Fehler in der Energiekalibrierung gekommen ist.

- Die Daten aus Richards et al. [Ric70] bei 1.507 GeV werden mit einem zusätzlichen systematischen Fehler von 0.04 mb/sr versehen, da der aus ihnen gewonnene totale Wirkungsquerschnitt in offensichtlichem Widerspruch zu allen anderen Ergebnissen und Modellrechnungen steht.
- Aus ähnlichen Gründen werden alle Daten aus Debenham et al. [Deb75] mit einem zusätzlichen Fehler von 0.02 mb/sr versehen.

Die wenigen existierenden Daten zum Polarisationswirkungsquerschnitt wurden nicht berücksichtigt, da sie auf den differentiellen Wirkungsquerschnitten von Brown et al. [Bro79] aufbauen, die aber selbst schon mit einem großen zusätzlichen Fehler zu versehen sind. Außerdem gibt es keine systematischen Messungen dieser Observablen über den hier betrachteten Energiebereich.

#### 4.1.5 $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda$

Bei der  $K^0$ -Produktion werden zwei Messungen aus [Bak78, Sax80] berücksichtigt, in denen sowohl der differentiellen Wirkungsquerschnitt als auch die  $\Lambda$ -Polarisation bestimmt wurden. Dabei ist der Fehler bei letzterer allerdings so groß (Abb. 4.17), daß die Polarisationsdaten bei den Fits praktisch keinen Einfluß auf die extrahierten Parameter haben.

Aus demselben Grund wurde eine weitere Messung von Knastel et al. [Kna75] in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Zum Vergleich mit den anderen Datensätzen ist sie aber in den Abbildungen 4.1 und 4.17 mit dargestellt.

Verschiedene Autoren haben versucht, mit diesen Datensätzen Partialwellenanalysen durchzuführen [WL71, Bak78, Sax80, Bel83, SZ89]. Die Ergebnisse dieser Studien werden hier nicht benutzt, da die einzelnen Resultate aufgrund der spärlichen Datenbasis z.T. stark voneinander abweichen. Außerdem sind die PWA's modellabhängig, da Annahmen über die beitragenden Resonanzen und Partialwellen in die Analysen eingehen.

#### 4.1.6 Probleme beim Fit an Wirkungsquerschnitte

Bei dem Fit an gemessene Wirkungsquerschnitte ( $\pi^- p \rightarrow \eta n$  und  $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda$ ) ergibt sich eine weitere Fehlerquelle dadurch, daß es hier resonante Beiträge in höheren Partialwellen als  $l = 2$  geben kann, die in dem hier verwendeten Modell nicht berücksichtigt werden. Erwähnenswert sind dabei besonders die  $D_{15}(1675)$ - und die  $F_{15}(1680)$ -Resonanzen. Dies kann dazu führen, daß die in den Fits gefundenen Kopplungskonstanten z.T. die fehlenden Resonanzbeiträge zu kompensieren suchen und nicht die reine Zerfallsbreite widerspiegeln. Ohne eine Partialwellenanalyse auch für diese Reaktionen ist dieser Effekt aber nicht zu vermeiden.

Um wenigstens den Beitrag aller hier berechneten Diagramme vollständig zu berücksichtigen, wurden die Partialwellenzerlegung jeweils bis  $l = 5$  durchgeführt und daraus dann die Wirkungsquerschnitte berechnet.

## 4.2 Vergleich mit den experimentellen Daten

Um die Berechnung der Partialwellen aus den einzelnen Feynman-Diagrammen zu testen, wurden sowohl interne als auch externe Checks durchgeführt. Dazu wurden die numerischen Ergebnisse mit den analytischen Resultaten von Hachenberger und Pirner [HP78] zur  $\pi N$ -Streuung, sowie den Rechnungen von Deutsch-Sauermann et al. [DS96] und Pascalutsa und Scholten [PS95] verglichen. Wichtig ist dabei besonders die Überprüfung des nichtresonanten Hintergrundes, da sich durch die Berechnung der  $K$ -Matrix, mit anschließender Invertierung, Konsistenzbedingungen zwischen den einzelnen Resonanzbeiträgen ergeben. Dies kann man leicht verstehen, da sich die  $s$ -Kanal Beiträge zur  $K$ -Matrix in einer Reaktion  $i \rightarrow f$  stets in Breit-Wigner Form schreiben lassen:

$$K_{fi}^\alpha = \frac{-m_R \sqrt{\Gamma_f^\alpha(s) \Gamma_i^\alpha(s)}}{s - m_R^2}, \quad (4.4)$$

d.h. die  $K$ -Matrix hat einen Pol auf der Resonanzposition. Bei der Berechnung der  $T$ -Matrix unter Benutzung von (2.14) heben sich diese divergenten Beiträge weg und die resultierende Amplitude zeigt einen glatten Verlauf. Deshalb würde sich jeder Fehler in der Berechnung der  $K_{fi}^\alpha$ 's als Pole in  $T^\alpha$  bemerkbar machen. Das Vorzeichen der Kopplungen an die Zustände  $i$  und  $f$  ist dabei noch beliebig und kann daher sowieso nur relativ zu den anderen Beiträgen zur selben Reaktion bestimmt werden.

Die Fits wurden unter Benutzung des Levenberg-Marquardt-Algorithmus' durchgeführt. Die gewählte Implementierung war dabei eine abgewandelte Version der IMSL-Routine ZXSSQ [IMSL]. Für eine Reihe zufälliger Anfangsparameter wurde jeweils das lokale Minimum bestimmt und der beste dieser Fits als globales Minimum akzeptiert. Dabei wurden die Parameter normalerweise in den im PDG [PDG96] angegebenen Bereichen variiert. Für die  $z$ -Parameter wurde als erlaubter Bereich  $-2 \leq 1/2(1+2z) \leq 2$  gewählt. Nur wenn sich in den Fits Lösungen ergaben, die am Rande eines Parameterintervalls lagen, wurde ein erweiterter Bereich zugelassen. Die endgültigen Parameter wurden dann als Startpunkt weiterer Fits unter Benutzung zweier anderer Algorithmen benutzt. Damit sollte sichergestellt werden, daß es sich bei den Parametersätzen tatsächlich um ein globales Minimum handelt. Natürlich ist nicht auszuschließen, daß es noch eine bessere Wahl der Parameter gibt, aber die relative Stabilität der Ergebnisse unter Benutzung verschiedener Verfahren und die relativ kleinen  $\chi^2$ -Werte lassen vermuten, daß kaum noch quantitative Verbesserungen ( $> 10\%$ ) möglich sind.

In den Tabellen 4.8 - 4.11 sind die hier gefundenen Parameterwerte aufgelistet. Insgesamt wurden sechs Parametersätze extrahiert, und zwar für folgende Kombinationen der Formfaktoren:

- $F_p$  bei den Kopplungen des Nukleons, der Resonanzen und der  $t$ -Kanal Beiträge,
- $F_e$  bei den Kopplungen des Nukleons, der Resonanzen und der  $t$ -Kanal Beiträge und
- $F_p$  bei den Kopplungen des Nukleons und der Resonanzen,  $F_t$  bei den  $t$ -Kanal Beiträgen.

Die Nomenklatur ist dabei wie folgt: KA84 bzw. SM95 geben an, welche PWA der  $\pi N$ -Streuung in den Fits benutzt wurde. Die folgenden beiden Buchstaben bezeichnen die im  $s$ - und  $t$ -Kanal verwendeten Formfaktorparametrisierungen. So bedeutet z.B. SM95-pt, daß an die Ergebnisse der PWA aus [SM95] angepaßt wurde und an den Vertizes der propagierenden Hadronen ein Formfaktor  $F_p(q^2)$  verwendet wurde, während die Beiträge der  $t$ -Kanal Diagramme mit  $F_t(q^2)$  gewichtet wurden.

Betrachtet man nur die gefundenen  $\chi^2$ -Werte (Tab. 4.7), so scheint es, als ob die Benutzung der KA84-PWA zu besseren Fits führt. Dies ist aber nicht der Fall, sondern die unterschiedlichen  $\chi^2$ -Werte spiegeln lediglich die Tatsache wider, daß die Einzelenergie-Lösung SM95 stärker streut als die energieabhängige Lösung KA84. Daß beide Fits tatsächlich von vergleichbarer Qualität sind, zeigt sich in den Plots und auch in den sehr ähnlichen Werten von  $\chi^2/NF$  für die einzelnen Kanäle.

		KA84-pp [fm]	SM95-pt [fm]	Others [fm]
$\pi N$	$a_1$	0.180	0.168	$0.247^a, 0.246^b, 0.252^c$
	$r_1$	-2.430	-3.062	–
	$a_3$	-0.114	-0.142	$-0.144^a, -0.130^b, -0.143^c$
	$r_3$	13.300	7.668	–
$\eta N$	$a_1$	$0.487 + i0.171$	$0.577 + i0.216$	$0.51 + i0.21^d$ $0.717(30) + i0.263(25)^e$ $0.751(43) + i0.274(28)^f$
	$r_1$	$-6.060 - i0.177$	$-2.807 - i0.057$	$-1.496(134) - i0.237(37)^f$
$K\Lambda$	$a_1$	$0.065 + i0.040$	$0.048 + i0.030$	–
	$r_1$	$-15.930 - i8.252$	$-24.324 - i13.853$	–

**Tab. 4.1:**  $\pi N$ -,  $\eta N$ - und  $K\Lambda$ -Streulängen der verschiedenen Fits im Vergleich zu den Ergebnissen anderer Arbeiten,  $a$ : [EW88],  $b$ : [SM95],  $c$ : [KA84],  $d$ : [DS96],  $e$ : [BDSSNL97],  $f$ : [GW97]. Die Zahlen in Klammern geben den absoluten Fehler an.

Wie in Tabelle 4.1 zu sehen, sind die extrahierten Streulängen in Übereinstimmung mit den Werten anderer Gruppen. Dort aufgelistet ist neben der Streulänge  $a_I$  auch noch der Streuradius  $r_I$ , der die Änderung von  $a_I$  mit der Energie angibt [GW64]:

$$|\mathbf{q}| \left( \frac{1}{S_{1I}} + i \right) \approx \frac{1}{a_I} + \frac{1}{2} r_I |\mathbf{q}|^2. \quad (4.5)$$

Dabei bezeichnet  $\mathbf{q}$  den Dreierimpuls des Mesons. Die Abweichung von den gut bekannten  $\pi N$ -Werten rührt daher, daß in den hier durchgeführten Anpassungen immer über den ganzen Energiebereich gefittet wird und die Schwellenregion nicht besonders gewichtet wird. Da sowohl die Schwellenamplituden wie auch der nichtresonante Hintergrund im  $\pi N$ -Kanal durch die Born-Terme und den  $\rho$ -Beitrag dominiert werden, beeinflußt das Hochenergieverhalten dieser Amplituden auch die gefundenen  $\pi N$ -Streulängen. Diese ‘Rückkopplung’ wird in einem späteren Abschnitt (4.3.1) noch ausführlicher diskutiert.

Im  $\eta N$ -Kanal finden wir durchweg etwas niedrigere Werte für die Streulänge, aber größere Streuradien als andere Gruppen [BDSSNL97, GW97]. Dies deutet darauf hin, daß unsere  $S_{11}$ -Partialwelle nicht so stark ansteigt wie in anderen Rechnungen.

Um die verschiedenen Fits im Detail zu vergleichen, sollen nun zuerst die berücksichtigten Reaktionskanäle betrachtet und dann auf die Parameter der einzelnen Resonanzen näher eingegangen werden.

### 4.2.1 $\pi N \rightarrow \pi N$

Hier führen alle Formfaktoren sowohl für die KA84- als auch die SM95-PWA zu vergleichbar guten Fits (Abbn. 4.8 - 4.11). Deshalb werden nur in den Kanälen  $S_{11}$ ,  $D_{13}$  und  $P_{33}$  die Ergebnisse aller drei Fits wiedergegeben. In den anderen Kanälen ist der Unterschied eher noch geringer. Insgesamt werden die in den Daten vorhandenen Strukturen gut wiedergegeben, woraus sich schließen läßt, daß alle Resonanzen in dem hier betrachteten Energiebereich berücksichtigt wurden.

Einzig im  $P_{31}$ -Kanal sieht man ab 1.6 GeV den zusätzlichen Beitrag einer Resonanz von ca. 1.9 - 2.0 GeV Masse. Da eine sichere Extraktion der Kopplungen dieser Resonanz durch einen Fit an nur eine Flanke nicht möglich ist, wurden die Streuphasen in diesem Kanal nur bis zur Energie 1.6 GeV angepaßt. Auch im  $S_{31}$ -Kanal gibt es Hinweise auf eine höherliegende Resonanz, die aber aus den gleichen Gründen nicht berücksichtigt wurde. Da es natürlich in allen Kanälen Beiträge von Resonanzen jenseits des hier betrachteten Energiebereichs geben kann, ist es klar, daß die Fits i.a. die Daten für Energien  $> 1.8$  GeV nicht vollständig beschreiben können.

Auffällig ist, daß jeweils die  $S_{I1}$ - und  $P_{I1}$ -Kanäle besser beschrieben werden, als die Kanäle  $P_{I3}$  und  $D_{I3}$ . Da in den ersten beiden jeweils Spin- $\frac{1}{2}$ -Resonanzen den resonanten Beitrag liefern, kann dies als Hinweis darauf gesehen werden, daß die Beschreibung der Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen nicht vollständig korrekt ist. Insbesondere die gleiche Parametrisierung der Formfaktoren für Spin- $\frac{1}{2}$ - und Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen mag eine zu starke Einschränkung sein. Aber auch der vernachlässigte Beitrag von Resonanzen mit Spin  $\geq \frac{5}{2}$  kann hier einen starken Einfluß haben. Wie man in Abbildung 4.3 sieht, liefern die Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen offshell durchaus relevante Beiträge zu den korrespondierenden Spin- $\frac{1}{2}$ -Kanälen (z.B.  $D_{13}$  in  $S_{11}$  und  $P_{33}$  in  $S_{31}$ ). Durch die in Abschnitt 3.1.3 erläuterten  $z$ -Parameter in den  $R_{3/2}N\varphi$ -Kopplungen können diese Beiträge zwar verändert, aber nicht vollständig unterdrückt werden. Gleiches gilt nun natürlich auch für den Beitrag der Spin- $\frac{5}{2}$ -Resonanzen in den Spin- $\frac{3}{2}$ -Kanälen. Somit ist nicht klar zu unterscheiden, ob eine ungenügende Parametrisierung des Formfaktors oder der fehlende Beitrag von Resonanzen mit höherem Spin für die gefundenen Abweichungen verantwortlich ist.

In den Abweichungen ist aber eine gewisse Systematik zu erkennen: unterhalb der Resonanzposition sind die berechneten Amplituden durchweg kleiner als die experimentellen Werte (z.B.  $D_{13}(1520)$ , Abb. 4.8), während es so aussieht, als würden die Resonanzbeiträge oberhalb der Resonanzposition nicht schnell genug abfallen (z.B.  $P_{33}(1232)$ , Abb. 4.9). Dies deutet darauf hin, daß eine bessere Beschreibung möglich wäre, wenn man statt der hier verwendeten symmetrischen Formfaktoren  $F_p$  und  $F_e$  eine Parametrisierung benutzt hätte, die asymmetrisch um die Resonanzposition ist.

Ein solcher Ansatz wäre damit auch näher an der ansonsten oft benutzten Form (Tab. 3.1):

$$F_q = \left( \frac{\mathbf{q}_R^2 + \Lambda^2}{\mathbf{q}^2 + \Lambda^2} \right)^\alpha. \quad (4.6)$$

Möglicherweise könnten unter Benutzung eines Formfaktors ähnlich (4.6) die Parameter der Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen verlässlicher extrahiert werden. Daher wäre es wünschenswert, die hier durchgeführten Anpassungen mit einem asymmetrischen Formfaktor zu wiederholen.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß beide Partialwellenanalysen in unserem Modell gleich gut reproduziert werden können. Die Unterschiede zwischen beiden (z.B.  $S_{11}$  für Energien  $\approx 1.55$  GeV) führen zwar zu leicht unterschiedlichen Resonanzparametern, aber der daraus resultierende systematische Fehler ist kleiner, als der durch die verschiedenen Formfaktoren induzierte.

#### 4.2.2 $\pi N \rightarrow \pi\pi N$

Wie schon eingangs dieses Kapitels erwähnt, ist eine quantitative Reproduktion der Daten dieser Reaktion nicht zu erwarten. Trotzdem ist es wichtig, zu überprüfen, ob es größere Abweichungen in den einzelnen Partialwellen gibt, da dies z.B. auf nicht berücksichtigte Resonanzen hindeuten könnte.

Bei diesem Vergleich mit den Daten finden sich erstaunlich gute Übereinstimmungen auch in Partialwellen, in denen mehr als eine Resonanz mit nicht zu vernachlässigender  $\pi\pi N$ -Zerfallsbreite berücksichtigt wurde ( $S_{11}$ ,  $P_{11}$ ,  $D_{13}$ ,  $S_{31}$  und  $P_{33}$ ). Eine Erklärung dafür wäre, daß für diese Resonanzen jeweils nur *einer* der möglichen Zwischenzustände (z.B.  $\pi N \rightarrow \pi\Delta \rightarrow \pi\pi N$  oder  $\pi N \rightarrow \rho N \rightarrow \pi\pi N$ ) den dominanten Beitrag liefert. In diesem Falle ist nämlich die hier verwendete Beschreibung des  $\pi\pi$ -Endzustandes durch ein effektives  $\zeta$ -Meson am ehesten gerechtfertigt, da man dann nicht das Problem der unterschiedlichen Energieabhängigkeiten der einzelnen Reaktionskanäle hätte. Desweiteren zeigt sich, daß die gefundenen Partialbreiten für Resonanzen mit dominierendem  $\pi\pi N$ -Zerfall in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus [MS92] sind, die Werte der Resonanzmassen aber z.T. stark abweichen. Siehe dazu auch die Diskussion der gefundenen Resonanzkopplungen in Abschnitt 4.3.2 dieses Kapitels.

Auffällig ist die Abweichung im  $P_{13}$ -Kanal. Hier können die Daten bei keiner Wahl der Parameter beschrieben werden. Manley und Saleski [MS92] finden in ihrer Analyse in diesem Kanal erst ab ca. 1.7 GeV einen nichtverschwindenden Wirkungsquerschnitt, während die aus der  $\pi N$ -Streuung bestimmte Inelastizität bereits für niedrigere Energien von Null verschieden ist. Wie im  $S_{11}$ -Kanal weist eine solche Abweichung auf einen weiteren Zerfallskanal neben  $\pi\pi N$  hin. In [MS92] wird deswegen eine Ankopplung an  $\omega N$  berücksichtigt. Da dies hier nur für die  $P_{13}(1720)$ -Resonanz der Fall wäre, wird in dieser Arbeit kein weiterer Reaktionskanal eingeführt, sondern die Parameter der  $P_{13}(1720)$  ohne Berücksichtigung der  $\pi\pi N$ -Daten bestimmt. Die Kopplung an den  $\pi\pi N$ -Kanal ist daher nur durch die Inelastizität der  $\pi N$ -Streuung bestimmt. Desweiteren wäre die Einführung von  $\omega N$  willkürlich, da auch andere Zerfallskanäle (z.B.  $\rho\Delta$ ) in Frage kämen.

### 4.2.3 $\pi^- p \rightarrow \eta n$

Alle hier extrahierten Parametersätze beschreiben den totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitt vergleichbar gut (Abbn. 4.14 und 4.15). Lediglich für Energien  $> 1.7$  GeV ergeben sich systematische Abweichungen von den Daten. Dabei ist aber zu berücksichtigen, daß die Messung von Brown et al. [Bro79] aus den bereits genannten Gründen nur mit erhöhtem systematischen Fehler eingeht. Abweichungen von diesen mit ( $\square$ ) gekennzeichneten Daten spiegeln sich daher nur in geringem Maße in einem erhöhten  $\chi^2$ -Wert wider. Am deutlichsten wird dies bei 1.513 GeV, wo alle Fits die sehr niedrig liegenden Datenpunkte verfehlen. Eine ähnliche Diskrepanz wird auch in der Rechnung von Batinic et al. [BDSSNL97] festgestellt und man kommt dort zu dem Ergebnis, daß keine ‘glatte’ Parametrisierung der Resonanzbeiträge diese Daten reproduzieren kann, wenn die benachbarten Energiewerte weiterhin genauso gut beschrieben werden sollen.

Die Abweichungen bei den höheren Energien mögen von zusätzlichen  $S_{11}$ - und  $P_{11}$ -Resonanzen herrühren, wie sie von Batinic et al. gefunden werden. Durch ihre hohe  $\eta N$ -Partialbreiten würden sie in dieser Reaktion einen wichtigen Beitrag liefern. Leider handelt es sich bei den Daten zu höheren Energien fast ausschließlich um die Ergebnisse von Brown et al. [Bro79]. Da für diese die Fehler am stärksten vergrößert wurden, wären die Parameter der zusätzlichen Resonanzen nicht sonderlich gut bestimmt. Trotzdem könnte die Reaktion  $\pi^- p \rightarrow \eta n$  ein geeigneter Kanal sein, um nach Resonanzen mit nur schwacher Ankopplung an  $\pi N$  zu suchen. Um eine solche Suche durchzuführen, müßte allerdings der zulässige Energiebereich dieses Modells vergrößert werden, um die Parameter von Resonanzen mit einer Masse von 1.9 - 2.0 GeV verlässlich extrahieren zu können. Da ca. 5 - 6 Resonanzen zu dieser Reaktion beitragen, sind bessere Daten zum differentiellen Wirkungsquerschnitt und zu den Polarisationsobservablen unerlässlich, um die Beiträge der einzelnen Resonanzen sicher trennen zu können.

Zusätzlich zu dem totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitt zeigen wir in Abbildung 4.16 noch die aus unserem Modell extrahierten Partialwellen<sup>2</sup>. Die Übereinstimmung zwischen den verschiedenen Fits ist gut und die kleinen Abweichungen im  $P_{11}$ -Kanal untereinander haben ihre Ursache in den unterschiedlichen  $\pi N$ -Breiten der  $P_{11}(1710)$ -Resonanz. Da diese sehr klein sind, können sie leicht um einen Faktor 2 zwischen den einzelnen Fits differieren.

Leider beschränken die vorhandenen Daten (besonders mit der Gewichtung von Batinic et al.) die Resonanzparameter nicht sonderlich. Dies sieht man leicht an den Ergebnissen für den totalen Wirkungsquerschnitt (Abb. 4.15), wo die einzelnen Fits für Energien jenseits 1.65 GeV z.T. stark voneinander abweichen, ohne damit auch zu entsprechend unterschiedlichen Werten für  $\chi^2$  zu führen.

### 4.2.4 $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda$

Ähnlich wie im Falle der Reaktion  $\pi^- p \rightarrow \eta n$  zeigen sich hier (s. Abbn. 4.14 und 4.17) Inkonsistenzen zwischen den verschiedenen Messungen (z.B. bei 1.694 GeV). Des-

---

<sup>2</sup>Wir zeigen hier sowohl  $T_{\pi\eta}^{1/2}$  als auch  $T_{\pi K}^{1/2}$  in der gebräuchlichen Normierung  $\langle b|T_{ba}|a_i\rangle = \tau_i T_{ba}^{1/2}$  [EW88] anstatt in der ansonsten hier verwendeten (s. Anhang E).

weiteren sind die Fehler in den Daten zur  $\Lambda$ -Polarisation aus [Sax80] so groß, daß der Fit an sie kaum zu Einschränkungen an die Kopplungen führt. Bessere Daten wären hier also sehr wichtig, um die Kopplungen der Resonanzen an den  $K\Lambda$ -Kanal eindeutig zu bestimmen.

In Abbildung 4.18 finden sich, zusammen mit den Ergebnisse von Sotona und Žofka [SZ89], die hier extrahierten Partialwellen. Da in dieser Arbeit nur für zwei Resonanzen ( $S_{11}(1650)$  und  $P_{11}(1710)$ ) eine Ankopplung an den  $K\Lambda$ -Kanal gefunden wird, sind die Ergebnisse für die verschiedenen Fits sehr ähnlich, während die Resultate von Sotona und Žofka (die nur unter alleiniger Berücksichtigung von  $\pi^-p \rightarrow K^0\Lambda$  gewonnen wurden) stark davon abweichen. Dies zeigt, wie wichtig eine Analyse im Rahmen einer gekoppelten-Kanäle-Rechnung ist, da nur in diesem Falle die Partialwellen und somit die Resonanzparameter eindeutig bestimmt werden können.

Hier sei aber noch einmal darauf hingewiesen, daß nicht alle Beiträge zu  $\pi N \rightarrow K\Lambda$  in dem hier verwendeten Modell enthalten sind. Wie schon in den Abschnitten 2.2.1 und 2.2.2 diskutiert, wurden für diese Reaktion keine  $u$ -Kanal Beiträge mitgenommen, da sie dem Austausch von Hyperon-Resonanzen entsprechen, die in diesem Modell nicht berücksichtigt werden. Außerdem könnte sich durch die Rückstreuung über den hier ebenfalls nicht betrachteten Zwischenzustand  $K\Sigma$  durchaus noch Änderungen im differentiellen Wirkungsquerschnitt ergeben.

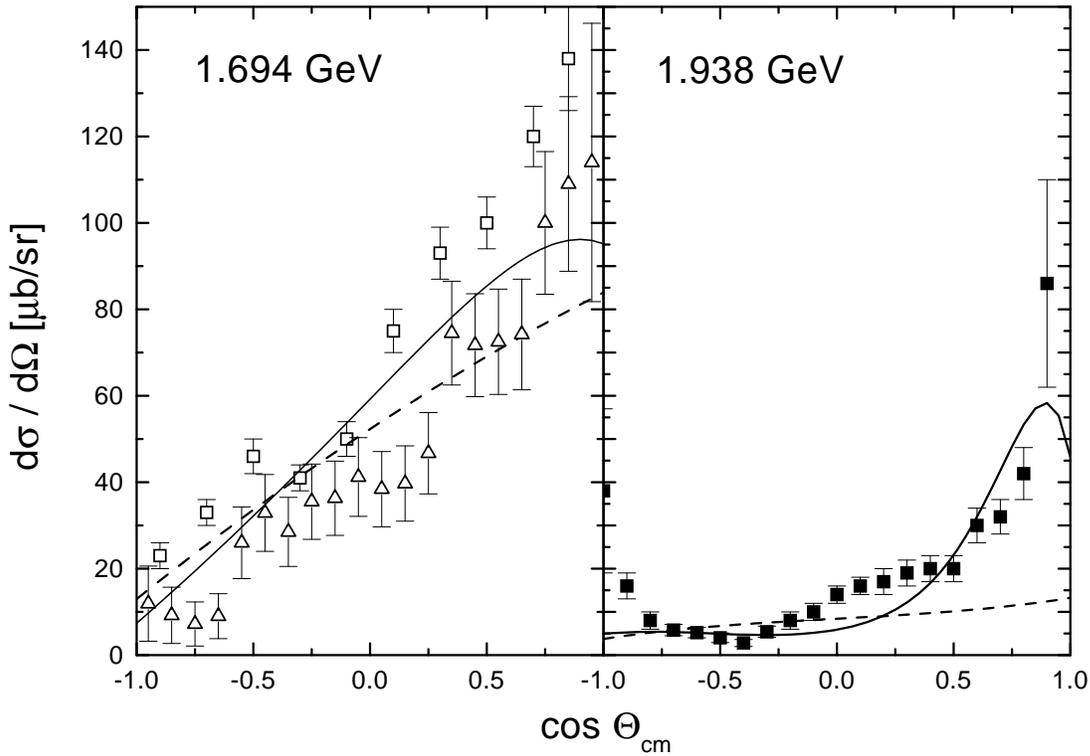
Deshalb gilt auch für diese Reaktion, wenn auch in stark abgeschwächtem Maße, das gleiche wie im Falle von  $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ , nämlich, daß eine quantitative Reproduktion aller in den Daten enthaltenen Details nicht zu erwarten ist.

Trotz dieser Einschränkungen zeigt ein Vergleich der einzelnen Fits, daß es im Energiebereich  $< 1.7$  GeV nur geringe Diskrepanzen von den Daten in Vorwärtsrichtung gibt und die einzelnen Rechnungen erst für die höchsten Energien stärkere Abweichungen untereinander und von den Daten zeigen. Zusätzlich erkennt man bei den höchsten Energien  $> 1.825$  GeV in den Daten ein zweites Maximum in Rückwärtsrichtung, welches von den Fits nicht reproduziert wird. Dies könnte auf einen Beitrag von hier nicht berücksichtigten Resonanzen mit  $S > \frac{3}{2}$  hinweisen. Die Güte der Fits wird besonders durch die Parameter des  $K^*$ -Mesons festgelegt, das gerade bei höheren Energien den dominanten Beitrag liefert (Abb. 4.1). Das Maximum in Vorwärtsrichtung geht fast vollständig auf diesen  $t$ -Kanal Beitrag zurück. Gleichzeitig ist sein Einfluß unter den anderen Winkeln so klein, daß die Resonanzparameter noch sinnvoll extrahiert werden können.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß in dem hier verwendeten Modell eine quantitative Beschreibung fast aller Daten der verschiedenen Reaktionskanäle möglich ist. Besonders die dynamische Rückstreuung und damit die einzelnen Streuamplituden scheinen korrekt in den Rechnungen enthalten zu sein.

### 4.3 Extrahierte Resonanzparameter

Da in die Berechnung der Matrixelemente immer nur das Produkt aus Kopplungskonstante und Formfaktor eingeht, ist es sinnvoll, zuerst die Werte der benutzten Formfaktoren an den jeweiligen kinematischen Schwellen aufzulisten. Dies geschieht



**Abb. 4.1:** Beitrag des  $K^*$ -Mesons zum differentiellen  $\pi^-p \rightarrow K^0\Lambda$  Wirkungsquerschnitt bei zwei Energien. Fit KA84-pt mit allen Beiträgen (—), sowie ohne  $K^*$ -Meson (— —).

in Tabelle 4.2. Dort sind neben den Werten von  $s$ ,  $u$  und  $t$  für Vorwärtskinematik an der Reaktionsschwelle die zugehörigen Funktionswerte der in den Fits benutzten Formfaktoren gegeben.

### 4.3.1 Nichtresonante Kopplungen und Cutoffparameter

Die Kopplungen von Nukleon und  $\Lambda$  an die Mesonen finden sich in den Tabellen 4.3 und 4.8. Um den Einfluß der Formfaktoren aufzuzeigen, sind sowohl die Werte auf der Massenschale  $\sqrt{s} = m_N$  als auch an den jeweiligen Reaktionsschwellen gegeben (Tab. 4.3). Weiterhin finden sich die Werte der Cutoffparameter  $\Lambda_{N,1/2,3/2,t}$  in Tabelle 4.12.

Die hier gefundenen Kopplungen an  $\pi$ ,  $\eta$  und  $K$  (ein  $\zeta NN$ -Vertex wurde nicht berücksichtigt) sind etwas kleiner als die von anderen Gruppen. Zusätzlich zeigen besonders die  $g_{\pi NN}$ -Werte fast keine Streuung zwischen den einzelnen Fits. Dies zeigt den wichtigen Beitrag der Born-Terme zum nichtresonanten Hintergrund im  $\pi N$ -Kanal. Bei den anderen Kopplungen ( $g_{\eta NN}$  und  $g_{KN\Lambda}$ ) ist dieser Effekt nicht so stark ausgeprägt, vor allem, weil die Formfaktoren  $F_{p,e}$  zu einer starken Reduzierung der Born-Terme führen ( $F_{p,e} \approx 0.3 - 0.7$  an der Schwelle). Selbst für verschwindende Kopplungen (besonders im Falle von  $g_{\eta NN}$ ) konnten die jeweiligen Daten noch gut reproduziert werden. Das zeigt, daß sowohl  $\pi N \rightarrow \eta N$  als auch  $\pi N \rightarrow K\Lambda$  von  $t$ -Kanal und Resonanzbei-

		Schwelle [GeV <sup>2</sup> ]	KA84-pp				SM95-pp			
			$F_N$	$F_{1/2}^a$	$F_{3/2}^b$	$F_t^c$	$F_N$	$F_{1/2}^a$	$F_{3/2}^b$	$F_t^c$
$\pi N - \pi N$	s	$q_s^2 = 1.16$	.967	.866	.482	–	.955	.945	.491	–
	u	$q_u^2 = 0.64$	.974	.736	.303	–	.966	.881	.310	–
	t	$q_t^2 = 0.00$	–	–	–	.682	–	–	–	.704
$\pi N - \zeta N$	s	$q_s^2 = 1.48$	–	.933	.644	–	–	.973	.652	–
	u	$q_u^2 = 0.43$	–	.680	.254	–	–	.851	.259	–
	t	$q_t^2 = -0.04$	–	–	–	–	–	–	–	–
$\pi N - \eta N$	s	$q_s^2 = 2.21$	.551	.999	.996	–	.481	.999	.997	–
	u	$q_u^2 = 0.05$	.756	.588	.190	–	.701	.794	.194	–
	t	$q_t^2 = -0.17$	–	–	–	.364	–	–	–	.389
$\pi N - K\Lambda$	s	$q_s^2 = 2.60$	.423	.969	.919	–	.357	.990	.920	–
	u	$q_u^2 = 0.06$	.761	.591	.191	–	.708	.796	.196	–
	t	$q_t^2 = -0.26$	–	–	–	.398	–	–	–	.423

**Tab. 4.2:** Schwellenwerte für  $s$ ,  $u$  und  $t$ , sowie die Werte der jeweiligen Formfaktoren von Nukleon, Spin- $\frac{1}{2}$ -, Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen und  $t$ -Kanal Beiträgen. Gezeigt werden nur die Ergebnisse zweier Fits, da die Werte für die anderen ähnlich sind. Dabei ist aber zu berücksichtigen, daß nach Konstruktion in den Fits KA84-pt und SM95-pt  $F_t = 1$  gilt (3.20). Da keine Ankopplung des Nukleons an das  $\zeta$ -Meson berücksichtigt wurde und es dort auch keinen  $t$ -Kanal Beitrag gibt, sind keine Werte für die entsprechenden Formfaktoren angegeben. Zur Berechnung von  $F(q^2)$  benutzte Massen:  $a$ :  $P_{11}(1440)$ -Masse,  $b$ :  $D_{13}(1520)$ -Masse,  $c$ : die jeweilige Mesonenmasse.

trägen dominiert werden. Im Falle der Photoproduktion ist dies nicht mehr zwangsläufig der Fall, da die Forderung nach Eichinvarianz den Effekt der Formfaktoren zum Teil wieder aufhebt (Kap. 3.3.2 und Anhang D). Daher können  $g_{\eta NN}$  und  $g_{KN\Lambda}$  in solchen Reaktionen evtl. zuverlässiger extrahiert werden. Darauf wird in einem späteren Abschnitt erneut eingegangen (Abschnitt 5).

Auffällig ist auch die gute Übereinstimmung der einzelnen Fits bei den Kopplungen des  $K^*$ -Mesons. Dies läßt sich dadurch verstehen, daß der differentielle Wirkungsquerschnitt von  $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda$  bei hohen Energien durch dessen Beitrag dominiert wird (Abb. 4.1). Damit ist der Wert der  $K^* N \Lambda$ -Kopplung sehr gut bestimmbar. Beim  $a_0$  ist dies nicht der Fall, da es hier mehrere Nukleon-Resonanzen mit nicht verschwindender  $\eta N$ -Partialbreite gibt (Tabn. 4.9 und 4.10).

Allgemein zeigt sich, daß die Resonanzparameter sensitiv auf den jeweiligen nichtresonanten Hintergrund sind. Da dieser in dem hier verwendeten Modell im wesentlichen durch die Born-Terme und die  $t$ -Kanal Diagramme generiert wird, ist er durch eine geringe Zahl von Parametern eindeutig festgelegt. Insbesondere ist er nicht, wie in anderen Arbeiten [CFHK79, NBL90, MS92, DVL97] in den einzelnen Partialwellen unabhängig variierbar. Die Folge davon ist, daß z.B. Einschränkungen an die Kopplungen, die sich bei höheren Energien ergeben, das Verhalten in allen Energiebereichen beein-

	$q^2$	KA84	SM95	Others	SU(3)
$g_{\pi NN}$	$m^2$	13.05	13.05	13.14 <sup>a</sup> , 13.41 <sup>b</sup>	13.3
	$q_s^2$	12.56 - 12.69	12.62 - 12.70	–	–
$g_{\eta NN}$	$m^2$	1.08 - 2.39	0.18 - 1.33	4.1 - 6.3 <sup>c</sup> , 4.19 <sup>d</sup>	2.2 - 5.9
	$q_s^2$	0.57 - 1.26	0.10 - 0.77	–	–
$g_{KN\Lambda}$	$m^2$	-(6.06 - 6.56)	-(6.10 - 6.36)	-14.78 <sup>e</sup> , -10.96 <sup>f</sup>	-(10.3 - 16.7)
	$q_s^2$	-(2.19 - 2.62)	-(2.17 - 2.84)	-5.35 <sup>f</sup>	–
$g_{\rho NN}$	$m^2$	2.11 - 3.38	2.35 - 3.37	3.14 <sup>b</sup> , 2.63 <sup>g</sup>	2.66
	$q_t^2$	2.07 - 2.11	1.98 - 2.35	2.67 <sup>b</sup>	–
$\kappa_{\rho NN}$	$q_t^2$	2.14 - 2.65	1.99 - 2.35	2.25 <sup>b</sup> , 3.71 <sup>g</sup>	3.71
$g_{a_0 NN}$	$m^2$	0.75 - 3.33	0.18 - 2.55	–	–
	$q_t^2$	0.53 - 0.75	0.18 - 0.30	–	–
$g_{K^* N\Lambda}$	$m^2$	-(5.90 - 21.99)	-(6.52 - 23.23)	-(18.87 - 21.36) <sup>e</sup> , -9.39 <sup>f</sup>	-(3.69 - 5.53)
	$q_t^2$	-(4.44 - 7.94)	-(3.57 - 7.53)	–	–
$\kappa_{K^* N\Lambda}$	$q_t^2$	-0.44	-0.43	-(0.43 - 0.72) <sup>e</sup> , 0.59 <sup>f</sup>	(1.48 - 2.23)

**Tab. 4.3:** Extrahierte effektive Kopplungen ( $g \cdot F(q^2)$ ) der Mesonen an das Nukleon. In den ersten beiden Spalten finden sich jeweils die Minimal- bzw. Maximalwerte aus Tabelle 4.8. Die Ergebnisse der anderen Arbeiten stammen aus <sup>a</sup>: [SM95], <sup>b</sup>: [PJ91], <sup>c</sup>: [BMZ95], <sup>d</sup>: [TBK94], <sup>e</sup>: [AS90], <sup>f</sup>: [BMK97], <sup>g</sup>: [HP75]. Die SU(3)-Vorhersagen gelten jeweils bezüglich des angegebenen Wertes für  $g_{\pi NN}$  bzw.  $g_{\rho NN}$  und  $\kappa_{\rho NN}$  und beinhalten ca. 20% Symmetrieberechnung [T66].

flußen. Dies erlaubt einen strengen Test des Modells, der in anderen Ansätzen nicht möglich ist.

Um dies zu verdeutlichen, betrachten wir den Beitrag des  $\rho$ -Mesons zur  $\pi N$ -Streuung, da sich daran die Grenzen des hier verwendeten Ansatzes besonders leicht erkennen lassen. Aus den in Anhang C gegebenen Lagrangefunktionen ergibt sich für das  $t$ -Kanal Diagramm aus Abbildung 2.3 folgender Beitrag zur  $\pi N$ -Streuung (Anhang E):

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{fi} &= \bar{u}(p', s') (A + B\not{Q}) u(p, s) \\
A &= \frac{g_{\rho NN} \kappa_{\rho NN} g_{\rho\pi\pi}}{2m_N} \frac{s-u}{t-m_\rho^2} \cdot F(t) \\
B &= 2g_{\rho NN} (1 + \kappa_{\rho NN}) g_{\rho\pi\pi} \frac{1}{t-m_\rho^2} \cdot F(t).
\end{aligned} \tag{4.7}$$

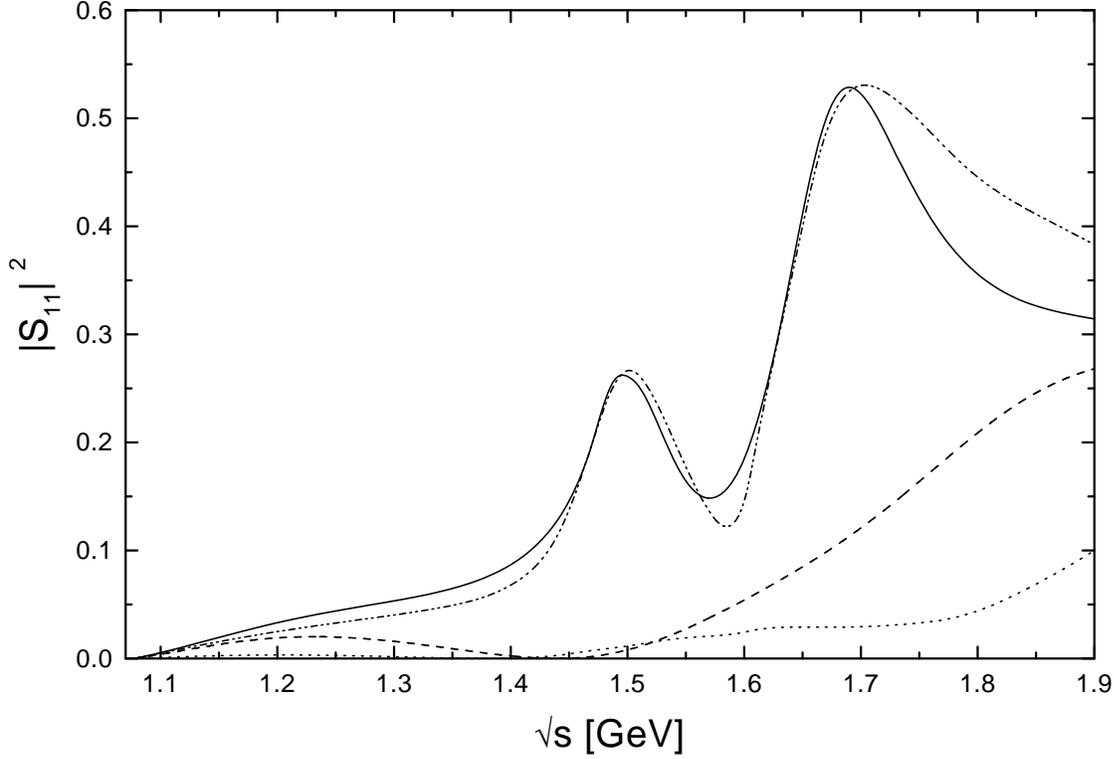
Nun divergiert  $(s-u)/(t-m_\rho^2)$  für die Streuung in Vorwärtsrichtung. Ab einer gewissen Energie wird dieser Beitrag also alle anderen dominieren. Es ist aber schon seit langem bekannt [CFHK79], daß im Falle der  $\pi N$ -Streuung die  $\rho$ -Beiträge bei genügend hohen Energien modifiziert werden müssen, um ein diffraktives Verhalten  $\sim \exp(\lambda t)$  zu erzwingen. Andererseits ergeben sich für niedrige Energien aus dem nichtlinearen  $\sigma$ -Modell zwanglos die hier verwendeten Kopplungen. Der Übergang

zwischen beiden Regimen sollte also im Idealfall durch einen geeignet gewählten Formfaktor vollzogen werden. Dieser müßte dann aber eine Funktion von  $s$ ,  $u$  und  $t$  sein und kann nur zum Teil durch die hier gewählten Ansätze  $F_p$ ,  $F_e$  und  $F_t$  angenähert werden. Besonders das Anwachsen von  $A$  aus (4.7) wird nicht unterdrückt. Die einzige Möglichkeit diesen Anstieg zu begrenzen, ist demnach die effektive Kopplung  $g \cdot F$  zu verringern. Dieser Effekt ist sowohl beim  $\rho$ -Meson als auch beim  $K^*$  zu beobachten (Tab. 4.3). Die Anpassung an die Daten bei höheren Energien wird so zwar verbessert, aber bei niedrigen Energien wird der nichtresonante Hintergrund unterschätzt. Eine Folge davon ist z.B. die in allen Fits vorhandene Abweichung im  $P_{33}$ -Kanal bei Energien  $\approx 1.4$  GeV (s. Abbn. 4.9 und 4.11). Um diese Abweichung zu minimieren, werden in den Fits die gefundenen kleinen Werte für Masse und Breite der  $\Delta$ -Resonanz bevorzugt. Dies ist ein deutlicher Hinweis darauf, daß bereits bei Energien  $< 2.0$  GeV die durch die Lagrangefunktionen vorgegebene Form des  $\rho$ -Beitrages stärker modifiziert werden müßte, als dies mit den Formfaktoren  $F_p$ ,  $F_e$  und  $F_t$  möglich ist. In eingeschränktem Maße gilt dies auch für das  $K^*$ -Meson.

Von besonderem Interesse ist auch der hier gefundene Wert der Tensorkopplung  $\kappa_{\rho NN}$ . Durch die sog. *Vektor-Meson-Dominanz*-Hypothese (VMD) wird er in Verbindung gebracht mit dem anomalen magnetischen Moment  $\kappa_N$  des Nukleons und ergibt sich dadurch zu  $\kappa_{\rho NN} = 3.71$ . Eine signifikante Abweichung von diesem Wert ließe daher sofort den Schluß zu, daß die VMD-Hypothese in dieser Form nicht zutreffend ist. Leider gelten auch für diese Kopplung die bereits gemachten Anmerkungen bezüglich des  $\rho$ -Beitrags bei hohen Energien. Trotzdem kann man erkennen (Tab. 4.3), daß sich in den durchgeführten Fits keine gravierenden Abweichungen vom VMD-Wert ergeben. Die Werte liegen zwar unter der geforderten Größe von 3.71, aber dies ist in Übereinstimmung mit dem in [PJ91] angegebenen Wert. Lediglich in der Arbeit von Höhler und Pietarinen [HP75] lassen sich die dort untersuchten Reaktionen mit  $\kappa_{\rho NN} = 3.71$  beschreiben. Dabei ist aber zu beachten, daß dort die Tensorkopplung mit einem eigenen Formfaktor gewichtet wird, der eine zusätzliche Reduzierung im hier betrachteten Energiebereich ( $t < 0$ ) mit sich bringt.

Insgesamt ist die Übereinstimmung der Fits untereinander (für die effektiven Kopplungen  $g \cdot F$ ) und mit den Ergebnissen anderer Arbeiten gut. Dies zeigt, daß (bis auf den diskutierten  $\rho$ -Beitrag bei höheren Energien) der nichtresonante Hintergrund in dem hier verwendeten Modell gut beschrieben wird. Damit besteht also die Hoffnung, daß die Resonanzparameter genauso zuverlässig extrahiert werden können. In diesem Zusammenhang ist anzumerken, daß in anderen Arbeiten die Parameter der nichtresonanten Hintergrundbeiträge normalerweise nicht explizit gegeben werden, so daß ein detaillierter Vergleich nicht möglich ist. Einzig in der Arbeit von Dytman et al. [DVL97] ist der dort gefundene Hintergrund für den  $S_{11}$ -Kanal der  $\pi N$ -Streuung dargestellt. Ein Vergleich mit diesem Ergebnis findet sich in Abbildung 4.2. Man sieht deutlich erhebliche Abweichungen zu den hier durchgeführten Fits, obwohl die totalen Streuphasen in guter Übereinstimmung sind. So wird in unserem Falle die Amplitude an der Schwelle vom Hintergrund dominiert, wie es auch aufgrund der chiralen Symmetrie zu erwarten ist. Desweiteren kann man bei dem Fit KA84-pt auch im Hintergrundbeitrag das

Aufgehen der  $\eta N$ -Schwelle bei 1.49 GeV erkennen. Dies ist hier auf den Beitrag der  $D_{13}(1520)$ -Resonanz zurückzuführen. Beide Effekte sind in der Rechnung von Dytman et al. kaum zu erkennen. Dies zeigt deutlich, daß zur Gegenüberstellung verschiedener Ansätze auch die genaue Angabe der verwendeten Hintergrundparameter gehört, da sonst ein Vergleich der Resonanzkopplungen kaum sinnvoll ist.



**Abb. 4.2:** Vergleich des Fits KA84-pt mit den Ergebnissen aus [DVL97]. Dargestellt ist das Betragsquadrat der  $S_{11}$ -Streuphase der  $\pi N$ -Streuung. Volle Rechnung, diese Arbeit (—); Hintergrund, diese Arbeit (— —); volle Rechnung (— · ·) und Hintergrund (· · ·) aus [DVL97].

### 4.3.2 Kopplung der Nukleonresonanzen

In diesem Abschnitt sollen nun die extrahierten Kopplungen der Resonanzen im Detail besprochen werden. Dazu werden zuerst die Isospin- $\frac{1}{2}$ -Resonanzen in den Kanälen  $S_{11}$ ,  $P_{11}$ ,  $P_{13}$  und  $D_{13}$  und dann diejenigen mit  $I = \frac{3}{2}$  ( $S_{31}$ ,  $P_{31}$ ,  $P_{33}$  und  $D_{33}$ ) betrachtet.

In den Tabellen 4.9 - 4.11 aufgelistet sind die gefundenen Zerfallsbreiten sowie die  $z$ -Parameter der Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen. Die Zahlenwerte geben jeweils die partiellen Zerfallsbreiten auf der Resonanz ( $\sqrt{s} = m_R$ ). Da an den Vertizes Formfaktoren berücksichtigt wurden, entspricht der Wert der Gesamtbreite *nicht* der Breite des Resonanzbeitrages z.B. zum totalen Streuquerschnitt. Dies muß auch bei dem Vergleich mit anderen Arbeiten berücksichtigt werden.

Deren Ergebnisse finden sich in den Tabellen 4.4 - 4.6. Dabei wurden in Batinic et al. [BDSSNL97] nur  $I = \frac{1}{2}$ -Kanäle (ohne  $K\Lambda$ ) berücksichtigt. In Cutkosky et al. [CFHK79], Höhler et al. [KA84] und Arndt et al. [SM95] wurden ausschließlich  $\pi N$ -Daten benutzt und neben den Resonanzmassen nur totale Zerfallsbreiten sowie die  $\pi N$ -Partialbreiten extrahiert. Manley und Saleski [MS92] benutzten zusätzlich noch die Daten zu  $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ . Die Ankopplung an andere Kanäle wurde nur aus der Inelastizität bestimmt. Daher kann man aus den dort gefundenen Werten nur eine Obergrenze für den Zerfall in zusätzliche Kanäle erhalten<sup>3</sup>. Die z.T. stark unterschiedlichen Ergebnisse dieser Analysen zeigen, daß nur ein gleichzeitiger Fit an die Daten aller offenen Kanäle die sichere Bestimmung der Resonanzparameter erlaubt (z.B. wie im Falle der  $P_{33}(1600)$ , die in [SM95] gar nicht gefunden wird).

### Isospin- $\frac{1}{2}$ -Resonanzen

**$S_{11}$ :** Für den  $S_{11}$ -Kanal gibt es schon seit einiger Zeit detaillierte Modelle [TBK94, DS96], um die Eigenschaften der  $S_{11}(1535)$ -Resonanz aus der Etaphotoproduktion untersuchen zu können. Diese Resonanz zeichnet sich durch eine vergleichsweise große  $\eta N$ -Zerfallsbreite aus, was bisher nur in Ansätzen verstanden ist [CR94, GR96, BIL97, KWW97] (siehe auch die zugehörige Fußnote im Abschnitt 2.2.1). Eine genaue Festlegung der Kopplungen dieser Resonanz würde somit eine starke Einschränkung an mögliche Strukturmodelle darstellen. Da in diesem Kanal zwei Resonanzen in unmittelbarer Nähe zu finden sind, ist es klar, daß nur eine Berücksichtigung beider einen zufriedenstellenden Fit erlaubt [DS96]. Als weitere Schwierigkeit findet man gerade in den S-Wellen  $S_{11}$  und  $S_{31}$  die größten Beiträge von Nukleon und  $\rho$ -Meson, die die Streulängen bestimmen. Es ist also zu erwarten, daß nur eine sorgfältige Behandlung aller dieser Beiträge eine zuverlässige Bestimmung der Resonanzparameter garantiert. Zusätzlich erfordern die beobachteten Zerfallsbreiten der  $S_{11}(1535)$  ( $\approx 50\% \pi N$ ,  $\approx 45\% \eta N$ ) die simultane Berechnung zumindest dieser beiden Reaktionskanäle.

Zusätzlich zu den sonstigen Werten finden sich in Tabelle 4.4 die in [DS96, DVL97] extrahierten  $S_{11}$ -Parameter. In der Arbeit von Deutsch-Sauermann et al. wurde auch in der  $K$ -Matrix-Näherung gearbeitet, aber im Rahmen des linearen  $\sigma$ -Modells ohne  $\rho$ -Beiträge anstatt der hier verwendeten pseudovektoriellen  $\pi NN$ -Kopplung. Trotzdem stimmen die gefundenen Parameter gut überein, lediglich bei der  $\eta N$ -Zerfallsbreite finden sich Abweichungen (95-113 MeV unter Verwendung der KA84-PWA im Vergleich zu 89 MeV in [DS96]). Dies könnte auf die hier eingeführten Formfaktoren an den Vertizes der Resonanzen zurückzuführen sein.

Leider streuen die gefundenen Parameter stärker bei den Fits an die SM95-Daten. Dies hat seine Ursache darin, daß wir das Minimum des Realteils für 1.55 GeV und das Maximum des Imaginärteils bei 1.5 GeV nicht vollständig beschreiben können (Abb. 4.10). Dies ist interessanterweise auch der Bereich, in dem sich sowohl die beiden verschiedenen Analysen als auch die Einzelenergie-Lösung SM95 von der zugehörigen energieunabhängigen unterscheiden. Das legt die Vermutung nahe, daß eine Vergrößerung des Fehlers der SM95-Daten in diesem Bereich zu stabileren Werten der  $S_{11}(1535)$ -

---

<sup>3</sup>Die einzige Ausnahme ist die  $S_{11}(1535)$ -Resonanz. Hier ist aus kinematischen Gründen noch kein weiterer Zerfall außer  $\eta N$  möglich.

Resonanz führen könnte.

Für die  $S_{11}(1650)$ -Resonanz finden sich in allen Arbeiten ähnliche Werte für die  $\pi N$ -Partialbreite, während für den  $\pi\pi N$ -Zerfall hier durchweg höhere Werte gefunden werden. Da dieser Kanal hier aber, wie auch in [DS96], nur durch ein effektives  $\zeta$ -Meson angenähert wird, führt eine solche Abweichung bei den  $\pi\pi N$ -Kopplungen der Resonanzen nicht notwendigerweise auch zu anderen Streuamplituden. Weiter ist festzustellen, daß in der vorliegenden Arbeit keine Ankopplung an den  $\eta N$ -Kanal gefunden wurde, dafür aber eine deutlich von 0 verschiedene  $K\Lambda$ -Zerfallsbreite. Es ist daher klar, daß die Daten der Reaktionen  $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda$  und  $\gamma p \rightarrow K^+ \Lambda$  bei Vernachlässigung der  $S_{11}(1650)K\Lambda$ -Kopplung nicht beschrieben werden können. Eine solche Kopplung ist aus anderen Arbeiten zur Kaonen-Produktion bekannt [SZ89, BMK97], nicht aber aus den Analysen, die in Tabelle 4.4 aufgelistet sind. Eine verlässliche Bestimmung der Resonanzparameter ist also nur unter simultaner Anpassung an die Daten *aller* Reaktionskanäle möglich. Außerdem hat die Güte der experimentellen Daten einen entscheidenden Einfluß auf die gefundenen Werte.

Eine zusätzliche Unsicherheit bei der Extraktion der  $S_{11}(1650)$ -Parameter besteht darin, daß in anderen Arbeiten noch eine weitere  $S_{11}$ -Resonanz bei 1.8 - 1.9 GeV gefunden wird [MS92, BDSSNL97]. Die Anwesenheit einer solchen Resonanz mit großer Zerfallsbreite beeinflußt natürlich auch die Parameter der niedrigerliegenden Resonanzen. Ein Teil der Abweichungen in den gefundenen Werten ließe sich also auch durch diesen Effekt erklären. Leider sind die in Tabelle 4.4 aufgelisteten Werte der  $S_{11}(2090)$  untereinander nicht in guter Übereinstimmung, so daß aus ihnen keine detaillierteren Schlüsse gezogen werden können.

**$P_{11}$ :** Bedingt durch die starken Hintergrundbeiträge der Born-Terme und der  $\Delta$ -Resonanz bei niedrigen Energien sowie der großen  $P_{11}(1440)$ -Zerfallsbreite, ist die Lage der Resonanz nicht sonderlich genau zu bestimmen. Lediglich die relativen Zerfallsbreiten sind in allen Arbeiten in guter Übereinstimmung ( $\approx 60\text{-}70\% \pi N$ ,  $\approx 30\text{-}40\% \pi\pi N$ ). Auch zeigt sich wieder, daß in den Parametersätzen mit höherer Masse i.a. auch eine größere Zerfallsbreite gefunden wird. Eine  $\eta N$ -Kopplung wird in allen Fits gefunden, die Daten erlauben aber keine sehr gute Festlegung dieses Wertes.

Im Energiebereich der  $P_{11}(1710)$ -Resonanz dominiert der  $t$ -Kanal  $\rho$ -Beitrag die  $\pi N$ -Streuamplitude. Daher sind die extrahierten Werte sensitiv auf die dort verwendeten Formfaktoren und variieren zwischen den einzelnen Fits. Bemerkenswert ist, daß die direkte  $\pi N$ -Kopplung in allen Fits sehr klein ist und der Beitrag der  $P_{11}(1710)$  zur  $P_{11}$ -Partialwelle fast vollständig durch die Rückstreuung generiert wird. Dadurch ist zu erwarten, daß die Behandlung der Rückstreuung (und somit die Sicherstellung der Unitarität) einen großen Einfluß auf die Parameter dieser Resonanz haben wird.

Im Unterschied zu KA84 deuten die Werte der SM95-PWA eher auf eine Resonanz mit wesentlich größerer Zerfallsbreite hin. Offensichtlich können in diesem Fall die SM95-Daten nicht so gut beschrieben werden.

**$P_{13}$ :** Alle Arbeiten stimmen überein, daß die Breite der  $P_{13}(1720)$ -Resonanz durch den  $\pi\pi N$ -Zerfall dominiert wird. Die in den hier durchgeführten Fits gefundenen höheren Werte der Masse ergeben sich hauptsächlich aus den Daten zum Imaginärteil der

$\pi N$ -Streuphase. Da in [MS92] noch eine weitere  $P_{13}$ -Resonanz bei 1.879 GeV aufgelistet wird, ist aber nicht sicher, ob es sich bei dem hier berücksichtigten  $P_{13}(1720)$  nicht um eine Art ‘Mittelung’ über mehrere Resonanzen handelt. Dies ließe sich nur klären, indem man den Energiebereich der Fits bis ca. 2.5 GeV ausdehnt, um beide Flanken aller möglichen Resonanzen anzupassen.

Die Abweichung von den Daten zum  $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ -Wirkungsquerschnitt wurde bereits angesprochen und ist wohl eher auf ein Problem der PWA aus [MS92] in diesem Kanal zurückzuführen. Die Unsicherheit in der Bestimmung der Parameter zeigt sich auch in den Werten für die  $z$ -Parameter, die in allen Fits stark voneinander abweichen (s. Tab. 4.11).

**$D_{13}$ :** Wie bereits erwähnt, zeigen sich für die Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen systematische Abweichungen von den  $\pi N$ -Streuphasen. Dies spiegelt sich neben den  $\Delta$ -Parametern am deutlichsten bei der  $D_{13}(1520)$ -Resonanz wider. Diese Abweichungen (hier besonders bei niedrigen Energien  $\approx 1.4$  GeV) führen dazu, daß sämtliche Fits kleine Massen bevorzugen. Demgemäß findet man auch etwas geringere Werte für die Partialbreiten, wobei die Aufteilung auf die beiden Kanäle  $\pi N$  und  $\pi\pi N$  ähnlich wie in den anderen Arbeiten ist. Bemerkenswert sind die gefundenen  $\eta N$ -Zerfallsbreiten. Die extrem kleinen Werte führen nicht unbedingt zu kleinen Kopplungskonstanten, da die  $D_{13}(1520)$ -Resonanz nahe an der  $\eta N$ -Schwelle von 1.49 GeV liegt und somit der verfügbare Phasenraum klein ist. Da der Beitrag dieser Resonanz aber für die Asymmetrie der differentiellen Wirkungsquerschnitte von  $\pi^- p \rightarrow \eta N$  im Bereich der  $S_{11}(1535)$ -Resonanz verantwortlich ist, ist die zugehörige Kopplung trotzdem gut bestimmbar.

Für die  $D_{13}(1700)$ -Resonanz ergibt sich aus den verschiedenen Arbeiten kein einheitliches Bild. Während für diese Resonanz von Manley und Saleski [MS92] Parameter gegeben werden, ist sie in den letzten Analysen von Arndt et al. [SM95] nicht mehr zu finden. Das gleiche zeigt sich auch in unseren Fits, in denen die nächste  $D_{13}$ -Resonanz erst bei 1.9 GeV gefunden wird. Da von anderen Arbeiten in diesem Energiebereich zwei Resonanzen aufgeführt werden (bei 1.817 und 2.048 GeV), sind die hier gefundenen Parameter mit der gleichen Unsicherheit behaftet wie im Falle der  $P_{13}(1720)$ -Resonanz. Dementsprechend sind auch in diesem Kanal die  $z$ -Parameter nicht sehr verlässlich bestimmbar.

### Isospin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen

**$S_{31}$ :** Die in den Fits gefundenen Werte sind in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus [SM95, DVL97]. Im Gegensatz dazu finden Manley und Saleski die  $S_{31}(1620)$ -Resonanz erst bei 1.672 GeV und mit einer  $\pi N$ -Partialbreite von 9%. Dieser Unterschied läßt sich wohl durch den hier verwendeten Ansatz für den  $\pi\pi N$ -Kanal erklären. Manley und Saleski finden als dominante Zwischenzustände für diesen Zerfall sowohl  $\pi\Delta$  ( $\approx 62\%$ ) als auch  $\rho N$  ( $\approx 25\%$ ). Damit ist zu erwarten, daß die Dynamik dieses Kanals nicht sonderlich gut durch ein effektives  $\zeta$ -Meson reproduziert werden kann. Als Konsequenz daraus führen die Fits zu den vergleichsweise niedrigen Massen. Da dies weitestgehend unabhängig von der Wahl der Formfaktoren ist, sind die gefundenen Werte auch kaum unterschiedlich in den einzelnen Parametersätzen.

**$P_{31}$** : Wie bereits in Abschnitt 4.1.3 besprochen, wird in diesem Kanal keine Resonanz berücksichtigt. Demgemäß werden die Daten auch nur bis 1.7 GeV angepaßt; in diesem Energiebereich findet sich noch keine Resonanz (abgesehen von einem 1-Stern Kandidat  $P_{31}(1744)$  in [MS92]).

Daher läßt sich hier abschätzen, wie gut der nichtresonante Untergrund in unserem Modell beschrieben wird. In allen Fits wird der Realteil der Amplitude für Energien um 1.35 GeV überschätzt. Da der Untergrund von den Born-Termen und dem  $\rho$ -Austausch im  $t$ -Kanal dominiert wird, wäre ein verbesserter Fit nur bei gleichzeitiger Verschlechterung in anderen Kanälen möglich.

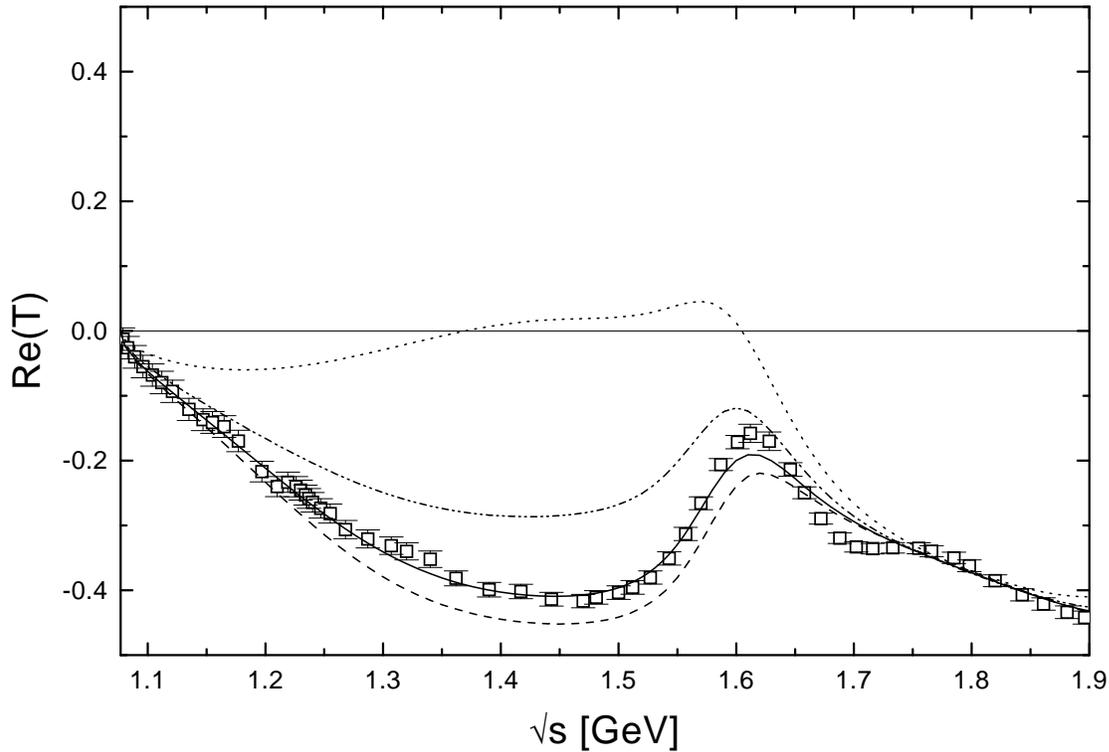
In ihren Untersuchungen fanden Pearce und Jennings, daß die Abweichungen nur im Rahmen der  $K$ -Matrix-Rechnung, nicht aber in anderen Näherungen auftauchen (s. Abb. 4.6). Daraus kann man schließen, daß eine bessere Übereinstimmung mit den Daten in einem  $K$ -Matrix-Modell nur schwerlich möglich sein wird.

**$P_{33}$** : Wie zu erwarten stimmen alle Fits in den Parametern der  $P_{33}(1232)$ -Resonanz überein. Die hier gefundenen  $\pi N$ -Zerfallsbreiten sind aber etwas niedriger als die in anderen Arbeiten [MS92, SM95, DVL97] angegebenen Werte. Wie schon im vorhergehenden Abschnitt diskutiert, hat dies seinen Grund in der hier verwendeten Parametrisierung des  $\rho NN$ -Formfaktors. Die daraus resultierende zu kleine  $\rho NN$ -Kopplung führt zu einem zu geringen nichtresonanten Hintergrund. Um diesen Effekt zu kompensieren, stellen sich in den Fits die gefundenen  $P_{33}(1232)$ -Werte ein.

Eindeutig wird in dieser Arbeit die  $P_{33}(1600)$ -Resonanz gefunden. Hier erweist sich  $\pi N \rightarrow \pi\pi N$  als bestimmender Kanal, da in der  $\pi N$ -Streuphase fast kein Beitrag dieser Resonanz zu erkennen ist. Obwohl, wie weiter oben bereits erläutert, die aus den  $\pi N$ -PWA's extrahierten Inelastizitäten von dem  $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ -Wirkungsquerschnitt abweichen, ist die Lage der Resonanz dennoch sehr gut bestimmt. Lediglich die  $\pi\pi N$ -Zerfallsbreiten variieren zwischen den einzelnen Fits, sind aber in vergleichbarer Größenordnung wie bei Manley und Saleski ( $\approx 430$  MeV). Klar ist aber, daß die Daten nicht ohne eine zweite  $P_{33}$ -Resonanz beschrieben werden können.

Im Gegensatz zu den  $I = \frac{1}{2}$ -Resonanzen sind die  $z$ -Parameter der  $P_{33}(1232)$  sehr gut bestimmt. Wie man Abbildung 4.3 entnehmen kann, ist dies hauptsächlich auf den großen offshell-Beitrag zur  $S_{31}$ -Partialwelle zurückzuführen. Da dieser durch  $z_\pi$  festgelegt ist, ist die hohe Sensitivität der Fits leicht zu verstehen. Bisher sind nur wenige Bestimmungen von  $z_\pi$  durchgeführt worden. Unter Benutzung der  $\pi N$ -Amplituden und Daten zur Pionenphotoproduktion fanden Olsson und Osypowski [OO78]  $z_\pi = -0.45$  ( $\pi N$ ) und  $z_\pi = -0.29$  (Photoproduktion). Ebenfalls aus  $\gamma N \rightarrow \pi N$  extrahierten Davidson et al. [DMW91] einen Wert von  $z_\pi = -0.24$ . Diese Werte sind in exzellenter Übereinstimmung mit den hier gefundenen  $-(0.33 - 0.38)$  für KA84 und  $-(0.31 - 0.35)$  für SM95), insbesondere wenn man bedenkt, daß die offshell-Beiträge stark durch die Behandlung der Rückstreuung beeinflußt werden.

**$D_{33}$** : Ähnlich wie im  $S_{31}$ -Kanal findet man hier eine einzelne Resonanz mit sehr kleiner  $\pi N$ -Partialbreite. Dementsprechend werden die Parameter der  $D_{33}(1700)$  vorwiegend durch den  $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ -Kanal festgelegt. Damit war zu erwarten, daß (wie auch bei der  $S_{31}(1620)$ ) die gefundene Resonanzposition nicht unbedingt mit den Ergebnis-



**Abb. 4.3:** Einfluß des  $z_\pi$ -Parameters der  $P_{33}(1232)$ -Resonanz auf die  $S_{31}$ -Streuphase. KA84-pt (—),  $z_\pi = -0.5$  (---),  $z_\pi = 0.0$  (-·-·), keine  $P_{33}(1232)$  (···).

sen aus Manley und Saleski übereinstimmt. Lediglich die extrahierten Zerfallsbreiten sind in beiden Modellen in guter Übereinstimmung.

Wiederum ist die Übereinstimmung bei den  $z$ -Parametern gut, mit Ausnahme der Fits KA84-pt und SM95-ee. In diesen beiden Fällen ist die Größe von  $z_\pi$  gleich, aber das Vorzeichen verschieden. Da dieser Parameter durch den offshell-Beitrag der  $D_{33}(1700)$  zur  $P_{31}$ -Partialwelle festgelegt ist (in der keine Resonanz berücksichtigt wurde), wird sein Wert ausschließlich durch die Interferenz mit den nichtresonanten Beiträgen festgelegt und ist daher auch nur bezüglich all dieser Kopplungen bestimmt.

### 4.3.3 Pole und Residuen

Wie bereits erwähnt wird in dieser Arbeit nicht der Versuch unternommen, die gefundene  $T$ -Matrix analytisch in die komplexe Ebene fortzusetzen, um so ihre Pole zu bestimmen. Der Hauptgrund dafür sind die technischen Schwierigkeiten bei der Berechnung der Feynman-Diagramme für komplexe Energien und ihrer anschließenden Zerlegung in die einzelnen Partialwellen.

In einem ersten Ansatz bestimmen wir die Lage der Pole mithilfe eines Näherungsverfahrens, das von Höhler vorgeschlagen wurde [Hoe93]. Bei diesem Verfahren wurde der bereits eingeführte Speed der Amplituden benutzt, um die Pole und Residuen direkt aus den PWA-Daten zu bestimmen. Eine detaillierte Erläuterung findet sich in

[Hoe93].

Anschaulich ist klar, daß die Formation einer Resonanz zu einer Zeitverzögerung  $Q$  zwischen dem auslaufenden Wellenpaket und der ungestörten einlaufenden Welle führt. Diese Verzögerung kann man nun aus der  $S$ -Matrix bestimmen [GW64, Hoe93]:

$$Q = -i \frac{dS}{dW} S^{-1} = 2 \left| \frac{dT}{dW} \right|, \quad W = \sqrt{s}. \quad (4.8)$$

Dabei gilt die zweite Form bei elastischer Streuung. Der Speed wird nun definiert als (4.2):

$$Sp(W) = \left| \frac{dT}{dW} \right|. \quad (4.9)$$

Ein Maximum des Speeds korrespondiert im Normalfall daher mit der Formation einer Resonanz. In der  $\pi N$ -Streuung gilt dies immer mit Ausnahme des, durch die Öffnung des  $\eta N$ -Kanals hervorgerufenen, Knicks im Realteil der  $S_{11}$ -Partialwelle. Die Resonanzparameter (mit Ausnahme der  $S_{11}(1535)$ ) können daher auch aus einem Speedplot  $Sp(W)$  vs.  $W$  extrahiert werden.

Man setzt nun die  $T$ -Matrix in der Nähe einer Resonanz (= Maximum von  $Sp(W)$ ) in der Form

$$T(W) = T_{back}(W) + \frac{R\Gamma e^{i\Phi}}{m_R - W - i\Gamma/2} \quad (4.10)$$

an. Dabei ist  $m_R - i\Gamma/2$  die Lage des Pols in der komplexen Ebene und  $R\Gamma e^{i\Phi}$  ist das Residuum an dieser Stelle.  $T_{back}(W)$  bezeichnet den nichtresonanten Hintergrund. Falls dessen Energieabhängigkeit vernachlässigt werden kann, hängt der Speed nur von den Resonanzparametern  $m_R, \Gamma, R$  und  $\Phi$  ab. Für  $T_{back} = const.$  findet man also:

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dW} &= \frac{R\Gamma e^{i\Phi}}{(m_R - W - i\Gamma/2)^2}, \\ Sp(W) &= \frac{R\Gamma}{(m_R - W)^2 + \Gamma^2/4}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Daher bietet sich die folgende Vorgehensweise an: man bestimme zuerst  $m_R, \Gamma$  und  $R$  durch Fitten von  $Sp(W)$  aus (4.11) an die berechneten Partialwellen und anschließend extrahiere man dann damit  $\Phi$  aus  $dT/dW$ . So kann man die Resonanzparameter direkt aus der berechneten  $T$ -Matrix bestimmen.

Da in unserem Modell die Hintergrundbeiträge hauptsächlich durch die Born-Terme, sowie die  $u$ - und  $t$ -Kanal Beiträge bestimmt sind, könnte man versuchen, diese auszuschalten, um so  $T_{back}(W)$  in (4.10) zu reduzieren. In den Fällen, in denen der Hintergrund nicht energieunabhängig ist, würden sich so die Resonanzparameter besser extrahieren lassen. Im Rahmen der  $K$ -Matrix-Näherung ist diese Vorgehensweise aber nicht sinnvoll, da es durch die Rückstreuung zu Interferenzen von  $K_{back}(W)$  mit den Resonanzbeiträgen kommt.

Die so bestimmten Resonanzparameter sind in den Tabellen 4.13 und 4.14 aufgelistet. Zusätzlich finden sich dort noch die Ergebnisse anderer Arbeiten. Es zeigt sich, daß die Übereinstimmung unter den Analysen für die Pole und Residuen besser ist als für die Massen und Breiten der Resonanzen.

Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß die in den Tabellen 4.9 und 4.10 aufgeführten Zerfallsbreiten die Werte auf den Resonanzen sind, und daß die Feynman-Amplituden zusätzlich noch Formfaktoren beinhalten. Daher wird die Breite der Resonanzbeiträge zur  $\pi N$ -Streuung kleiner sein als die angegebenen Zerfallsbreiten, da die hier verwendeten Formfaktoren abseits der Resonanzposition zu einer Verminderung des Resonanzbeitrags führen. Im Gegensatz dazu ist der Imaginärteil des Pols die Breite der in (4.11) angesetzten Lorentz-Funktion und daher auch die FWHM der Resonanz. Damit ist leicht zu verstehen, daß dieser Wert im allgemeinen kleiner ist als derjenige der energieabhängigen Breite auf der Resonanz.

Für die  $S_{11}(1535)$  können die Parameter nicht auf diese Weise bestimmt werden. Das liegt, wie bereits erwähnt, am Aufgehen des  $\eta N$ -Kanals und des damit verbundenen Pols von  $Sp(W)$ . Im Falle der  $D_{13}(1700)$  und der  $P_{33}(1600)$  findet man nur eine Schulter im Speedplot, so daß für diese beiden Resonanzen ein Ansatz der Form (4.11) keinen Sinn macht. Hier könnte vielleicht ein ähnlicher Fit an den Speedplot von  $\pi\pi N \rightarrow \pi\pi N$  durchgeführt werden, da der  $\pi\pi N$ -Zerfall in beiden Fällen dominant ist ( $\approx 85\%$ ). Aus den Argand-Plots von  $dT/dW$  kann man weiterhin erkennen, daß die Annahme eines konstanten Hintergrundes im Falle von  $P_{11}(1710)$ ,  $P_{13}(1720)$ ,  $S_{31}(1620)$  und  $D_{33}(1700)$  nicht gerechtfertigt ist. In all diesen Fällen würde nur eine analytische Fortsetzung der vollständigen  $T$ -Matrix die zuverlässige Bestimmung der Pole und Residuen erlauben.

Dessen ungeachtet zeigt die gute Übereinstimmung der gefundenen Parameter mit den Ergebnissen der anderen Arbeiten, daß es möglich ist, die Daten auch im Rahmen eines effektiven Lagrangemodells zu beschreiben.

#### 4.3.4 Korrelation der Parameter

Zum Ende der Diskussion der gefundenen Parameter soll nun noch kurz auf die extrahierten Korrelationen zwischen den einzelnen Größen eingegangen werden. Große Werte für die Korrelation könnten nämlich auf eine unerkannte Abhängigkeit zwischen einzelnen Parametern hindeuten, die die Resultate der Fits verfälschen könnte. Dazu werden die Korrelationskoeffizienten über die Kovarianz-Matrix  $[C]$  wie folgt definiert [NR]:

$$r_{ij} = \frac{C_{ij}}{\sqrt{C_{ii}C_{jj}}}. \quad (4.12)$$

Im Gegensatz zu den Kovarianzen  $C_{ij}$  sind die  $r_{ij}$  dabei auf Werte  $\pm$  beschränkt und sind somit unabhängig von den einzelnen Kovarianzen (Fehlern)  $C_{ii}$  zu betrachten. Die wichtigsten Korrelationen sind dabei:

- Wie zu erwarten, korrelieren die Parameter *einer* Resonanz (z.B. Masse und Breite) stark untereinander ( $|r| \approx 0.6 - 0.9$ ). Das gleiche gilt auch zwischen den Parametern zweier Resonanzen mit den gleichen Quantenzahlen. Auch in diesem Falle sind die Korrelationen groß (besonders in den  $S_{11}$ - und  $P_{11}$ -Kanälen,  $|r| \approx 0.8$ ).
- Aus dem über die  $z$ -Parameter gesagten ist auch klar (s. Abschnitt 4.3.2 und Abb. 4.3), daß es eine Korrelation zwischen den  $z$ -Parametern der  $P_{I3}$ - und  $D_{I3}$ -Resonanzen und den gefundenen Parametern der  $S_{I1}$ - und  $P_{I1}$ -Resonanzen gibt.

Da die  $z$ -Parameter (außer  $z_\pi$  der  $P_{33}(1232)$ ) aber in den Fits deutlich variieren, läßt sich dieser Zusammenhang nur an den Korrelationen erkennen. Als Beispiele seien hier die Korrelationen der  $S_{31}(1620)$ -Parameter mit den offshell-Beiträgen von  $P_{33}(1600)$  und  $D_{33}(1700)$  genannt. Weiterhin zeigen die  $P_{11}(1440)$ -Parameter eine starke Abhängigkeit von den  $z$ -Parametern der  $P_{13}(1720)$ .

- Am Falle der  $P_{11}(1440)$  findet man überraschenderweise eine starke Korrelation zu den Parametern der  $S_{31}(1620)$  ( $|r| \approx 0.7$ ). Dies liegt am  $u$ -Kanal Beitrag der letzteren zur Partialwelle  $P_{11}$ . Da die  $P_{11}(1440)$  eine breite Resonanz ist, ergibt sich noch eine große Sensitivität auf den nichtresonanten Hintergrund auch bei Energien von ca. 1.5 GeV.
- Da in unserem Ansatz der nichtresonante Hintergrund nicht in den einzelnen Kanälen getrennt gefittet wird, ergibt sich daraus natürlich auch eine gewisse Kopplung der zugehörigen Parameter untereinander. Dementsprechend finden sich Korrelationen zwischen  $g_{\pi,\eta NN}$  und  $g_{KN\Lambda}$  auf der einen und den  $z$ -Parametern auf der anderen Seite.
- Die Parameter der  $D_{13}(1700)$  zeigen eine überdurchschnittliche Korrelation zu den Parametern der anderen Resonanzen. Das weist darauf hin, daß die Kopplungen dieser Resonanz in den hier durchgeführten Fits nicht sonderlich durch die  $D_{13}$ -Daten, sondern durch die offshell-Beiträge zu anderen Kanälen bestimmt sind. Das hat seine Ursache darin, daß hier die zweite  $D_{13}$ -Resonanz erst bei ca. 1.9 GeV gefunden wird, was bereits am Rande des betrachteten Energieintervalls liegt. Nur eine Erhöhung der Maximalenergie in den Fits würde deshalb eine bessere Bestimmung der  $D_{13}(1700)$ -Parameter erlauben.

Diese Untersuchung zeigt also nochmals, daß die Parameter der Resonanzen (mit Ausnahme der  $D_{13}(1700)$ ) in diesem Modell zuverlässig extrahiert werden können. Das Beispiel der Korrelationen zwischen  $P_{11}(1440)$  und  $S_{31}(1620)$  zeigt aber, wie solche ‘versteckten’ Abhängigkeiten die gefundenen Parameter beeinflussen können.

## 4.4 Vergleich mit einer $T$ -Matrix-Rechnung

Bisher wurde in Rechnungen zu den Reaktionen  $\gamma, \pi N \rightarrow \eta N, K\Lambda$  meist die  $T$ -Matrix-Näherung benutzt [BMZ95, SZ89, TBK94, BMK97]. Dabei wird die  $T$ -Matrix *direkt* aus den Feynman-Diagrammen zu niedrigster Ordnung bestimmt. Der Imaginärteil der Resonanzbeiträge wird dann ‘per Hand’ durch eine Breite im Propagator eingeführt:

$$[T]_{fi}^\alpha = \frac{-m_R \sqrt{\Gamma_f^\alpha(s) \Gamma_i^\alpha(s)}}{s - m_R^2 + im_R \sum_{\alpha', d} \Gamma_d^{\alpha'}(s)}. \quad (4.13)$$

Hier bezeichnet  $\sum_{\alpha', d} \Gamma_d^{\alpha'}(s)$  die totale Zerfallsbreite der Resonanz, summiert über alle Kanäle und Quantenzahlen  $\alpha'$  der möglichen Zerfallskanäle  $d$ . Auf den ersten Blick

liefert die  $K$ -Matrix-Näherung im Falle eines isolierten Resonanzbeitrages etwas sehr ähnliches, nämlich (s. (4.4)):

$$[T]_{fi}^\alpha = \left[ \frac{K}{1 - iK} \right]_{fi}^\alpha = \frac{-m_R \sqrt{\Gamma_f^\alpha(s) \Gamma_i^\alpha(s)}}{s - m_R^2 + im_R \sum_d \Gamma_d^\alpha(s)}. \quad (4.14)$$

Dabei ist  $K^\alpha$  die volle  $n \times n$ -Matrix. Der Unterschied zu (4.13) liegt nun darin, daß die Summe im Nenner nur über die möglichen Zerfallskanäle  $d$ , nicht aber über die möglichen Quantenzahlen  $\alpha'$  läuft. Hat man mehr als einen Beitrag zu  $K$ , kann man die  $T$ -Matrix nicht auf die Form (4.14) bringen. Weiterhin sind die Born-Term in der  $T$ -Matrix rein reell, während in der  $K$ -Matrix-Rechnung auch die Imaginärteile dieser Beiträge generiert werden.

Die  $T$ -Matrix-Näherung verletzt die Unitarität der Rechnung, da in ihr (außer in den Breiten der Resonanzen) alle Rückstreubeiträge zu  $i \rightarrow f$  von einem Zwischenzustand  $d \neq i, f$  vernachlässigt werden. Man kann nun ein Maß für diese Verletzung aus der Unitaritätsbedingung für die  $T$ -Matrix (2.10) konstruieren:

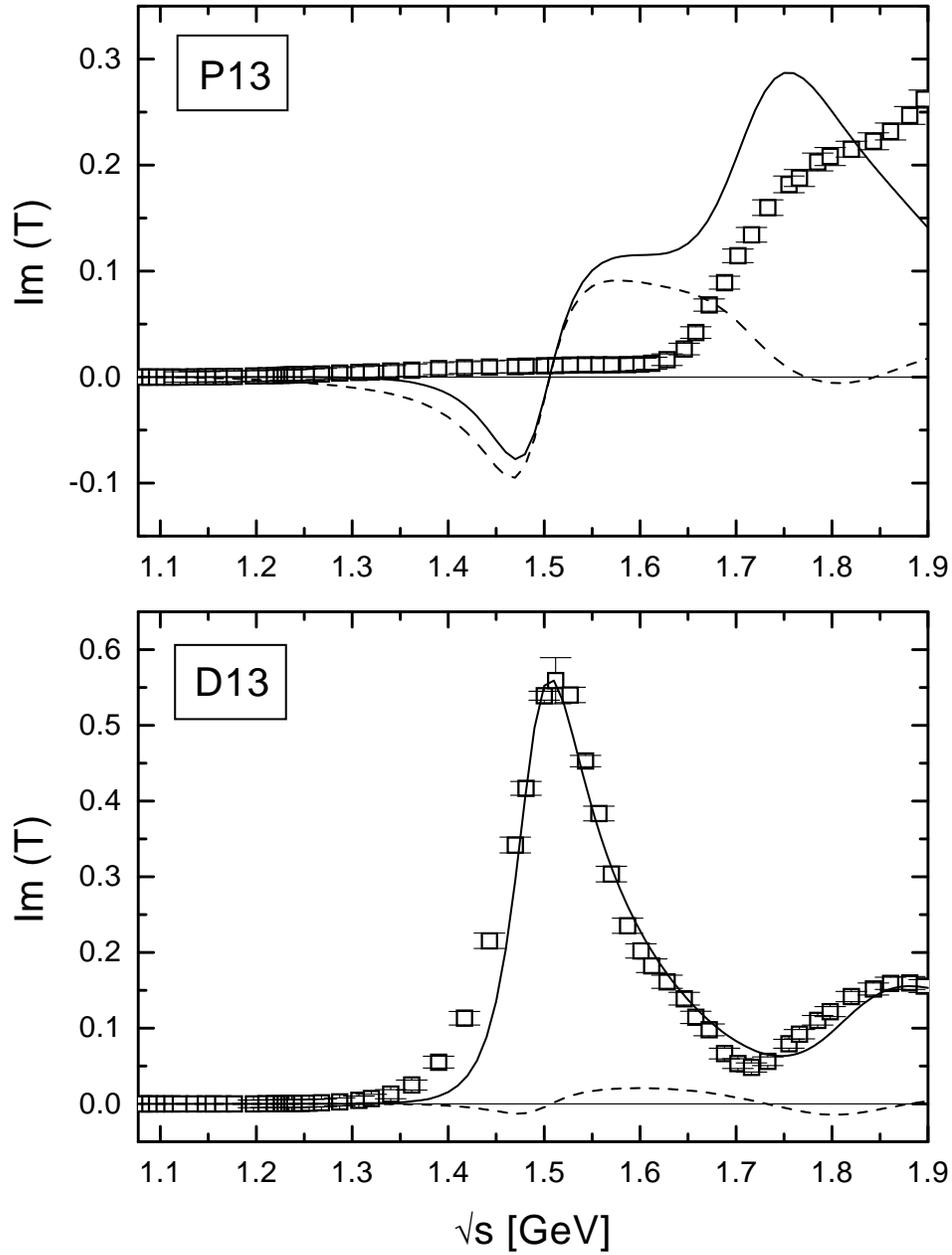
$$[\Delta T]^\alpha = [\text{Im}(T) - T^2]^\alpha, \quad (4.15)$$

da dieser Ausdruck im Falle einer unitären Rechnung verschwinden sollte. Es ist zu erwarten, daß  $[\Delta T]^\alpha$  klein ist für Kanäle, die von einer Resonanz dominiert werden (z.B.  $D_{13}$  und  $P_{33}$  in der  $\pi N$ -Streuung), da in diesem Falle die Ausdrücke (4.13) und (4.14) annähernd das gleiche liefern. Im Falle der  $D_{13}$ -Partialwelle ist dies in Abbildung 4.4 gezeigt. Dort werden im unteren Diagramm der Imaginärteil von  $D_{13}$  und  $\Delta D_{13}$  unter Benutzung der  $T$ -Matrix-Näherung gezeigt. Man kann erkennen, daß  $\Delta D_{13}$  im ganzen Energiebereich klein ist und auf der  $D_{13}(1520)$  verschwindet. Zusätzlich kann man erkennen, daß der dort gezeigte Fit sogar noch etwas besser ist, als die im Rahmen der  $K$ -Matrix-Rechnung gefundenen (s. Abb. 4.8). Dies läßt sich dadurch verstehen, daß im Rahmen der  $T$ -Matrix-Näherung der Imaginärteil der nichtresonanten Terme vernachlässigt wird, dadurch der Real- und Imaginärteil von  $T$  z.T. 'entkoppeln' und so beide unabhängig voneinander gefittet werden können. Damit ist der in Abschnitt 5.3.1 Einfluß der  $\rho$ -Beiträge auf die Resonanzen weitestgehend eliminiert.

Betrachtet man nun den  $P_{13}$ -Kanal (oberes Diagramm in Abb. 4.4), sieht man, daß die Daten nicht zufriedenstellend wiedergegeben werden können. Besonders im Bereich von 1.5 GeV findet sich eine Struktur, die weder in den Daten noch in den  $K$ -Matrix-Rechnungen vorhanden ist (Abbn. 4.8 und 4.10). Sie läßt sich auf die offshell-Beiträge der  $D_{13}(1520)$  in der  $P_{13}$ -Partialwelle zurückführen. Wie in Anhang C.3 besprochen, lassen sich die Beiträge der Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen in anderen Partialwellen mit Hilfe der  $z$ -Parameter festlegen. I.a. werden diese also in Kanälen mit  $\alpha \neq \alpha_R$  nicht verschwinden. Demzufolge gilt auch nur auf der Resonanz:

$$\Gamma_d^{\alpha \neq \alpha_R}(s = m_R^2) = 0. \quad (4.16)$$

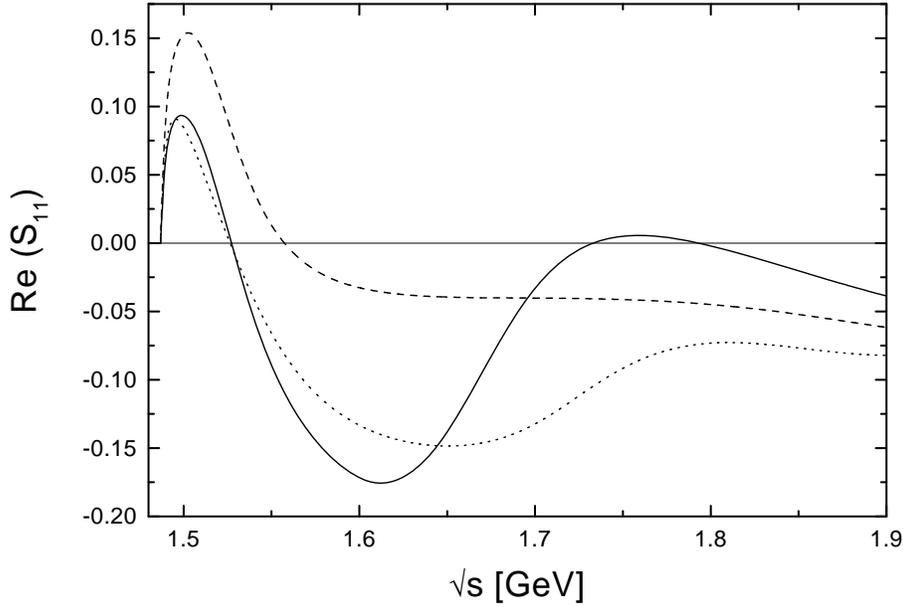
In der  $T$ -Matrix-Näherung (4.13) wählt man nun für *alle* Kanäle  $\alpha \sum_{\alpha', d} \Gamma_d^{\alpha'}(s)$  als Breite der Resonanz. Diese Summe verschwindet nicht auf der Resonanz. Der Zähler in (4.13) jedoch hat in Kanälen  $\alpha \neq \alpha_R$  auf der Resonanzposition immer einen Vorzeichenwechsel, so daß klar ist, daß in der  $T$ -Matrix-Näherung immer solche unphysikalischen



**Abb. 4.4:** Ergebnis einer  $T$ -Matrix-Rechnung gemäß (4.13). Gezeigt wird der Imaginärteil der Partialwellen  $P_{13}$  und  $D_{13}$  der  $\pi N$ -Streuung (—), sowie die zugehörigen Werte für  $\Delta T$  (---). Die Daten stammen aus KA84 [KA84].

Strukturen wie in Abbildung 4.4 auftreten. Dies wird im Falle der  $K$ -Matrix-Rechnung vermieden, da in (4.14) sowohl Zähler als auch Nenner für  $\alpha \neq \alpha_R$  einen Nulldurchgang auf der Resonanz haben und die Amplitude deshalb glatt ist.

Solche unphysikalischen Strukturen wurden bereits in einer Rechnung zur Photo-Produktion von Pionen gefunden [FM97] und der Einfluß auf die extrahierten Resonanzparameter wurde diskutiert. Daraus läßt sich schließen, daß ein Fit an *alle* Partialwellen gleichzeitig nur im  $K$ -Matrix Formalismus möglich ist. Bei der Benutzung der  $T$ -Matrix-Näherung kommt es deshalb zu einer Erhöhung von  $\chi^2$  auf  $\approx 15$  im Vergleich zu  $\chi^2 = 2$  in den hier durchgeführten Fits.



**Abb. 4.5:** Einfluß der  $S_{11}(1650)$  auf die  $\pi N \rightarrow \eta N$ -Amplituden. Gezeigt ist jeweils der Realteil von  $S_{11}$  für den vollen Fit KA84-pt mit (—) und ohne (- -) den Beitrag der  $S_{11}(1650)$ . Zum Vergleich gibt (···) das Ergebnis einer  $T$ -Matrix-Rechnung wieder.

Wie bereits erwähnt, werden in der  $T$ -Matrix-Näherung alle Rückstreubeiträge mit  $d \neq i, f$  vernachlässigt. Der Einfluß dieser Näherung läßt sich am besten an der  $S_{11}$ -Partialwelle der Reaktion  $\pi N \rightarrow \eta N$  aufzeigen. In Abbildung 4.5 finden sich die Ergebnisse von Fit KA84-pt mit und ohne  $S_{11}(1650)$ , sowie eine  $T$ -Matrix-Rechnung für diese Reaktion. In der  $K$ -Matrix-Näherung ist der Einfluß der  $S_{11}(1650)$  groß, obwohl die direkte Kopplung dieser Resonanz an  $\eta N$  verschwindet. In der  $T$ -Matrix-Näherung ist dies nicht der Fall, so daß die anderen Kopplungen angepaßt werden, um einen ähnlichen Verlauf der Amplitude zu erhalten. Gerade die nichtresonanten Kopplungen können daher in einer  $T$ -Matrix-Rechnung nur als effektive Größen angesehen werden.

## 4.5 Zusammenfassung der hadronischen Ergebnisse

Da die hier aufgeführten Modelle alle jeweils berücksichtigten Daten im wesentlichen gleich gut beschreiben (s. Abb. 4.7), würde nur eine Verbesserung der Datenbasis eine endgültige Entscheidung zwischen ihnen erlauben. Besonders die Qualität der Daten zu  $\pi^-p \rightarrow \eta N$  ist nicht gut genug, um extreme Parametersätze auszuschließen. Dies zeigt sich deutlich am Fit SM95-pp, der trotz offensichtlicher Abweichungen in diesem Reaktionskanal zu einem vergleichbaren  $\chi^2$ -Wert führt (Tabn. 4.7 und 4.10 sowie Abb. 4.14). Eine mögliche Klärung dieser Situation ergibt sich nur unter Einbeziehung der neueren Daten zur  $\eta$ -Photoproduktion, wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird.

Abschließend sei noch einmal kurz die Güte der hier verwendeten  $K$ -Matrix-Näherung angesprochen. Wie in Abschnitt 2.1 und Anhang B dargestellt, werden in dieser Näherung vor allem alle Offshell-Beiträge zur Rückstreuung vernachlässigt. Nun läßt sich a priori nichts über die Güte dieser Näherung aussagen. Die einzige Möglichkeit, diesen Punkt näher zu untersuchen, ist, verschiedene Ansätze für die 3-dimensionale Reduktion der vollen Bethe-Salpeter-Gleichung gegenüberzustellen. Dies wurde in der Arbeit von Pearce und Jennings für den Fall der  $\pi N$ -Streuung unterhalb 1.38 GeV für drei verschiedene Näherungen getan [PJ91]. Dabei zeigt sich, daß sowohl die Qualität der Anpassung an die Streuphasen wie auch die extrahierten Kopplungsparameter praktisch identisch sind (s. Abb. 4.6). Dies hat seine Ursache darin, daß die in manchen Näherungen notwendige Renormalisierung der Massen von Nukleon und  $\Delta$  dazu führt, daß die offshell-Beiträge stark unterdrückt werden. Damit kommt der Hauptbeitrag zur Rückstreuung in allen Fällen nahe vom onshell-Punkt und entspricht im wesentlichen dem Ergebnis der  $K$ -Matrix-Näherung.

$L_{2I,2S}$	$M$ [GeV]	$\Gamma_{tot}$ [MeV]	$\Gamma_{\pi N}$		$\Gamma_{\zeta N}$		$\Gamma_{\eta N}$		$\Gamma_{K\Lambda}$	
			[MeV]	%	[MeV]	%	[MeV]	%	[MeV]	%
$S_{11}(1535)$	1.550	240	120	50	–	–	–	–	–	–
	1.526	120	46	38	–	–	–	–	–	–
	1.535	66	20	31	–	–	–	–	–	–
	1.534	151	77	51	10	5	66	43	0	0
	1.553	182	84	46	7	4	91	50	–	–
	1.547	162	66	41	6	4	89	55	–	–
	1.534	125	53	42	19	15	54	43	–	–
$S_{11}(1650)$	1.650	150	98	65	–	–	–	–	–	–
	1.670	180	110	61	–	–	–	–	–	–
	1.667	90	90	100	–	–	–	–	–	–
	1.659	173	154	89	13	8	6	3	0	0
	1.652	202	160	79	16	8	26	13	–	–
	1.695	293	226	77	67	23	–	–	–	–
	1.690	229	149	65	23	10	57	25	–	–
$S_{11}(2090)$	2.180	350	63	18	–	–	–	–	–	–
	1.880	95	9	9	–	–	–	–	–	–
	1.712	184	70	38	–	–	–	–	–	–
	1.928	414	43	10	369	90	2	0	0	0
	1.812	405	130	32	186	46	89	22	–	–
$P_{11}(1440)$	1.440	340	231	68	–	–	–	–	–	–
	1.410	135	69	51	–	–	–	–	–	–
	1.467	440	299	68	–	–	–	–	–	–
	1.462	391	270	69	121	31	0	0	0	0
	1.439	437	271	62	166	38	0	0	–	–
$P_{11}(1710)$	1.700	90	18	20	–	–	–	–	–	–
	1.723	120	14	12	–	–	–	–	–	–
	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	1.717	478	45	9	249	52	10	2	175	37
	1.729	180	40	22	130	72	11	6	–	–

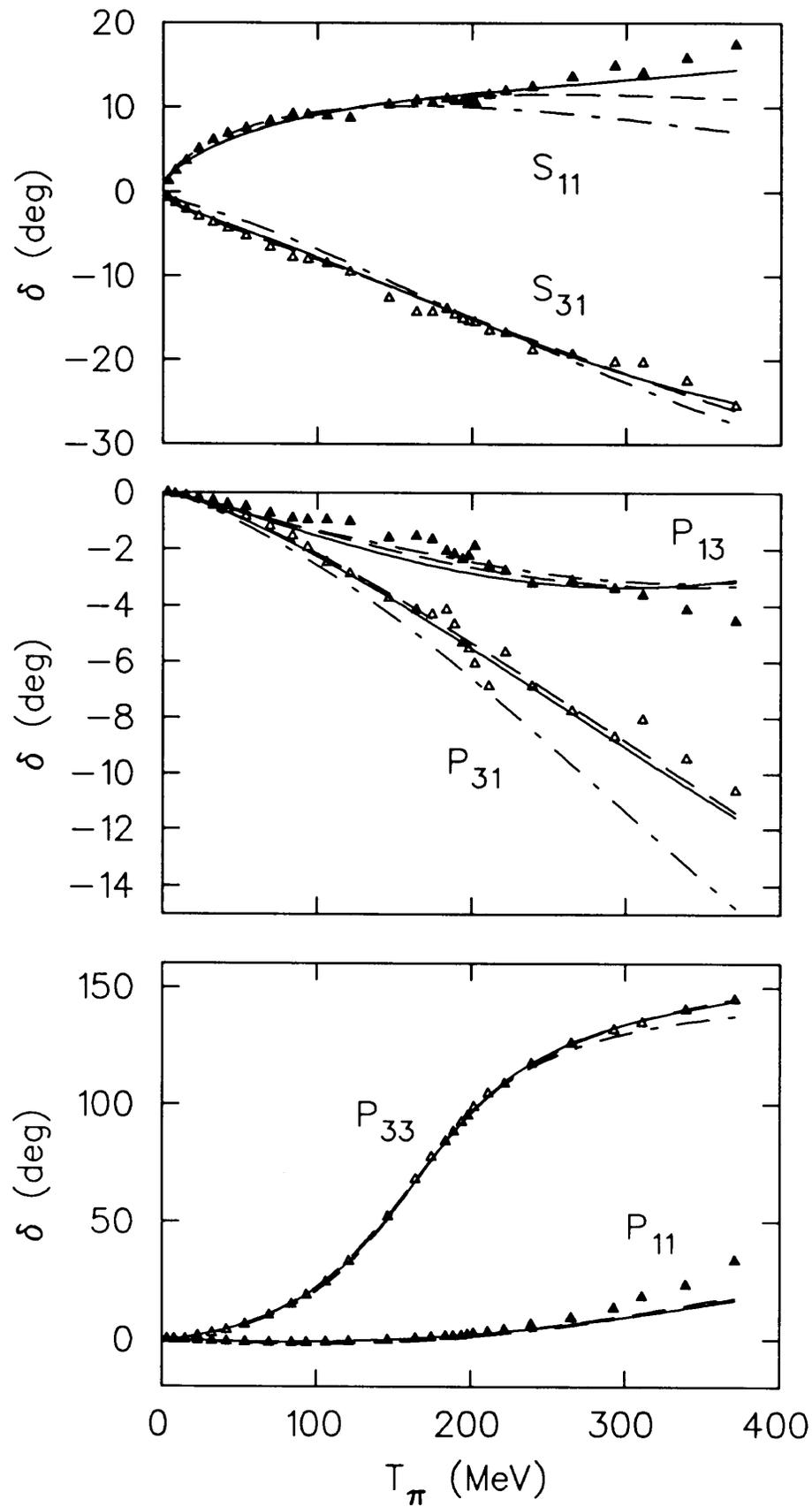
**Tab. 4.4:** In anderen Modellen gefundene Resonanzparameter ( $I = \frac{1}{2}$ ,  $S = \frac{1}{2}$ ). Jeweils aufgeführt in den Zeilen 1-5 sind die Resultate von Cutkosky et al. [CFHK79], Höhler et al. [KA84], Arndt et al. [SM95], Manley und Salewski [MS92] und Batinic et al. [BDSSNL97]. Zusätzlich sind noch die  $S_{11}$ -Parameter aus [DS96] (Zeile 6) und [DVL97] ( $K$ -Matrix Resultat, Zeile 7) aufgelistet. Ein  $K\Lambda$ -Zerfall wurde nur in [MS92] berücksichtigt.

$L_{2I,2S}$	$M$ [GeV]	$\Gamma_{tot}$ [MeV]	$\Gamma_{\pi N}$		$\Gamma_{\zeta N}$		$\Gamma_{\eta N}$		$\Gamma_{K\Lambda}$	
			[MeV]	%	[MeV]	%	[MeV]	%	[MeV]	%
$P_{13}(1720)$	1.700	125	13	10	–	–	–	–	–	–
	1.710	190	27	14	–	–	–	–	–	–
	1.820	354	57	16	–	–	–	–	–	–
	1.717	383	50	13	333	87	0	0	0	0
	1.720	244	44	18	200	82	1	0.4	–	–
$D_{13}(1520)$	1.525	120	70	58	–	–	–	–	–	–
	1.519	114	62	54	–	–	–	–	–	–
	1.515	106	65	61	–	–	–	–	–	–
	1.524	124	73	59	51	41	0	0	0	0
	1.522	132	73	55	59	45	1	0.1	–	–
$D_{13}(1700)$	1.675	90	10	11	–	–	–	–	–	–
	1.731	110	9	8	–	–	–	–	–	–
	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	1.737	249	0	1	241	98	5	2	0	0
$D_{13}(2080)$	1.817	134	12	9	103	77	19	14	–	–
	1.880	180	18	10	–	–	–	–	–	–
	2.081	265	16	6	–	–	–	–	–	–
	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	1.804	447	104	23	224	50	119	27	0	0
	2.048	529	90	17	397	75	42	8	–	–

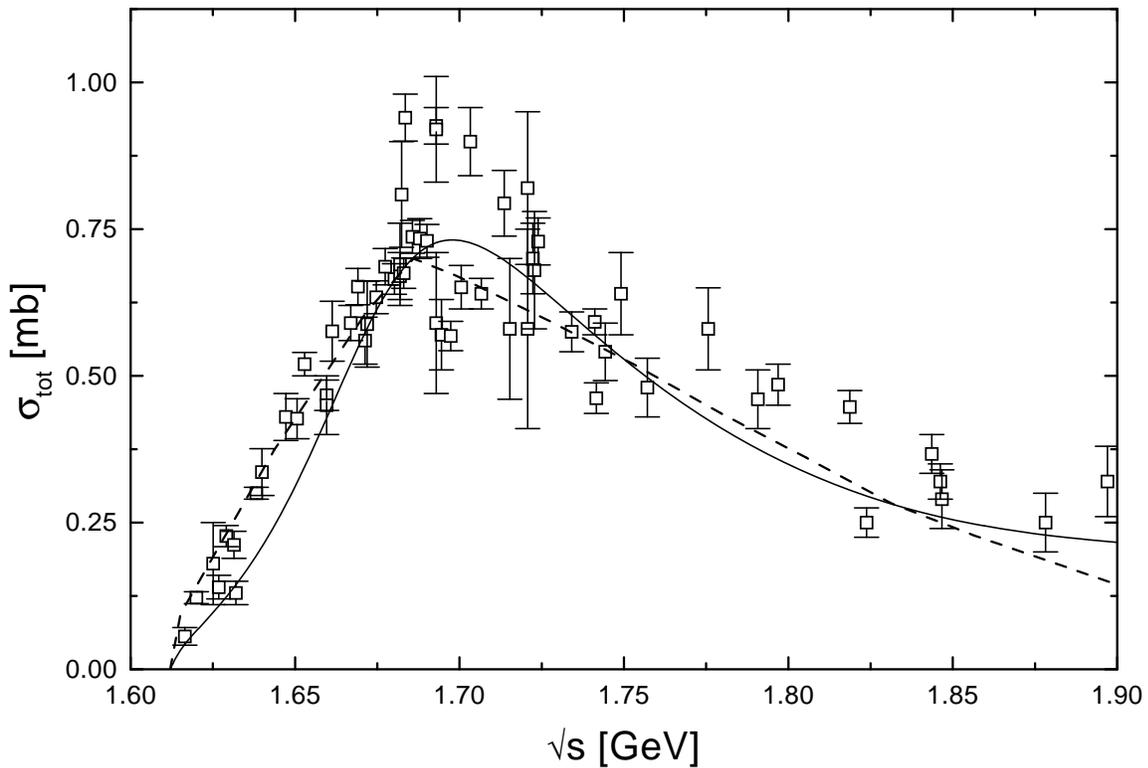
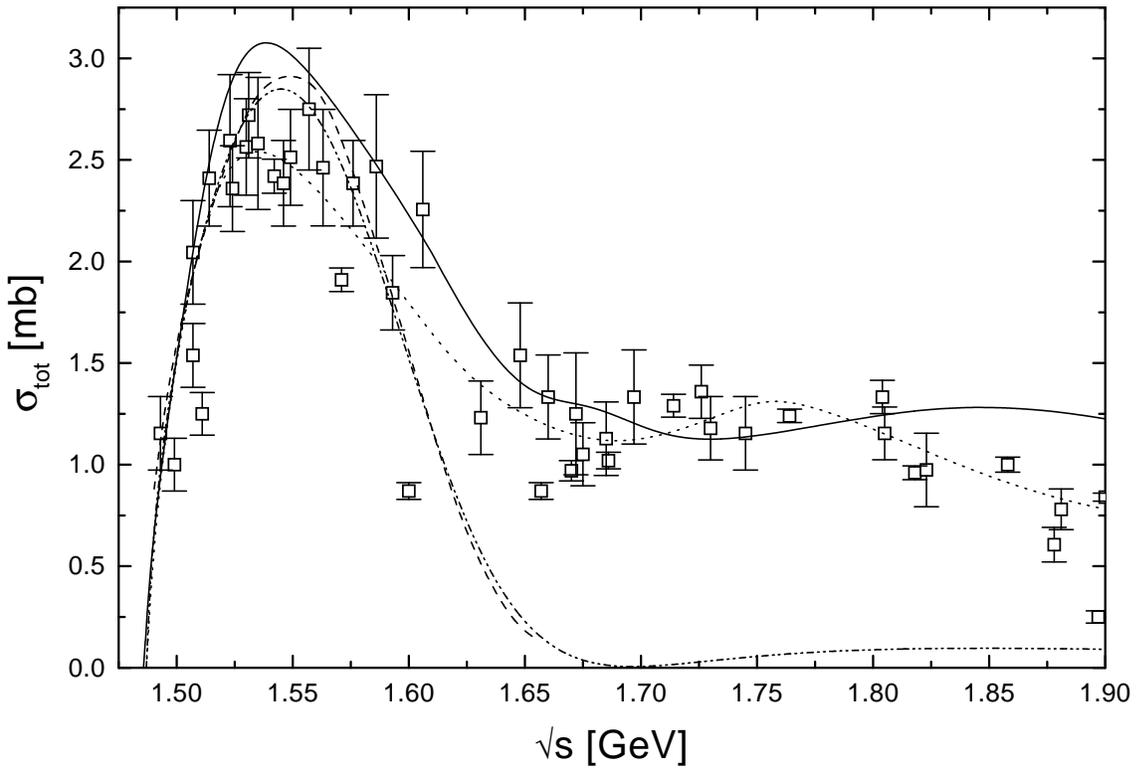
**Tab. 4.5:** Wie Tabelle 4.4, aber für die  $I = \frac{1}{2}, S = \frac{3}{2}$ -Resonanzen.

$L_{2I,2S}$	$M$	$\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{\pi N}$		$\Gamma_{\zeta N}$		$\Gamma_{\eta N}$		$\Gamma_{K\Lambda}$	
	[GeV]	[MeV]	[MeV]	%	[MeV]	%	[MeV]	%	[MeV]	%
$S_{31}(1620)$	1.620	140	35	25	–	–	–	–	–	–
	1.610	139	49	35	–	–	–	–	–	–
	1.617	108	31	29	–	–	–	–	–	–
	1.672	154	14	9	140	81	–	–	–	–
$P_{33}(1232)$	1.232	120	120	100	–	–	–	–	–	–
	1.233	116	116	100	–	–	–	–	–	–
	1.233	114	114	100	–	–	–	–	–	–
	1.231	118	118	100	0	0	–	–	–	–
$P_{33}(1600)$	1.600	300	54	18	–	–	–	–	–	–
	1.522	220	46	21	–	–	–	–	–	–
	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	1.706	430	53	12	377	87	–	–	–	–
$D_{33}(1700)$	1.710	280	34	12	–	–	–	–	–	–
	1.680	230	46	20	–	–	–	–	–	–
	1.680	272	44	16	–	–	–	–	–	–
	1.762	599	81	14	518	86	–	–	–	–

**Tab. 4.6:** Wie Tabelle 4.4, aber für die  $I = \frac{3}{2}$ -Resonanzen. Aufgeführt sind die Ergebnisse von Cutkosky et al. [CFHK79], Höhler et al. [KA84], Arndt et al. [SM95] und Manley und Saleski [MS92].



**Abb. 4.6:** Ergebnisse für die  $\pi N$ -Streuphasen aus [PJ91]. Gezeigt sind die Fits unter Verwendung drei verschiedener  $\pi N$ -Propagatoren in der Bethe-Salpeter-Gleichung. 'Smooth' (—), Blankenbecler-Sugar (— —) und K-Matrix (— ·).



**Abb. 4.7:** Vergleich der berechneten totalen  $\pi^-p \rightarrow \eta n$  (oben) und  $\pi^-p \rightarrow K^0\Lambda$  (unten) Wirkungsquerschnitte mit den Ergebnissen anderer Arbeiten. Fit KA84-pt (—), [KWW97] (---), [DS96] (-·-·), [BDSSNL97] (····). Daten s. Abbn. 4.15 und 4.17.

## 4.5.1 Resultate der hadronischen Fits

	$\chi^2$	$\chi^2/\text{NF}$	$\chi_\pi^2/\text{NF}$	$\chi_{\pi\pi}^2/\text{NF}$	$\chi_\eta^2/\text{NF}$	$\chi_K^2/\text{NF}$
KA84-pp	4196	2.84	2.50	6.52	1.42	3.14
KA84-ee	4616	3.13	2.99	5.59	1.58	3.52
KA84-pt	4067	2.76	2.41	5.70	1.50	3.39
SM95-pp	4720	3.62	3.78	6.27	1.49	3.31
SM95-ee	4871	3.74	4.11	5.60	1.61	3.28
SM95-pt	4574	3.52	3.69	5.67	1.64	3.22

**Tab. 4.7:**  $\chi^2$ -Werte der einzelnen Fits. Dabei bedeutet  $\chi^2/\text{NF}$  den Wert für  $\chi^2$  geteilt durch die Anzahl der berücksichtigten Datenpunkte. In den hinteren Spalten sind die  $\chi^2/\text{NF}$ -Werte der einzelnen Reaktionskanäle angegeben.

	KA84				SM95			
	$g$	Wert	$\kappa$	Wert	$g$	Wert	$\kappa$	Wert
$\pi$	$g_{\pi NN}$	13.05	–	–	$g_{\pi NN}$	13.05	–	–
		13.06	–	–		13.04	–	–
		13.05	–	–		13.05	–	–
$\eta$	$g_{\eta NN}$	1.08	–	–	$g_{\eta NN}$	1.33	–	–
		2.39	–	–		0.18	–	–
		1.86	–	–		1.13	–	–
$K$	$g_{K N \Lambda}$	-6.56	–	–	$g_{K N \Lambda}$	-6.36	–	–
		-6.41	–	–		-6.10	–	–
		-6.06	–	–		-6.12	–	–
$\rho$	$g_{\rho NN}$	3.22	$\kappa_{\rho NN}$	2.14	$g_{\rho NN}$	3.37	$\kappa_{\rho NN}$	1.99
		3.38		2.34		3.53		2.35
		2.11		2.65		2.35		2.26
$a_0$	$g_{a_0 NN}$	1.57	–	–	$g_{a_0 NN}$	0.68	–	–
		3.33	–	–		2.55	–	–
		0.93	–	–		0.18	–	–
$K^*$	$g_{K^* N \Lambda}$	-21.65	$\kappa_{K^* N \Lambda}$	-0.43	$g_{K^* N \Lambda}$	-21.58	$\kappa_{K^* N \Lambda}$	-0.43
		-21.99		-0.44		-23.23		-0.43
		-5.90		-0.44		-6.52		-0.43

**Tab. 4.8:** Extrahierte Meson-Nukleon Kopplungen. In den ersten Spalten finden sich die Ergebnisse von KA84-pp, KA84-ee und KA84-pt, in den anderen diejenigen aus SM95-pp, SM95-ee und SM95-pt.

$L_{2I,2S}$	$M$ [GeV]	$\Gamma_{tot}$ [MeV]	$\Gamma_{\pi N}$		$\Gamma_{\zeta N}$		$\Gamma_{\eta N}$		$\Gamma_{K\Lambda}$	
			[MeV]	%	[MeV]	%	[MeV]	%	[MeV]	%
$S_{11}(1535)$	1.534	180	71(+)	39	14(+)	8	95(+)	53	0(+)	0
	1.542	175	67(+)	38	7(+)	4	101(+)	58	0(+)	0
	1.542	198	74(+)	38	10(+)	5	113(+)	57	0(+)	0
$S_{11}(1650)$	1.694	212	157(+)	74	38(+)	18	1(-)	0	16(+)	8
	1.697	261	195(+)	75	54(+)	21	0(-)	0	12(+)	5
	1.701	278	205(+)	74	61(+)	22	1(-)	0	11(+)	4
$P_{11}(1440)$	1.469	367	237(+)	65	130(+)	35	2.75 <sup>a</sup>	0	0(+)	0
	1.476	412	269(+)	65	143(+)	35	4.22 <sup>a</sup>	0	0(+)	0
	1.477	411	264(+)	64	147(+)	36	4.40 <sup>a</sup>	0	0(+)	0
$P_{11}(1710)$	1.706	172	0(+)	0	89(-)	52	67(+)	39	16(+)	9
	1.696	123	0(+)	0	71(-)	58	19(+)	15	33(+)	27
	1.697	148	0(+)	0	80(-)	54	23(+)	16	45(+)	30
$P_{13}(1720)$	1.790	384	84(+)	22	259(+)	67	36(+)	9	5(+)	1
	1.779	306	68(+)	22	218(+)	71	17(+)	6	3(+)	1
	1.803	480	107(+)	22	324(+)	68	44(+)	9	5(+)	1
$D_{13}(1520)$	1.510	101	53(+)	52	48(-)	48	27 <sup>b</sup> (+)	0	0(+)	0
	1.510	100	54(+)	54	46(-)	46	44 <sup>b</sup> (+)	0	0(+)	0
	1.511	98	53(+)	54	45(-)	46	51 <sup>b</sup> (+)	0	0(+)	0
$D_{13}(1700)$	1.897	313	38(+)	12	260(+)	83	15(-)	5	0(+)	0
	1.888	303	41(+)	14	259(+)	85	3(-)	1	0(+)	0
	1.901	330	38(+)	12	281(+)	85	11(-)	3	0(+)	0
$S_{31}(1620)$	1.601	150	48(+)	32	102(-)	68	-	-	-	-
	1.601	152	51(+)	34	101(-)	66	-	-	-	-
	1.582	162	33(+)	20	129(-)	80	-	-	-	-
$P_{33}(1232)$	1.229	113	113(+)	100	-	-	-	-	-	-
	1.229	113	113(+)	100	-	-	-	-	-	-
	1.230	113	113(+)	100	-	-	-	-	-	-
$P_{33}(1600)$	1.675	406	52(+)	13	354(+)	87	-	-	-	-
	1.668	381	50(+)	13	331(+)	87	-	-	-	-
	1.674	384	50(+)	13	334(+)	87	-	-	-	-
$D_{33}(1700)$	1.678	564	72(+)	13	492(+)	87	-	-	-	-
	1.678	512	68(+)	13	444(+)	87	-	-	-	-
	1.680	541	70(+)	13	471(+)	87	-	-	-	-

**Tab. 4.9:** Extrahierte Resonanzparameter unter Verwendung der KA84-Daten. Erste Zeile: KA84-pp, zweite: KA84-ee, dritte: KA84-pt. <sup>a</sup>: statt der Zerfallsbreite ist hier die Kopplungskonstante  $g_{\eta NR}$  angegeben, <sup>b</sup>: Breite in keV. In Klammern jeweils die Vorzeichen der Kopplungskonstanten.

$L_{2I,2S}$	$M$ [GeV]	$\Gamma_{tot}$ [MeV]	$\Gamma_{\pi N}$		$\Gamma_{\zeta N}$		$\Gamma_{\eta N}$		$\Gamma_{K\Lambda}$	
			[MeV]	%	[MeV]	%	[MeV]	%	[MeV]	%
$S_{11}(1535)$	1.547	196	73(+)	37	15(+)	8	108(+)	55	0(+)	0
	1.544	156	63(+)	40	9(+)	6	84(+)	54	0(+)	0
	1.543	151	56(+)	37	5(+)	3	90(+)	60	0(+)	0
$S_{11}(1650)$	1.689	234	173(+)	74	48(+)	21	1(-)	1	13(+)	6
	1.687	213	157(+)	74	45(+)	21	0(-)	0	11(+)	5
	1.692	209	155(+)	74	41(+)	20	0(-)	0	13(+)	6
$P_{11}(1440)$	1.463	400	252(+)	63	148(+)	37	2.37 <sup>a</sup>	0	0(+)	0
	1.474	449	288(+)	64	161(+)	36	4.43 <sup>a</sup>	0	0(+)	0
	1.448	334	202(+)	60	132(+)	40	0.95 <sup>a</sup>	0	0(+)	0
$P_{11}(1710)$	1.714	195	0(+)	0	97(-)	50	69(+)	35	29(+)	15
	1.700	142	0(+)	0	83(-)	58	40(+)	28	19(+)	13
	1.727	266	1(+)	0	138(-)	52	89(+)	33	38(+)	14
$P_{13}(1720)$	1.772	340	76(+)	22	223(+)	66	37(+)	11	4(+)	1
	1.766	348	77(+)	22	241(+)	69	25(+)	7	5(+)	1
	1.771	344	74(+)	22	241(+)	70	24(+)	7	5(+)	1
$D_{13}(1520)$	1.508	92	51(+)	55	41(-)	45	16 <sup>b</sup> (+)	0	0(+)	0
	1.508	94	53(+)	56	41(-)	44	25 <sup>b</sup> (+)	0	0(+)	0
	1.510	101	58(+)	57	43(-)	43	10 <sup>b</sup> (+)	0	0(+)	0
$D_{13}(1700)$	1.909	352	40(+)	11	289(+)	82	23(-)	7	0(+)	0
	1.882	217	25(+)	12	171(+)	79	21(-)	10	0(+)	0
	1.901	359	35(+)	10	300(+)	83	24(-)	7	0(+)	0
$S_{31}(1620)$	1.595	148	42(+)	28	106(-)	72	-	-	-	-
	1.611	159	58(+)	36	101(-)	64	-	-	-	-
	1.598	150	44(+)	29	106(-)	71	-	-	-	-
$P_{33}(1232)$	1.229	110	110(+)	100	-	-	-	-	-	-
	1.230	110	110(+)	100	-	-	-	-	-	-
	1.230	110	110(+)	100	-	-	-	-	-	-
$P_{33}(1600)$	1.690	431	60(+)	14	371(+)	86	-	-	-	-
	1.685	440	62(+)	14	378(+)	86	-	-	-	-
	1.686	405	59(+)	15	346(+)	85	-	-	-	-
$D_{33}(1700)$	1.689	661	85(+)	13	576(+)	87	-	-	-	-
	1.686	669	88(+)	13	581(+)	87	-	-	-	-
	1.675	547	70(+)	13	477(+)	87	-	-	-	-

**Tab. 4.10:** Extrahierte Resonanzparameter unter Verwendung der SM95-Daten. Erste Zeile: SM95-pp, zweite: SM95-ee, dritte: SM95-pt. <sup>a</sup>: statt der Zerfallsbreite ist hier die Kopplungskonstante  $g_{\eta NR}$  angegeben, <sup>b</sup>: Breite in keV. In Klammern jeweils die Vorzeichen der Kopplungskonstanten.

	KA84				SM95			
	$z_{\pi N}$	$z_{\zeta N}$	$z_{\eta N}$	$z_{K\Lambda}$	$z_{\pi N}$	$z_{\zeta N}$	$z_{\eta N}$	$z_{K\Lambda}$
$P_{13}(1720)$	1.440	0.216	0.348	-0.683	-1.771	-0.126	-1.375	-0.248
	1.150	0.180	0.877	-0.865	-0.379	0.142	-2.597	-1.471
	-1.013	-0.177	-1.207	-0.981	-2.200	-0.210	-1.993	-0.421
$D_{13}(1520)$	-0.601	0.399	-1.383	–	0.423	-0.653	0.783	–
	-0.558	0.070	-1.005	–	0.366	-0.559	0.724	–
	-0.565	0.122	-1.135	–	0.352	-0.171	0.823	–
$D_{13}(1700)$	0.776	0.862	0.037	-0.749	-0.830	0.408	-0.079	-1.050
	0.523	0.722	-0.198	-0.536	-0.886	-1.113	-0.264	-1.980
	-0.396	-0.887	-0.689	-3.695	-1.281	-0.990	0.195	-2.240
$P_{33}(1232)$	-0.333	–	–	–	-0.324	–	–	–
	-0.355	–	–	–	-0.354	–	–	–
	-0.383	–	–	–	-0.306	–	–	–
$P_{33}(1600)$	1.532	0.107	–	–	1.564	0.100	–	–
	-0.694	-0.006	–	–	0.844	-0.143	–	–
	-0.112	-0.765	–	–	1.587	0.094	–	–
$D_{33}(1700)$	0.627	-0.215	–	–	0.588	-0.206	–	–
	0.628	-0.197	–	–	-0.725	-0.083	–	–
	-0.679	0.249	–	–	0.628	-0.212	–	–

**Tab. 4.11:**  $z$ -Parameter der Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen. Notation wie in Tabelle 4.8.

	Wert [GeV]		Wert [GeV]		Wert [GeV]		Wert [GeV]
$\Lambda_N$	1.18	$\Lambda_{1/2}$	1.59	$\Lambda_{3/2}$	1.04	$\Lambda_t$	0.90
	1.29		1.82		1.15		0.92
	1.21		1.72		1.06		0.71
$\Lambda_N$	1.24	$\Lambda_{1/2}$	1.36	$\Lambda_{3/2}$	1.06	$\Lambda_t$	0.88
	1.30		1.71		1.14		0.88
	1.23		1.24		1.06		0.70

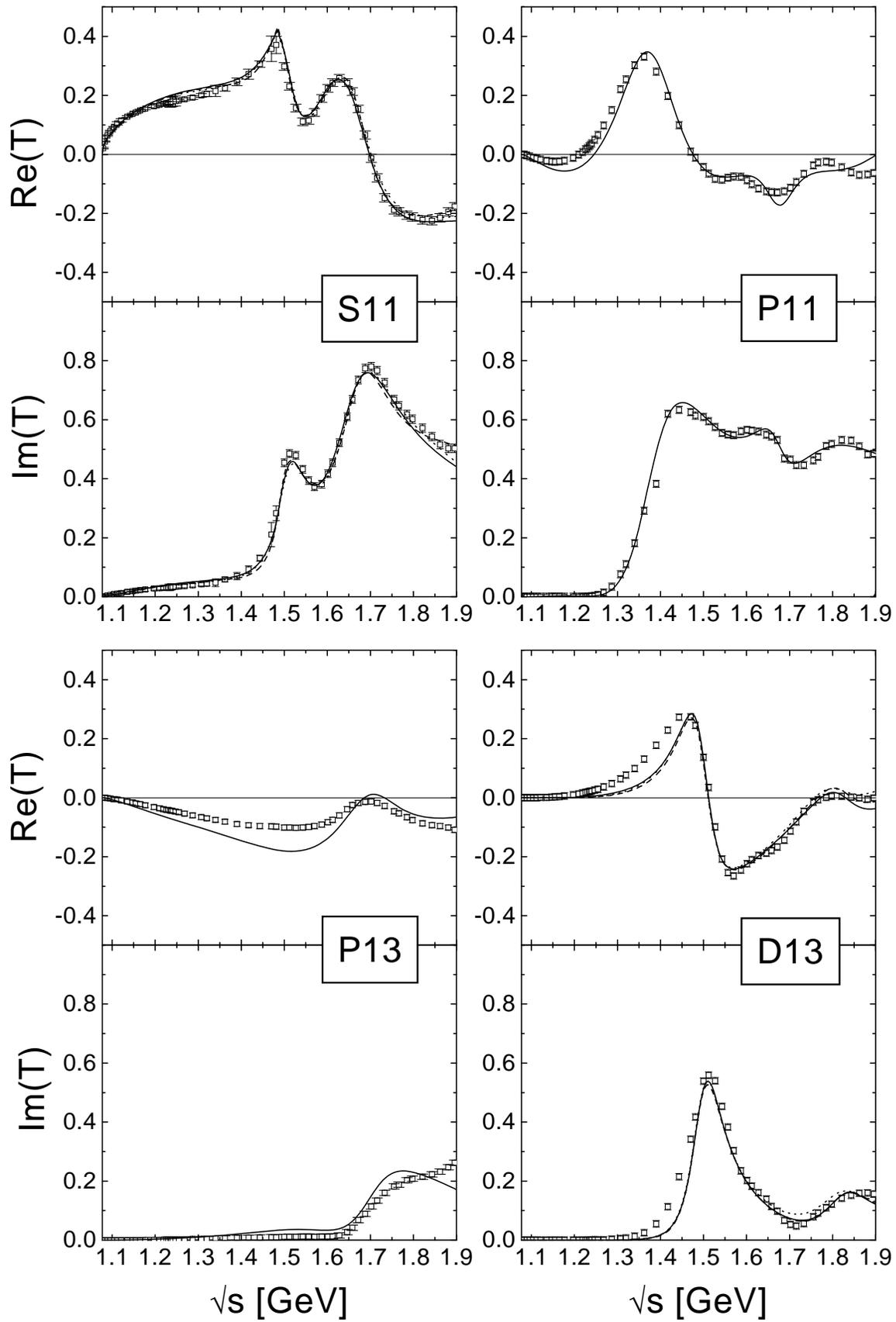
**Tab. 4.12:** Cutoffparameter  $\Lambda$  der einzelnen Fits. Die KA84-Werte finden sich in den ersten drei Zeilen (KA84-pp, KA84-ee und KA84-pt), darunter die Ergebnisse für SM95 (SM95-pp, SM95-ee und SM95-pt).

	$M$ [GeV]	$\Gamma$ [MeV]	$R\Gamma$ [MeV]	$\Phi$ [°]
$S_{11}(1535)$	$-^a$	–	–	–
	$-^a$	–	–	–
	1.510	260	120	15
	1.487	–	–	–
	1.501	124	31	-12
	$S_{11}(1650)$	1.660 - 1.669	137 - 166	30 - 40
	1.656 - 1.661	110 - 121	25 - 27	-(53 - 59)
	1.640	150	60	-75
	1.670	163	39	-37
	1.673, 1.689 <sup>b</sup>	82, 192	22, 72	29, -85
$P_{11}(1440)$	1.371 - 1.373	164 - 176	46 - 52	-(84 - 87)
	1.357 - 1.362	143 - 155	37 - 42	-(94 - 95)
	1.375	180	52	-100
	1.385	164	40	–
	1.346	176	42	-101
$P_{11}(1710)$	1.674 - 1.690	82 - 150	5 - 11	80 - 94
	1.659 - 1.680	63 - 139	6 - 12	90 - 95
	1.690	80	8	175
	1.690	200	15	–
	1.770	378	37	-167
$P_{13}(1720)$	1.677 - 1.681	150 - 153	14 - 15	-(115 - 120)
	1.663 - 1.671	140 - 147	12 - 14	-(116 - 120)
	1.680	120	8	-160
	1.686	187	15	–
	1.717	388	39	-70
$D_{13}(1520)$	1.497 - 1.498	93 - 94	25	-(29 - 32)
	1.496	86 - 94	24 - 28	-(28 - 30)
	1.510	114	35	-12
	1.510	120	32	-8
	1.515	110	34	7
$D_{13}(1700)$	$-^a$	–	–	–
	$-^a$	–	–	–
	1.660	90	6	0
	1.700	120	5	–
	–	–	–	–

**Tab. 4.13:** Resonanzpole und -residuen der  $I = \frac{1}{2}$ -Resonanzen im Vergleich zu anderen Ergebnissen. Gezeigt sind jeweils die Mittelwerte für KA84 (erste Zeile), SM95 (zweite Zeile) zusammen mit den Werten von Cutkosky et al. [CFHK79], Höhler [Hoe93] und Arndt et al. [SM95]. <sup>a</sup>: aus den Speedplots konnten keine Pole extrahiert werden, <sup>b</sup>: Arndt et al. finden zwei Resonanzen.

	$M$ [GeV]	$\Gamma$ [MeV]	$R\Gamma$ [MeV]	$\Phi$ [°]
$S_{31}(1620)$	1.598 - 1.603	101 - 108	15 - 16	-(105 - 113)
	1.588 - 1.595	91 - 123	11 - 16	-(108 - 113)
	1.600	120	15	-110
	1.608	116	19	-95
	1.585	104	14	-121
$P_{33}(1232)$	1.208	93 - 94	47	-(49 - 50)
	1.209 - 1.210	92 - 93	46	-48
	1.210	100	53	-47
	1.209	100	50	-48
	1.211	100	38	-22
$P_{33}(1600)$	$-^a$	-	-	-
	$-^a$	-	-	-
	1.550	200	17	-150
	1.550	-	-	-
	1.675	386	52	14
$D_{33}(1700)$	1.590 - 1.593	144 - 146	10	-(46 - 49)
	1.582 - 1.591	150 - 163	11 - 12	-(47 - 53)
	1.675	220	13	-20
	1.651	159	10	-
	1.655	242	16	-12

**Tab. 4.14:** Wie Tabelle 4.13, aber für die  $I = \frac{3}{2}$ -Resonanzen.  $^a$ : aus den Speedplots konnten keine Pole extrahiert werden.



**Abb. 4.8:** Ergebnisse für die  $I = \frac{1}{2}$ -Kanäle der Fits an die KA84-Partialwellen [KA84] für  $\pi N$ -Streuung. Dabei bedeuten die Linien in einzelnen: Fit KA84-pt (—), KA84-pp (— —) und KA84-ee (⋯).

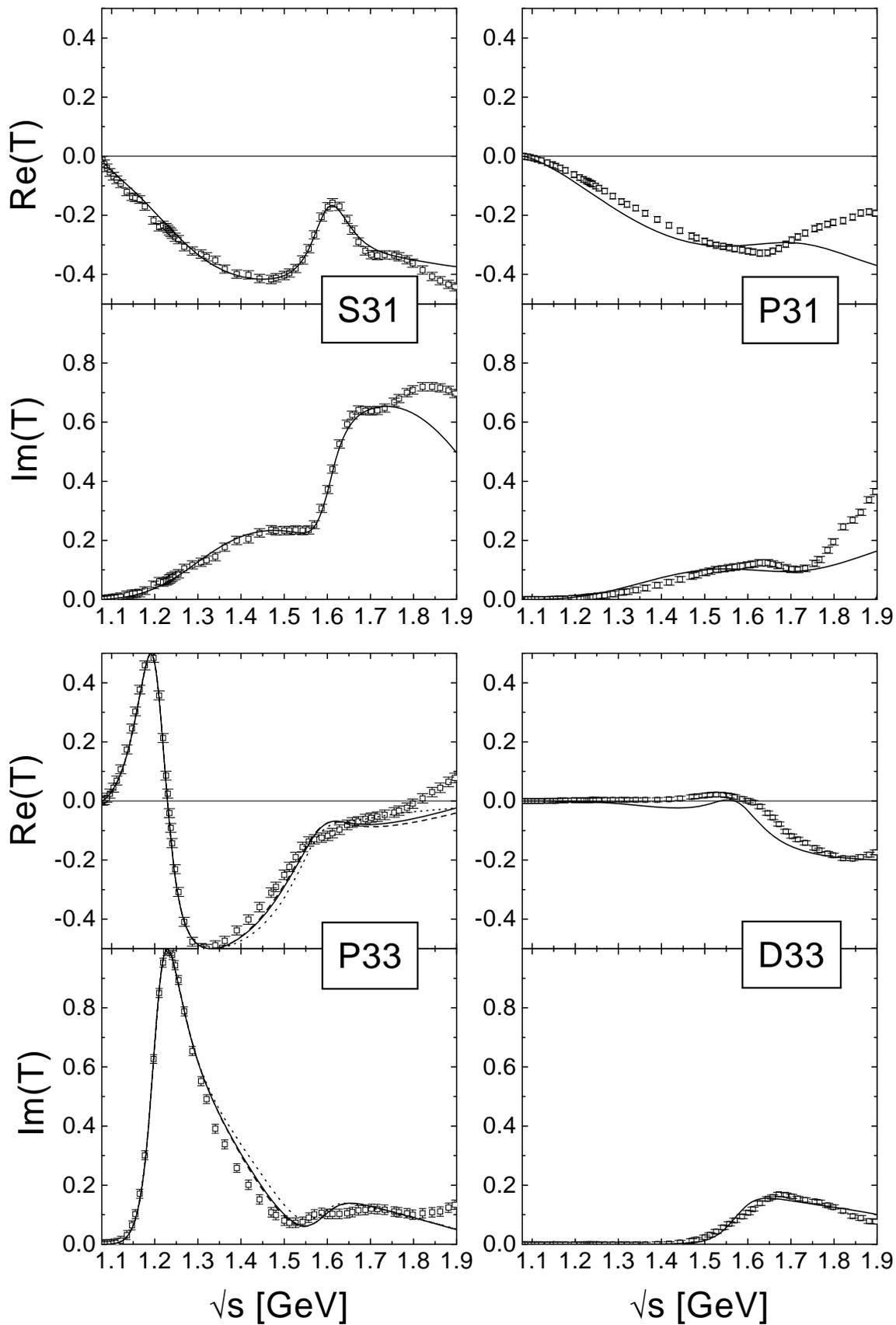
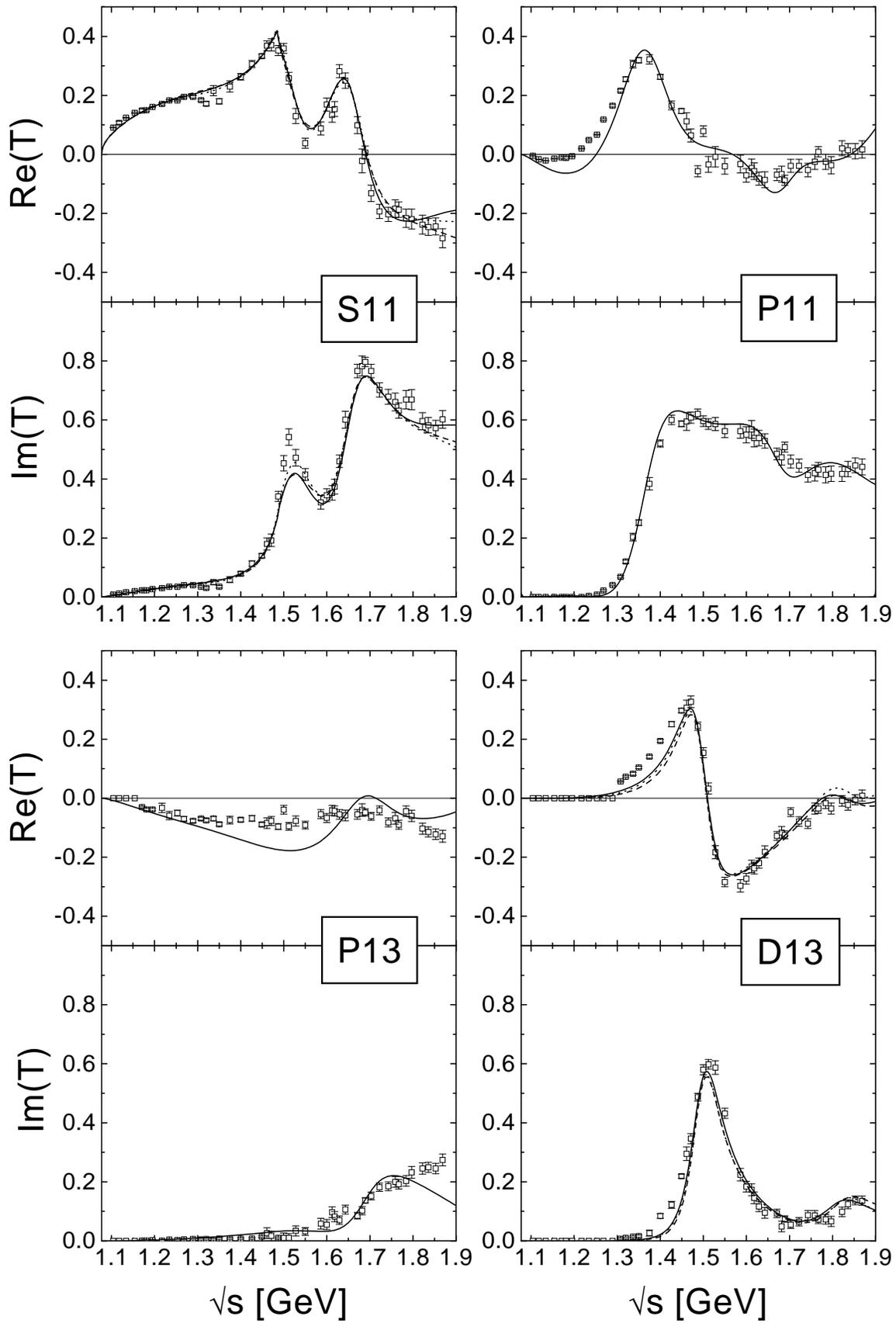


Abb. 4.9: Ergebnisse für die  $I = \frac{3}{2}$ -Kanäle der  $\pi N$ -Streuung. Bezeichnung wie in Abb. 4.8.



**Abb. 4.10:** Ergebnisse für die  $I = \frac{1}{2}$ -Kanäle der Fits an die SM95-Partialwellen [SM95] für  $\pi N$ -Streuung. Dabei bedeuten die Linien in einzelnen: Fit SM95-pt (—), SM95-pp (---) und SM95-ee (···).

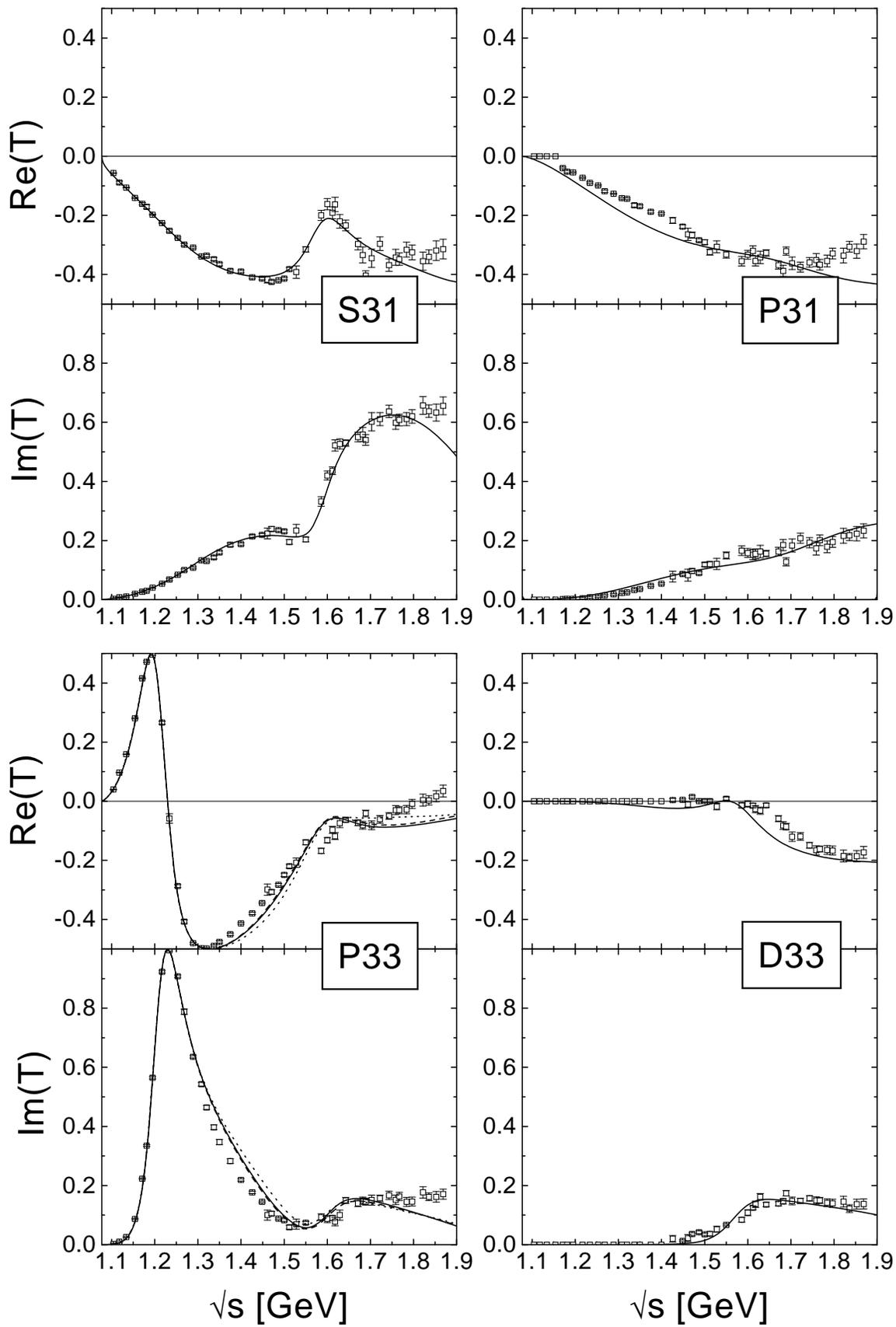
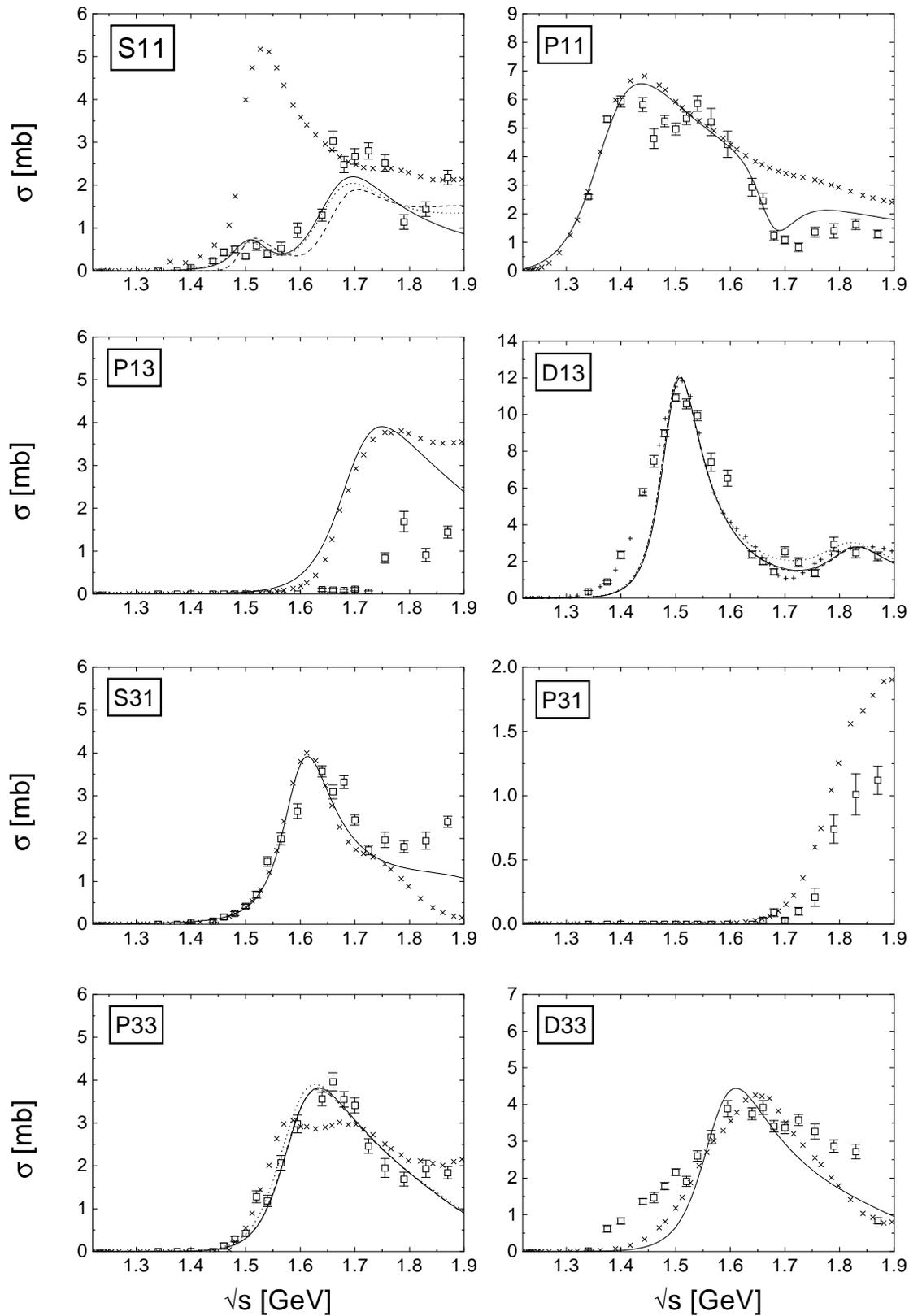
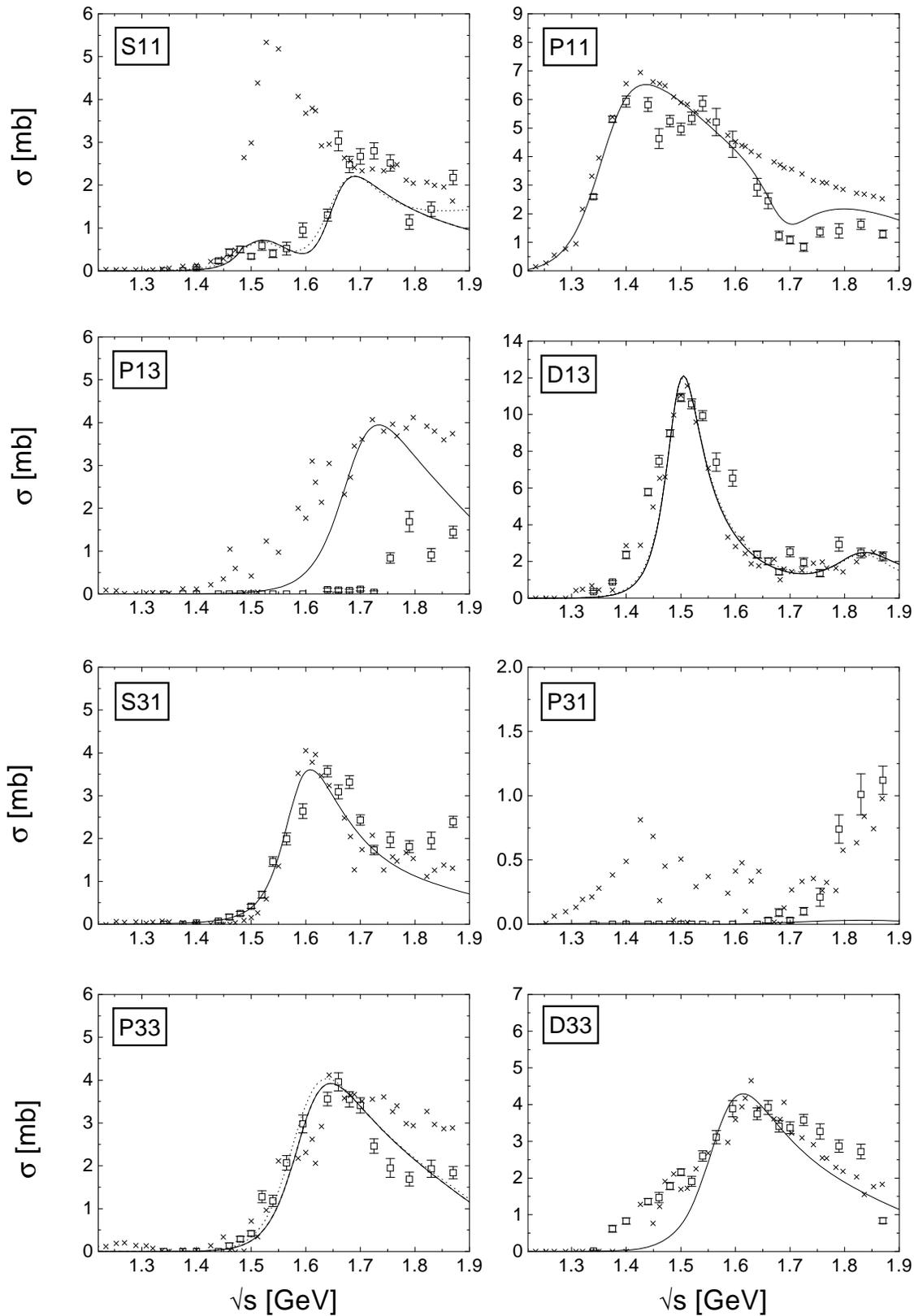


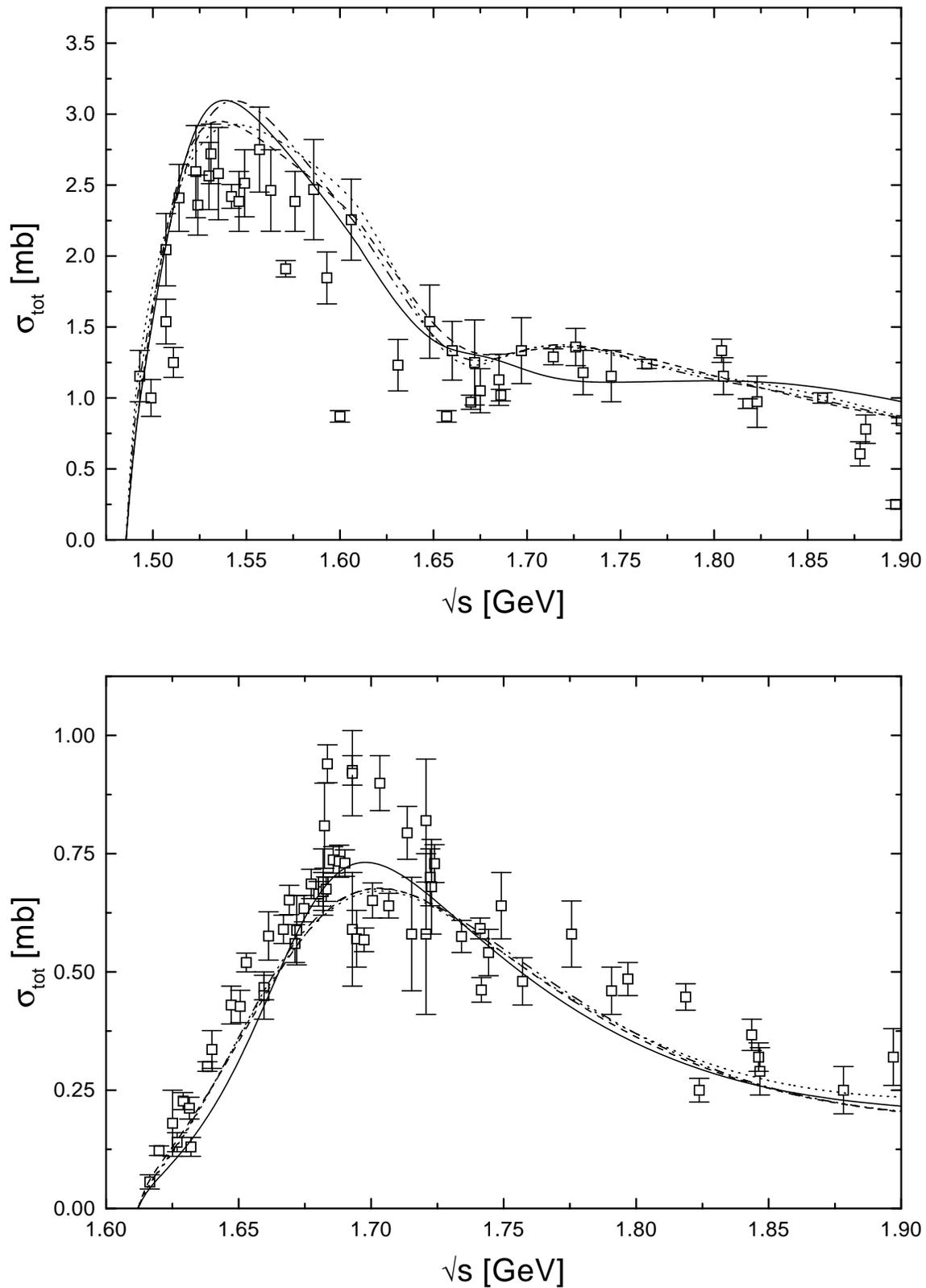
Abb. 4.11: Ergebnisse für die  $I = \frac{3}{2}$ -Kanäle der  $\pi N$ -Streuung. Bezeichnungen wie in Abb. 4.10.



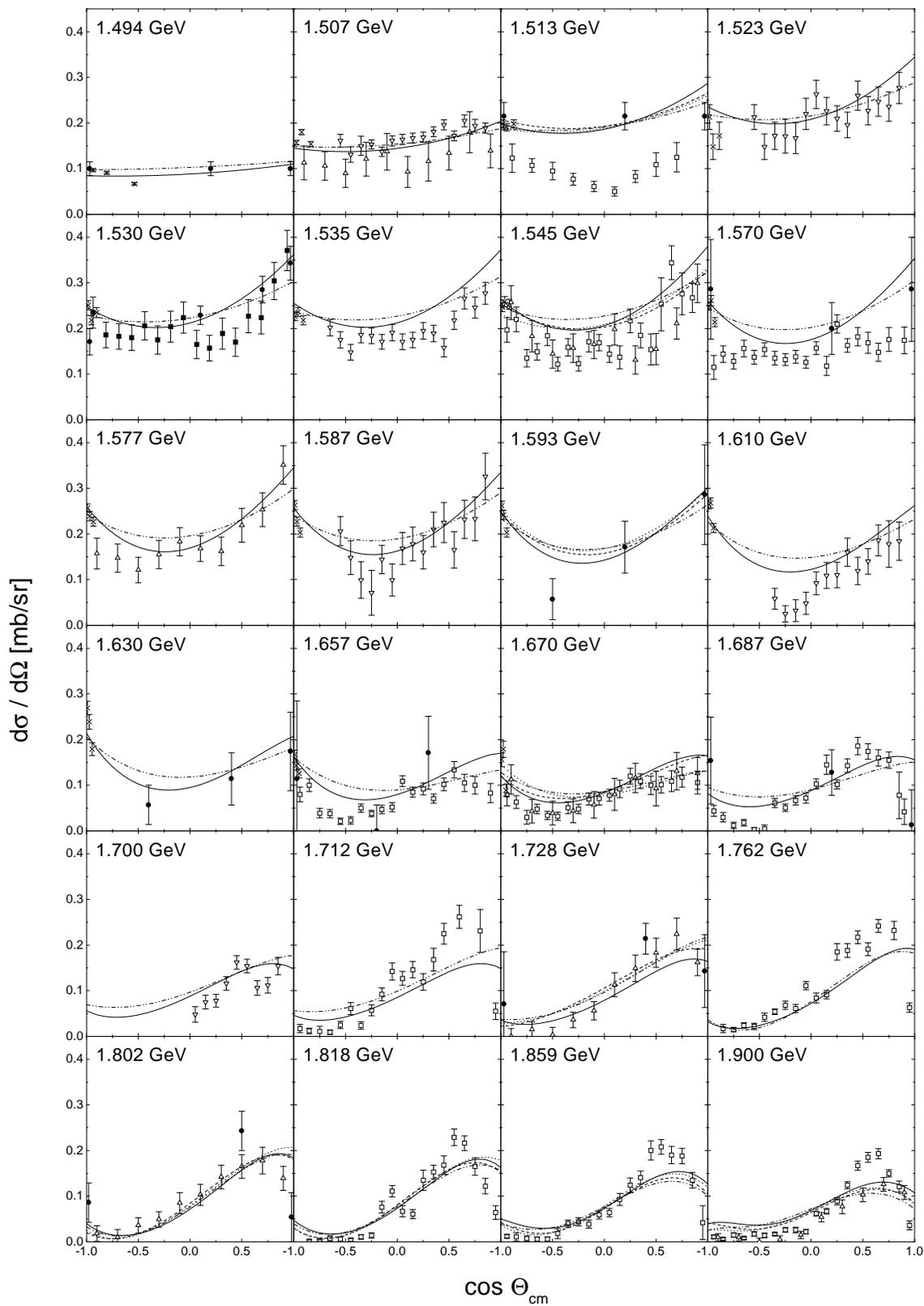
**Abb. 4.12:** Vergleich der berechneten totalen  $\pi N \rightarrow \pi\pi N$  Wirkungsquerschnitte mit den Daten aus [MS92]. Bezeichnung wie in Abb. 4.8. Zusätzlich ist noch der aus der KA84-PWA berechnete inelastische Wirkungsquerschnitt gezeigt ( $\times$ ).



**Abb. 4.13:** Vergleich der berechneten totalen  $\pi N \rightarrow \pi\pi N$  Wirkungsquerschnitte mit den Daten aus [MS92]. Bezeichnungen wie in Abb. 4.10. Zusätzlich ist noch der aus der SM95-PWA berechnete inelastische Wirkungsquerschnitt gezeigt ( $\times$ ).



**Abb. 4.14:** Ergebnisse für die totalen Wirkungsquerschnitte  $\pi^- p \rightarrow \eta n$  (oben) und  $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda$  (unten). Gezeigt sind jeweils KA84-pt (—), KA84-pp (---), SM95-pt (-·-) und SM95-pp (···). Daten wie in Abbn. 4.15 und 4.17.



**Abb. 4.15:** Vergleich der berechneten differentiellen  $\pi^- p \rightarrow \eta n$  Wirkungsquerschnitte. Bezeichnungen wie in Abb. 4.14. Daten aus: [Bul69] ( $\bullet$ ), [Deb75] ( $\times$ ), [Dei69] ( $\nabla$ ), [Ric70] ( $\triangle$ ), [Bro79] ( $\square$ ), [Fel75] ( $\blacksquare$ ).

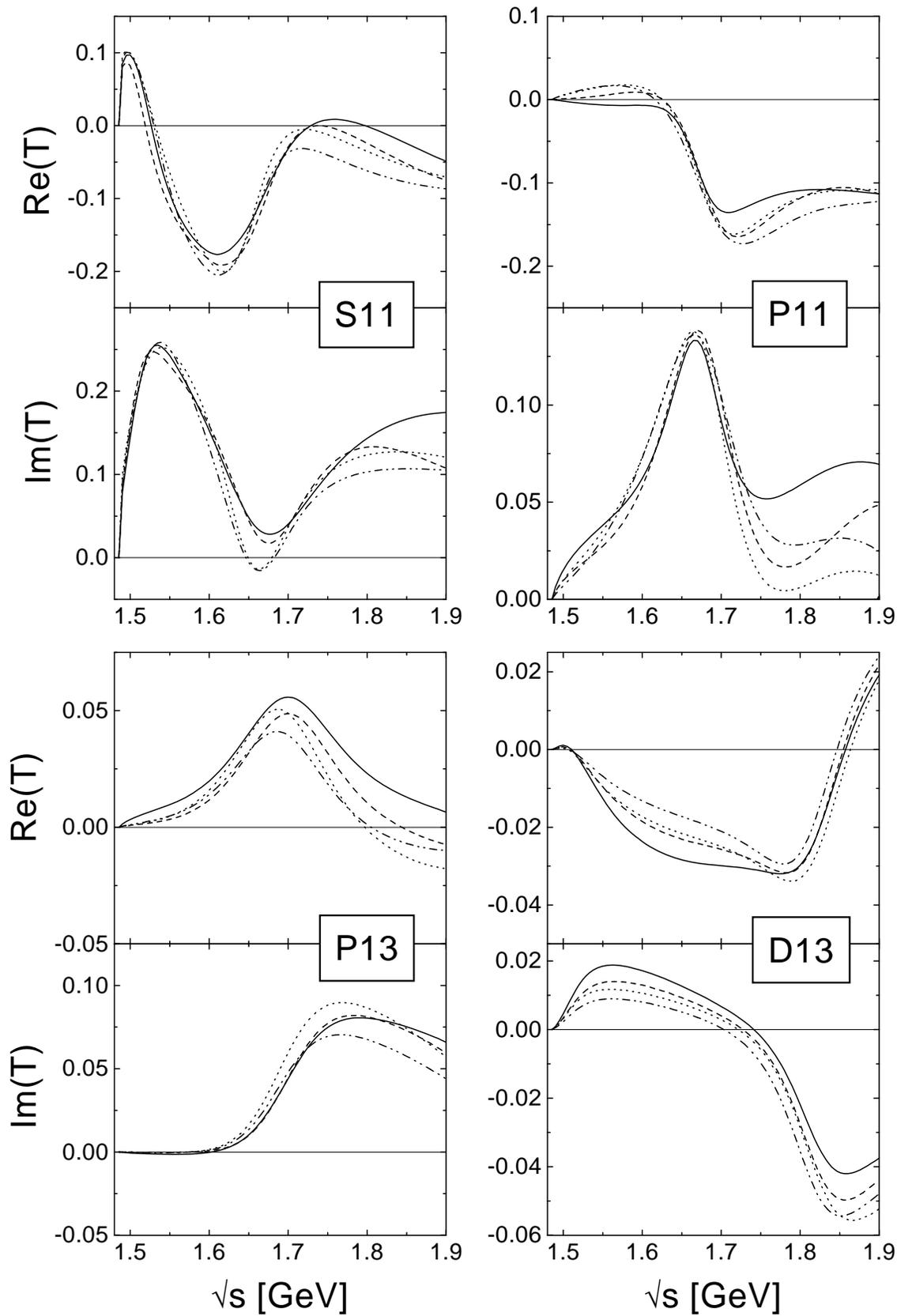
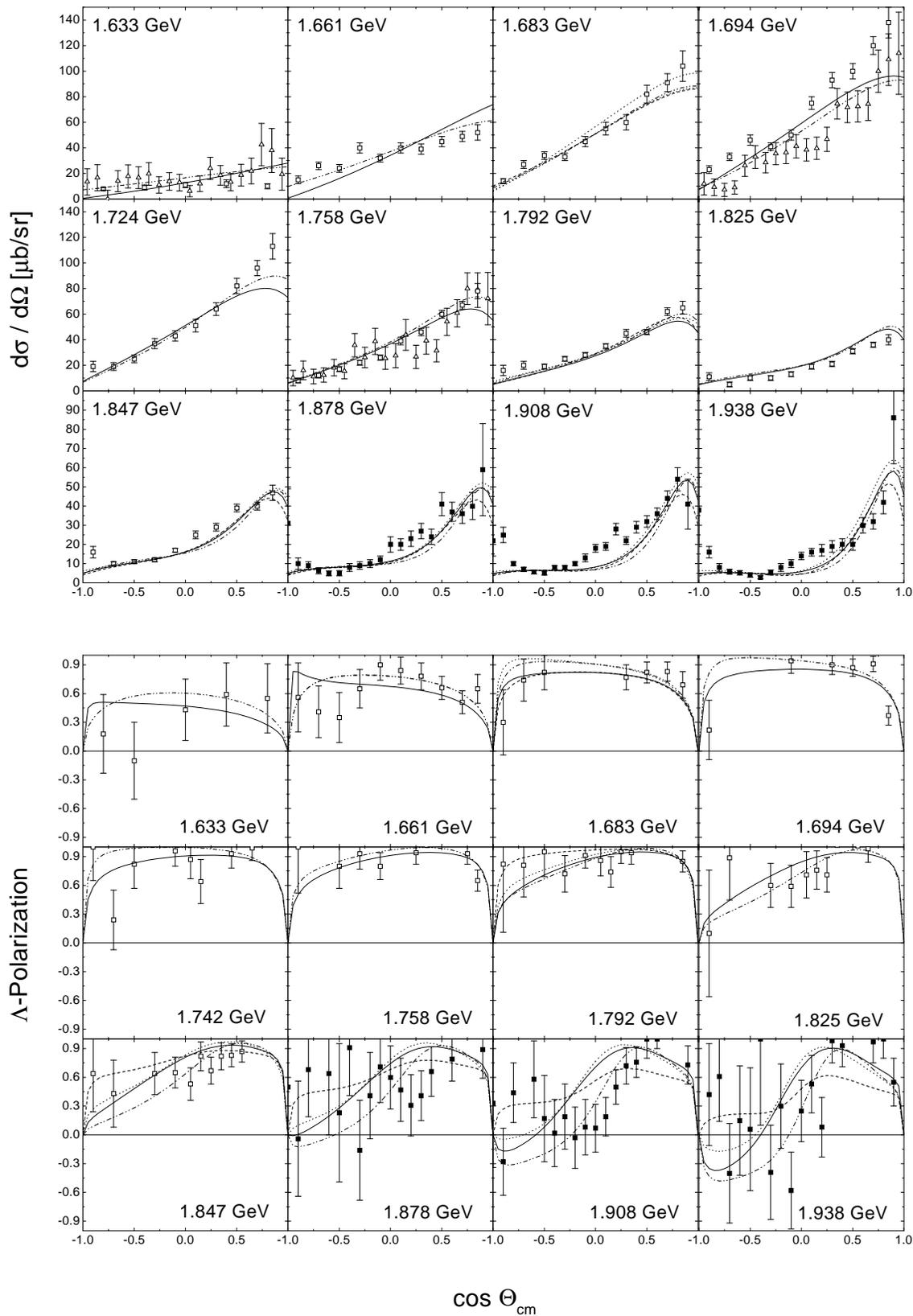


Abb. 4.16: Berechnete  $T_{\pi\eta}^{1/2}$ -Partialwellen. Bezeichnung wie in Abb. 4.14.



**Abb. 4.17:** Vergleich der berechneten differentiellen  $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda$  Wirkungsquerschnitte und mit den  $\Lambda$ -Polarisationen. Bezeichnungen wie in Abb. 4.14. Daten aus: [Bak78] ( $\square$ ), [Kna75] ( $\triangle$ ), [Sax80] ( $\blacksquare$ )

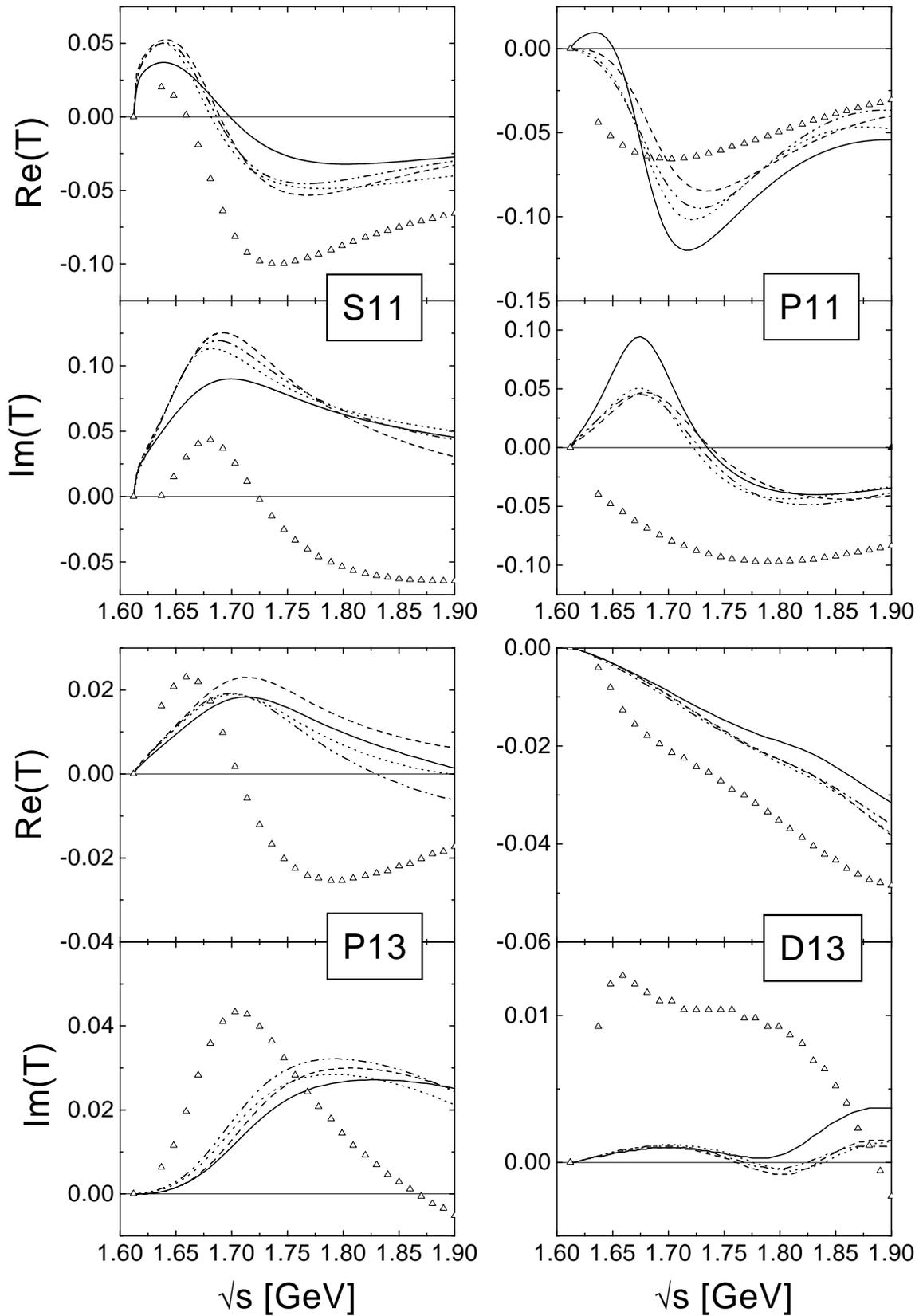


Abb. 4.18: Berechnete  $T_{\pi K}^{1/2}$ -Partialwellen. Bezeichnung wie in Abb. 4.14. Zusätzlich eingezeichnet sind die Ergebnisse von Sotona und Žofka [SZ89] ( $\triangle$ ).

# Kapitel 5

## Photon-induzierte Reaktionen

### 5.1 Erweiterung des Modells

Nachdem die hadronischen Reaktionskanäle gut beschrieben werden können, soll nun das Modell auf photon-induzierte Reaktionen ausgedehnt werden. Dazu muß als weiterer asymptotischer Zustand  $\gamma N$  berücksichtigt werden. Rein anschaulich läßt sich dies durch eine Vergrößerung der Matrizen  $[V]$  und  $[T]$  erreichen:

$$\left[ \begin{array}{cccc} T_{\pi\pi} & T_{\zeta\pi} & T_{\eta\pi} & T_{K\pi} \\ T_{\pi\zeta} & \ddots & & \vdots \\ T_{\pi\eta} & & \ddots & \vdots \\ T_{\pi K} & \cdots & \cdots & T_{KK} \end{array} \right] \rightarrow \left[ \begin{array}{c|cccc} T_{\gamma\gamma} & T_{\pi\gamma} & T_{\zeta\gamma} & T_{\eta\gamma} & T_{K\gamma} \\ \hline T_{\gamma\pi} & T_{\pi\pi} & T_{\zeta\pi} & T_{\eta\pi} & T_{K\pi} \\ T_{\gamma\zeta} & T_{\pi\zeta} & \ddots & & \vdots \\ T_{\gamma\eta} & T_{\pi\eta} & & \ddots & \vdots \\ T_{\gamma K} & T_{\pi K} & \cdots & \cdots & T_{KK} \end{array} \right]. \quad (5.1)$$

Als zusätzliche Reaktionskanäle ergeben sich dabei zum einen die Compton-Streuung ( $T_{\gamma\gamma}$ ) und zum anderen die verschiedenen Mesonenphotoproduktions-Prozesse ( $T_{\varphi\gamma}$ ).

Aufgrund der folgenden vier Punkte ist die Erweiterung aber technisch aufwendig:

1. Das Photon kann, als masseloses Spin-1-Teilchen, in zwei verschiedenen Polarisationszuständen vorliegen. Dies äußert sich darin, daß es sowohl elektrische als auch magnetische Übergänge induzieren kann. Im Fall der Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen gibt es deshalb zwei mögliche Übergangsoperatoren, die zu verschiedenen Amplituden (in den photon-induzierten Kanälen Multipole genannt) beitragen [GW64].
2. Weiterhin läßt sich dem Photon kein guter Isospin zuordnen. Dies läßt sich formal so berücksichtigen, daß man ihm sowohl isoskalaren als auch isovektoriellen Charakter zuordnet. Damit hat man aber in den Mesonenphotoproduktions-Reaktionen jeweils einen möglichen Isospin mehr als in den korrespondierenden hadronischen Prozessen zu berücksichtigen. So findet man z.B. im Falle der Photoproduktion von Pionen drei mögliche Amplituden ( $T^0$ ,  $T^{1/2}$  und  $T^{3/2}$ ) anstelle von zwei ( $T^{1/2}$  und  $T^{3/2}$ ) in der  $\pi N$ -Streuung [GW64].
3. Bei der Extraktion der Multipolamplituden der Photoproduktion von Pionen wird der Einfluß der Compton-Streuung normalerweise vernachlässigt [BM92].

4. Im Falle der Compton-Streuung kann man die Amplituden nicht unter ausschließlicher Verwendung experimenteller Resultate nach Gesamtisospin zerlegen. Da es nur zwei physikalische Prozesse gibt ( $\gamma p$  und  $\gamma n$ ), lassen sich auch nur zwei Isospinamplituden extrahieren. Darüberhinaus ist die Reaktion  $\gamma n \rightarrow \gamma n$  experimentell kaum zugänglich.

Am einfachsten läßt sich der erste Punkt in der Rechnung berücksichtigen: Anstelle nur eines zusätzlichen Endzustandes berücksichtigt man deren *zwei*:  $(\gamma N)^E$  und  $(\gamma N)^M$ . Dabei bezeichnet der Index hier und im weiteren die Art des elektromagnetischen Übergangs.

Analog kann man der isoskalaren/isovektoriellen Natur des Photons Rechnung tragen. Für die Pionen-Photoproduktion beispielsweise ist die normale Isospinzerlegung der Amplitude gegeben durch [DS96, GW64]:

$$\langle \pi_j | T_{\pi\gamma} | \gamma \rangle = \tau_j T_{\pi\gamma}^0 + \frac{1}{3} \tau_j \tau_3 T_{\pi\gamma}^{1/2} + (\delta_{j3} - \frac{1}{3} \tau_j \tau_3) T_{\pi\gamma}^{3/2}. \quad (5.2)$$

Dabei enthält  $T_{\pi\gamma}^0$  die Amplitude für isoskalare Photonen, während zu  $T_{\pi\gamma}^{1/2,3/2}$  die Amplituden den Beitrag des isovektoriellen Photons zu den Gesamtisospins  $I = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$  darstellen. Wichtig in diesem Zusammenhang ist nun, daß die Rückstreuung im Falle von  $T_{\pi\gamma}^0$  und  $T_{\pi\gamma}^{1/2}$  nur über den  $I = \frac{1}{2}$ -Anteil der hadronischen Kanäle (z.B.  $T_{\pi\pi}^{1/2}$ ) erfolgt. Im Gegensatz dazu hat man für  $T_{\pi\gamma}^{3/2}$  nur Beiträge von  $T_{\varphi\varphi'}^{3/2}$ .

Daher kann die  $I = \frac{3}{2}$ -Amplitude wie gehabt behandelt werden. Für die beiden Amplituden zu  $I = \frac{1}{2}$  führt man eine weitere Aufspaltung der Endzustände in  $(\gamma N)^{E,0}$ ,  $(\gamma N)^{E,\frac{1}{2}}$ ,  $(\gamma N)^{M,0}$  und  $(\gamma N)^{M,\frac{1}{2}}$  ein. Dabei gibt der zweite Index an, ob es sich um die Ankopplung eines isoskalaren oder isovektoriellen Photons handelt (vgl. (5.2)). Analog kann man im Falle der Compton-Streuung vorgehen und erhält dabei jeweils die gleiche Zerlegung wie bei der Photoproduktion für sowohl das einlaufende wie auch das auslaufende Photon. Die vollständige  $T$ -Matrix ergibt sich also für z.B.  $I = \frac{1}{2}$  zu:

$$[T^{1/2}] = \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{cccc|cccc} T_{\gamma\gamma}^{EE,00} & T_{\gamma\gamma}^{ME,00} & T_{\gamma\gamma}^{EE,\frac{1}{2}0} & T_{\gamma\gamma}^{ME,\frac{1}{2}0} & T_{\pi\gamma}^{E,0} & T_{\zeta\gamma}^{E,0} & T_{\eta\gamma}^{E,0} & T_{K\gamma}^{E,0} \\ T_{\gamma\gamma}^{EM,00} & \ddots & & \vdots & T_{\pi\gamma}^{M,0} & \ddots & & \vdots \\ T_{\gamma\gamma}^{EE,0\frac{1}{2}} & & \ddots & \vdots & T_{\pi\gamma}^{E,\frac{1}{2}} & & \ddots & \vdots \\ T_{\gamma\gamma}^{EM,0\frac{1}{2}} & \dots & \dots & T_{\gamma\gamma}^{MM,\frac{1}{2}\frac{1}{2}} & T_{\pi\gamma}^{M,\frac{1}{2}} & \dots & \dots & T_{K\gamma}^{M,\frac{1}{2}} \end{array} \right] \\ \hline \left[ \begin{array}{cccc|cccc} T_{\gamma\pi}^{E,0} & T_{\gamma\pi}^{M,0} & T_{\gamma\pi}^{E,\frac{1}{2}} & T_{\gamma\pi}^{M,\frac{1}{2}} & T_{\pi\pi} & T_{\zeta\pi} & T_{\eta\pi} & T_{K\pi} \\ T_{\gamma\zeta}^{E,0} & \ddots & & \vdots & T_{\pi\zeta} & \ddots & & \vdots \\ T_{\gamma\eta}^{E,0} & & \ddots & \vdots & T_{\pi\eta} & & \ddots & \vdots \\ T_{\gamma K}^{E,0} & \dots & \dots & T_{\gamma K}^{M,\frac{1}{2}} & T_{\pi K} & \dots & \dots & T_{KK} \end{array} \right] \end{array}. \quad (5.3)$$

Um die beiden letzten Punkte zu berücksichtigen, bietet es sich an, die  $T$ -Matrix für die photon-induzierten Kanäle nicht gemäß  $T = V/(1 - iV)$  zu berechnen. Dies führt nämlich im Falle der Photoproduktion z.B. im  $I = \frac{3}{2}$ -Kanal auf:

$$T_{\varphi\gamma}^{3/2} = V_{\varphi\gamma}^{3/2} + i \sum_{\varphi'} T_{\varphi\varphi'}^{3/2} V_{\varphi'\gamma}^{3/2} + iT_{\varphi\gamma}^{3/2} V_{\gamma\gamma}^{3/2}. \quad (5.4)$$

Der letzte Term entspricht dabei der Photon-Rückstreuung, die in den Multipol-Analysen nicht berücksichtigt wird. Zu seiner Berücksichtigung würde man die isospinzerlegte Amplitude der Compton-Streuung benötigen, die aus den oben genannten Gründen experimentell nicht zugänglich ist. In unserer Rechnung wird dieser letzte Term daher vernachlässigt. Dies ist möglich, da dieser um einen Faktor  $e^2$  gegenüber den anderen Termen in (5.4) unterdrückt ist.

Das gleiche Vorgehen im Falle der Compton-Streuung bedeutet die Vernachlässigung von  $iT_{\gamma\gamma}V_{\gamma\gamma}$ . Um die Isospinzerlegung zu umgehen, formuliert man außerdem die Rückstreuung in den physikalischen Reaktionskanälen  $c$  (z.B.  $\pi^0 p$ ,  $\pi^+ n$  usw. für  $\gamma p \rightarrow \gamma p$ ):

$$T_{\gamma\gamma}^{p,n} = V_{\gamma\gamma}^{p,n} + i \sum_c T_{\gamma c} V_{c\gamma}. \quad (5.5)$$

Explizit bedeutet dies, daß man im Falle der Compton-Streuung am Proton Rückstreuungsbeiträge z.B. durch  $\gamma p \rightarrow \pi^0 p \rightarrow \gamma p$  enthält, nicht aber aus  $\gamma p \rightarrow \gamma p \rightarrow \gamma p$ . Die Amplituden für die physikalischen Kanäle ergeben sich dabei aus den Isospinamplituden gemäß der in Anhang F aufgelisteten Zerlegungen.

### 5.1.1 Berechnung der photon-induzierten Reaktionen

Im Falle der photon-induzierten Reaktionen erhält man Beiträge zum Potential  $V$  aus der Bremsstrahlung der asymptotischen Teilchen und aus den elektromagnetischen Zerfällen der Nukleonresonanzen und der Vektormesonen. Die Bremsstrahlung liefert dabei die Born-Diagramme aus Abbildung 2.3 im  $s$ -,  $u$ - und  $t$ -Kanal. Weiterhin erhält man durch die Eichung weitere sog. 4-Punkt-Diagramme (vgl. Abb. 2.3 und Anhang D). Die Zerfälle der Resonanzen führen zu Beiträgen im  $s$ - und  $u$ -Kanal, während die Vektormesonen im  $t$ -Kanal auftauchen. Die notwendigen Lagrangefunktionen sind im Abschnitt 3 und in Anhang C dargestellt.

Die tatsächliche Berechnung wird nun wie folgt durchgeführt:

1. Zuerst wird das volle Potential  $[V]$  für hadronische und elektromagnetische Prozesse unter Berücksichtigung aller relevanten Feynman-Diagramme berechnet;
2. dann wird die hadronische Sub-Matrix invertiert, um so die zugehörige  $T$ -Matrix zu bestimmen:  $[T_{hadr}] = [V_{hadr}/(1 - iV_{hadr})]$ ;
3. danach wird unter Benutzung von (5.4) die  $T$ -Matrix für die Photoproduktion bestimmt;
4. abschließend wird die Compton-Streuung gemäß (5.5) unitarisiert.

Als einzige Änderung gegenüber den rein hadronischen Prozessen wird nun am  $\eta NN$ -Vertex pseudoskalare (PS) statt pseudovektorieller (PV) Kopplung verwendet. Für die Eta-Photoproduktion läßt sich nämlich zeigen [TBK94], daß PS-Kopplung den differentiellen Wirkungsquerschnitt erheblich besser reproduziert. Im Falle der rein hadronischen Reaktionen ist dieser PS  $\leftrightarrow$  PV-Unterschied kaum sichtbar, da der Beitrag der Born-Terme durch den hadronischen Formfaktor stark unterdrückt ist.

Wie in Anhang D gezeigt, wird in der Photoproduktion durch die Forderung nach Eichinvarianz der Einfluß der Formfaktoren auf die Kopplung an die Ladung ganz oder

teilweise wieder aufgehoben. Daher werden die Born-Terme gegenüber den anderen Beiträgen verstärkt. Dies erklärt die höhere Sensitivität in der Eta-Photoproduktion auf die Art der verwendeten Kopplung. Im Falle der Kaonen-Photoproduktion ist die Situation nicht klar [BMK97], daher werden in dieser Arbeit beide Möglichkeiten betrachtet.

## 5.2 Resultate der Fits

Wie schon im Falle der rein hadronischen Reaktionen lassen sich die Parameter in resonante und nicht-resonante unterteilen. Bei den ersteren handelt es sich um die Resonanzkopplungen sowie die  $z$ -Parameter und die Größe der Cutoffs  $\Lambda$ . Bei den nicht-resonanten Zerfällen der Vektormesonen werden die Kopplungen auf die Werte aus (C.4) festgelegt. Nur im Falle von  $g_{\gamma\eta\rho^0}$  und  $g_{\gamma\eta\omega}$  ergibt sich aus den gemessenen Zerfallsbreiten [PDG96] ein Spielraum von ca. 25%. Daher werden diese beiden Kopplungen auch an die Daten angepaßt.

Zusätzlich zu  $g_{\gamma\pi^0,\eta\omega}$  benötigt man zur Berechnung der  $t$ -Kanal Beiträge des  $\omega$  Mesons noch die Stärke der Kopplung an das Nukleon. In dieser Arbeit werden dafür die Werte

$$g_{\omega NN} = 7.98, \quad \kappa_{\omega NN} = -0.12 \quad (5.6)$$

benutzt [NBL90, FM97]. Aus Untersuchungen zur Photoproduktion von Pionen [DMW91] ist bekannt, daß hauptsächlich die  $z$ -Parameter der  $P_{33}(1232)$  sensitiv auf den genauen Wert von  $\kappa_{\omega NN}$  sind. Die resultierenden Amplituden sind dabei für die verschiedenen Parametersätze fast identisch. Da  $g_{\omega NN}$  und  $\kappa_{\omega NN}$  aber aus den Daten zur Photoproduktion nicht zuverlässig extrahiert werden können, werden die Werte beider Parameter in den hier durchgeführten Fits nicht variiert.

### 5.2.1 Reaktionskanäle und Datenbasis

Die in den hadronischen Kanälen verwendeten Daten wurden bereits in Abschnitt 4.1 besprochen. Da sich die Resultate der Fits unter Benutzung von KA84 und SM95 kaum unterscheiden, werden im weiteren nur die Ergebnisse der neueren Analyse SM95 verwendet.

- $\gamma p \rightarrow \gamma p$ : Es werden differentielle Wirkungsquerschnitte aus einer Vielzahl von Messungen [GP GP] benutzt. Weiterhin berücksichtigt werden auch die Daten der LEGS-Kollaboration zur Photonenpolarisation  $\Sigma$  [B96]. Da man aufgrund der Helizitätskopplungen aus [PDG96] große Beiträge der Spin- $\frac{5}{2}$ -Resonanzen  $D_{15}(1675)$  und  $F_{15}(1680)$  erwartet, werden die Daten nur bis zu einer maximalen Energie von 1.6 GeV angepaßt. Nur in diesem Energiebereich ist sichergestellt, daß in dieser Rechnung alle resonanten Beiträge enthalten sind.
- $\gamma N \rightarrow \pi N$ : Hier werden die Einzelenergie-Daten der Multipolanalyse SP97 [SM95] benutzt. Im Prinzip ist auch eine zweite Analyse MA97, basierend auf den Messungen aus Mainz und Bonn, verfügbar. Diese Analyse ist aber auf Energien  $< 1.35$  GeV beschränkt. Daher findet diese Analyse hier keine Verwendung.

Es wäre aber wünschenswert, zu einem späteren Zeitpunkt Fits in diesem beschränkten Energieintervall durchzuführen, um evtl. Unterschiede in den extrahierten Parametern zu untersuchen.

Leider ist die Streuung in den Einzelenergie-Daten aus SP97 wesentlich größer als die aus der  $\pi N$ -Analyse SM95. Daher haben wir zur weiteren Einschränkung der Parameter in den Fits auch den sog. Speed berücksichtigt (4.2). Dazu wird die Ableitung der Multipole aus der energieabhängigen Lösung zu SM97 berechnet. Da dies aber nicht modellunabhängig geschehen kann, muß man sicherstellen, daß man nicht Modell an Modell anpaßt. Im konkreten Fall bedeutet dies, daß wir in unserer Rechnung, bedingt durch die dynamische Rückstreuung, auch resonante Strukturen im Falle einer sehr kleinen direkten Kopplung einer Resonanz finden. Als Beispiel sei hier die  $P_{11}(1710)$  genannt, für die das bereits in der  $\pi N$ -Streuung diskutiert wurde. Solche Strukturen finden sich in der energieabhängigen Lösung zu SM97 nicht. Da die Fehler der Einzelenergie-Daten in den jeweiligen Bereichen sehr groß sind, ergibt sich jedoch kein Problem bei der Anpassung an die Multipoldaten aus SM97. Die Speeds jedoch, die aus den glatten energieabhängigen Kurven bestimmt sind, können im Bereich dieser Resonanzen ( $P_{11}(1710)$  und  $D_{13}(1700)$ ) nicht reproduziert werden. Daher wird im Energiebereich um diese beiden Resonanzen der Speed nicht mitangepaßt.

- $\gamma N \rightarrow \pi\pi N$ : Während die hier verwendete einfache Parametrisierung des  $\pi\pi N$ -Endzustandes durch ein effektives  $\zeta$ -Meson im Falle der hadronischen Reaktionen sinnvolle Ergebnisse liefert, ist dies für die Photoproduktion von zwei Pionen nicht zu erwarten. Schon durch die Verletzung der Isospinsymmetrie durch das Photon ist abzusehen, daß kein Fit an die Daten aus den unterschiedlichen Kanälen möglich sein wird. So läßt sich z.B. der Endzustand  $\pi^0\pi^0 N$  gar nicht unter Verwendung eines isovektoriellen  $\zeta$ -Mesons darstellen. Daher wird die Amplitude für diesen Kanal zwar berechnet, aber nicht mit experimentellen Daten verglichen.
- $\gamma N \rightarrow \eta N$ : Für Energien kleiner als 1.54 GeV werden nur die Daten von Kruische et al. [K95] zum differentiellen und totalen Wirkungsquerschnitt berücksichtigt. Darüber hinausgehend stehen nur noch wenige Daten verschiedenster Messungen zur Verfügung [GPEP]. Im Falle des totalen Wirkungsquerschnittes gibt es noch eine Messung von ELSA [W93] zur Elektroproduktion bei sehr kleinem  $k^2$  ( $= -0.056 \text{ GeV}^2$ ), aber keine differentiellen Daten. Weiterhin wurden aus Messungen am Deuterium Neutron/Proton-Verhältnisse extrahiert [HR97], die hier auch verwendet werden. Zuletzt sind noch ein paar Daten zur Targetasymmetrie vorhanden [Bock97]. Leider sind die letzten Messungen zur Photon-Asymmetrie, durchgeführt am GRAAL, noch nicht veröffentlicht.
- $\gamma p \rightarrow K^+\Lambda$ : Für diese Reaktion stammen die besten Daten von der SAPHIR-Kollaboration [Barth97]. Die älteren Messungen zum differentiellen Wirkungsquerschnitt und zur  $\Lambda$ -Polarisation wurden von Adelseck und Saghai [AS90] auf mögliche systematische Fehler untersucht. Dabei zeigt sich, daß die Fehlerbalken einzelner Messungen vergrößert werden müssen. Dies wird auch in dieser Arbeit berücksichtigt.

Wie im Falle der hadronischen Reaktionen in Kapitel 4 werden die einzelnen Fits nach der  $\pi N$ -PWA und den Formfaktoren im  $s$ - und  $t$ -Kanal benannt. Eine weitere Zahl bezeichnet dann die Methode zur Wiederherstellung der Eichung, die in den jeweiligen Fits verwendet wurde: 1 - Ohtas Methode mit den hadronischen Parametern aus dem letzten Kapitel, 2 - Ohtas Methode und ein globaler Fit aller Parameter und 3 - Haberzettls Methode mit festen  $a$ -Parametern (vgl. (3.24)). Weiterhin ist aus den Ergebnissen des letzten Kapitels ersichtlich, daß die exponentielle Form des Formfaktors  $F_e$  zu schlechteren Fits führt. Daher wird  $F_e$  im weiteren nicht benutzt. Da  $F_p$  und  $F_t$  außerdem zu sehr ähnlichen Resultaten führen, beschränken wir uns von nun an auf den Parametersatz SM95-pt (Tabellen 5.3 - 5.5). Es sollte aber nicht vergessen werden, daß die Wahl von verschiedenen Formfaktoren eine wichtige Quelle systematischer Fehler darstellt.

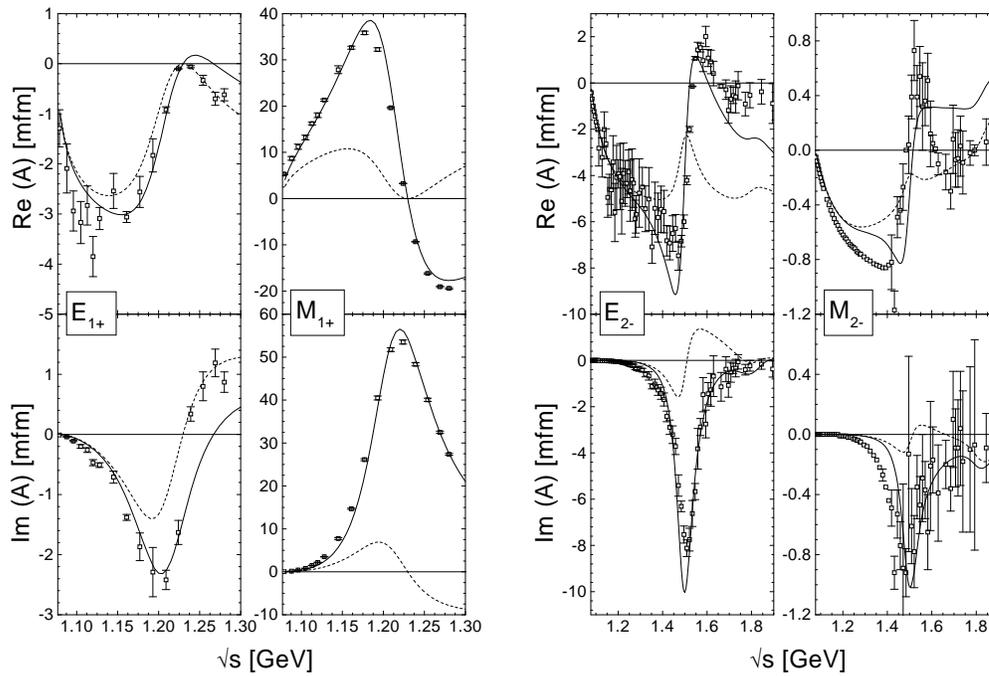
### 5.2.2 Fit der elektromagnetischen Kopplungen

In einem ersten Fit werden die hadronischen Parameter nicht mitvariiert, sondern es werden die Resultate von SM95-pt aus dem letzten Kapitel verwendet (vgl. Tabelle 5.4). Unter der Benutzung der Eichvorschrift von Ohta wurden die elektromagnetischen Kopplungen durch einen Fit an die volle Datenbasis hadronischer und photon-induzierter Prozesse bestimmt.

Die Ergebnisse dieses Fits finden sich, zusammen mit den im folgenden beschriebenen Fits, als gepunktete Linien in den Abbildungen 5.6 - 5.14. Dabei läßt sich leicht erkennen, daß in allen Kanälen eine gute Wiedergabe der Daten möglich ist. Insbesondere die Verbesserung in der Beschreibung der Photoproduktion von Pionen gegenüber der  $T$ -Matrix-Rechnung aus [FM97] wird deutlich (vgl. Abbn. 5.7 - 5.9).

**Vergleich mit den Ergebnissen einer  $T$ -Matrix-Rechnung** Einer der wichtigsten Unterschiede zwischen der  $T$ -Matrix-Rechnung aus [FM97] und den Resultaten der hier durchgeführten  $K$ -Matrix-Rechnung ist die verbesserte Beschreibung der Daten in den Multipolen  $E_{1+}^{3/2}$  und  $M_{2-}^n$ . Im ersteren Falle ist seit langem bekannt, daß nur die Berücksichtigung der Rückstreuung einen Fit an die Daten erlaubt. Dies ist in Abbildung 5.1 klar zu erkennen, da dort der Einfluß der direkten  $P_{33}(1232)N\gamma$ -Kopplung auf die Multipole  $E_{1+}^{3/2}$  und  $M_{1+}^{3/2}$  gezeigt ist. Selbst bei verschwindender Kopplung lassen sich die Daten im  $E_{1+}^{3/2}$ -Kanal alleine durch die hadronische Rückstreuung bereits annähernd beschreiben. Dieser Multipol wird also nicht durch die direkte Anregung der Resonanz dominiert. Daher ist einsichtig, daß unsere alte Rechnung unter Vernachlässigung der dynamischen Rückstreuung die Daten in diesem Kanal nicht reproduzieren konnte.

In [FM97] wurde spekuliert, daß der gleiche Mechanismus auch für die gefundenen Abweichungen im  $M_{2-}^n$ -Multipol verantwortlich sein könnte. Aber wie aus Abbildung 5.1 ersichtlich, ist dies nicht der Fall. Für die Beschreibung beider Multipole  $E_{2-}^n$  und  $M_{2-}^n$  ist die direkte Ankopplung der  $D_{13}(1520)$  unerläßlich. Daher wurden die Ergebnisse der alten Rechnung offensichtlich durch die Beiträge der  $D_{13}(1520)$  zu anderen, nichtresonanten Multipolen bestimmt. Wie bereits im letzten Kapitel diskutiert (vgl. Abschnitt 4.4) werden gerade diese Offshell-Beiträge in einer  $T$ -Matrix-Rechnung nicht



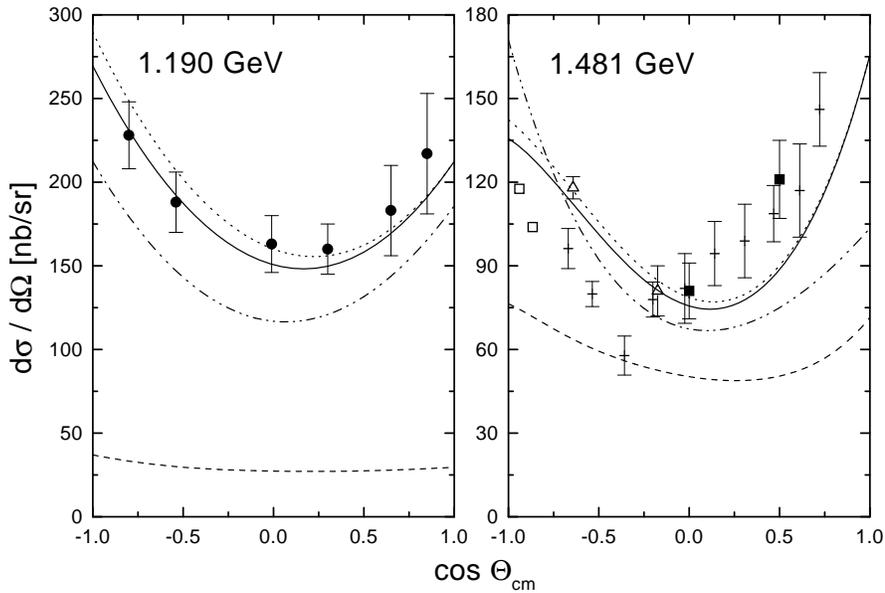
**Abb. 5.1:** Einfluß der Rückstreuung auf die Ergebnisse in verschiedenen Multipolen. Gezeigt sind die Rechnungen unter Benutzung von SM95-pt-1 mit (—) und ohne (---) Berücksichtigung der elektromagnetischen Kopplungen der  $P_{33}(1232)$ , bzw. der  $D_{13}(1520)$ . **Links:**  $P_{33}(1232)$  im  $E_{1+}^{3/2}$ - und  $M_{1+}^{3/2}$ -Multipol. **Rechts:**  $D_{13}(1520)$  im  $E_{2-}^n$ - und  $M_{2-}^n$ -Multipol.

korrekt behandelt, sondern man findet unphysikalische Strukturen in den nichtresonanten Kanälen (z.B. in  $E_{1+}^{p,n}$ ,  $M_{1+}^{p,n}$ ,  $E_{0+}^{3/2}$  und  $M_{1-}^{3/2}$  im Falle der Photoproduktion, vgl. Abbn. 5.7 - 5.9). Daher ist die  $T$ -Matrix-Näherung nicht geeignet, die Offshell-Beiträge und die  $z$ -Parameter der Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen systematisch zu untersuchen. Ohne die korrekte Berücksichtigung der Rückstreuung werden die  $z$ -Parameter bestimmt, um den störenden Einfluß der unphysikalischen Offshell-Beiträge zu minimieren und machen daher keine Aussage über die Struktur der Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen. Wie im Falle des  $M_{2-}^n$ -Multipols deutlich wird, können davon auch die elektromagnetischen Kopplungen der Resonanzen beeinflusst werden.

Eine verbesserte Übereinstimmung mit den Daten findet sich auch für die Imaginärteile der Multipole  $E_{0+}$ ,  $E_{1+}^{p,n}$  und  $M_{1+}^{p,n}$ . Da diese Kanäle durch die Born-Terme dominiert werden, findet man in einer  $T$ -Matrix-Rechnung keinen Imaginärteil, im Widerspruch zu den experimentellen Daten. Durch die dynamische Rückstreuung gemäß  $T = V/(1 - iV)$  werden aber auch für diese rein reellen Beiträge zu  $V$  die zugehörigen Imaginärteile generiert, was den Fit erheblich verbessert.

**Compton-Streuung** Diese Arbeit ist einer der ersten Versuche, die Compton-Streuung in einem dynamischen Modell auch jenseits der  $\Delta$ -Resonanz zu beschreiben.

Daher bietet sich hier auch zum ersten Mal die Möglichkeit, die Daten zur Compton-Streuung und zu den einzelnen Photoproduktions-Reaktionen auf ihre Konsistenz hin zu überprüfen. Wie man anhand von Abbildung 5.6 erkennen kann, sind wir in der Lage, die Compton-Streuung zusammen mit den anderen Kanälen mit einem einheitlichen Parametersatz zu beschreiben. Sowohl die differentiellen Wirkungsquerschnitte, als auch die  $\Sigma$ -Asymmetrie lassen sich im gesamten Energiebereich gut reproduzieren. Es zeigt sich somit, daß die verschiedenen Datensätze miteinander verträglich sind. Natürlich ist dieses Resultat modellabhängig, aber für Energien jenseits der  $\Delta$ -Resonanz ist eine solche Modellabhängigkeit aufgrund der Vielzahl der offenen Kanäle kaum zu vermeiden. Einzig im Falle der  $D_{13}(1520)$ -Resonanz ergeben sich Hinweise auf eine evtl. Inkonsistenz zwischen den Daten zur Compton-Streuung und zur Photo-Produktion von Pionen. Darauf wird in einem späteren Abschnitt (5.2.4) noch einmal näher eingegangen.



**Abb. 5.2:** Vergleich verschiedener Beiträge zum differentiellen  $\gamma p \rightarrow \gamma p$  Wirkungsquerschnitt für zwei verschiedene Energien (Daten aus [GPGP]). Volle Rechnung unter Verwendung von SM95-pt-2 (—), ohne  $\pi^0$  und  $\eta$   $t$ -Kanal Beiträge (⋯), nur Born  $s$ - und  $u$ -Kanal Diagramme (— —). **Links:** nur  $P_{33}(1232)$  Beiträge (— ·). **Rechts:** nur  $D_{13}(1520)$  Beiträge (— ·).

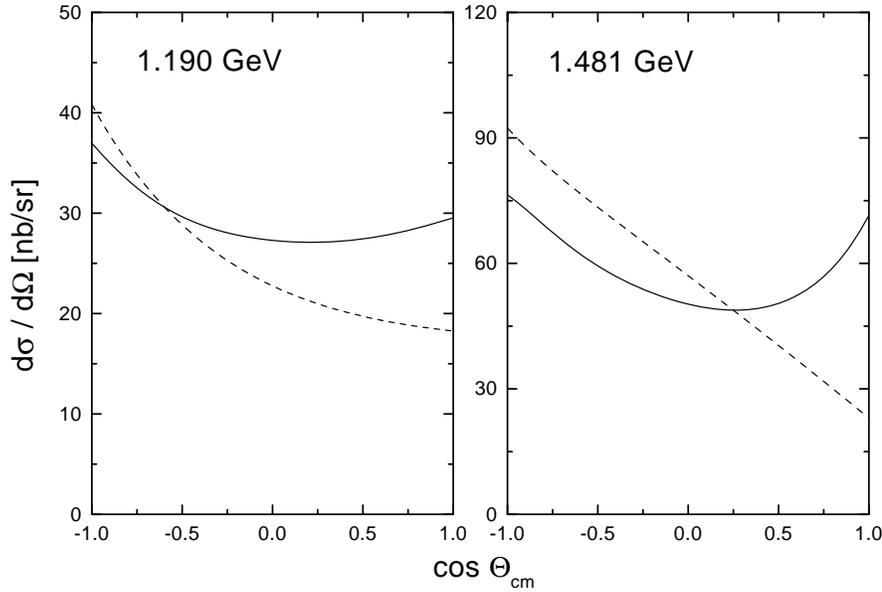
Wie aus Abbildung 5.2 ersichtlich, wird der Wirkungsquerschnitt der Compton-Streuung durch die Born-Beiträge aus  $s$ - und  $u$ -Kanal, sowie durch die Resonanzbeiträge der  $P_{33}(1232)$  und der  $D_{13}(1520)$  dominiert. Weiterhin erkennt man, daß die  $t$ -Kanal Beiträge von  $\pi^0$  und  $\eta$  einen kleinen Beitrag nur unter Rückwärtswinkeln liefern. Im Bereich unter 1.6 GeV könnte man daher die Beiträge der anderen Resonanzen vernachlässigen, da keiner von ihnen größer als 5 nb/sr wird.

Weiterhin läßt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt bei höheren Energien auch

ohne den von Ishii et al. [GPGP] eingeführten Abschwächungsfaktor ( $x = \cos \theta$ ):

$$\tilde{A}_{Born} = A_{Born} e^{-C(1-x)}, \quad (5.7)$$

für die Born-Terme beschreiben. Dabei handelt es sich bei  $C$  um einen freien Parameter, der an die Daten angepaßt wird. Offensichtlich ist der zu große Beitrag der Born-Terme unter Rückwärtsrichtung, der durch (5.7) unterdrückt werden soll, ein Artefakt der von Ishii et al. benutzten  $T$ -Matrix-Näherung. Dies wird in Abbildung 5.3 dargestellt, wo die Ergebnisse einer  $K$ - und  $T$ -Matrix-Rechnung unter alleiniger Berücksichtigung der Born-Beiträge aus  $s$ - und  $u$ -Kanal gegenübergestellt werden. Dabei ist die in der  $K$ -Matrix-Rechnung zu beobachtende Erhöhung unter Vorwärtswinkeln hauptsächlich auf die Rückstreuung über einen  $\pi N$ -Zwischenzustand zurückzuführen. Durch die gleichzeitig vorhandene Reduktion des Wirkungsquerschnittes in Rückwärtsrichtung, kann in der hier durchgeführten Anpassung auf die Verwendung eines zusätzlichen Faktors  $e^{-C(1-x)}$  verzichtet werden.



**Abb. 5.3:** Einfluß der Rückstreuung auf die Born-Beiträge zur Compton-Streuung. Gezeigt sind die differentiellen Wirkungsquerschnitte für zwei Energien unter Benutzung der  $K$ -Matrix- (—) und der  $T$ -Matrix-Näherung (---).

Im Falle der  $\Sigma$ -Asymmetrie zeigen wir in Abbildung 5.6 auch die Ergebnisse einer Rechnung im Isobar-Modell, durchgeführt von Wada et al.. Offensichtlich ist dieser Ansatz nicht in der Lage, die Daten wiederzugeben. Im Gegensatz dazu erlaubt die Rechnung von L'vov [LVOV81] eine sehr gute Reproduktion der Daten. Unter Ausnutzung der Dispersions-Relationen zur Bestimmung der Amplitude der Compton-Streuung aus den Daten zu Photoproduktion von Pionen wird in [LVOV81] im Bereich der Daten praktisch die gleiche  $\Sigma$ -Asymmetrie wie in dieser Arbeit gefunden. Für Energien nahe der Pionen-Schwelle bei 1.08 GeV unterscheiden sich die Ergebnisse beider Modelle jedoch um einen Faktor 2.

Diese Beobachtung erlaubt nun, die Gültigkeit der hier verwendeten  $K$ -Matrix-Näherung zu überprüfen. Da der Hauptunterschied zur Dispersions-Relation die Vernachlässigung des Offshell-Anteils des intermediären Propagators  $G_{BS}$  in der Bethe-Salpeter Gleichung ist (vgl. Kap. 2.1 und Anhang B), läßt sich durch Vergleich der beiden Resultate der Einfluß dieser Offshell-Propagation bestimmen. Im hier betrachteten Falle heißt dies, daß sich in der  $K$ -Matrix-Rechnung Beiträge des Zwischenzustandes  $\pi N$  erst oberhalb der Produktionsschwelle bei 1.08 GeV ergeben. Im Gegensatz dazu ‘sieht’ die Dispersions-Relation diesen Zustand bereits für niedrigere Energien, da dort die Teilchen im intermediären Zustand nicht auf der Massenschale sein müssen. Aus den gefundenen Abweichungen in der  $\Sigma$ -Asymmetrie folgern wir daher, daß sich diese offshell-Beiträge nur für Energien bis ca. 50 MeV ober- und unterhalb der Schwelle bemerkbar machen. Eine ähnliche Beobachtung wurde von Pearce und Jennings [PJ91] in der  $\pi N$ -Streuung gemacht. Dort läßt sich zeigen, daß ein Fit an die Partialwellen nur möglich ist, wenn man die Offshell-Beiträge in  $G_{BS}$  mit einem sehr weichen Cutoff ( $\Lambda \approx 300$  MeV) unterdrückt. Daher scheint es so, als ob die  $K$ -Matrix-Näherung vernünftige Amplituden liefert, solange man nicht zu nahe an eine Produktionsschwelle herangeht.

Wie in Kapitel 5.3.2 noch ausführlicher besprochen, findet man bereits in diesem Fit, daß die Helizitätskopplung  $A_{1/2}^p$  der  $D_{13}(1520)$  stark vom PDG-Wert abweicht. In Abbildung 5.5 wird gezeigt, daß dies hauptsächlich auf den Beitrag der  $D_{13}(1520)$  zur Compton-Streuung zurückzuführen ist.

**Eta-Photoproduktion** Im wesentlichen werden alle Strukturen in den Daten von unserem Fit gut wiedergegeben, lediglich in einzelnen Kanälen finden sich größere Abweichungen. Die wichtigste findet man in der Photoproduktion von Etas in der Nähe der Produktionsschwelle von 1.49 GeV (vgl. Abbn. 5.10 und 5.11). Gerade in diesem Bereich sind bereits die oben beschriebenen, sehr genauen Daten von Krusche et al. verfügbar. Da die zukünftigen Messungen Ergebnisse vergleichbarer Qualität liefern werden, kann in diesem Kanal bereits exemplarisch der Einfluß solcher Daten studiert werden. Weiterhin kann eine eindeutige Extraktion der Parameter der  $S_{11}(1535)$ -Resonanz nur gelingen, wenn sich die Ergebnisse zur Eta-Photoproduktion im Detail reproduzieren lassen.

Anhand des differentiellen Wirkungsquerschnittes läßt sich erkennen, daß für Energien unterhalb 1.5 GeV der Absolutbetrag der Rechnung zu gering ist, die beobachtete Isotropie aber gut wiedergegeben werden kann. Daher würde eine Vergrößerung der  $S_{11}(1535)p\gamma$ -Kopplung alleine den Fit nicht verbessern, da man in diesem Falle den Wirkungsquerschnitt für höhere Energien drastisch überschätzen würde. Daraus läßt sich schließen, daß nur eine Veränderung der *Energieabhängigkeit* des Resonanzbeitrages einen besseren Fit an die Daten erlauben würde. Solch eine Änderung ließe sich aber nur durch Variation der hadronischen Parameter Masse und Zerfallsbreiten bewerkstelligen, da die Ankopplung ans Photon nur die Größe der Amplitude beeinflusst.

In diesem Zusammenhang soll noch einmal daran erinnert werden, daß die geringe Güte der Daten zu  $\pi^- p \rightarrow \eta n$  für die im letzten Kapitel gefundene Variation der  $S_{11}(1535)$ -Parameter verantwortlich war. Außerdem konnten auch die  $\eta N$ -Kopplungen der anderen Resonanzen nicht zuverlässig bestimmt werden. Daher sind die Daten zur

Photoproduktion in diesem Falle besser geeignet, die Resonanzparameter zu extrahieren. Daran zeigt sich exemplarisch, daß die neuen Messungen zur Photoproduktion von Mesonen auch von neuen Daten zu den rein hadronischen Kanälen begleitet werden müssen. Ansonsten geht ein Teil der gewonnenen Qualitätssteigerung verloren, da alle Fits durch die hadronische Datenbasis mit beeinflußt werden.

**Kaonen-Photoproduktion** Ein ähnliches Problem wie im Falle der Eta-Produktion findet man in den anderen Kanälen aufgrund der schlechteren Daten nicht. Lediglich in der Photoproduktion von Kaonen finden sich Anzeichen, daß der differentielle Wirkungsquerschnitt unter Rückwärtsrichtung für Energien um 1.75 GeV überschätzt wird. In dieser Reaktion wird der Wirkungsquerschnitt, im Gegensatz zu den hadronischen Kanälen, durch die Born-Terme dominiert. Zwar ist  $g_{K\Lambda N}$  groß ( $\approx -6$  im Vergleich zu  $g_{\eta NN} \approx 1-2$ ), aber in den hadronischen Prozessen spielt nur das Produkt aus Kopplung und Formfaktor eine Rolle, das wesentlich kleiner ist ( $\approx -2.5$  bei  $g_{K\Lambda N}$ ). Weiterhin wird die Reaktion  $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda$  bei höheren Energien durch den  $t$ -Kanal-Austausch des  $K^*$  dominiert, so daß die Kopplungskonstante  $g_{K\Lambda N}$  durch die hadronischen Fits nicht sonderlich genau festgelegt ist.

Dies ändert sich jedoch in der Photoproduktion, da die Eichvorschrift Ohtas den Einfluß des Formfaktors weitgehend aufhebt. Zusätzlich dazu wird der  $s$ -Kanal-Beitrag von der Kopplung an die Ladung des Protons nicht, wie z.B. in der Produktion von  $\pi^0 s$ , durch einen entsprechenden  $u$ -Kanal-Term fast vollständig aufgehoben. Im Falle von  $K\Lambda$  propagiert im Austauschgraph nämlich ein  $\Lambda^0$  oder  $\Sigma^0$ , die beide nur über ihr magnetisches Moment an das Photon ankoppeln. Daher ist der nichtresonante Hintergrund zu dieser Reaktion vollständig durch die hadronischen Parameter aus SM95-pt bestimmt, und einzig die elektromagnetische Kopplung an die  $S_{11}(1650)$  kann dazu benutzt werden, einen Fit an die Daten zu erreichen. Der so gefundene Wert von  $A_{1/2}^p = 31 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1/2}$  ist dabei im Widerspruch zu dem aus der Photoproduktion von Pionen gewonnenen ( $A_{1/2}^p = 69 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1/2}$ , [SM95]).

Daraus wird klar, daß sich eine verbesserte Beschreibung der Daten nur bei gleichzeitiger Anpassung auch der hadronischen Parameter finden läßt. Bevor wir die Ergebnisse solcher globalen Fits präsentieren, möchten wir aber noch einmal feststellen, daß bereits der Parametersatz SM95-pt-1 eine Beschreibung der meisten Daten erlaubt. Besonders die in [FM97] festgestellten Probleme einer  $T$ -Matrix-Rechnungen können durch die dynamische Behandlung der Rückstreuung gelöst werden.

### 5.2.3 Globale Fits unter Benutzung der Ohta-Methode

In diesem Abschnitt werden nun die Ergebnisse eines globalen Fits, in dem zusätzlich zu den elektromagnetischen Kopplungen auch die hadronischen Parameter variiert wurden, besprochen. Dabei wurde Ohtas Methode zur Wiederherstellung der Eichung verwendet. Die Ergebnisse des Fits finden sich in den Abbildungen 5.6 - 5.14.

**Compton-Streuung** Wie man in den Abbildungen erkennt, führt der Parametersatz SM95-pt-2 nur zu einer geringen Verbesserung gegenüber SM95-pt-1. Im Falle der

Compton-Streuung (Abb. 5.6) z.B. beschreibt bereits der erste Fit die Daten so gut, daß nur noch eine geringe Reduzierung von  $\chi_{\gamma\gamma}^2$  möglich ist ( $7.15 \rightarrow 5.20$ ). Da diese Reaktion durch die Born-Terme und die Resonanzbeiträge von  $P_{33}(1232)$  und  $D_{13}(1520)$  bestimmt wird, lassen sich die beobachteten Änderungen zwischen den Fits leicht durch die geänderten Helizitätskopplungen erklären. Im Falle der  $P_{33}(1232)$  verringern sich sowohl  $A_{1/2}$  als auch  $A_{3/2}$ , was zu der Reduzierung im Wirkungsquerschnitt für Energien unterhalb 1.3 GeV führt. Im Gegensatz dazu führten die erhöhten  $D_{13}(1520)$ -Kopplungen zu einer Verstärkung der destruktiven Interferenz mit den anderen Beiträgen. Daher verringerte sich auch in diesem Fall der berechnete Wirkungsquerschnitt.

**Pionen-Photoproduktion** In der Pionen-Photoproduktion läßt sich die Reduzierung von  $\chi_{\gamma\pi}^2/DF$  durch einen etwas besseren Fit des  $M_{1+}^{3/2}$ -Multipols erklären; der Anstieg von  $\chi_{\pi\pi}^2/DF$  ist hauptsächlich auf die Änderung der  $S_{11}(1535)$ -Parameter zurückzuführen. Darüberhinaus ergeben sich nur kleine Änderungen, hauptsächlich in den Fällen, in denen der nichtresonante Hintergrund durch die Born-Terme dominiert wird (z.B.  $M_{1-}$  und  $E_{1+}^{p,n}$ ). Dementsprechend sind die gefundenen Helizitätskopplungen in beiden Fits sehr ähnlich. Sie zeigen zudem eine gute Übereinstimmung mit den PDG-Werten [PDG96], die ebenfalls aus den Daten zur Pionen-Photoproduktion extrahiert wurden. Abweichungen finden sich lediglich im Falle der  $S_{11}(1650)$  (aus den im letzten Abschnitt aufgezeigten Gründen) und für die beiden Resonanzen  $P_{13}(1720)$  und  $D_{33}(1700)$ . Daß es im letzteren Fall keine Übereinstimmung mit den Resultaten anderer Gruppen gibt, überrascht dabei nicht, da diese Resonanz in den einzelnen Analysen bei sehr verschiedenen Energien gefunden wird. Außerdem sind die Helizitätskopplungen klein und nur mit großen Fehlern bekannt.

Im Fall der  $P_{13}(1720)$  erklären sich die Abweichungen in den resultierenden Kopplungen durch den nichtresonanten Hintergrund. Wie auch bei der  $D_{33}(1700)$  ist dieser durch die Born-Terme bestimmt und offensichtlich zu groß, um einen sinnvollen Fit zu erlauben. Dies zeigt sich hauptsächlich in den Ergebnissen für  $\text{Im}(E_{1+}^p)$ ,  $\text{Im}(M_{1+}^n)$  und  $\text{Re}(E_{2-}^{3/2})$ . Demgemäß sind die Helizitätskopplungen dieser beiden Resonanzen in den Fits nicht gut bestimmt, da sie dazu benutzt werden, die Abweichungen durch den zu großen Hintergrund zu kompensieren. Besonders für die  $D_{33}(1700)$  findet man, daß bei diesen nichtresonanten Beiträgen kein Fit an die Multipole möglich ist.

**Eta-Photoproduktion** Im Falle von  $\chi_{\gamma\eta}^2/DF$  ergibt sich aus der Verwendung von SM95-pt-2 eine drastische Reduzierung ( $6.09 \rightarrow 3.00$ ), die nur von einer leichten Erhöhung von  $\chi_{\pi\eta}^2/DF$  ( $1.73 \rightarrow 1.95$ ) begleitet wird. Demgemäß sinkt der totale  $\chi^2$ -Wert für die Erzeugung von Etas ( $4.25 \rightarrow 2.56$ ). Das starke Anwachsen der  $D_{13}(1520)N\eta$ -Zerfallsbreite zeigt noch einmal mehr die Wichtigkeit eines globalen Fits. Erst jetzt finden sich Werte ( $\approx 50$  keV statt  $\approx 10$  keV in den hadronischen Fits), die nahe an den Ergebnissen anderer Gruppen ( $\approx 130$  keV, [BDSSNL97]) liegen, wenn man die hier gefundene geringere Masse der  $D_{13}(1520)$  berücksichtigt. Auch die  $\eta N$ -Zerfallsbreite der  $S_{11}(1535)$  erhöht sich stark gegenüber SM95-pt-1, was sich in einem verbesserten Fit an den Wirkungsquerschnitt oberhalb der Schwelle bemerkbar macht.

Nachdem nun die Daten von Krusche et al. [K95] reproduziert werden können, können auch die Polarisations-Observablen im Detail untersucht werden. Die Rech-

nungen für die Photon-Asymmetrie  $\Sigma$ , die Rückstoß-Polarisation  $\mathcal{P}$  und die Target-Asymmetrie  $\mathcal{T}$  finden sich, zusammen mit den theoretischen Vorhersagen von Knöchlein et al. [KDT95] zur Photon-Asymmetrie, in Abbildung 5.12. Für Energien unterhalb von 1.6 GeV ist die Übereinstimmung zwischen den beiden Modellen sehr gut. Da  $\Sigma$  durch den Beitrag der  $D_{13}(1520)$ -Resonanz bestimmt wird, ist die  $\eta N$ -Zerfallsbreite dieser Resonanz allem Anschein nach bereits durch die Daten zum differentiellen Wirkungsquerschnitt gut bestimmt.

Im Gegensatz dazu sind beide Rechnungen nicht in der Lage, die Target-Asymmetrien nahe der Schwelle zu reproduzieren. In einer neueren Analyse haben Tiator und Knöchlein [TK98] gezeigt, daß diese Daten nur beschrieben werden können, wenn man eine große energieabhängige Phase zwischen den  $S_{11}$ - und  $D_{13}$ -Beiträgen annimmt. Eine solche Phase findet sich demnach in unseren Ergebnissen nicht. Für höhere Energien erhält man aus den einzelnen Fits kein konsistentes Bild; dies soll im nächsten Abschnitt näher besprochen werden.

Zusätzlich zu  $\Sigma$ ,  $\mathcal{P}$  und  $\mathcal{T}$  zeigen wir in Abbildung 5.13 noch die Resultate zum Neutron/Proton-Verhältnis des differentiellen Wirkungsquerschnitts. Offensichtlich führen die wenigen vorhandenen Daten aufgrund ihrer großen Fehlerbalken zu keinen Einschränkungen an die Parameter. Außerdem zeigen die Rechnungen starke Schwankungen bei höheren Energien. Wie man dem differentiellen Wirkungsquerschnitt entnehmen kann, ist  $d\sigma_p/d\Omega$  in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung klein. Daher ist das extrahierte Neutron/Proton-Verhältnis sehr sensitiv auf die genauen Zahlenwerte und somit keine wohldefinierte Größe, falls einer der beiden Wirkungsquerschnitte verschwindet. Selbst wenn man z.B. für  $\theta = 180^\circ$  in beiden Kanälen Daten mit einer Genauigkeit vergleichbar der aus [K95] zur Verfügung hätte ( $\approx 0.01 \mu b/sr$ ), könnte man dennoch  $d\sigma_n/d\sigma_p$  leicht um eine Größenordnung variieren, ohne zu den differentiellen Wirkungsquerschnitten im Widerspruch zu stehen. Um dieses Problem zu umgehen, wollen wir im folgenden statt des Neutron/Proton-Verhältnisses die Isospinasymmetrie  $\mathcal{I}$  betrachten:

$$\mathcal{I} = \frac{d\sigma_p - d\sigma_n}{d\sigma_p + d\sigma_n}. \quad (5.8)$$

Diese hat den technischen Vorteil, auf Werte zwischen -1 und 1 beschränkt zu sein. Außerdem hat sie im Falle eines dominanten Beitrags zum Wirkungsquerschnitt eine einfache Interpretation bezüglich der isoskalaren/isovektoriellen Kopplungen. In einem solchen Fall ist  $\mathcal{I}$  nämlich durch

$$\mathcal{I} = \frac{(g_s + g_v)^2 - (g_s - g_v)^2}{(g_s + g_v)^2 + (g_s - g_v)^2} \quad (5.9)$$

gegeben. Demnach verschwindet sie nur, wenn entweder  $g_s$  oder  $g_v$  Null sind. Falls eine der beiden Kopplungen an Proton ( $g_s + g_v$ ) oder Neutron ( $g_s - g_v$ ) verschwindet, nimmt sie ihre Maximalwerte  $\mp 1$  an.

Die berechnete Isospinasymmetrie ist in Abbildung 5.13 gezeigt. Es ist deutlich zu erkennen, daß sich für Energien über 1.6 GeV zwei unterschiedliche Produktionsmechanismen für die Vorwärts- und Rückwärtsrichtung abzeichnen; darunter dominiert der  $S_{11}(1535)$ -Beitrag. Der positive Wert von  $\mathcal{I}$  unter Vorwärtsrichtung bei den höheren Energien läßt sich leicht aufgrund der dominierenden  $\rho$ - und  $\omega$ -Beiträge

verstehen. Da sich beide aus Isospingründen im Falle der Produktion am Proton addieren und beim Neutron wegheben, erwartet man auf jeden Fall eine positive Asymmetrie. Auch die absolute Größe von  $\mathcal{I}$  kann man mit diesem einfachen Ansatz begründen. Nimmt man für die Werte von  $g_{\gamma\eta\rho^0} = 1$  und  $g_{\gamma\eta\omega} = 0.3$ , erhält man sofort  $\mathcal{I} = 0.55$ . Da man unter Rückwärtswinkeln Beiträge der Born-Terme sowie einer Reihe von Resonanzen hat, ergibt sich dort kein so deutliches Bild. Alleine die Kopplungen ans Proton und Neutron,  $e_N$  und  $\kappa_N$ , unterscheiden sich stark voneinander und liefern außerdem bereits eine nicht-triviale Energieabhängigkeit für  $\mathcal{I}$ .

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß ein globaler Fit die Qualität der Anpassung an die Daten deutlich erhöht. Hauptsächlich die Parameter der Resonanzen  $S_{11}(1535)$  und  $D_{13}(1520)$  werden dabei verändert, während man in den anderen Fällen nur kleinere Abweichungen findet. Die absoluten Zerfallsbreiten ändern sich leicht, die Änderungen sind aber nur in einigen wenigen Fällen ( $P_{33}(1600)$ ,  $\Gamma_{\zeta N}$ : 346 MeV  $\rightarrow$  494 MeV und  $D_{33}(1700)$ ,  $\Gamma_{\zeta N}$ : 477 MeV  $\rightarrow$  337 MeV) von Bedeutung. Weiterhin ergeben sich in einigen der durch die Born-Terme dominierten Kanäle keine Änderungen gegenüber SM95-pt-1. Da die Methode von Ohta zur Wiederherstellung der Eichinvarianz die Born-Terme nahezu unverändert läßt, kann man erwarten, daß nur eine Änderung der Kopplung an die Ladung von Nukleon, Pion und Kaon hier eine Verbesserung bringen kann.

#### 5.2.4 Globale Fits unter Benutzung der Haberzettl-Methode

Wie in Anhang D ausführlich dargelegt, führt die Methode von Haberzettl auf einen residualen Formfaktor  $\tilde{F}$  für die Born-Terme. Leider kann die funktionale Form von  $\tilde{F}$  durch die Eichprozedur aber nicht festgelegt werden. Haberzettl [HBMF97] hat argumentiert, daß der residuale Formfaktor aber eine Funktion der tatsächlich in den Feynman-Diagrammen auftauchenden Formfaktoren sein sollte. Im Falle der Photoproduktion von Pionen ergibt sich daraus  $\tilde{F}(s, u, t) = a_1 F(s) + a_2 F(u) + a_3 F(t)$  (3.24), mit der zusätzlichen Bedingung  $a_1 + a_2 + a_3 = 1$ . In der Eta- und Kaonen-Photoproduktion werden hier leicht abgewandelte Formfaktoren  $\tilde{F}$  benutzt, da in beiden Fällen jeweils ein Diagramm ( $t$  bzw.  $u$ ) keinen Beitrag liefert. Um die Einführung neuer Parameter  $a_i$  zu vermeiden, wird hier der sog. *demokratische* Ansatz

$$\begin{aligned}\tilde{F}_\pi(s, u, t) &= \frac{1}{3}F(s) + \frac{1}{3}F(u) + \frac{1}{3}F(t) \\ \tilde{F}_\eta(s, u) &= \frac{1}{2}F(s) + \frac{1}{2}F(u) \\ \tilde{F}_K(s, t) &= \frac{1}{2}F(s) + \frac{1}{2}F(t),\end{aligned}\tag{5.10}$$

verwendet. Aus den gefundenen  $\chi^2$ -Werten (Tabelle 5.2) ist zu ersehen, daß bereits die Wahl gleicher  $a_i$ 's zu einem besseren Fits führt. Hauptsächlich in der Compton-Streuung und der Photoproduktion von Pionen ergeben sich weitere Verbesserungen, während  $\chi^2$  in den anderen Kanälen im wesentlichen unverändert bleibt.

**Compton-Streuung** Die Beschreibung der Daten verbessert sich hauptsächlich bei den höheren Energien (vgl. Abb. 5.6). Betrachtet man hingegen die Photon-Asymmetrie, so scheint es auf den ersten Blick, als ob sich der Fit gegenüber SM95-pt-

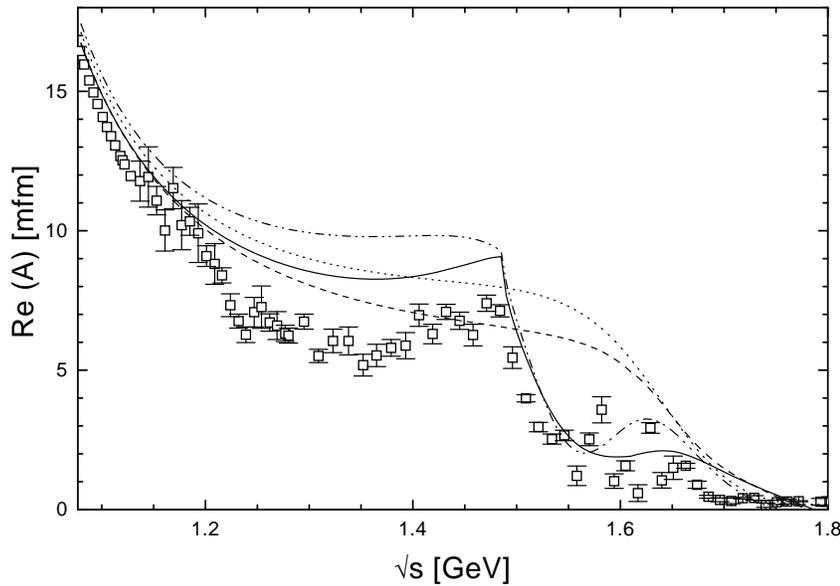
1,2 verschlechtert. Da die Daten bei 1.2 GeV aber einen kleineren Fehler aufweisen als die anderen, spielen sie in der  $\chi^2$ -Anpassung eine wichtigere Rolle. Diese drei Punkte werden nun in SM95-pt-3 etwas besser wiedergegeben und daher steigt  $\chi^2_{\gamma\gamma}$  nicht, obwohl die Steigung der Daten in den beiden anderen Fits besser reproduziert zu sein scheint.

**Pionen-Photoproduktion** In der Photoproduktion von Pionen finden sich die größten Unterschiede zu den vorhergehenden Fits in den Multipolen  $E_{1+}, M_{1+}$  und  $E_{2-}, M_{2-}$ . Durch den Ansatz  $\tilde{F}_\pi = 1/3(F(s) + F(u) + F(t))$  (5.10) werden z.B. die  $s$ -Wellen erst bei höheren Energien durch  $F(s)$  beeinflusst, die höheren Wellen aber bereits früher durch die Veränderung des Winkelverhaltens der Born-Terme. Dies erklärt auch die in Tabelle 5.6 zu beobachtenden größeren Änderungen in den Helizitätskopplungen der  $P_{I3}$ - und  $D_{I3}$ -Resonanzen, verglichen mit den Werten für die  $S_{I1}$ - und  $P_{I1}$ -Zustände.

Vergleicht man die Änderungen in den Multipolen  $E_{2-}^{3/2}$  und  $M_{2-}^{3/2}$  mit denen in  $M_{2-}^n$ , so stellt man fest, daß man im ersten Falle eine Verbesserung des Fits findet, im zweiten aber eine deutliche Verschlechterung. Wie für  $E_{2-}^{3/2}$  und  $M_{2-}^{3/2}$  bereits im letzten Abschnitt 5.2.3 festgestellt, kann nur eine Änderung der Born-Terme eine zufriedenstellende Beschreibung der Daten erlauben. Dies geschieht offensichtlich bei der Wiederherstellung der Eichung gemäß der Methode von Haberzettl. Auch die resultierenden Helizitätsamplituden der  $D_{33}(1700)$  in Tabelle 5.7 stimmen nun etwas besser mit den PDG-Werten überein. Der nichtresonante Hintergrund wird also genügend unterdrückt, um einen guten Fit zu ermöglichen (vgl. Abb. 5.9). Da nun aber  $\tilde{F}_\pi$  nicht vom Isospin abhängt, ist eine ähnliche Änderung der Born-Terme auch in den Multipolen  $E_{2-}^{p,n}$  und  $M_{2-}^{p,n}$  zu erwarten. Dies kann man in den Abbildungen 5.7 und 5.8 auch deutlich erkennen. In allen vier Fällen führt diese Abnahme aber zu einer Verschlechterung der Beschreibung bei Energien unterhalb 1.5 GeV. Als Resultat ändern sich auch die  $D_{13}(1520)$ -Kopplungen, um dem entgegenzuwirken. Die unvermeidlichen Abweichungen sind dabei im  $M_{2-}^n$ -Multipol am deutlichsten ausgeprägt, da hier die experimentellen Unsicherheiten am größten sind. Offensichtlich ist der Parametersatz SM95-pt-3 ein Kompromiß zwischen den gegenläufigen Tendenzen im Falle der  $D_{33}(1700)$  und der  $D_{13}(1520)$ .

Abschließend sei noch darauf hingewiesen, daß im  $E_{0+}^{p,n}$ -Multipol die Daten in allen drei Fits im Bereich von 1.3 GeV überschätzt werden. Dies ist, wie man in Abbildung 5.4 deutlich sehen kann, nur zum Teil auf die  $S_{11}(1535)$  zurückzuführen. Dort werden die Ergebnisse für  $\text{Re}(E_{0+}^p)$  mit und ohne Berücksichtigung der Resonanz gezeigt. Interessanterweise findet sich eine ähnliche Abweichung auch in der  $K$ -Matrix-Rechnung von Deutsch-Sauermann et al. [DS96]. Dort ist, wie ebenfalls in Abbildung 5.4 gezeigt wird, der nichtresonante Hintergrund sogar noch größer. Da dieser hauptsächlich durch die Born-Terme gegeben ist, könnte die zusätzliche Variation der Parameter  $a_i$  in (5.10) evtl. zu einem besseren Fit führen. Dazu müßte z.B.  $F(s)$  gegenüber den anderen beiden Faktoren stärker gewichtet werden.

**Eta-Photoproduktion** Bedingt durch die geringe Größe von  $g_{\eta NN}$  unterscheidet sich der Fit SM95-pt-3 kaum von den beiden anderen. Lediglich in Rückwärtsrichtung zeigen sich für die höheren Energien kleine Änderungen (vgl. Abb. 5.11). Durch die



**Abb. 5.4:** Aufschlüsselung der Beiträge zu  $\text{Re}(E_{0+}^p)$ . Gezeigt sind die Ergebnisse der vollen Rechnung unter Benutzung von SM95-pt-2 (—) und einer Rechnung unter Vernachlässigung der  $S_{11}(1535)$  (— —). (— ·) und (··) zeigen die gleiche Aufschlüsselung, aber unter Benutzung der Resultate aus [DS96].

schon erwähnte Interferenz vieler Terme in diesem Bereich lassen sich daraus aber keine Schlüsse auf die Güte des Fits ziehen. Präzisere Daten könnten aber durchaus zu starken Einschränkungen an die Parameter führen und so auch die Beiträge schwach koppeln-der Resonanzen festlegen. Besonders die Polarisations-Observablen könnten hier eine entscheidende Rolle spielen. In Abbildung 5.12 sieht man deutlich, daß den kleinen Änderungen im differentiellen Wirkungsquerschnitt drastisch andere Vorhersagen für  $\Sigma$ ,  $\mathcal{P}$  und  $\mathcal{T}$  gegenüberstehen.

**Kaonen-Photoproduktion** Entgegen den Erwartungen steigt in beiden Kanälen  $\chi_{\gamma K}^2$  ( $3.91 \rightarrow 4.09$ ) und  $\chi_{\pi K}^2$  ( $3.77 \rightarrow 4.21$ ) leicht an. Offensichtlich liefert bereits die Verwendung der Ohta-Methode sehr gute Fits an die kombinierten Daten. Der Einfluß von  $\tilde{F}_K$  wurde allem Anschein nach durch eine Erhöhung von  $g_{KN\Lambda}$  ( $-6.25 \rightarrow -8.65$ , s. Tabelle 5.3) kompensiert. Da  $\tilde{F}_K = 1/2(F(s) + F(t))$  von  $t$  abhängt, kann dieser Ausgleich nicht vollständig sein, man erwartet vielmehr eine leichte Reduzierung des differentiellen Wirkungsquerschnittes unter Rückwärtsrichtung und eine ebensolche Erhöhung für Vorwärtswinkel. Dies läßt sich in der Tat auch an den Ergebnissen in Abbildung 5.14 feststellen; zusätzlich zeigt sich aber auch, daß sich daraus keine verbesserte Beschreibung der Daten ergibt.

Die Daten zur  $\Lambda$ -Polarisation werden hingegen durch SM95-pt-3 besser reproduziert. Besonders an der Schwelle hat die Rechnung jetzt das richtige Vorzeichen und die richtige Größe. Dies ist aber nicht auf die Born-Terme oder den Beitrag der  $S_{11}(1650)$  zurückzuführen, sondern wird einzig durch die um einen Faktor 2 gestiegene  $P_{11}(1710)p\gamma$ -

Helizitätskopplung verursacht (s. Tabelle 5.4).

## 5.3 Extrahierte Kopplungskonstanten

Nach der eher phänomenologischen Diskussion des letzten Abschnitts soll nun im folgenden näher auf die extrahierten Parameter eingegangen werden. Dazu werden zunächst die nichtresonanten Kopplungen untersucht und danach die Resonanzparameter, die sich aus den drei Fits ergeben, besprochen.

### 5.3.1 Nichtresonante Kopplungen

In Tabelle 5.3 finden sich die Kopplungen der Mesonen an Nukleon und  $\Lambda$ . Weiterhin sind dort auch die gefundenen Werte für  $g_{\gamma\eta\rho^0}$  und  $g_{\gamma\eta\omega}$  aufgeführt. Wie bereits ausgeführt, wurden die anderen Zerfallskonstanten der Vektormesonen nicht variiert, da für diese die in [PDG96] aufgelisteten Fehler max. 5% betragen. Zusätzlich wird der Wirkungsquerschnitt nur in der Photoproduktion von Etas bei höheren Energien von dem nichtresonanten Hintergrund dominiert, da es in diesem Energiebereich keinen größeren Resonanzbeitrag gibt. Aus anderen Arbeiten [TBK94, BMZ95, DS96] ist bekannt, daß es zu einer destruktiven Interferenz zwischen den Born-Termen und dem  $t$ -Kanal Austausch von  $\rho$  und  $\omega$  kommt. Dieser Effekt erhöht die Sensitivität auf die Kopplungen  $g_{\gamma\eta\rho^0,\omega}$  zusätzlich.

Die Kopplungen  $g_{\pi NN}$  und  $g_{\eta NN}$  ändern sich in globalen Fits nicht oder nur sehr wenig. Für  $g_{\pi NN}$  ist dies aufgrund der Größe der Kopplung leicht verständlich. Da die  $S_{I1}$ -Partialwellen und die  $E_{0+}$ -Multipole an der Schwelle durch den Wert von  $g_{\pi NN}$  bestimmt sind, ist die Sensitivität der Fits leicht zu verstehen. Im Falle von  $g_{\eta NN}$  finden sich in dieser Arbeit kleinere Werte als in anderen Extraktionen dieser Kopplung: 2.24 - 5 aus der Eta-Photoproduktion [TBK94, BMZ95], 6-9 aus NN-Potentialen [BM90]. In unserer Rechnung sind hauptsächlich die Daten zur Eta-Produktion unter Rückwärtsrichtung sensitiv auf den Wert von  $g_{\eta NN}$ . Interessanterweise wurde in der Eta-Photoproduktion der größere Wert der Kopplung ( $\sim 5$ ) in einer  $T$ -Matrix-Rechnung von Benmerrouche et al. gefunden [BMZ95], während im unitarisierten Modell von Tiator et al. [TBK94] ein kleiner Wert extrahiert wurde (2.24). Da auch in dieser Rechnung der Wirkungsquerschnitt bei Verwendung der  $T$ -Matrix-Näherung um ca. 10% sinkt, mag der noch kleinere Wert  $g_{\eta NN} \sim 1.0$  durch die Berücksichtigung der Rückstreuung verursacht werden. Da es in der Photoproduktion zur oben erwähnten Interferenz der Born-Terme mit den  $t$ -Kanal-Beiträgen kommt, könnte sich so eine große Sensitivität auf die in den Rechnungen benutzte Approximation ergeben.

Für  $g_{KN\Lambda}$  findet sich unter Benutzung der Haberzettl-Methode ein größerer Wert ( $-8.65$ ) als in den anderen Fits ( $\sim -6$ ). Aber wie schon in Abschnitt 5.2.4 ausgeführt, ist die *effektive* Kopplung  $g \cdot \tilde{F}$  an die Ladung in diesem Fall sogar noch kleiner ( $-3.79$ ), da in den Fits SM95-pt-1,2 der Formfaktor durch die Wiederherstellung der Eichung entfernt wird. Damit ist  $g_{KN\Lambda}$  ein gutes Beispiel, daß man beim Vergleich von Kopplungen, die aus verschiedenen Ansätzen/Reaktionen/Modellen extrahiert werden, sehr vorsichtig sein muß. Gerade die Energieabhängigkeit der Kopplung (dargestellt durch den Formfaktor) muß auf jeden Fall berücksichtigt werden.

Da in dieser Arbeit sowohl die meson- als auch die photon-induzierte Produktion von  $K\Lambda$  mit einer relativ kleinen Kopplungskonstanten  $g_{K\Lambda}$  ( $\sim -6$ ) angepaßt werden können, sieht es so aus, als ob eine Übereinstimmung mit den  $SU(3)$ -Werten  $\sim -(10.3 - 16.7)$  nur schwer erzielt werden kann. Aber wie man am Beispiel SM95-pt-3 sehen kann, läßt sich nur die effektive Kopplung aus den Fits extrahieren. Daher kann man natürlich die  $SU(3)$ -Werte benutzen, solange man gleichzeitig einen geeigneten Formfaktor  $\tilde{F}$  einführt. Damit würde aber der gesamte Ansatz, Kopplungen mit Hilfe von  $SU(3)$  zu bestimmen, in Frage gestellt. Abschließend klären läßt sich die Frage, ob eine mit  $SU(3)$  verträgliche Kopplung zu einem Fit an die Daten führen kann, aber nur in einem mikroskopischen Modell für den hadronischen Formfaktor.

In der Photoproduktion von Kaonen wurde schon früh festgestellt, daß man unter Benutzung der pseudoskalaren Kopplung am  $K\Lambda$ -Vertex in den Fits größere Werte von  $g_{K\Lambda}$  findet (s. z.B. [BMK97] für eine Diskussion dieser Frage). Um diese Beobachtung in einer unitären Rechnung zu überprüfen, haben wir, ausgehend von SM95-pt-2, auch einen Fit unter Benutzung der pseudoskalaren Kopplung durchgeführt. Die wichtigsten Resultate dieses Fits finden sich in Tabelle 5.1. Anhand der  $\chi^2$ -Werte sieht man, daß PS- und PV-Kopplung zu vergleichbar guten Resultaten führen. Dabei hat sich  $g_{K\Lambda}$  aber nur unwesentlich erhöht ( $-6.82$  anstelle von  $-6.25$ ). Daher scheint es, als sei die  $K\Lambda$ -Kopplung auf jeden Fall kleiner, als man nach  $SU(3)$  erwarten würde.

	$\chi^2/DF$	$\chi_{\gamma K}^2/DF$	$\chi_{\pi K}^2/DF$	$g_{K\Lambda}$	$g_{K^*\Lambda}$	$\kappa_{K^*\Lambda}$
PV	7.76	3.91	3.77	-6.25	-5.82	-0.42
PS	7.74	3.70	3.41	-6.82	-6.20	-0.43

**Tab. 5.1:** Vergleich von SM95-pt-2 mit einem Fit unter Verwendung pseudoskalarer Kopplung am  $K\Lambda$ -Vertex. Dabei sind nur verschiedene Werte von  $\chi^2$  sowie die gefundenen Kopplungskonstanten  $g_{K\Lambda}$ ,  $g_{K^*\Lambda}$  und  $\kappa_{K^*\Lambda}$  aufgelistet.

### 5.3.2 Resonanzparameter

Abschließend sollen nun die gefundenen Resonanzparameter besprochen werden. Diese sind in den Tabellen 5.4 - 5.7 zusammengestellt. Weiterhin finden sich dort die PDG-Werte und die Ergebnisse von Arndt et al. [SM95] für die einzelnen Helizitätskopplungen. Im folgenden werden wir auf diese Kopplungen im Detail eingehen; für die rein hadronischen Parameter sei auf die ausführliche Diskussion im letzten Kapitel verwiesen.

$S_{11}$ : In allen drei Fits liegen die Helizitätskopplungen der  $S_{11}(1535)$  wesentlich über den PDG-Werten. Eine solche Abweichung wurde bereits bei der Extraktion von  $A_{1/2}^p$  aus der Eta-Photoproduktion gefunden [KMZB97]. Dort wurden Resonanzparameter vergleichbar mit unseren Werten extrahiert:

$$m_R = 1.544 \text{ GeV}$$

$$\begin{aligned}\Gamma_{tot} &= 212 \pm 20 \text{ MeV} \\ A_{1/2}^p &= (120 \pm 26) \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1/2}.\end{aligned}\tag{5.11}$$

Weiterhin wurde dort gezeigt, daß ein größerer Wert für  $m_R$  zwangsläufig auch zu einer größeren Zerfallsbreite führt. Dieser Trend findet sich auch in unseren Resultaten. Daher können wir das Ergebnis von [KMZB97], daß ein Fit der Eta-Photoproduktion nur mit Kopplungen größer als der PDG-Wert möglich ist, bestätigen.

Da der PDG-Wert ausschließlich unter Verwendung der Daten zur Pionen-Photoproduktion gewonnen wurde, ist man versucht, auf eine Inkonsistenz zwischen den Datensätzen für die beiden Reaktionen zu schließen. Daß dies nicht der Fall ist, zeigen unsere Resultate, die einen guten Fit beider Kanäle mit einer größeren Kopplung erlauben. Diese Beobachtung wurde erstmals in der Arbeit von Deutsch-Sauermann et al. [DS96] gemacht, die einen Wert von  $A_{1/2}^p = 102 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1/2}$  extrahierten. Für diese Schlußfolgerung scheint es wichtig zu sein, die dynamische Rückstreuung korrekt zu behandeln, da man in einer reinen  $T$ -Matrix-Rechnung zur Photoproduktion von Pionen zu einem kleineren Wert  $A_{1/2}^p = 87 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1/2}$  gelangt [FM97].

Im Falle der  $S_{11}(1650)$  findet sich hier ein kleinerer Wert für  $A_{1/2}^p$  als in den anderen Analysen. Dieser wird hauptsächlich durch den  $K\Lambda$ -Kanal festgelegt, wie in den vorhergehenden Abschnitten bereits eingehend besprochen wurde. Für diese Resonanz könnte man daraus durchaus auf einen Widerspruch zu den Daten der Pionen-Photoproduktion schließen; leider sind die Daten im  $E_{0+}^p$ -Multipol aber gerade in diesem Energiebereich von geringer Qualität (Abb. 5.7). Nur eine bessere Bestimmung von  $\text{Im}(E_{0+}^p)$  könnte hier Klarheit bringen.

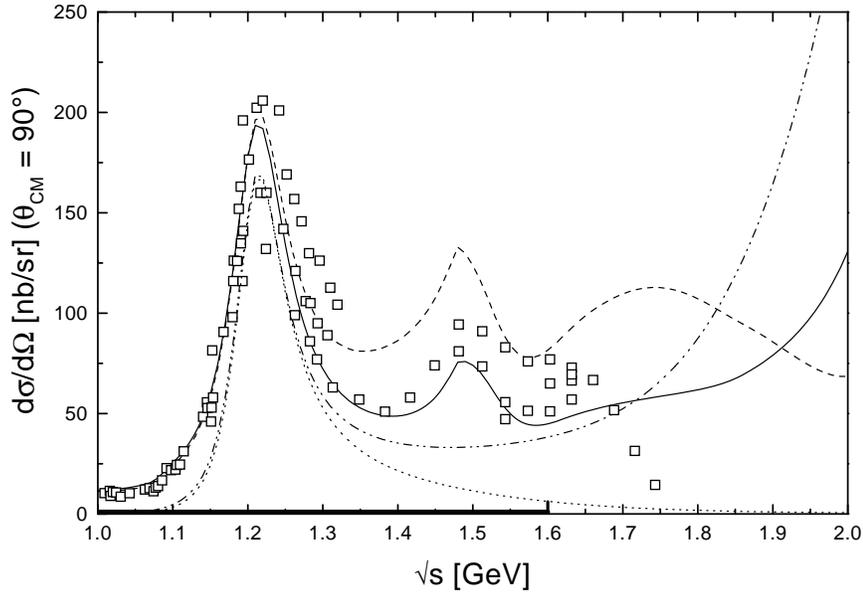
**$P_{11}$ :** Für die  $P_{11}(1440)$  stimmen die Ergebnisse der Fits SM95-pt-1,2 sehr gut mit den Werten der anderen Gruppen überein, lediglich in SM95-pt-3 findet sich eine etwas größere Kopplung ( $A_{1/2}^p = -84 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1/2}$ ). Trotzdem ist der Fit im  $M_{1-}^p$ -Multipol in allen drei Fällen gleich gut. Die Änderung in  $A_{1/2}^p$  ist daher wohl auf die Reduzierung der Born-Terme durch den residualen Formfaktor  $\tilde{F}$  zurückzuführen.

Gleiches findet sich auch für die zweite Resonanz  $P_{11}(1710)$ . Leider sind die Daten zur Photoproduktion von Pionen im  $M_{1-}^p$ -Multipol bei den höheren Energien aber nicht sonderlich gut und führen kaum zu einer Einschränkung der Kopplung. Wie aber bereits im Abschnitt 5.2.4 diskutiert, ist die Erhöhung von  $A_{1/2}^p$  im Fit SM95-pt-3 hauptsächlich auf die Daten zur  $\Lambda$ -Polarisation in der Kaonen-Photoproduktion zurückzuführen.

**$P_{13}$ :** In diesem Kanal können die Fits insbesondere den Imaginärteil der Multipole nicht beschreiben. Da es Hinweise auf eine weitere Resonanz in diesem Kanal gibt ( $P_{13}(1879)$ , [MS92]), die hier nicht berücksichtigt wurde, sind die beobachteten Abweichungen wahrscheinlich darauf zurückzuführen. Dementsprechend sind auch die Kopplungen der  $P_{13}(1720)$  nicht sonderlich gut bestimmbar und ändern sich stark zwischen den einzelnen Fits.

**$D_{13}$ :** Im Falle der  $D_{13}(1520)$  sind die Abweichungen vom PDG-Wert für  $A_{1/2}^p$  offensichtlich ( $-6$  in SM95-pt-1 anstelle von  $-24 \pm 9$ ). In den Daten erkennt man diese

Abweichung am besten im  $M_{2-}^p$ -Multipol der Pionen-Photoproduktion, wo besonders der Imaginärteil um ca. 20% unterschätzt wird. Wie aus Abbildung 5.5 ersichtlich wird, ist der Wert von  $A_{1/2}^p$  hauptsächlich durch die Daten zur Compton-Streuung bestimmt. Verwendet man hier die PDG-Werte, so überschätzt man den differentiellen Wirkungsquerschnitt um einen Faktor 2-3, während der hier gefundene Wert für  $A_{1/2}^p$  einen guten Fit der Daten erlaubt. Weiterhin findet sich in Abbildung 5.5 auch der Wirkungsquerschnitt unter alleiniger Berücksichtigung der  $P_{33}(1232)$ . Wie man sieht, divergiert der Beitrag dieser Resonanz bei Energien  $> 1.8$  GeV. Dies ist auf den in allen Fits (die die Compton-Daten nur bis 1.6 GeV berücksichtigen) gefundenen großen Wert für  $\Lambda_{3/2}^e$  ( $\approx 4.0$  GeV) zurückzuführen. Dadurch ist die  $P_{33}(1232)$  für ca. 50% des Hintergrundes im Bereich der  $D_{13}(1520)$  verantwortlich. Daher mag der kleine Wert von  $A_{1/2}^p$  für die  $D_{13}(1520)$  auf diesen großen Hintergrund zurückzuführen sein.



**Abb. 5.5:** Einfluß der Helizitätskopplungen der  $D_{13}(1520)$  auf den Compton-Wirkungsquerschnitt unter  $90^\circ$ . Volle Rechnung unter Benutzung von SM95-pt-2 (—) und eine Rechnung mit den PDG-Werten für  $A_{1/2,3/2}^p$  der  $D_{13}(1520)$  (---). Zum Vergleich zeigen (—·) und (···) den Beitrag der  $P_{33}(1232)$  Resonanz für  $\Lambda_{3/2}^e = 4.0$  GeV bzw. 1.1 GeV. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden die Daten aus [GPGP] ohne Fehlerbalken gezeigt. Die Markierung auf der Energieachse zeigt den im Fit berücksichtigten Bereich.

Um diesen Punkt noch genauer zu untersuchen, wurde, ausgehend von SM95-pt-2, ein Fit bei festgehaltenem Cutoff  $\Lambda_{3/2}^e = 1.1$  GeV durchgeführt; der dabei gefunden Wirkungsquerschnitt der Compton-Streuung findet sich ebenfalls in Abbildung 5.5. In diesem Fall läßt sich keine zufriedenstellende Beschreibung der Daten erzielen, das totale  $\chi^2$  steigt dabei auf 8.70, während man in der Compton-Streuung und der Pionen-Photoproduktion stark erhöhte Werte von  $\chi_{\gamma\gamma}^2 = 12.44$ ,  $\chi_{\gamma\pi}^2 = 10.88$  (im Vergleich zu  $\chi_{\gamma\gamma}^2 = 3.40$ ,  $\chi_{\gamma\pi}^2 = 6.69$  bei SM95-pt-3) findet. Dies ist hauptsächlich auf die Daten

im Pionenmultipol  $M_{1+}^{3/2}$  zurückzuführen. Gleichzeitig änderte sich der Wert der Helizitätskopplung  $A_{1/2}^p$  der  $D_{13}(1520)$  von 3 auf  $-6$  und liegt damit nur etwas näher am PDG-Wert von  $-24 \pm 9$ .

In einer Isobarmodell-Analyse der Compton-Daten finden Wada et al. [GP GP] interessanterweise auch einen kleineren Wert, nämlich  $A_{1/2}^p = -12.1 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1/2}$ . Daraus ließe sich schließen, daß dieser Wert nicht von den genauen Eigenschaften des Modells, sondern durch die Daten zur Compton-Streuung bestimmt ist. Offensichtlich müssen hier weitere Untersuchungen klären, ob es sich bei den gefundenen Abweichungen von  $A_{1/2}^p$  um eine Inkonsistenz der Datensätze oder eine falsche Behandlung des Hintergrundes in der hier durchgeführten Rechnung handelt. Im Moment läßt sich nur feststellen, daß die Berücksichtigung der Compton-Daten automatisch zu einer Reduzierung von  $A_{1/2}^p$  führt.

Die Änderungen im Fit SM95-pt-3 wurden bereits im Abschnitt 5.2.4 besprochen. Sie sind auf den Einfluß des Formfaktors  $\tilde{F}$  an den Born-Termen zurückzuführen. Besonders im  $M_{2-}^n$ -Multipol läßt sich unter Berücksichtigung eines solchen Formfaktors kein zufriedenstellender Fit mehr finden.

Wie bereits in den rein hadronischen Fits des letzten Kapitels findet sich die zweite  $D_{13}$ -Resonanz erst bei sehr hohen Energien  $> 1.9 \text{ GeV}$ . Da dies jenseits des hier betrachteten Energiebereichs ist, können die Parameter dieser Resonanz nicht sinnvoll bestimmt werden. Man sollte deshalb die Werte aus Tabelle 5.4 und 5.6 nur als Hinweis darauf verstehen, daß es offensichtlich noch eine weitere Resonanz in diesem Energiebereich gibt.

**$S_{31}$ :** Die Multipoldaten können in diesem Falle selbst ohne eine direkte Ankopplung des Photons an die  $S_{31}(1620)$  gut beschrieben werden. Wie an den hadronischen Kanälen bereits gezeigt wurde (Abschnitt 4.3.2), wird der Hintergrund durch die Born-Terme und den  $P_{33}(1232)$  Beitrag dominiert. Daher ist die Helizitätskopplung der  $S_{31}(1620)$  stark von den  $z$ -Parametern der  $P_{33}(1232)$  abhängig. Dies kann man am Fit SM95-pt-3 gut erkennen, wo die Änderung in  $z_2$  sogar zu einem Vorzeichenwechsel in  $A_{1/2}$  führt.

**$P_{31}$ :** Obwohl wir in diesem Kanal keine Resonanz berücksichtigen, lassen sich die Daten zum  $M_{1-}^{3/2}$ -Multipol bis  $\sim 1.7 \text{ GeV}$  gut wiedergeben. Erst darüber wird besonders im Imaginärteil der Beitrag einer höherliegenden Resonanz sichtbar. Daher werden die Daten in diesem Kanal auch nur bis  $1.7 \text{ GeV}$  berücksichtigt.

**$P_{33}$ :** Die in den Fits gefundenen Kopplungen sind im Falle der  $P_{33}(1232)$  etwas niedriger als die PDG-Werte. Wie bereits beim  $D_{13}(1520)$  liegt das an der Berücksichtigung der Daten zur Compton-Streuung. Würde man diese vernachlässigen, ergäben sich auch hier erhöhte Helizitätskopplungen. Die Abweichungen sind aber so gering, daß man trotzdem sagen kann, daß sich beide Reaktionen durch einen Parametersatz beschreiben lassen, der mit den Ergebnissen der Pionen-Photoproduktion verträglich ist.

Das Verhältnis von elektrischer zu magnetischer Übergangsstärke ist für die  $P_{33}(1232)$  von besonderem Interesse, da es im Falle verschwindender Quadrupolde-

formation des Grundzustandes (Nukleon) und des angeregten Zustandes ( $P_{33}(1232)$ ) verschwinden würde. In unserem Fall läßt sich dieses  $E/M$ -Verhältnis direkt aus den Kopplungskonstanten bestimmen [NBL90]:

$$\begin{aligned} R_{E/M} &= -(m_R - m_N) \frac{g_1 - g_2 m_R / (2m_N)}{g_1(3m_R + m_N) - g_2 m_R (m_R - m_N) / (2m_N)} \\ &= -2.1(3)\%. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Dabei gibt die Zahl in Klammern den Fehler an. In den letzten Jahren gab es einige Diskussionen über den Wert von  $R_{E/M}$ , da verschiedene Gruppen abweichende Resultate fanden. Es konnte aber gezeigt werden, daß diese Unterschiede auf verschiedene in den Fits benutzte Datenbasen zurückzuführen sind (s. [ASW97] für eine ausführliche Diskussion). Unter Benutzung der SM97-PWA fanden Arndt et al.  $R_{E/M} = -1.5(5)\%$ , während die Analyse MA97 auf einen Wert von  $R_{E/M} = -2.4(4)\%$  führt. Zusätzlich haben Wilbois et al. [WWA98] darauf hingewiesen, daß der extrahierte Wert für  $R_{E/M}$  von der Unitarisierungsmethode abhängig ist. Unter Verwendung verschiedener Ansätze fanden sie  $R_{E/M} = -(0.7 - 5.7)\%$ . Um nun eine modellunabhängige Größe zu konstruieren, wurde vorgeschlagen, wie im Falle von Polen und Residuen der Resonanzen den Speed der Multipole zur Bestimmung des  $E/M$ -Verhältnisses heranzuziehen (s. Abschnitt 4.3.3 und [WWA98]). Als Resultat findet man dabei [ASW97]:

$$\begin{aligned} \text{SP97} &: R_{E/M} = -0.034(5) - 0.055(5)i, \\ \text{MA97} &: R_{E/M} = -0.035 - 0.046i. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Führt man nun eine ähnliche Analyse wie in Abschnitt 4.3.3 mit den numerischen Ergebnissen unserer Fits durch, kommt man auf:

$$R_{E/M} = -0.022(3) - 0.002(2)i. \quad (5.14)$$

Die offensichtliche Abweichung von den Werten aus (5.13) hat ihre Ursache im Imaginärteil des  $E_{1+}^{3/2}$ -Multipols. Wie man in den Abbildungen 5.9 und 5.1 leicht erkennen kann, wird der Anstieg der Daten durch die Rechnungen nicht gut genug reproduziert.

Für die zweite  $P_{33}$ -Resonanz  $P_{33}(1600)$  finden sich in unseren Fits ungewöhnlich große Werte für  $A_{3/2}$ . Zusätzlich führen SM95-pt-2,3 auf eine noch größere Masse und Zerfallsbreite als die rein hadronischen Fits. Beide Ergebnisse erklären sich aus der verbesserten Beschreibung des  $M_{1+}^{3/2}$ -Multipols bei höheren Energien. Wie aus Abbildung 5.9 ersichtlich, ergibt sich nur in diesem Falle ein guter Fit an die Daten. Für  $E_{1+}^{3/2}$  reproduziert ausschließlich SM95-pt-3 die Daten jenseits von 1.5 GeV. Leider sind aber auch in diesem Falle die Ergebnisse der SM97-PWA nicht gut genug, um den Wert der Kopplungen von  $P_{33}(1600)$  eindeutig festzulegen.

**$D_{33}$ :** Wie bereits in Abschnitt 5.2.4 ausführlich besprochen wurde, lassen sich die Daten nur unter Berücksichtigung des residualen Formfaktors  $\tilde{F}$  gut wiedergeben. Dies zeigt sich auch an den extrahierten Kopplungen, nur im Falle von SM95-pt-3 findet sich eine Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Arndt et al. [SM95].

**$z$ -Parameter:** Wie bereits in den hadronischen Fits des letzten Kapitels zeigt sich, daß nur die  $z$ -Parameter von  $P_{33}(1232)$  und  $D_{13}(1520)$  zuverlässig bestimmbar sind.

Aufgrund ihrer großen nichtresonanten Beiträge zu den  $S$ - und  $P$ -Wellen lassen sich die  $z$ -Parameter weitgehend unabhängig von den jeweiligen Resonanzen in diesen Kanälen festlegen.

In allen Fällen finden wir eine Abhängigkeit der  $z$ 's von der benutzten Eichvorschrift. Dies läßt sich leicht verstehen, da die Formfaktoren  $\tilde{F}$  den nichtresonanten Hintergrund, der von den Born-Termen stammt, verändern. Demgemäß kommt es in den Fits auch zu einer Anpassung des Resonanzhintergrundes, der durch die  $z$ -Parameter bestimmt ist. Es sieht so aus, als ob  $z_2$  davon stärker betroffen ist, während  $z_\varphi$  und  $z_1$  im Vergleich dazu stabiler sind. Für die  $P_{33}(1232)$  findet man z.B.:

$$z_\pi = -(0.31 - 0.35), \quad z_1 = -(0.27 - 0.53), \quad z_2 = -0.66 - 1.37. \quad (5.15)$$

Dies kann mit den Ergebnissen von Davidson et al. [DMW91] und von Olson und Osypowski [OO78] verglichen werden:

Davidson et al.	$z_\pi = -0.24,$	$z_1 = -0.53,$	$z_2 = 2.39,$
Olson und Osypowski	$z_\pi = -0.29(10),$	$z_1 = 0.78(30).$	

(5.16)

Daß Olson und Osypowski keine zweite Kopplung des Photons an die  $P_{33}(1232)$  berücksichtigen, mag zu dem unterschiedlichen Wert für  $z_1$  führen. Abgesehen davon sind die hier gefundenen Werte aber in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen der anderen Arbeiten.

Im Falle der  $D_{13}(1520)$  sind unsere Resultate gegeben durch:

$$\begin{aligned} z_\pi &= 0.31 - 0.35, & z_\zeta &= -(0.17 - 0.66), & z_\eta &= 0.57 - 0.82, \\ z_1 &= -(0.26 - 0.32), & z_2 &= -(0.48 - 1.36). \end{aligned} \quad (5.17)$$

Hier gibt es leider keine andere systematische Untersuchung. In Fits an die Daten der Eta-Photoproduktion fanden sich keine Sensitivität auf die  $z$ -Parameter der  $D_{13}(1520)$  [BMZ95].

### 5.3.3 Resultate der globalen Fits

	$\chi^2/\text{DF}$	$\chi_{\gamma\gamma}^2/\text{DF}$	$\chi_{\gamma\pi}^2/\text{DF}$	$\chi_{\gamma\eta}^2/\text{DF}$	$\chi_{\gamma K}^2/\text{DF}$
SM95-pt-1	9.61	7.15	13.08	6.09	5.17
SM95-pt-2	7.76	5.20	9.62	3.00	3.91
SM95-pt-3	5.58	3.40	6.69	2.78	4.09

	$\chi_{\pi\pi}^2/\text{DF}$	$\chi_{\pi\zeta}^2/\text{DF}$	$\chi_{\pi\eta}^2/\text{DF}$	$\chi_{\pi K}^2/\text{DF}$
SM95-pt-1	3.13	5.86	1.73	3.28
SM95-pt-2	5.78	9.43	1.95	3.77
SM95-pt-3	3.88	8.10	1.86	4.21

**Tab. 5.2:**  $\chi^2$ -Werte der einzelnen Fits. Dabei bedeutet  $\chi^2/\text{NF}$  den Wert für  $\chi^2$  geteilt durch die Anzahl der berücksichtigten Datenpunkte. In den hinteren Spalten sind die  $\chi^2/\text{NF}$ -Werte der einzelnen Reaktionskanäle gegeben. Erste Zeile: Ohtas Methode mit den hadronischen Parametern aus Fit SM95-pt (s. Kap. 4), zweite: Ohtas Methode bei gleichzeitiger Anpassung aller Parameter, dritte: Haberzettls Methode, globaler Fit aller Parameter.

$g$	Wert	$g$	Wert	$\kappa$	Wert	$g$	Wert
$g_{\pi NN}$	13.05	$g_{\rho NN}$	2.35	$\kappa_{\rho NN}$	2.26	$g_{\gamma\eta\rho^0}$	1.12
	13.05		1.94		3.44		1.08
	13.09		2.07		3.01		1.05
$g_{\eta NN}$	1.13	$g_{a_0 NN}$	0.18	–	–	$g_{\gamma\eta\omega}$	0.20
	1.01		0.52	–	–		0.23
	0.36		0.41	–	–		0.36
$g_{K N \Lambda}$	-6.12	$g_{K^* N \Lambda}$	-6.52	$\kappa_{K^* N \Lambda}$	-0.43	–	–
	-6.25		-5.82		-0.42	–	–
	-8.65		-5.99		-0.45	–	–

**Tab. 5.3:** Extrahierte Kopplungen der Mesonen an das Nukleon, sowie die gefundenen Werte für  $g_{\gamma\eta\rho^0,\omega}$ . Erste Zeile: SM95-pt-1, zweite: SM95-pt-2, dritte: SM95-pt-3.

$L_{2I,2S}$	$M$ [GeV]	$\Gamma_{tot}$ [MeV]	$\Gamma_{\pi N}$		$\Gamma_{\zeta N}$		$\Gamma_{\eta N}$		$\Gamma_{K\Lambda}$	
			[MeV]	%	[MeV]	%	[MeV]	%	[MeV]	%
$S_{11}(1535)$	1.543	151	56(+)	37	5(+)	3	90(+)	60	-	-
	1.553	213	67(+)	31	6(+)	3	140(+)	66	-	-
	1.549	215	67(+)	31	13(+)	6	135(+)	63	-	-
$S_{11}(1650)$	1.692	209	155(+)	74	41(+)	20	0(-)	0	13(+)	6
	1.689	216	167(+)	77	37(+)	17	0(-)	0	12(+)	6
	1.684	194	141(+)	73	43(+)	22	1(-)	1	9(+)	5
$P_{11}(1440)$	1.448	334	202(+)	60	132(+)	40	0.95 <sup>a</sup>	0	-	-
	1.438	300	178(+)	59	122(+)	41	-1.00 <sup>a</sup>	0	-	-
	1.479	513	316(+)	62	197(+)	38	2.79 <sup>a</sup>	0	-	-
$P_{11}(1710)$	1.727	266	1(+)	0	138(-)	52	89(+)	33	38(+)	14
	1.724	272	0(+)	0	134(-)	49	115(+)	42	23(+)	8
	1.709	284	0(+)	0	145(-)	51	90(+)	32	49(+)	17
$P_{13}(1720)$	1.771	344	74(+)	22	241(+)	70	24(+)	7	5(+)	1
	1.776	396	89(+)	22	270(+)	68	30(+)	8	7(+)	2
	1.801	637	135(+)	21	475(+)	75	23(+)	4	4(+)	1
$D_{13}(1520)$	1.510	101	58(+)	57	43(-)	43	10 <sup>b</sup> (+)	0	-	-
	1.512	110	58(+)	53	52(-)	47	49 <sup>b</sup> (+)	0	-	-
	1.512	93	52(+)	56	41(-)	44	43 <sup>b</sup> (+)	0	-	-
$D_{13}(1700)$	1.901	359	35(+)	10	300(+)	84	24(-)	7	0(+)	0
	1.910	222	34(+)	15	175(+)	79	13(-)	6	0(+)	0
	1.940	412	43(+)	10	309(+)	75	59(-)	14	1(+)	0
$S_{31}(1620)$	1.598	150	44(+)	29	106(-)	71	-	-	-	-
	1.604	173	57(+)	33	116(-)	67	-	-	-	-
	1.579	153	32(+)	21	121(-)	79	-	-	-	-
$P_{33}(1232)$	1.230	110	110(+)	100	-	-	-	-	-	-
	1.229	110	110(+)	100	-	-	-	-	-	-
	1.228	110	110(+)	100	-	-	-	-	-	-
$P_{33}(1600)$	1.686	405	59(+)	15	346(+)	85	-	-	-	-
	1.743	590	96(+)	16	494(+)	84	-	-	-	-
	1.721	485	74(+)	15	411(+)	85	-	-	-	-
$D_{33}(1700)$	1.675	547	70(+)	13	477(+)	87	-	-	-	-
	1.668	408	71(+)	17	337(+)	83	-	-	-	-
	1.677	387	55(+)	14	332(+)	86	-	-	-	-

**Tab. 5.4:** Extrahierte Resonanzparameter, Notation wie in Tabelle 5.3. <sup>a</sup>: statt der Zerfallsbreite ist hier die Kopplungskonstante  $g_{\eta NR}$  angegeben, <sup>b</sup>: Breite in keV. In Klammern jeweils die Vorzeichen der Kopplungskonstanten.

	$z_{\pi N}$	$z_{\zeta N}$	$z_{\eta N}$	$z_{K\Lambda}$
$P_{13}(1720)$	-2.200	-0.210	-1.993	-0.421
	-2.134	-0.218	-1.938	-0.448
	-0.242	0.226	-2.453	-0.553
$D_{13}(1520)$	0.352	-0.171	0.823	–
	0.311	-0.317	0.574	–
	0.319	-0.658	0.646	–
$D_{13}(1700)$	-1.281	-0.990	0.195	-2.240
	-1.434	-0.777	0.582	1.383
	0.424	0.887	0.516	0.616
$P_{33}(1232)$	-0.306	–	–	–
	-0.339	–	–	–
	-0.352	–	–	–
$P_{33}(1600)$	1.587	0.094	–	–
	1.532	0.086	–	–
	-0.100	-0.753	–	–
$D_{33}(1700)$	0.628	-0.212	–	–
	0.606	-0.222	–	–
	-0.681	0.367	–	–

**Tab. 5.5:** Hadronische  $z$ -Parameter der Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen. Notation wie in Tabelle 5.3.

$L_{2I,2S}$	$A_{1/2}$		$A_{3/2}$		$z_1$	$z_2$
$S_{11}(1535)$	$70 \pm 12$	$-46 \pm 27$	–	–	–	–
	$60 \pm 15$	$-20 \pm 35$	–	–	–	–
	93	-43	–	–	–	–
	101	-60	–	–	–	–
	106	-63	–	–	–	–
$S_{11}(1650)$	$53 \pm 16$	$-15 \pm 21$	–	–	–	–
	$69 \pm 5$	$-15 \pm 5$	–	–	–	–
	31	-28	–	–	–	–
	33	-23	–	–	–	–
	45	-26	–	–	–	–
$P_{11}(1440)$	$-65 \pm 4$	$40 \pm 10$	–	–	–	–
	$-63 \pm 5$	$45 \pm 15$	–	–	–	–
	-73	51	–	–	–	–
	-66	55	–	–	–	–
	-84	47	–	–	–	–
$P_{11}(1710)$	$9 \pm 22$	$-2 \pm 14$	–	–	–	–
	$7 \pm 15$	$-2 \pm 15$	–	–	–	–
	8	-4	–	–	–	–
	4	4	–	–	–	–
	19	-19	–	–	–	–
$P_{13}(1720)$	$18 \pm 30$	$1 \pm 15$	$-19 \pm 20$	$-29 \pm 61$	–	–
	$-15 \pm 15$	$7 \pm 15$	$7 \pm 10$	$-5 \pm 25$	–	–
	36	20	23	32	0.028	-2.840
	30	23	51	28	-0.282	-2.760
	23	2	75	-17	-0.852	1.086
$D_{13}(1520)$	$-24 \pm 9$	$-59 \pm 9$	$166 \pm 5$	$-139 \pm 11$	–	–
	$-20 \pm 7$	$-48 \pm 8$	$167 \pm 5$	$-140 \pm 10$	–	–
	-6	-46	140	-150	-0.323	-1.361
	-9	-47	152	-157	-0.256	-1.244
	3	-47	136	-98	-0.265	-0.475
$D_{13}(1700)$	$-18 \pm 13$	$0 \pm 50$	$-2 \pm 24$	$-3 \pm 44$	–	–
	$-16 \pm 14$	$6 \pm 24$	$-9 \pm 12$	$-33 \pm 17$	–	–
	20	-6	-20	24	-1.734	1.372
	-34	34	-11	18	2.015	-0.614
	5	47	41	-55	-1.171	-2.322

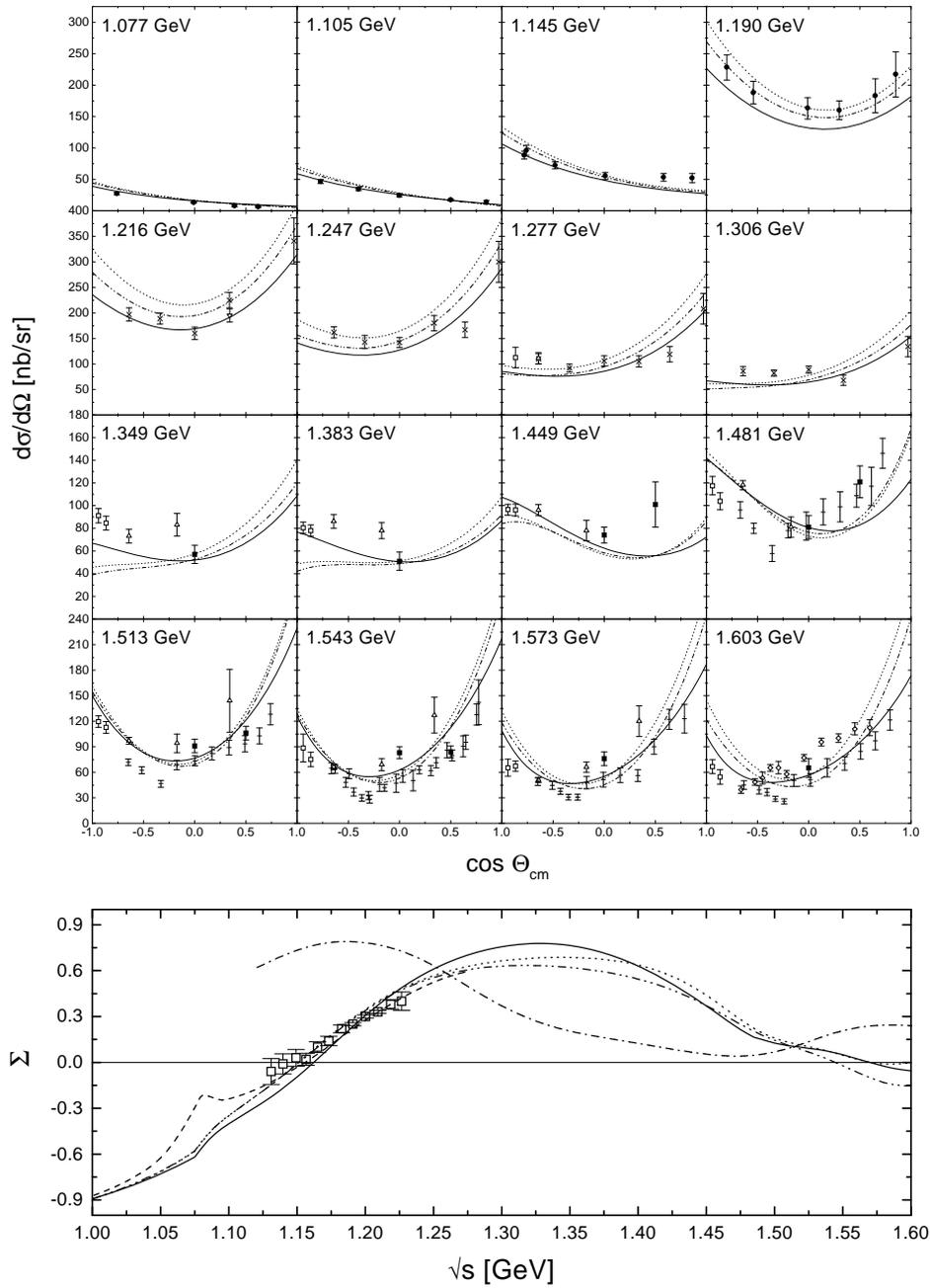
**Tab. 5.6:** Resultate für die Helizitätskopplungen (in Einheiten von  $10^{-3} \text{ GeV}^{-1/2}$ ) und die  $z$ -Parameter der  $I = \frac{1}{2}$ -Resonanzen. Dabei bezeichnet der erste Wert jeweils  $A^p$ , der zweite  $A^n$ . Erste Zeile: PDG-Werte [PDG96], zweite: Resultate aus Arndt et al. [SM95], dritte: SM95-pt-1, vierte: SM95-pt-2, fünfte: SM95-pt-3.

$L_{2I,2S}$	$A_{1/2}$	$A_{3/2}$	$z_1$	$z_2$
$S_{31}(1620)$	$27 \pm 11$	-	-	-
	$35 \pm 20$	-	-	-
	0	-	-	-
	0	-	-	-
	-4	-	-	-
$P_{33}(1232)$	$-140 \pm 5$	$-258 \pm 6$	-	-
	$-141 \pm 5$	$-261 \pm 5$	-	-
	-132	-253	-0.534	1.372
	-129	-244	-0.512	1.351
	-126	-233	-0.267	-0.658
$P_{33}(1600)$	$-23 \pm 20$	$-9 \pm 21$	-	-
	$-18 \pm 15$	$-25 \pm 15$	-	-
	-12	-35	0.456	-2.345
	-14	-44	-0.202	-4.493
	-26	-52	2.782	-4.479
$D_{33}(1700)$	$104 \pm 15$	$85 \pm 22$	-	-
	$90 \pm 25$	$97 \pm 20$	-	-
	102	172	-0.630	0.532
	83	139	-2.446	0.664
	75	98	0.462	-0.862

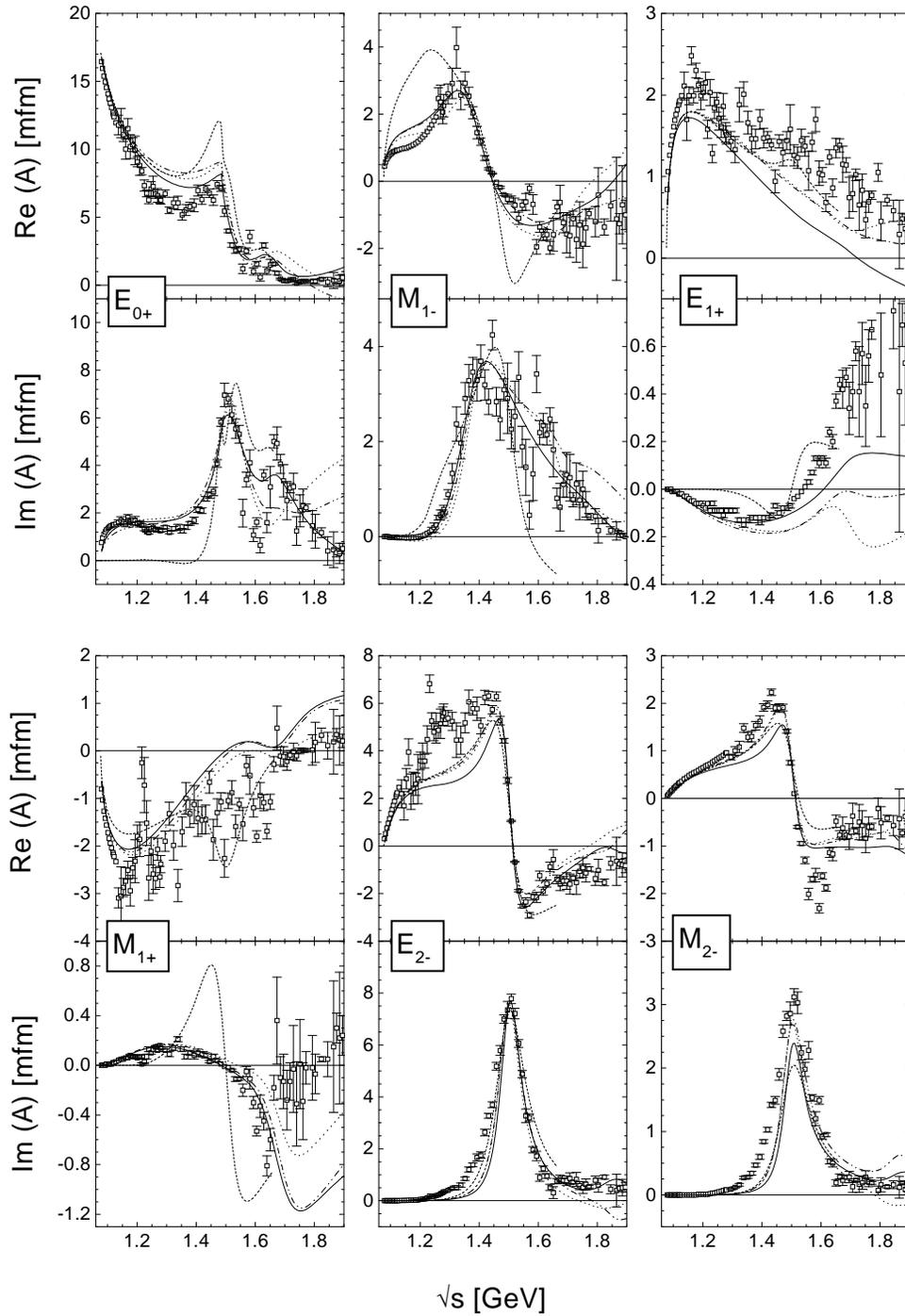
**Tab. 5.7:** Resultate für die Helizitätskopplungen (in Einheiten von  $10^{-3} \text{ GeV}^{-1/2}$ ) und die  $z$ -Parameter der  $I = \frac{3}{2}$ -Resonanzen. Notation wie in Tabelle 5.6.

	Wert [GeV]		Wert [GeV]		Wert [GeV]		Wert [GeV]		Wert [GeV]		Wert [GeV]
$\Lambda_N$	1.23	$\Lambda_{1/2}^h$	1.24	$\Lambda_{1/2}^e$	0.92	$\Lambda_{3/2}^h$	1.06	$\Lambda_{3/2}^e$	3.98	$\Lambda_t$	0.70
	1.19		1.24		0.93		1.10		3.00		0.72
	1.24		1.72		1.06		1.13		3.59		0.70

**Tab. 5.8:** Werte der Cutoffparameter  $\Lambda$  der einzelnen Fits. Notation wie in Tabelle 5.3. Im Falle der Resonanzen bezeichnen die Indizes  $h$  and  $e$  den Cutoff am hadronischen bzw. elektromagnetischen Vertex.



**Abb. 5.6:** Vergleich mit den Daten aus [GPGP, B96] zum differentiellen  $\gamma p \rightarrow \gamma p$  Wirkungsquerschnitt (oben) und zur Photon-Asymmetrie (unten). Gezeigt sind die Ergebnisse unter Benutzung aller drei Parametersätze: (...) SM95-pt-1, (- · -) SM95-pt-2 und (—) SM95-pt-3. Weiterhin sind die Resultate aus dem Isobar-Modell von Wada et al. [GPGP] (- · -) und der Dispersions-Rechnung von L'vov [LVOV81] (- -) eingetragen.



**Abb. 5.7:** Ergebnisse für die Proton-Multipole der Pion-Photoproduktion zusammen mit den Daten aus SP97 [SM95]. Gezeigt sind alle drei Ergebnisse ( $\cdots$ ) SM95-pt-1, ( $-\cdots$ ) SM95-pt-2, ( $---$ ) SM95-pt-3. Zum Vergleich sind auch die Ergebnisse der  $T$ -Matrix-Rechnung aus [FM97] eingetragen ( $---$ ).

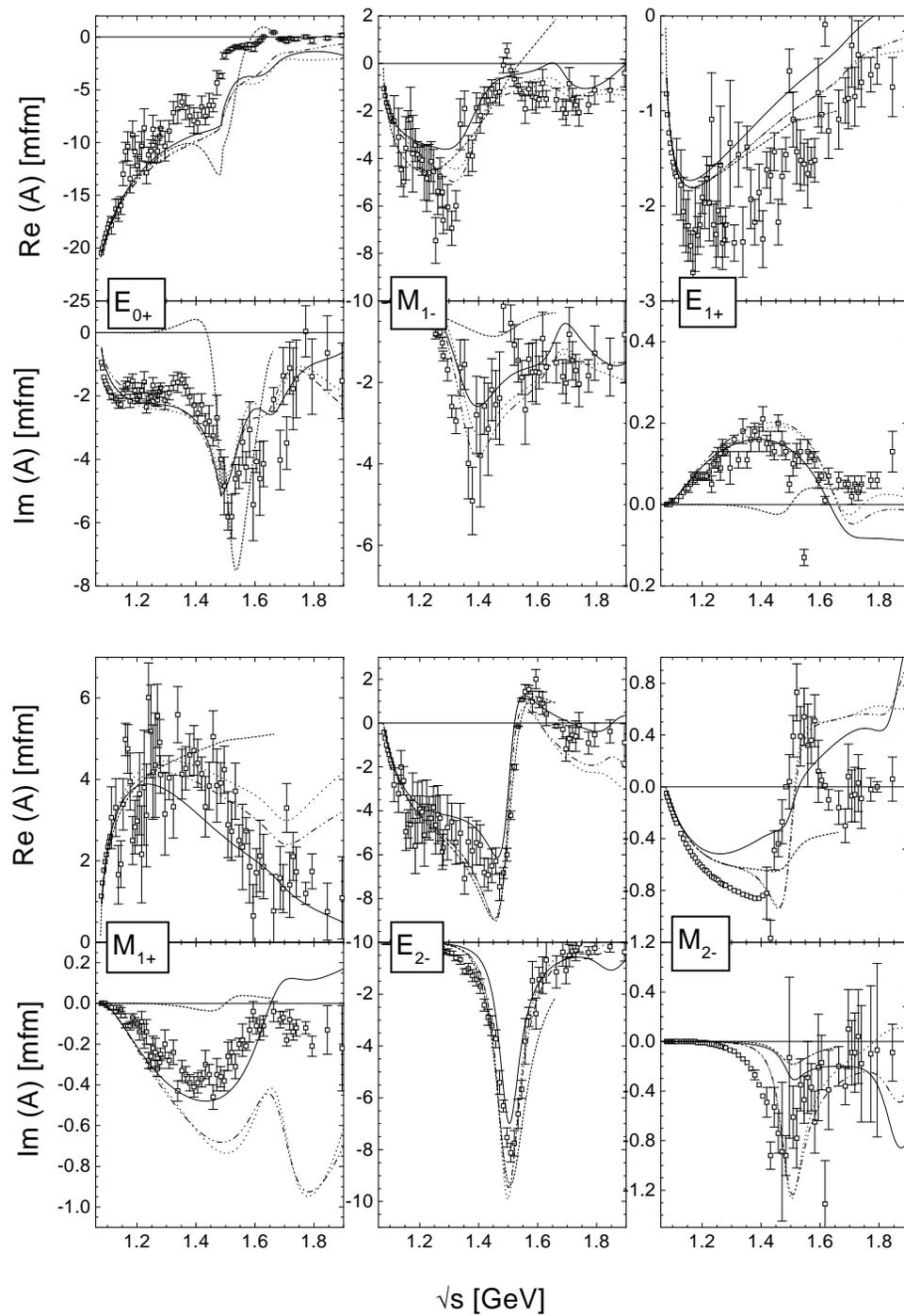


Abb. 5.8: Wie Abbildung 5.7, nur für die Neutron-Multipole.

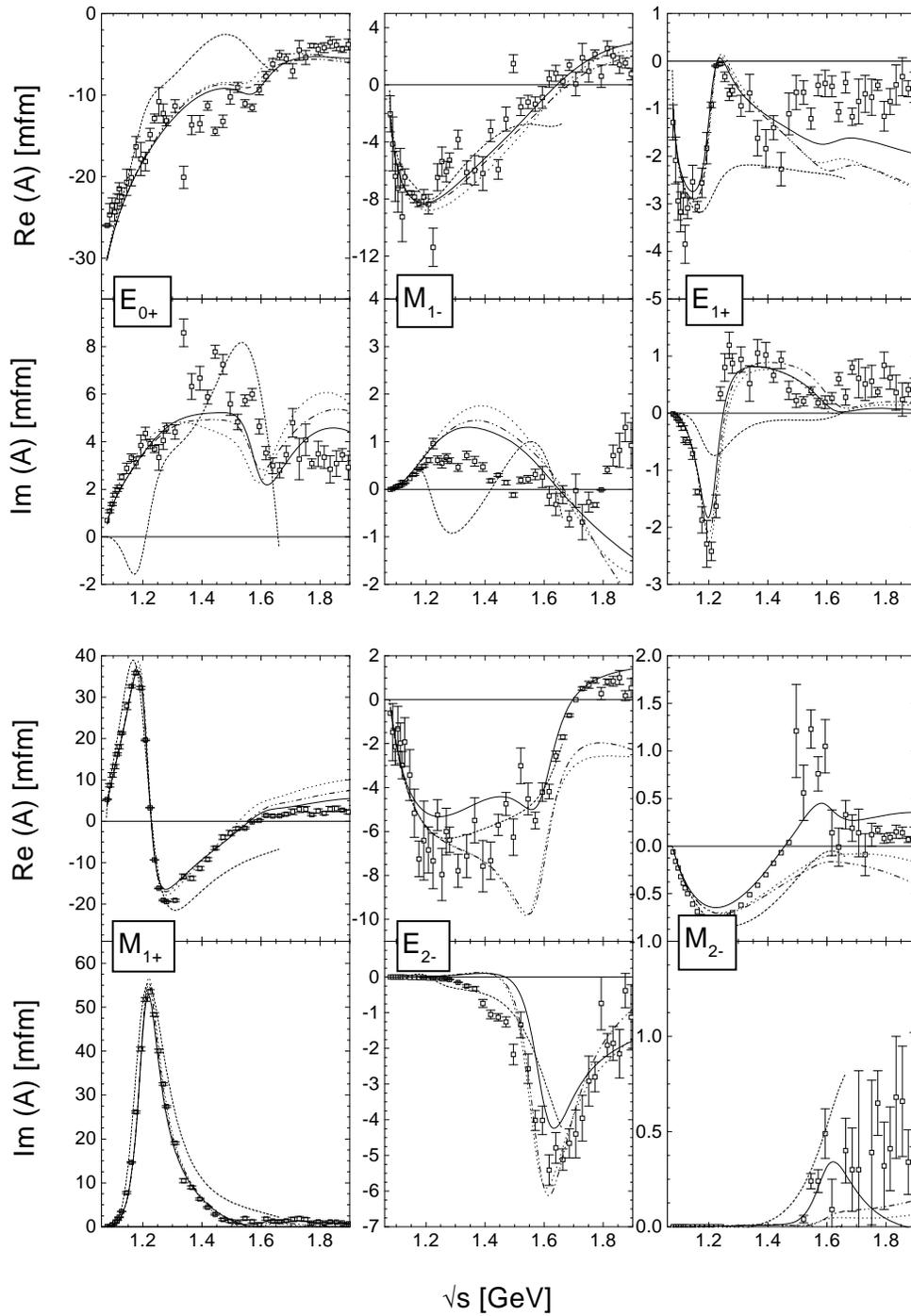
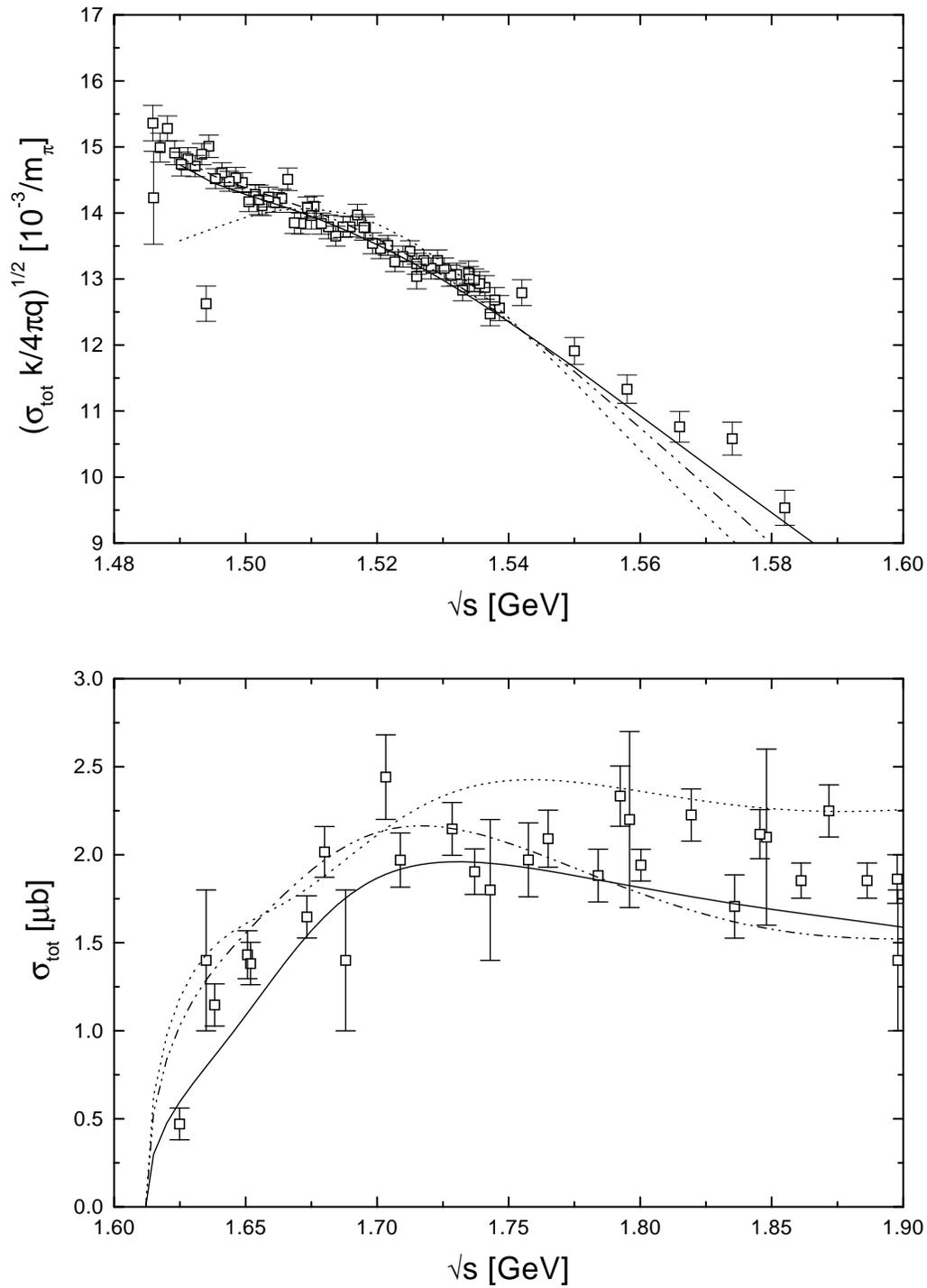
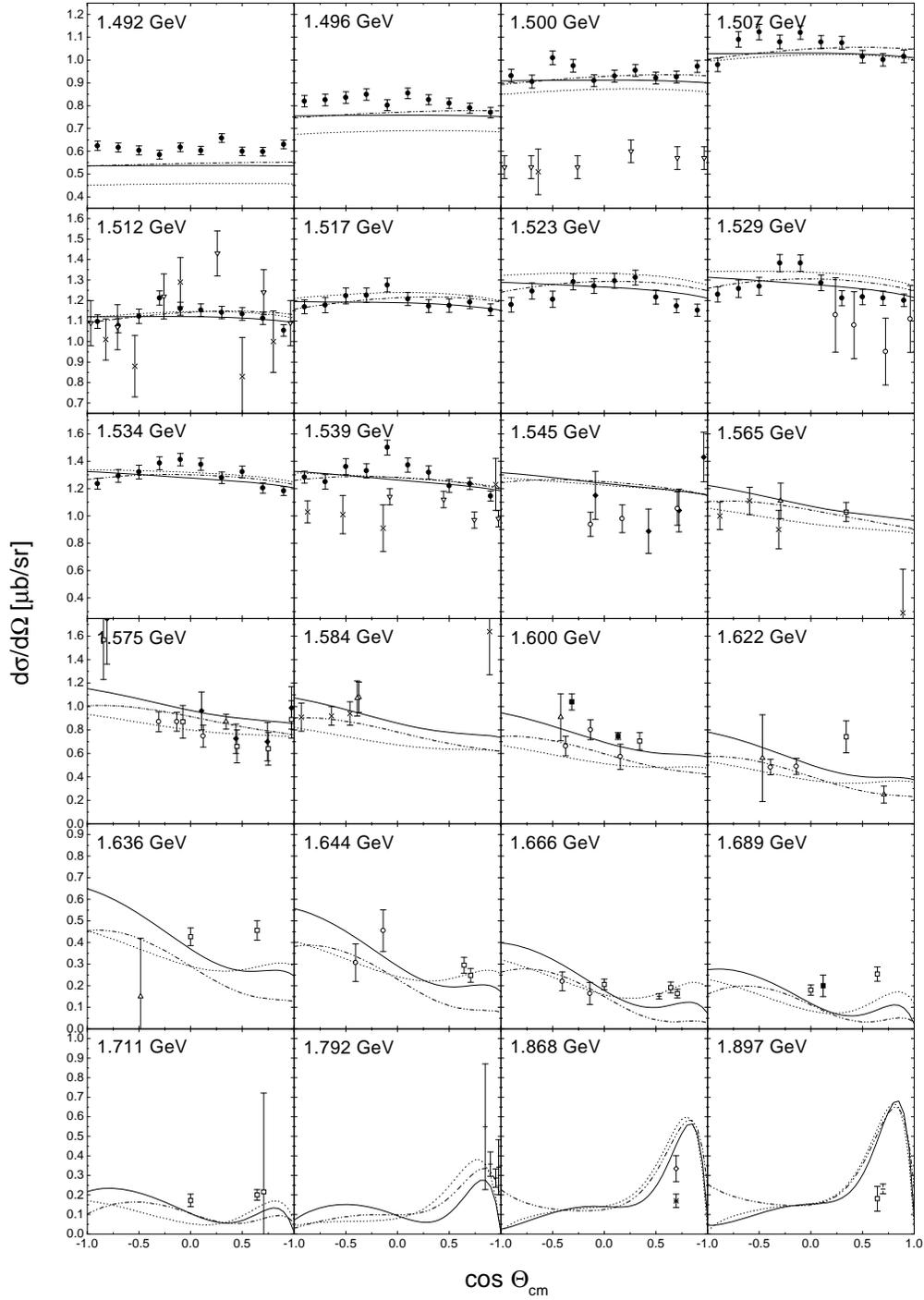


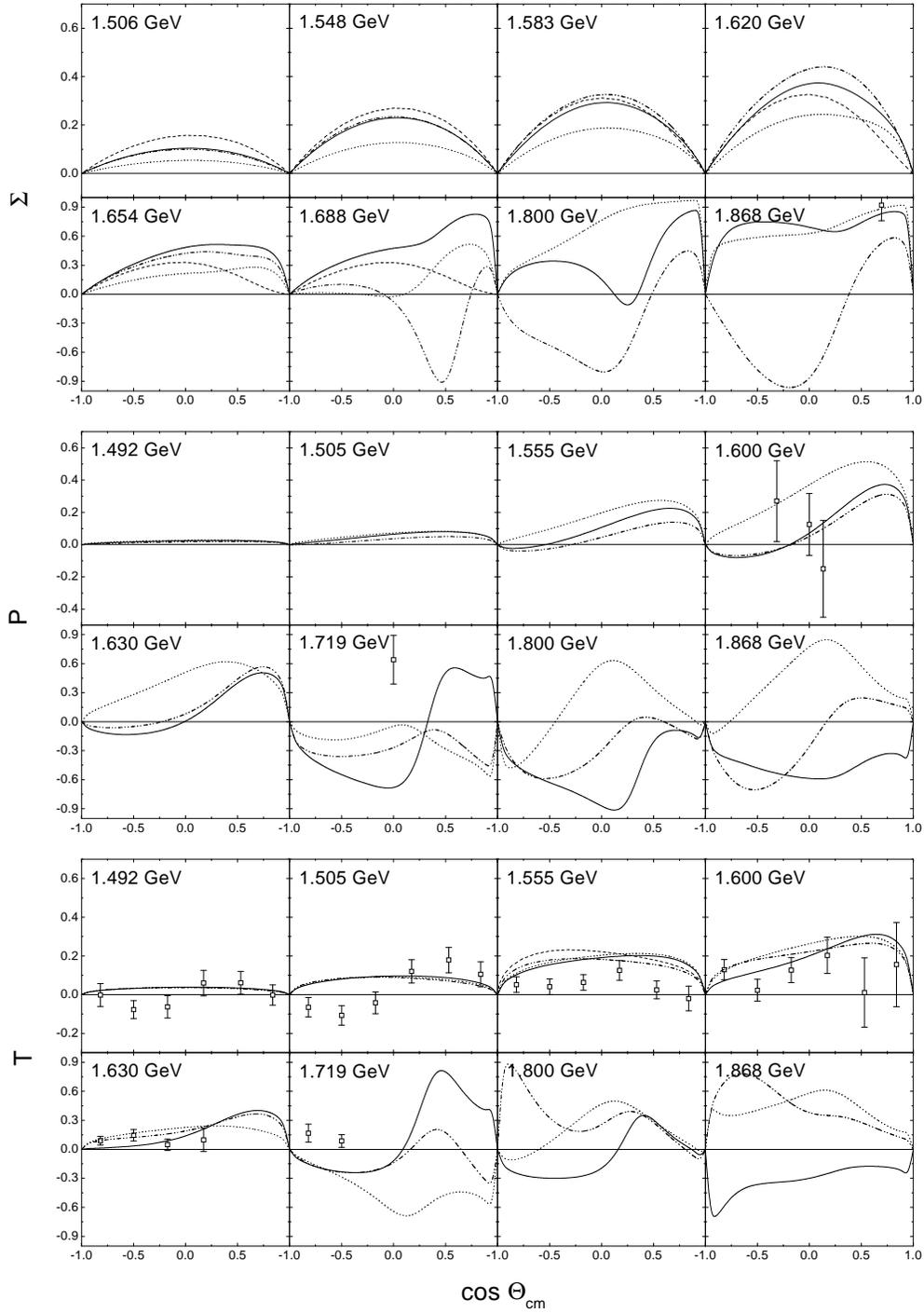
Abb. 5.9: Wie Abbildung 5.7, nur für die  $I = \frac{3}{2}$ -Multipole.



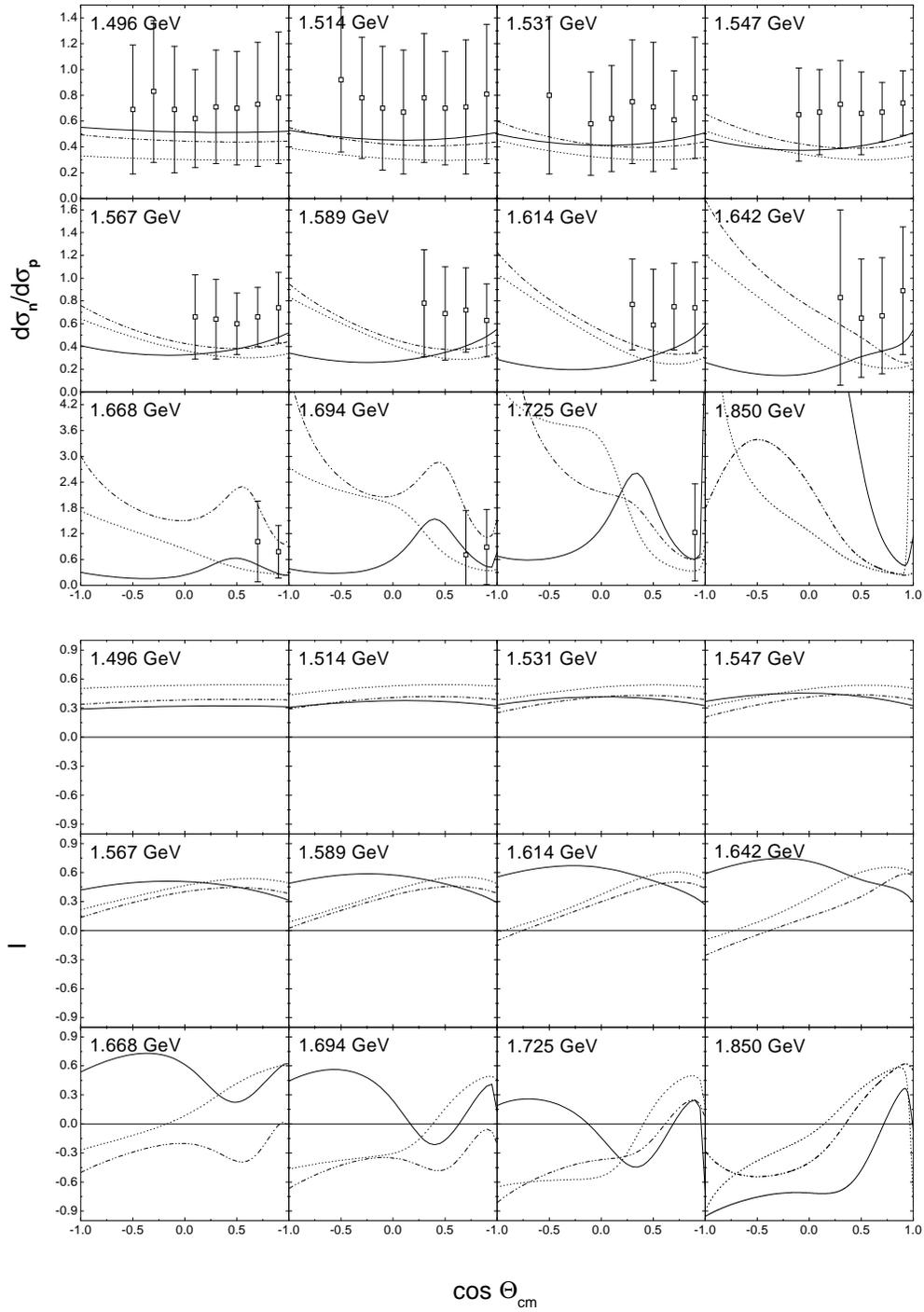
**Abb. 5.10:** Ergebnisse für die totalen  $\gamma p \rightarrow \eta p$  (oben) und  $\gamma p \rightarrow K^+ \Lambda$  (unten) Wirkungsquerschnitte im Vergleich zu den Daten aus [GPEP, GPKL]. Im Falle der Eta-Photoproduktion ist der reduzierte Wirkungsquerschnitt gezeigt. Für die Bedeutung der Linien siehe Abbildung 5.7.



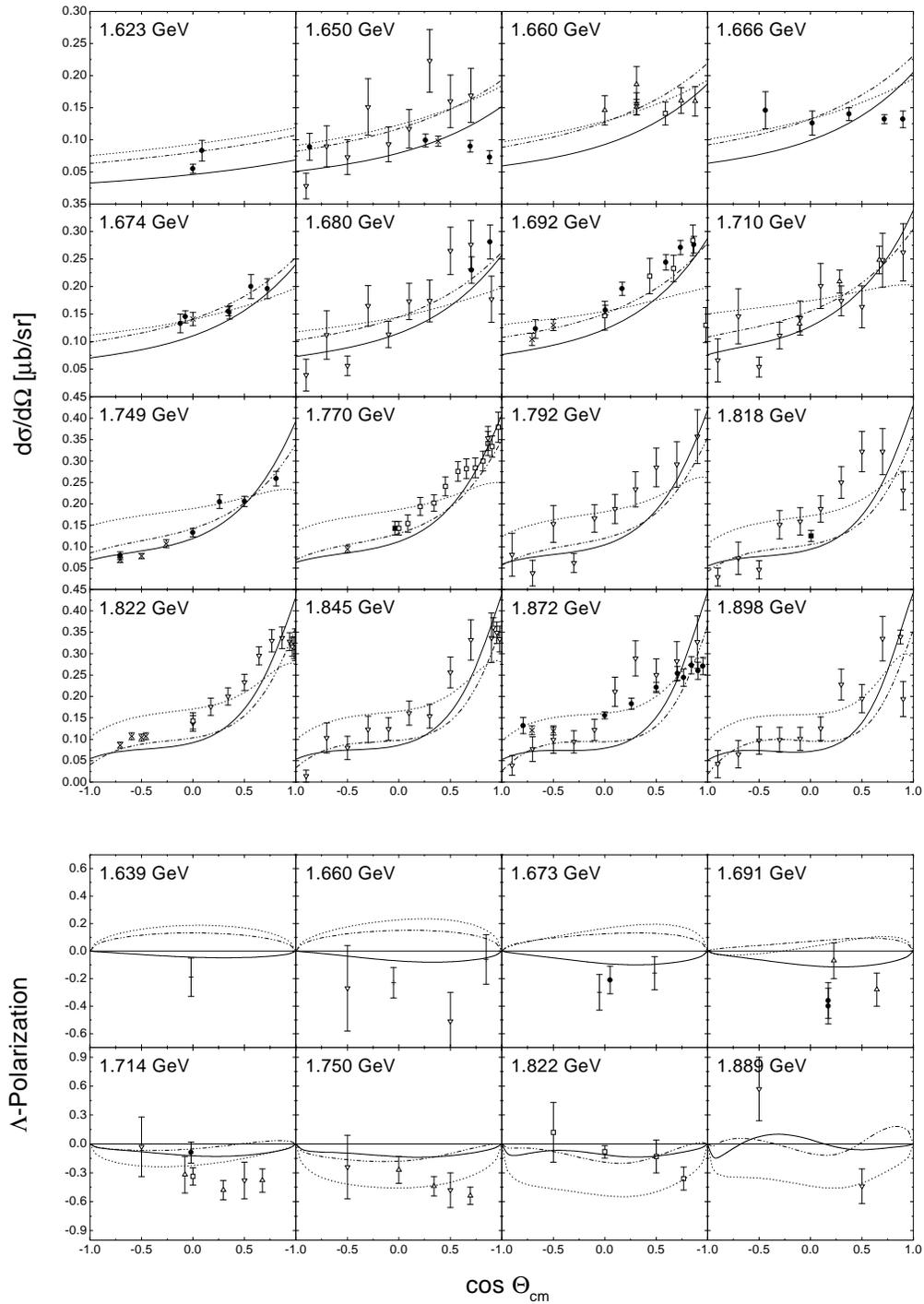
**Abb. 5.11:** Vergleich des berechneten differentiellen  $\gamma p \rightarrow \eta p$  Wirkungsquerschnittes mit den Daten aus [K95] ( $\bullet$ ), [GPEP] für verschiedene Energien. Für die Bedeutung der Linien siehe Abbildung 5.7.



**Abb. 5.12:** Ergebnisse für die Polarisations-Observablen  $\Sigma$ ,  $\mathcal{P}$  und  $\mathcal{T}$  für  $\gamma p \rightarrow \eta p$ . Im Falle der Photon-Asymmetrie  $\Sigma$  sind zusätzlich die Ergebnisse der Rechnung von Knöchlein et al. [KDT95] eingetragen (— —). Daten aus [GPEP, Bock97], für die Bedeutung der Linien siehe Abbildung 5.7.



**Abb. 5.13:** Neutron/Proton-Verhältnis und Isospin-Asymmetrie  $\mathcal{I}$  für  $\gamma p \rightarrow \eta p$  im Vergleich mit den Daten aus [HR97]. Für die Bedeutung der Linien siehe Abbildung 5.7.



**Abb. 5.14:** Vergleich des berechneten differentiellen  $\gamma p \rightarrow K^+ \Lambda$  Wirkungsquerschnittes und der  $\Lambda$ -Polarisation mit den Daten aus [Barth97] ( $\square$ ), [GPKL] für verschiedene Energien. Für die Bedeutung der Linien siehe Abbildung 5.7.



# Kapitel 6

## Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde eine einheitliche Beschreibung der photon- und meson-induzierten Streuprozesse am Nukleon präsentiert. Dabei wurde die Unitarität durch die Lösung der Streugleichung in der  $K$ -Matrix-Näherung garantiert. Das Potential  $V$  wurde dabei unter Berücksichtigung der Beiträge des Nukleons, der  $I = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ -Resonanzen sowie verschiedener Mesonen bestimmt. Die Kopplung der Teilchen untereinander wurde dabei durch effektive Lagrangefunktionen beschrieben. Dies führt, verglichen mit anderen Ansätzen, zu einer beträchtlichen Reduzierung der freien Parameter. Weiterhin wurden an den hadronischen und elektromagnetischen Vertizes Formfaktoren berücksichtigt.

Zur Bestimmung der Parameter der Nukleonresonanzen wurden in Kapitel 4 zuerst verschiedene Fits an die Daten der rein hadronischen Reaktionen durchgeführt. Danach wurde in Kapitel 5 eine Kopplung an das Photon eingeführt und in globalen Fits auch die Daten der so hinzugekommenen Reaktionskanäle berücksichtigt.

Im Rahmen dieses Modells ist man in der Lage, die gesamte Datenbasis der hadronischen und der photon-induzierten Reaktionen mithilfe eines einheitlichen Parametersatzes zu beschreiben.

### 6.1 Hadronische Fits

Dabei zeigte sich in den rein hadronischen Fits, daß im Rahmen dieses Modells alle Daten der Reaktionen  $\pi N \rightarrow \pi N$ ,  $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ ,  $\pi^- p \rightarrow \eta n$  und  $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda$  mit einem einheitlichen Parametersatz sehr gut beschrieben werden können. Hier erlaubt besonders die explizite Berücksichtigung der Endzustände  $\eta N$  und  $K \Lambda$  eine verlässliche Extraktion der Zerfallsbreiten der Resonanzen. Die hier gefundenen Werte für Masse und Zerfallstärken sind in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen anderer Arbeiten für die Zustände mit starker Kopplung an  $\pi N$  und zeigen nur geringe Abweichungen für Zustände mit schwacher Kopplung. Gleiches gilt auch für die Lage der Pole und für die Residuen.

Um eine Abschätzung für den systematischen Fehler der Rechnung zu erhalten, wurden Fits unter Benutzung verschiedener  $\pi N$ -Analysen und hadronischer Formfaktoren durchgeführt. Dabei zeigte sich, daß die so bestimmten systematischen Fehler durchaus von der selben Größe wie die durch die Daten induzierten statistischen Fehler sind.

Da der nichtresonante Hintergrund ausschließlich aus Feynman-Diagrammen bestimmt wird, ist er in den einzelnen Partialwellen nicht unabhängig voneinander. Dies führt in den Fits zu einer Verringerung der  $\rho NN$ -Kopplung gegenüber den üblichen Werten. Das wiederum hat zur Folge, daß die extrahierten Massen und Breiten der Resonanzen  $P_{33}(1232)$  und  $D_{13}(1520)$  kleiner sind als in anderen Analysen.

Für die Parameter der  $S_{11}(1535)$  Resonanz findet man, daß die verfügbaren  $\pi^- p \rightarrow \eta n$  Daten keine sichere Extraktion erlauben. Besonders für die Masse der Resonanz zeigt sich eine starke Abhängigkeit von der Wahl der hadronischen Formfaktoren. Hier könnten nur eine verbesserte Datenbasis zu eindeutigeren Ergebnissen führen.

Insgesamt zeigt sich, daß die geringe Qualität der  $\eta N$  und  $K\Lambda$  Daten die Hauptbeschränkung für die Genauigkeit extrahierten Resonanzparameter darstellt. Besonders die zugehörigen Partialbreiten können nicht besser als  $\pm 15$  MeV bestimmt werden.

## 6.2 Kombinierte Fits

Die Berücksichtigung von  $\gamma N$  als weiteren Endzustand erlaubt es dann, auch die Daten aus den verschiedenen Photoproduktionsreaktionen sowie der Compton-Streuung zu verwenden. Da gerade für die Eta-Photoproduktion qualitativ sehr hochwertige Daten vorliegen, konnte dabei die Zuverlässigkeit der Extraktion der  $\eta N$ -Zerfallsbreiten der einzelnen Resonanzen erhöht werden. Dabei zeigt sich auch, daß gerade in der Eta-Photoproduktion kein zufriedenstellender Fit an die Daten möglich war, wenn die aus den hadronischen Anpassungen bestimmten Parametersätze benutzt wurden.

Da an den  $\varphi NN$ -Vertizes hadronische Formfaktoren berücksichtigt wurden, mußte die Eichinvarianz der Rechnung durch Einführung von Counter-Termen wiederhergestellt werden. Da es dafür kein eindeutiges Verfahren gibt, wurde der daraus resultierende systematische Fehler abgeschätzt, indem Fits unter Benutzung der Methoden von Ohta und Haberzettl durchgeführt wurden. Dabei zeigte sich, daß hauptsächlich die Parameter der nichtresonanten Beiträge (wie z.B. die  $z$ -Parameter der Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen) abhängig von der zur Eichung benutzten Methode sind. Weiterhin sind die Auswirkungen in den verschiedenen Partialwellen unterschiedlich, da im Ansatz von Haberzettl ein winkelabhängiger residualer Formfaktor  $\tilde{F}$  eingeführt wird.

Es konnte gezeigt werden, daß die Berücksichtigung der Daten zur Compton-Streuung bei der Bestimmung der elektromagnetischen Kopplungen eine wichtige Rolle spielt. Bei der gleichzeitigen Anpassung an die Daten der Compton-Streuung und der Pionen-Photoproduktion ergab sich, daß es nur in einem Fall Hinweise auf eine mögliche Inkonsistenz beider Datensätze gibt: lediglich im Falle der  $D_{13}(1520)$  findet man bei einem kombinierten Fit kleinere Helizitätskopplungen als bei alleiniger Berücksichtigung der Photoproduktionsdaten. Für die  $P_{33}(1232)$  stimmen die Kopplungen bis auf ca. 5% mit den PDG-Werten überein.

Im Falle der Eta-Photoproduktion lassen sich die Daten zum totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitt gut beschreiben. Im Gegensatz dazu läßt sich die gemessene Target-Asymmetrie an der Schwelle in keinem der Fits reproduzieren. Bei höheren Energien zeigt sich besonders in den Polarisationsobservablen die Interferenz der schwach an  $\eta N$  ankoppelnden Resonanzen mit den Schwänzen der Beiträge von  $S_{11}(1535)$  und  $D_{13}(1520)$ . Dieser Effekt erlaubt evtl. auch die Untersuchung kleiner Beiträge zur Streu-

amplitude, die im differentiellen Wirkungsquerschnitt unauffindbar wären.

Für die  $KN\Lambda$ -Kopplung liefern alle Fits nur ca. 50% des SU(3)-Wertes. Da sich dieses Resultat nicht ändert, wenn man statt der pseudovektoriellen die pseudoskalare Kopplung benutzt, kann man daraus schließen, daß sich die Daten sowohl der hadronischen wie der Photoproduktionskanäle nicht mit einer mit SU(3) verträglichen Kopplungskonstanten  $g_{KN\Lambda}$  beschreiben lassen.

Schließlich erlaubt ein Vergleich mit einer Dispersions-Rechnung zur Compton-Streuung einen Test der hier verwendeten  $K$ -Matrix-Näherung. Dabei findet man, daß beide Rechnungen in guter Übereinstimmung sind, solange man weiter als ca. 50 MeV von der Pionen-Schwelle entfernt ist. Daraus läßt sich eine ähnliche Übereinstimmung auch bei höheren Energien ableiten.

## 6.3 Ausblick

Da es nun erstmals möglich ist, sämtliche hier berücksichtigten Reaktionskanäle in einem einheitlichen Modell zu beschreiben, ergeben sich daraus sofort vielfältige Ansatzpunkte für weitere Untersuchungen. So kann man die Auswirkungen der Rückstreuung auf die Observablen der verschiedenen Reaktionen durch den Vergleich einer  $K$ -Matrix- mit einer  $T$ -Matrix-Rechnung bestimmen. Weiterhin läßt sich die Sensitivität verschiedenster Meßgrößen auf die Parameter der Nukleonenresonanzen studieren. Dies ermöglicht es, detaillierte Vorhersagen für zukünftige Experimente an MAMI, ELSA und TJNAF zu machen. Zusätzlich läßt sich die Konsistenz der Daten aus den einzelnen Reaktionen überprüfen, wie hier bereits am Beispiel der Compton-Streuung und der Photoproduktion von Pionen geschehen.

Darüber hinausgehend bieten sich Erweiterungen des Modells in verschiedene Richtungen an. Hier stehen besonders die Berücksichtigung zusätzlicher Kanäle (z.B.  $K\Sigma$  und  $\omega N$ ) und die mikroskopische Behandlung des  $\pi\pi N$ -Endzustandes durch Einführung von Zerfällen der Art  $\rho N$  und  $\pi\Delta$  im Vordergrund. Weiterhin würde eine Erweiterung der Rechnung auf virtuelle Photonen auch die Einbeziehung der verschiedenen Elektroproduktionsdaten erlauben. Gerade dies wäre im Hinblick auf die geplanten Experimente wünschenswert.

Abschließend sei noch die Möglichkeit erwähnt, über die hier verwendete  $K$ -Matrix-Näherung hinauszugehen. Eine, zumindestens ansatzweise, Berücksichtigung des Realteils der Streugleichung würde einen weiteren Schritt hin zur vollständigen Beschreibung der photon- und meson-induzierten Streuprozesse am Nukleon darstellen.

# Anhang A

## Notation

Viererimpulse werden im allgemeinen als  $x$  dargestellt.  $x$  ist dann der zugehörige Absolutbetrag des Dreierimpulses  $\mathbf{x}$ . Weiterhin verstehen wir unter  $\hat{\mathbf{x}}$  den Einheitsvektor in Richtung des Dreierimpulses:  $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}/x$ . Mit  $p, p', q$  und  $q'$  bezeichnen wir die Viererimpulse der ein- und auslaufenden Hadronen sowie der ein- und auslaufenden Mesonen.  $k$  bezeichnet den Impuls des Photons.

In dieser Arbeit wird die Metrik von [BD66, IZ80] verwendet:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Über doppelt vorkommende Indizes ist zu summieren. Damit ist das Viererskalarprodukt definiert als:

$$x_\mu y^\mu = x_0 y_0 - x_1 y_1 - x_2 y_2 - x_3 y_3. \quad (\text{A.2})$$

In der Ortsdarstellung schreibt sich der Impulsoperator als:

$$\begin{aligned} p^\mu &= i\partial^\mu \\ &= \left( i\frac{\partial}{\partial t}, \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x}, \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial y}, \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

### A.1 $\gamma$ -Matrizen

Die  $\gamma$ -Matrizen erfüllen folgende Vertauschungsrelationen:

$$\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = \gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2g_{\mu\nu}. \quad (\text{A.4})$$

$\gamma_0$  ist hermitesch und die  $\gamma_i; i = 1, 2, 3$  sind antihermitesch. Weiter ist definiert:

$$\begin{aligned} \gamma_5 &= i\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \\ \sigma_{\mu\nu} &= \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu] \\ &= \frac{i}{2}(\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu). \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

## Explizite Darstellung der $\gamma$ -Matrizen, Pauli-Matrizen

Die  $\gamma$ -Matrizen haben die folgenden Eigenschaften:

### Bei hermitescher Konjugation

$$\begin{aligned}\gamma_\mu^\dagger &= \gamma_0 \gamma_\mu \gamma_0 \\ \gamma_5^\dagger &= -\gamma_0 \gamma_5 \gamma_0 = \gamma_5 \\ (\sigma_{\mu\nu})^\dagger &= \gamma_0 \sigma_{\mu\nu} \gamma_0\end{aligned}\tag{A.6}$$

### Bei Kontraktionen

$$\begin{aligned}a_\mu \gamma^\mu b_\nu \gamma^\nu &= a_\mu b^\mu - i \sigma^{\mu\nu} a_\mu b_\nu \\ \gamma_\lambda \gamma^\lambda &= 4 \\ \gamma_\lambda \gamma_\mu \gamma^\lambda &= -2\gamma_\mu \\ \gamma_\lambda \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma^\lambda &= 4g_{\mu\nu}\end{aligned}\tag{A.7}$$

Weitere Eigenschaften der  $\gamma$ -Matrizen finden sich z.B. bei [BD66, IZ80].

In dieser Arbeit wird als explizite Darstellung

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}\tag{A.8}$$

mit

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\tag{A.9}$$

verwendet, wobei die  $\boldsymbol{\sigma}$  die sog. Pauli-Spinmatrizen sind. Eine wichtige Relation, die die Pauli-Matrizen erfüllen, ist

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}),\tag{A.10}$$

was sich leicht durch Ausnutzung der Vertauschungsrelationen

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2i\varepsilon_{ijk}\sigma_k, \quad [\sigma_i, \sigma_j] = 0\tag{A.11}$$

beweisen läßt.

## A.2 Dirac-Spinoren

Die Dirac-Spinoren  $u(p, s)$  und  $v(p, s)$  sind die Lösungen der freien Dirac-Gleichung:

$$\begin{aligned}(\not{p} - m_N) u(p, s) &= 0 \\ (\not{p} + m_N) v(p, s) &= 0,\end{aligned}\tag{A.12}$$

wobei  $E_p$  durch  $\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$  gegeben ist.

Konjugierte Spinoren sind definiert als

$$\begin{aligned}\bar{u} &= u^\dagger \gamma_0 \\ \bar{v} &= v^\dagger \gamma_0\end{aligned}\tag{A.13}$$

und erfüllen die Gleichungen

$$\begin{aligned}\bar{u}(p, s) (\not{p} - m_N) &= 0 \\ \bar{v}(p, s) (\not{p} + m_N) &= 0.\end{aligned}\tag{A.14}$$

Die Spinoren sind folgendermaßen normiert:

$$\begin{aligned}\bar{u}(p, s') u(p, s) &= \delta_{s s'} \\ \bar{v}(p, s') v(p, s) &= -\delta_{s s'}.\end{aligned}\tag{A.15}$$

Ihre explizite Form ergibt sich damit zu:

$$u(p, s) = N \left( \frac{1}{E_p + m_N} \right) \otimes \chi_s, \quad N = \sqrt{\frac{E_p + m_N}{2m_N}},\tag{A.16}$$

mit den Pauli-Spinoren

$$\chi_{s=1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \chi_{s=-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.\tag{A.17}$$

Die Projektionsoperatoren auf Zustände mit der Masse  $m_N$  sind durch

$$\begin{aligned}\bar{\Lambda}_+(p) &= \frac{\not{p} + m_N}{2m_N} \\ &= \sum_s u(p, s) \bar{u}(p, s) \\ \bar{\Lambda}_-(p) &= \frac{-\not{p} + m_N}{2m_N} \\ &= -\sum_s v(p, s) \bar{v}(p, s)\end{aligned}\tag{A.18}$$

gegeben, diejenigen auf Zustände der Energie  $W = \sqrt{p^2}$  durch

$$\begin{aligned}\bar{\Lambda}_+(p) &= \frac{\not{p} + W}{2W} \\ \bar{\Lambda}_-(p) &= \frac{-\not{p} + W}{2W}.\end{aligned}\tag{A.19}$$

Die Dirac-Spinoren  $u(p, s)$  erfüllen die sog. *Gordon-Identität* [BD66]. Für freie Spinoren lautet sie:

$$\bar{u}(p') \gamma_\mu u(p) = \frac{1}{2m_N} \bar{u}(p') ((p + p')_\mu + i\sigma_{\mu\nu} k^\nu) u(p).\tag{A.20}$$

Für den Fall, daß eines der Nukleonen nicht auf der Massenschale ist, läßt sich dies allgemeiner als

$$\Lambda^{\pm'} \gamma_\mu \Lambda^\pm = \frac{1}{W + W'} \Lambda^{\pm'} ((p + p')_\mu + i\sigma_{\mu\nu} k^\nu) \Lambda^\pm\tag{A.21}$$

schreiben.

# Anhang B

## Lösung der Streugleichung durch die $K$ -Matrix-Näherung

Im folgenden soll die in Abschnitt 2.1 skizzierte  $K$ -Matrix-Näherung im Detail dargestellt werden. Ein ausführlicher Vergleich der hier angesprochenen Näherungen findet sich z.B. in der Arbeit von Pearce und Jennings [PJ91].

Ausgeschrieben lautet die Unitaritätsbedingung (2.10) aus Abschnitt 2.1:

$$\begin{aligned}
 M(p', p, \sqrt{s}) &- M^*(p, p', \sqrt{s}) = \\
 &- i(2\pi)^4 \int d^4k \delta\left(\frac{\sqrt{s}}{2} - k^0 - E_N(\mathbf{k})\right) \delta\left(\frac{\sqrt{s}}{2} + k^0 - E_M(\mathbf{k})\right) \\
 &\times M(p', k, \sqrt{s}) \frac{k + m_N}{2m_N} M^*(p, k, \sqrt{s}) \frac{n_N n_M}{(2\pi)^6} \\
 &= 2i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} M(p', k, \sqrt{s}) \operatorname{Im}(\mathcal{G}(k, \sqrt{s})) M^*(p, k, \sqrt{s}) \quad (\text{B.1}) \\
 E_i(\mathbf{k}) &= \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_i^2}
 \end{aligned}$$

und legt somit den Imaginärteil von  $M$  fest. Die zweite Gleichung wird dabei unter Ausnutzung der Bethe-Salpeter-Gleichung (2.6) hergeleitet. Wie bereits erwähnt, läßt sich die Forderung nach Unitarität leichter erfüllen, wenn man die Bethe-Salpeter-Gleichung durch Einführung der  $K$ -Matrix in ein System von zwei Gleichungen überführt:

$$\begin{aligned}
 K(p', p, \sqrt{s}) &= V(p', p, \sqrt{s}) \\
 &+ P \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} K(p', k, \sqrt{s}) \mathcal{G}(k, \sqrt{s}) V(k, p, \sqrt{s}) \\
 &= V(p', p, \sqrt{s}) \\
 &+ \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} K(p', k, \sqrt{s}) \operatorname{Re}(\mathcal{G}(k, \sqrt{s})) V(k, p, \sqrt{s}) \quad (\text{B.2})
 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 M(p', p, \sqrt{s}) &= V(p', p, \sqrt{s}) \\
 &+ i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} M(p', k, \sqrt{s}) \operatorname{Im}(\mathcal{G}(k, \sqrt{s})) K(k, p, \sqrt{s}). \quad (\text{B.3})
 \end{aligned}$$

Ersetzt man nun den Propagator  $\mathcal{G}$  durch den  $K$ -Matrix-Propagator (2.13) ergibt sich daraus:

$$\begin{aligned} K(p', p, \sqrt{s}) &= V(p', p, \sqrt{s}) \\ M(p', p, \sqrt{s}) &= V(p', p, \sqrt{s}) \\ &\quad - i \frac{\mathbf{k}}{8(2\pi)^2 \sqrt{s}} \int d\Omega_{\mathbf{k}} M(p', \mathbf{k}, \sqrt{s}) (\not{k} + m_N) V(\mathbf{k}, p, \sqrt{s}). \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Multipliziert man noch die Spinoren der ein- und auslaufenden Nukleonen und führt folgende Schreibweise ein:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}^{s's} &= \bar{u}(p', s') V(p', p, \sqrt{s}) u(p, s) \\ \mathcal{M}^{s's} &= \bar{u}(p', s') M(p', p, \sqrt{s}) u(p, s) \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

so ergibt sich aus (B.4):

$$\mathcal{M}^{s's} = \mathcal{V}^{s's} - i \frac{m_N \mathbf{k}}{4(2\pi)^2 \sqrt{s}} \sum_{\tilde{s}} \int d\Omega_{\mathbf{k}} \mathcal{M}^{s'\tilde{s}} \mathcal{V}^{\tilde{s}s}. \quad (\text{B.6})$$

Dies läßt sich einfach auf den Fall mehrerer asymptotischer Zustände verallgemeinern. Dazu führt man lediglich Indizes  $a$ ,  $b$  und  $c$  für den ein- und auslaufenden bzw. den intermediären Zustand ein:

$$\begin{aligned} p_a &= p, & p_b &= p', & p_c &= k \\ \mathcal{V}_{ba}^{s's} &= \mathcal{V}^{s's}(a \rightarrow b), & \mathcal{M}_{ba}^{s's} &= \mathcal{M}^{s's}(a \rightarrow b). \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Da nun jeder mögliche Zustand  $c$  in der Bethe-Salpeter-Gleichung (2.6) als Zwischenzustand auftauchen kann, erhält man statt (B.6) in diesem Fall:

$$\mathcal{M}_{ba}^{s's} = \mathcal{V}_{ba}^{s's} - i \sum_c \frac{m_N p_c}{4(2\pi)^2 \sqrt{s}} \sum_{\tilde{s}} \int d\Omega_c \mathcal{M}_{bc}^{s'\tilde{s}} \mathcal{V}_{ca}^{\tilde{s}s}, \quad (\text{B.8})$$

was sich lediglich durch die zusätzliche Summe  $\sum_c$  von (B.6) unterscheidet. Mit den in den Anhängen E und F vorgestellten Partialwellenzerlegungen läßt sich das Integralgleichungssystem (B.8) dann auf ein gekoppeltes System gewöhnlicher Gleichungen reduzieren, das sich durch die in Abschnitt 2.1 angedeutete schematische Matrixgleichung

$$[\mathcal{M}^\alpha] = \left[ \frac{\mathcal{V}^\alpha}{1 - i\mathcal{V}^\alpha} \right] \quad (\text{B.9})$$

für jeden Kanal mit den Quantenzahlen  $\alpha$  separat lösen läßt.

# Anhang C

## Verwendete Kopplungen

### C.1 Nukleonen

Für die nichtresonanten Beiträge wurden die folgenden Kopplungen benutzt:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{NR} = & - \frac{g_{\varphi NN}}{2m_N} \bar{N} \gamma_5 \gamma_\mu (\partial^\mu \varphi) N - g_{sNN} s (\bar{N} N) - g_{s\varphi\varphi} s (\varphi^* \varphi) \\ & - g_{vNN} \bar{N} \left( \gamma_\mu v^\mu - \kappa_v \frac{\sigma_{\mu\nu}}{4m_N} v^{\mu\nu} \right) N - g_{v\varphi\varphi} [\varphi \times (\partial_\mu \varphi)] v^\mu. \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Dabei bezeichnet  $\varphi$  die asymptotisch auftretenden Mesonen  $\pi$ ,  $\eta$  und  $K$ .  $s$  und  $v$  sind die intermediären skalaren und vektoriellen Mesonen ( $a_0$ ,  $\rho$  und  $K^*$ ),  $v^{\mu\nu} = \partial^\nu v^\mu - \partial^\mu v^\nu$  ist der Feldtensor der Vektormesonen.  $N$  bezeichnet einen Nukleon-, bzw.  $\Lambda$ -Spinor. Im Falle der  $I=1$ -Mesonen ( $\pi$  und  $\rho$ ) müssen  $\varphi$  und  $v^\mu$  in der  $\varphi, vNN$ -Kopplung durch  $\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varphi}$  und  $\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{v}^\mu$  ersetzt werden, ansonsten durch  $\boldsymbol{\varphi}$  and  $\boldsymbol{v}^\mu$ .

Die Ankopplung des Photons wird beschrieben durch:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\gamma NN} &= -e \bar{N} \left\{ \frac{(1 + \tau_3)}{2} \gamma_\mu A^\mu - (\kappa^s + \kappa^v \tau_3) \frac{\sigma_{\mu\nu}}{4m_N} F^{\mu\nu} \right\} N \\ \mathcal{L}_{\gamma N\Lambda, \Sigma} &= e \bar{N} \kappa_{\Lambda, \Sigma} \frac{\sigma_{\mu\nu}}{4m_N} F^{\mu\nu} N \\ \mathcal{L}_{\gamma\varphi\varphi} &= -e [\boldsymbol{\varphi} \times (\partial_\mu \boldsymbol{\varphi})]_3 A^\mu \\ \mathcal{L}_{\gamma\varphi NN} &= -e \frac{g_{\varphi NN}}{2m_N} \bar{N} \gamma_5 \gamma_\mu [\boldsymbol{\tau} \times \boldsymbol{\varphi}]_3 A^\mu. \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

mit dem elektromagnetischen Feldstärketensor  $F_{\mu\nu} = \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu$ . Die magnetischen Momente sind dabei durch  $\kappa_\Lambda = -0.613$  und  $\kappa_\Sigma = 1.610$  gegeben [AS90].

Der Zerfall der Mesonen wird beschrieben durch:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\gamma\gamma\varphi} &= e^2 \frac{g_{\gamma\gamma\varphi}}{2m_\varphi} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} F^{\mu\nu} (\partial^\lambda \varphi) A^\sigma \\ \mathcal{L}_{\gamma\varphi v} &= e \frac{g_{\gamma\varphi v}}{4m_\varphi} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} F^{\mu\nu} v^{\lambda\sigma} \varphi, \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

mit dem aus den zugehörigen Zerfällen bestimmten Kopplungskonstanten [PDG96]:

$$g_{\gamma\gamma\pi^0} = -0.044, \quad g_{\gamma\gamma\eta} = 0.167$$

$$\begin{aligned}
g_{\gamma\pi^0\rho^0} &= 0.131, & g_{\gamma\pi^\pm\rho^\pm} &= 0.103, & g_{\gamma\eta\rho^0} &= 1.020 \\
g_{\gamma\pi^0\omega} &= 0.313, & g_{\gamma\eta\omega} &= 0.329 \\
g_{\gamma\pi^0K^{*,0}} &= 0.631, & g_{\gamma\pi^\pm K^{*,\pm}} &= 0.415.
\end{aligned} \tag{C.4}$$

## C.2 Spin- $\frac{1}{2}$ Resonanzen

$P_{11}(1440)$ ,  $S_{11}(1535)$ ,  $S_{31}(1620)$ ,  $S_{11}(1650)$ ,  $P_{11}(1710)$

$$\mathcal{L}_{\varphi NR_{1/2}}^{PS} = -g_{\varphi NR} \bar{R} \Gamma \varphi N + h.c., \tag{C.5}$$

$$\mathcal{L}_{\varphi NR_{1/2}}^{PV} = -\frac{g_{\varphi NR}}{m_R \pm m_N} \bar{R} \Gamma_\mu (\partial^\mu \varphi) N + h.c., \tag{C.6}$$

$$\mathcal{L}_{\gamma NR_{1/2}} = e \bar{R} g_{\gamma NR,1} \frac{\Gamma_{\mu\nu}}{4m_N} N F^{\mu\nu} + h.c.. \tag{C.7}$$

Dabei bezeichnen  $N$ ,  $R$  die Spinoren von Nukleon und Resonanz,  $m$  das Mesonenfeld. Für Resonanzen mit positiver Parität gilt das obere Vorzeichen in (C.6), das untere gilt für Resonanzen mit negativer Parität. Die explizite Darstellung der Operatoren  $\Gamma$ ,  $\Gamma_\mu$  and  $\Gamma_{\mu\nu}$  ist dabei:

Parity	$\Gamma$	$\Gamma_\mu$	$\Gamma_{\mu\nu}$
+	$\mathbf{i}$	$\gamma_\mu$	$\gamma_5 \sigma_{\mu\nu}$
-	$\mathbf{i}\gamma_5$	$\gamma_5 \gamma_\mu$	$\sigma_{\mu\nu}$

Die magnetischen Kopplungen der Isospin- $\frac{1}{2}$  Resonanzen an Protonen und Neutronen ergeben sich aus den isoskalaren und isovektoriellen Kopplungen zu:  $g_{\gamma pR,1} = \frac{1}{2}(g_s + g_v)$  und  $g_{\gamma nR,1} = \frac{1}{2}(g_s - g_v)$ .

## C.3 Spin- $\frac{3}{2}$ Resonanzen

$P_{33}(1232)$ ,  $D_{13}(1520)$ ,  $P_{33}(1600)$ ,  $D_{33}(1700)$ ,  $P_{13}(1720)$  und  $D_{13}(1800)$

$$\mathcal{L}_{\varphi NR_{3/2}} = \frac{g_{\varphi NR}}{m_\pi} \bar{R}^\alpha \Theta_{\alpha\mu}(z_\varphi) \Gamma_\varphi (\partial^\mu \varphi) N + h.c., \tag{C.8}$$

$$\mathcal{L}_{\gamma NR_{3/2}} = -\frac{ie g_{\gamma NR,1}}{2m_N} \bar{R}^\alpha \Theta_{\alpha\mu}(z_1) \gamma_\nu \Gamma_\gamma T_3 N F^{\nu\mu} + \tag{C.9}$$

$$-\frac{e g_{\gamma NR,2}}{4m_N^2} \bar{R}^\alpha \Theta_{\alpha\mu}(z_2) \Gamma_\gamma T_3 (\partial_\nu N) F^{\nu\mu} + h.c., \tag{C.10}$$

$$\Theta_{\alpha\mu}(z) = g_{\alpha\mu} - \frac{1}{2}(1 + 2z)\gamma_\alpha \gamma_\mu. \tag{C.11}$$

In Analogie zum Spin- $\frac{1}{2}$  Fall sind die Operatoren  $\Gamma_\varphi$  und  $\Gamma_\gamma$  gegeben durch:

Parity	$\Gamma_\varphi$	$\Gamma_\gamma$
+	$\gamma_5$	$1$
-	$1$	$\gamma_5$

Auf die Bedeutung des Operators  $\Theta_{\alpha\mu}(z)$  wurde bereits in Abschnitt 3.1.3 eingegangen.

Die in (C.7) - (C.10) angegebenen Kopplungen geben nur eine mögliche Schreibweise, die evtl. von anderen [NBL90, GG90, BMZ95] abweicht. Es läßt sich aber im Einzelfall zeigen, daß die  $\gamma NR$  Lagrangefunktionen jeweils nur Linearkombinationen der hier verwandten sind, oder sich nur in Vorzeichen oder Normalisierungen unterscheiden. Diese Mehrdeutigkeit entspricht der vom Nukleon bekannten Wahl zwischen Dirac- und Sachs-Formfaktoren.

## C.4 Kopplungskonstanten und Zerfallsbreiten

Für die Extraktion der Kopplungskonstanten der Lagrangefunktionen aus den Abschnitten C.2 und C.3 braucht man noch den Zusammenhang zwischen den Kopplungen und den Zerfallsbreiten, die im Kapitel 4 aufgelistet sind. Bezeichnet man mit  $\mathbf{p}$  den Dreierimpuls des Mesons und des Nukleons, sowie mit  $E_N$  und  $E_\varphi$  die zugehörigen Energien:

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= \frac{\sqrt{(s - (m_N + m_\varphi)^2)(s - (m_N - m_\varphi)^2)}}{2\sqrt{s}} \\ E_N &= \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_N^2}, \quad E_\varphi = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_\varphi^2}, \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

so findet man für die Zerfallsbreiten die folgenden Ausdrücke:

Spin- $\frac{1}{2}$ -Resonanzen:

PS-Kopplung :

$$\Gamma_\pm = \text{ISO} \frac{g_{\varphi NR}^2}{4\pi} \mathbf{p} \frac{E_N \mp m_N}{\sqrt{s}}$$

PV-Kopplung :

$$\begin{aligned} \Gamma_\pm &= \text{ISO} \frac{g_{\varphi NR}^2}{4\pi(m_R \pm m_N)^2} \mathbf{p} \times \\ &\quad \frac{2E_\varphi(E_N E_\varphi + \mathbf{p}^2) - m_\varphi^2(E_N \pm m_N)}{\sqrt{s}}. \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen:

$$\Gamma_\pm = \text{ISO} \frac{g_{\varphi NR}^2}{12\pi m_\pi^2} \mathbf{p}^3 \frac{E_N \pm m_N}{\sqrt{s}}. \quad (\text{C.14})$$

Dabei ist das obere Vorzeichen beim Zerfall einer Resonanz in ein Meson entgegengesetzter Parität zu wählen (z.B.  $P_{11}(1440) \rightarrow \pi N$ ), das untere gilt für den Fall, daß beide gleiche Parität haben (z.B.  $S_{11}(1535) \rightarrow \pi N$ ). ISO bezeichnet den Isospinfaktor und ist gleich 3 für den Zerfall in Mesonen mit Isospin 1 bzw. gleich 1 für Isospin-0-Mesonen.

## C.5 Kopplungskonstanten und Helizitätsamplituden

Zur Bestimmung der Kopplungen an das Photon benötigt man den Zusammenhang zu den gebräuchlicheren Helizitätsamplituden  $A_{1/2,3/2}$ , wie sie auch von der Particle-Data-Group [PDG96] angegeben werden. Im einzelnen erhält man [WSPR90, P97]:

$$\begin{aligned}
 \text{Spin-}\frac{1}{2} : \quad A_{1/2} &= \mp \frac{e}{2m_N} \sqrt{\frac{m_R^2 - m_N^2}{2m_N}} g_1 \\
 \text{Spin-}\frac{3}{2} : \quad A_{1/2} &= -\frac{e}{4m_R} \sqrt{\frac{m_R^2 - m_N^2}{3m_N}} \left( \pm g_1 + \frac{m_R}{4m_N^2} (m_R \mp m_N) g_2 \right) \\
 A_{3/2} &= \mp \frac{e}{4m_N} \sqrt{\frac{m_R^2 - m_N^2}{m_N}} \left( g_1 - \frac{1}{4m_N} (m_R \mp m_N) g_2 \right). \quad (\text{C.15})
 \end{aligned}$$

# Anhang D

## Formfaktoren und Eichinvarianz

Wie in Abschnitt 3.3.2 bereits kurz angedeutet wurde, finden sich in der Literatur verschiedene Möglichkeiten, die Eichung nach Einführung hadronischer Formfaktoren wiederherzustellen. Dies soll jetzt am Beispiel des  $s$ -Kanal Born-Terms in der Pionen-photoproduktion näher ausgeführt werden.

Ein Vorteil des hier verwendeten Lagrange-Ansatzes ist es, daß Fragen der Eichinvarianz auf sehr fundamentalem Niveau behandelt werden können. Dabei braucht man sich nur auf die Born-Terme zu beschränken, da alle Übergangsvertizes bereits die WTI erfüllen (siehe die Diskussion in Abschnitt 3.2.2). Für die aus den Lagrangefunktionen (C.2) hergeleiteten Born-Beiträge muß die Summe der Diagramme eine Eichbedingung erfüllen (3.23):

$$k_\mu \sum_{i=s,u,t,4} \mathcal{M}_{\gamma\varphi,i}^\mu = 0. \quad (\text{D.1})$$

Dabei bezeichnet  $\mathcal{M}_{\gamma\varphi,i}^\mu$  den Beitrag des  $i$ -ten Feynman-Diagramms zur Photoproduktionsamplitude. Da für alle Diagramme die Impulse an den hadronischen Vertizes verschieden sind, wird die Einführung eines Formfaktors  $F_{p,e,t}$  zu einer Verletzung der Eichinvarianz führen.

Eines der ersten Modelle zur Wiederherstellung der Eichung wurde von Ohta vorgeschlagen [O89]. Dabei geht er davon aus, daß der Formfaktor  $F$  *unabhängig* nach den Impulsen  $p$ ,  $p'$  und  $q$  Taylor-entwickelt werden kann. Unter dieser Annahme läßt sich zeigen, daß nach minimaler Substitution in allen drei Impulsen das Resultat wieder in geschlossener Form aufsummiert werden kann.

Dies soll nun für die  $s$ -Kanal Born-Amplitude demonstriert werden.  $\mathcal{M}_{\gamma\pi,s}^\mu$  ist gegeben durch (bis auf Faktoren i):

$$\mathcal{M}_{\gamma\pi,s}^\mu = \bar{u}(p') g_{\pi NN} F(s) \gamma_5 \not{\epsilon} \frac{(\not{p} + \not{k}) + m_N}{(p+k)^2 - m_N^2} e \left\{ \gamma^\mu + \frac{i\sigma^{\mu\nu}}{2m_N} \kappa_N k_\nu \right\} u(p), \quad (\text{D.2})$$

und nach Ohta führt die minimale Substitution auf einen Counter-Term der Form ( $F(m_N^2) = 1$ )

$$\widetilde{\mathcal{M}}_{\gamma\pi,s}^\mu = \bar{u}(p') g_{\pi NN} (1 - F(s)) \gamma_5 \not{\epsilon} e \frac{(2p+k)^\mu}{(p+k)^2 - m_N^2} u(p). \quad (\text{D.3})$$

Daß diese Prozedur nun tatsächlich die Eichung wiederherstellt, kann man leicht überprüfen, indem man die obigen Ausdrücke mit  $k_\mu$  multipliziert. Dabei findet man, daß

$\widetilde{\mathcal{M}}_{\gamma\pi,s}^\mu$  gerade den Einfluß von  $F(s)$  in  $\mathcal{M}_{\gamma\pi,s}^\mu$  weghebt. Unter Benutzung von

$$2p^\mu u(p) = ((\not{p} + \not{k}) + m_N - \not{k})\gamma^\mu u(p), \quad (\text{D.4})$$

ergibt sich aus (D.3) nämlich

$$\widetilde{\mathcal{M}}_{\gamma\pi,s}^\mu = \bar{u}(p')g_{\pi NN}(1 - F(s))\gamma_5 \not{\epsilon} \frac{(\not{p} + \not{k}) + m_N - \not{k}}{(p+k)^2 - m_N^2} e\gamma^\mu u(p), \quad (\text{D.5})$$

da  $k^\mu \varepsilon_\mu$  verschwindet. Addiert man nun (D.2) und (D.5), so erhält man

$$\mathcal{M}_{\gamma\pi,s}^\mu + \widetilde{\mathcal{M}}_{\gamma\pi,s}^\mu = \bar{u}(p')g_{\pi NN}\gamma_5 \not{\epsilon} \frac{(\not{p} + \not{k}) + m_N}{(p+k)^2 - m_N^2} e\gamma^\mu u(p) + \text{Terme} \sim \sigma^{\mu\nu}k_\nu. \quad (\text{D.6})$$

Eine analoge Rechnung läßt sich auch für alle anderen Diagramme durchführen. Es ist daher offensichtlich, daß Ohta's Beschreibungsweise den Einfluß von  $F$  auf die Kopplung an die Ladung des Nukleons und der Mesonen vollständig aufhebt. Nur das magnetische Moment (das ohnehin eichinvariant ist) wird von der Einführung von  $F$  am hadronischen Vertex beeinflusst.

Aus zwei Gründen hat Haberzettl gegen dieses Verfahren argumentiert:

1. Die Impulse  $p$ ,  $p'$  und  $q$  sind nicht unabhängig voneinander, sondern durch die Forderung nach Viererimpuls-Erhaltung verknüpft. Dies wird im Ansatz von Ohta nicht berücksichtigt, da er nach den drei Impulsen unabhängig Taylor-entwickelt.
2. Nach minimaler Substitution und anschließender Resummation der Taylor-Entwicklung verbleibt ein Term  $\sim F(m_N^2, m_N^2, m_\pi^2)$ . Dieser onshell-Punkt ist aber unphysikalisch, da wegen der Impulserhaltung nicht alle drei Teilchen gleichzeitig auf der Massenschale sein können. Im Verfahren von Ohta ist daher eine analytische Fortsetzung des Formfaktors in den unphysikalischen Bereich nötig.

Um beiden Punkten Rechnung zu tragen, hat Haberzettl eine alternative Methode entwickelt, die zu unterschiedlichen Ausdrücken für die vollständigen Amplituden führt.

Wählen wir z.B.  $p$  und  $p'$  als die unabhängigen Impulse, können wir  $q$  überall durch  $q = p' - p$  ersetzen. Folgerichtig erhält man dann auch nur zwei Beiträge (im Vergleich zu dreien in Ohta's Methode). Die Struktur des Counter-Terms ist aber analog zu (D.3), nur daß  $F(m_N^2)$  durch  $F(t = (p' - p)^2)$  zu ersetzen ist:

$$\widetilde{\mathcal{M}}_{\gamma\pi,s}^\mu = \bar{u}(p')g_{\pi NN}(F(t) - F(s))\gamma_5 \not{\epsilon} e \frac{(2p+k)^\mu}{(p+k)^2 - m_N^2} u(p). \quad (\text{D.7})$$

Nach den gleichen Umformungen wie zuvor führt dies für den Ladungsbeitrag des  $s$ -Kanal Born-Diagramms auf:

$$\mathcal{M}_{\gamma\pi,s}^\mu + \widetilde{\mathcal{M}}_{\gamma\pi,s}^\mu = \bar{u}(p')g_{\pi NN}\gamma_5 \not{\epsilon} \frac{(\not{p} + \not{k}) + m_N}{(p+k)^2 - m_N^2} e\gamma^\mu u(p)F(t). \quad (\text{D.8})$$

Im Gegensatz zu (D.6) verbleibt also ein residualer Formfaktor  $F(t)$ , mit dem alle Terme aus (D.1) multipliziert werden. Damit ist auch in diesem Verfahren die Eichung

sichergestellt. Da die Wahl der unabhängigen Impulse willkürlich ist, ergibt sich für diese Methode im allgemeinsten Fall ein Formfaktor  $\tilde{F}$  [HBMF97]:

$$\tilde{F}(s, u, t) = a_1 F(s) + a_2 F(u) + a_3 F(t), \quad (\text{D.9})$$

mit der zusätzlichen Bedingung  $a_1 + a_2 + a_3 = 1$ . Leider können die  $a_i$ 's nicht weiter eingeschränkt werden.

Da die Summe der freien Born-Terme (D.1) verschwinden muß, ist es klar, daß im Prinzip keine Wahl eines residualen Formfaktors  $\tilde{F}$  die Eichung verletzt. In der Rechnung von Nozawa et al. [NBL90] zum Beispiel wird daher  $\tilde{F} = F(s)$  benutzt. Der Ansatz (D.9) ist daher nur einer von vielen möglichen. Da aber die Verletzung der Eichung nur von den unterschiedlichen Werten von  $F(s)$ ,  $F(u)$  und  $F(t)$  herrührt, erscheint es trotzdem sinnvoll, daß auch nur diese Funktionswerte in  $\tilde{F}$  auftauchen. Dies kann aber maximal als Hinweis auf die Struktur von  $\tilde{F}$  interpretiert werden; die tatsächliche Form von  $\tilde{F}$  kann nur in einem mikroskopischen Modell der Kopplung von Nukleonen und Mesonen an das Photon bestimmt werden.

Weiterhin ist aus Gleichung D.1 ersichtlich, daß die WTI nur eine Bedingung an den longitudinalen ( $\parallel k_\mu$ ) Teil des Stromes darstellen. Zusätzlich zu den hier aufgeführten könnte man also weitere Vorschriften konstruieren, die sich nur in transversalen Beiträgen ( $\sim \sigma^{\mu\nu} k_\nu$ ) unterscheiden.

Abschließend gibt es natürlich noch die Möglichkeit, elektromagnetische Formfaktoren an den Vertizes des Nukleons und der Mesonen einzuführen. Im Falle von  $\gamma NN$  würde dies bedeuten:

$$\Gamma_{\gamma NN}^\mu = \bar{u}(p') e \left\{ F_1(p^2, p'^2, k^2) \gamma^\mu + F_2(p^2, p'^2, k^2) \frac{i\sigma^{\mu\nu}}{2m_N} k_\nu \right\} u(p). \quad (\text{D.10})$$

Für reelle Photonen ergibt sich aus der Eichinvarianz  $F_1(p^2, p'^2, 0) = 1$  [D94], weiterhin muß gelten  $F_2(m_N^2, m_N^2, 0) = \kappa_N$ . Ansonsten unterliegt  $F_2$  in der Photoproduktion keinen weiteren Beschränkungen. Anders ist dies aber in der Compton-Streuung; man kann zeigen [ND98], daß dort nach der Einführung von  $F_2$  ebenfalls Counter-Terme benötigt werden. Analog zum hier diskutierten Fall der hadronischen Vertizes sind diese Terme durch die Forderung nach Eichinvarianz aber nicht eindeutig festgelegt. Um solche zusätzliche Modellabhängigkeiten zu vermeiden, werden in dieser Arbeit deshalb keine elektromagnetischen Formfaktoren berücksichtigt.

# Anhang E

## Partialwellenzerlegung der Meson-Nukleon-Streuung

In diesem Abschnitt soll der Zusammenhang zwischen den Feynman-Matrixelementen und der Partialwellenzerlegung der Meson-Nukleon-Streuung angegeben werden. Auf die Herleitung der Partialwellenzerlegung der  $S$ -,  $T$ - und  $K$ -Matrix soll hier nur kurz eingegangen werden, da diese in allen Lehrbüchern zur Streutheorie [GW64, Joa75, EW88] zu finden ist.

Ausgangspunkt für die Zerlegung ist in allen Fällen die Streuamplitude  $\mathcal{F}$  und ihr Zusammenhang zum invarianten Matrixelement  $\mathcal{M}_{fi}$ :

$$\mathcal{M}_{fi} = \mathcal{M}_{fi}^{s's} = \bar{u}(p', s') \hat{O} u(p, s) = \frac{4\pi\sqrt{s}}{\sqrt{m m'}} \chi_f^\dagger \mathcal{F} \chi_i. \quad (\text{E.1})$$

Dabei bezeichnet  $\hat{O}$  den Übergangoperator für die jeweilige Reaktion,  $m$  und  $m'$  sind die Massen der ein- und auslaufenden Hadronen. Die Zerlegung von  $\mathcal{F}$  in Partialwellen ist dabei meist leicht aufzustellen, aber technisch mühsam zu realisieren. Nachdem dann eine Beziehung zwischen  $\hat{O}$  und  $\mathcal{F}$  hergeleitet worden ist, kann man alle Beiträge zum invarianten Matrixelement nach Partialwellen entwickeln. Gleiches gilt auch für die im Anhang F aufgelisteten Multipolzerlegungen der Photon-induzierten Reaktionen.

### E.1 Partialwellenentwicklung der $\pi N$ -Streuung

Am Beispiel der  $\pi N$ -Streuung wollen wir im folgenden die Zerlegung der Streuamplitude  $\mathcal{F}$  in Partialwellen skizzieren; eine sehr ausführliche Darstellung findet sich z.B. in [GW64]. Dazu starten wir vom differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \sum_{m_s, m'_s} |\langle m'_s | \mathcal{F} | m_s \rangle|^2 = \frac{1}{2p^2} \sum_{m_s, m'_s} \left| \langle \mathbf{p}' ; m'_s | \hat{T} | \mathbf{p} ; m_s \rangle \right|^2, \quad (\text{E.2})$$

wobei  $p = |\mathbf{p}| = |\mathbf{p}'|$ . Im allgemeinsten Fall ist die  $2 \times 2$ -Matrix  $\mathcal{F}$  daher eine Linearkombination aus der Einheitsmatrix und den 3 Pauli-Matrizen:

$$\mathcal{F} = a + i \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b}. \quad (\text{E.3})$$

Da  $\mathcal{F}$  rotationsinvariant sein muß, kann  $a$  nur eine Funktion von dem Streuwinkel  $\cos \theta = (\hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{p}}')$  und  $\sqrt{s}$  sein. Für  $b$  ergibt sich der Ansatz:

$$\mathbf{b} = b_1 \hat{\mathbf{p}} + b_2 \hat{\mathbf{p}}' + b_3 \hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}}', \quad (\text{E.4})$$

wobei die  $b_i$  wiederum nur von  $\cos \theta$  und  $\sqrt{s}$  abhängen können.

Weitere Einschränkungen ergeben sich aus der Forderung nach Zeitumkehrinvarianz. Die Zeitumkehr läßt sich durch die Ersetzungen

$$\hat{\mathbf{p}} \rightarrow -\hat{\mathbf{p}}', \quad \hat{\mathbf{p}}' \rightarrow -\hat{\mathbf{p}}, \quad \boldsymbol{\sigma} \rightarrow -\boldsymbol{\sigma} \quad (\text{E.5})$$

darstellen und führt so zu der Bedingung

$$\begin{aligned} a + i \boldsymbol{\sigma} \cdot (b_1 \hat{\mathbf{p}} + b_2 \hat{\mathbf{p}}' + b_3 \hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}}') \\ = a - i \boldsymbol{\sigma} \cdot (-b_1 \hat{\mathbf{p}}' - b_2 \hat{\mathbf{p}} + b_3 \hat{\mathbf{p}}' \times \hat{\mathbf{p}}) \\ = a + i \boldsymbol{\sigma} \cdot (b_1 \hat{\mathbf{p}}' + b_2 \hat{\mathbf{p}} + b_3 \hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}}'). \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$

Daraus ergibt sich sofort  $b_1 = b_2$  und damit

$$\mathcal{F} = a + i b_1 \boldsymbol{\sigma} \cdot (\hat{\mathbf{p}} + \hat{\mathbf{p}}') + i b_3 \boldsymbol{\sigma} \cdot (\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}}'). \quad (\text{E.7})$$

Zusätzlich sollte die Streuamplitude noch invariant unter einer Paritätstransformation  $\hat{\mathbf{p}} \rightarrow -\hat{\mathbf{p}}$  und  $\hat{\mathbf{p}}' \rightarrow -\hat{\mathbf{p}}'$  sein. Aus (E.7) folgt daraus  $b_1 = 0$  und mit (A.10) die allgemeinste Form von  $\mathcal{F}$  zu:

$$\mathcal{F} = a + i b_3 \boldsymbol{\sigma} \cdot (\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}}') = \tilde{A} + \tilde{B} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}', \quad (\text{E.8})$$

mit

$$\tilde{A} = a + \cos \theta b_3, \quad \tilde{B} = -b_3. \quad (\text{E.9})$$

Als nächstes soll nun die Partialwellenzerlegung von  $\mathcal{F}$  aus (E.9) skizziert werden. Um die Rotationsinvarianz des Streuprozesses ausnutzen zu können, verwendet man statt der Darstellung in Drehimpulsen und Spin  $\{L^2, L_z, S^2, S_z\}$  besser die Quantenzahlen  $\{J^2, J_z, L^2, S^2\}$ , da die  $S$ -Matrix (und damit  $\mathcal{F}$ ) in dieser Darstellung diagonal ist. Der Zusammenhang zwischen beiden Darstellungen ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} |j, m_j, l, s\rangle &= \sum_{m_l, m_s} C_{l, m_l, s, m_s}^{j, m_j} |l, m_l, s, m_s\rangle, \\ C_{l, m_l, s, m_s}^{j, m_j} &= \langle j, m_j, l, s | l, m_l, s, m_s \rangle. \end{aligned} \quad (\text{E.10})$$

Dabei sind die  $C_{l, m_l, s, m_s}^{j, m_j}$  die bekannten Clebsch-Gordan Koeffizienten.

Desweiteren benötigt man noch die Impulsdarstellung eines Zweiteilchenzustandes:

$$\langle \mathbf{p}; s, m_s | l, m_l, s, m_s \rangle = Y_l^{m_l}(\hat{\mathbf{p}}). \quad (\text{E.11})$$

In einem ersten Schritt ergibt sich die  $T$ -Matrix der  $\pi N$ -Streuung so zu ( $s = s' = \frac{1}{2}$ ):

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' | m'_s | \mathcal{F} | m_s \rangle &= \langle \mathbf{p}' | m'_s | \hat{T} | \mathbf{p}; m_s \rangle \\ &= \sum_{l, m_l, l', m'_l} Y_l^{m'_l}(\hat{\mathbf{p}}') \langle l', m'_l, m'_s | T | l, m_l, m_s \rangle Y_l^{m_l}(\hat{\mathbf{p}}). \end{aligned} \quad (\text{E.12})$$

Dies kann man nun auf eine Gesamtdrehimpuls-Darstellung transformieren. Dabei ist zu beachten, daß aufgrund der Rotationsinvarianz  $j = j'$  gilt. Da keine Raumrichtung ausgezeichnet ist, hat man weiterhin  $m_j = m'_j$ :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' | m'_s | \hat{T} | \mathbf{p}; m_s \rangle &= \\ &= \sum_{\substack{j, m_j \\ l, m_l, l', m'_l}} Y_l^{m'_l}(\hat{\mathbf{p}}') C_{l', m'_l, m'_s}^{j, m_j} \langle j, m_j, l' | \hat{T} | j, m_j, l \rangle C_{l, m_l, m_s}^{j, m_j} Y_l^{m_l}(\hat{\mathbf{p}}). \end{aligned} \quad (\text{E.13})$$

Zusätzlich garantiert das Wigner-Eckhart Theorem, daß die Matrixelemente von  $T$  unabhängig von  $m_j$  sind:

$$\langle j, m_j, l' | \hat{T} | j, m_j, l \rangle = T_{l', l}^j. \quad (\text{E.14})$$

Da die starke Wechselwirkung die Parität erhält und für die  $\pi N$ -Streuung  $l, l' = j \pm \frac{1}{2}$  gilt, folgt daraus sofort  $l = l'$ . Die Zerlegung (E.13) vereinfacht sich so zu:

$$\langle \mathbf{p}' | m'_s | \hat{T} | \mathbf{p}; m_s \rangle = \sum_{\substack{j, m_j \\ l, m_l, m'_l}} Y_l^{m'_l}(\hat{\mathbf{p}}') C_{l, m'_l, m'_s}^{j, m_j} T_l^j C_{l, m_l, m_s}^{j, m_j} Y_l^{m_l}(\hat{\mathbf{p}}). \quad (\text{E.15})$$

Zur weiteren Berechnung ist es nützlich, Projektionsoperatoren  $\Lambda_j$  einzuführen, die einen Zweiteilchenzustand  $|l, m_l, s, m_s\rangle$  auf einen Zustand  $|j, m_j, l, s\rangle$  projizieren:

$$\Lambda_j = \sum_{m_j} |j, m_j, l, s\rangle \langle j, m_j, l, s|. \quad (\text{E.16})$$

Ersetzt man die Clebsch-Gordan Koeffizienten in (E.15) gemäß (E.10), so erkennt man, daß in (E.15) die  $\Lambda_j$ 's bereits implizit enthalten sind:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' | m'_s | \hat{T} | \mathbf{p}; m_s \rangle &= \\ &= \sum_{l, m_l, m'_l} Y_l^{m'_l}(\hat{\mathbf{p}}') \langle l, m'_l, m'_s | \Lambda_{l \pm \frac{1}{2}} | l, m_l, m_s \rangle T_l^{\pm \frac{1}{2}} Y_l^{m_l}(\hat{\mathbf{p}}) \\ &= \sum_{l, m_l, m'_l} Y_l^{m'_l}(\hat{\mathbf{p}}') (\langle l, m'_l, m'_s | \Lambda_{l+} | l, m_l, m_s \rangle T_{l+} + \\ &\quad \langle l, m'_l, m'_s | \Lambda_{l-} | l, m_l, m_s \rangle T_{l-}) Y_l^{m_l}(\hat{\mathbf{p}}), \end{aligned} \quad (\text{E.17})$$

mit  $\Lambda_{l \pm}, T_{l \pm} = \Lambda_{l \pm \frac{1}{2}}, T_l^{\pm \frac{1}{2}}$ .

Um diesen Ausdruck weiter auszuwerten zu können, müssen wir eine explizite Form für  $\Lambda_{l \pm}$  finden. Da die  $|j, m_j, l, s\rangle$  Eigenzustände zu festem Gesamtdrehimpuls sind, gilt:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} |l + \frac{1}{2}, m_j, l\rangle &= l |l + \frac{1}{2}, m_j, l\rangle \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} |l - \frac{1}{2}, m_j, l\rangle &= -(l + 1) |l - \frac{1}{2}, m_j, l\rangle. \end{aligned} \quad (\text{E.18})$$

$\mathbf{L}$  ist dabei der Drehimpulsoperator. Dies führt zu:

$$\Lambda_{l+} = \frac{l+1 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}}{2l+1}, \quad \Lambda_{l-} = \frac{l - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}}{2l+1}. \quad (\text{E.19})$$

Setzt man dies in (E.17) ein, können die Ausdrücke der Form  $\langle \dots | \Lambda_{l\pm} | \dots \rangle$  ausgewertet werden. Nach einigen Umformungen, die in [GW64] im Detail vorgeführt werden, findet man:

$$\langle \mathbf{p}'; m'_s | \hat{T} | \mathbf{p}; m_s \rangle = \sum_{l=0}^{\infty} [lT_{l-} + (l+1)T_{l+}]P_l + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}}') [T_{l+} - T_{l-}]P'_l. \quad (\text{E.20})$$

Aus dem Vergleich mit (E.9) ergibt sich somit:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{\mathfrak{P}} \sum_{l=0}^{\infty} [lT_{l-} + (l+1)T_{l+}]P_l \\ b_3 &= \frac{1}{\mathfrak{P}} \sum_{l=0}^{\infty} [T_{l+} - T_{l-}]P'_l. \end{aligned} \quad (\text{E.21})$$

Unter Ausnutzung der Rekursionsrelationen der Legendre-Polynome,

$$\begin{aligned} (l+1)P_l + \cos\theta P'_l &= P'_{l+1} \\ lP_l - \cos\theta P'_l &= -P'_{l-1}, \end{aligned} \quad (\text{E.22})$$

findet man außerdem

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \frac{1}{\mathfrak{P}} \sum_{l=0}^{\infty} T_{l+}P'_{l+1} + T_{l-}P'_{l-1} \\ \tilde{B} &= \frac{1}{\mathfrak{P}} \sum_{l=0}^{\infty} [T_{l-} - T_{l+}]P'_l. \end{aligned} \quad (\text{E.23})$$

Zur Extraktion der Partialwellenamplituden muß nun noch einer dieser Zusammenhänge invertiert werden. Dies geschieht durch Multiplikation mit  $P_n$  und anschließender Integration über  $x = \cos\theta$ . Unter Ausnutzung von

$$\int_{-1}^1 dx P_n P_l = \frac{2}{2n+1} \delta_{nl} \quad (\text{E.24})$$

und

$$\int_{-1}^1 dx P_n P'_l = \begin{cases} 0 & \text{für } l-n-1 = 1, 3, 5, \dots \text{ oder } l \leq n \\ 2 & \text{für } l-n-1 = 0, 2, 4, \dots \end{cases} \quad (\text{E.25})$$

ergibt sich so z.B. aus (E.23):

$$T_{l\pm} = \frac{\mathfrak{P}}{2} \int_{-1}^1 dx (\tilde{A}P_l(\cos\theta) + \tilde{B}P_{l\pm}(\cos\theta)). \quad (\text{E.26})$$

## E.2 Mesonen gleicher Parität

Im Falle von Mesonen gleicher Parität im Anfangs- und Endzustand läßt sich das Feynman-Matrixelement schreiben als ( $Q = (q + q')/2$ ):

$$\mathcal{M}_{fi} = \bar{u}(p', s') (A + BQ) u(p, s). \quad (\text{E.27})$$

Gleichzeitig ist aber die allgemeinste Form der Streuamplitude für diesen Fall, wie im vorhergehenden Abschnitt gezeigt, gegeben durch [GW64]:

$$\mathcal{F} = \tilde{A} + \tilde{B} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}' \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \quad (\text{E.28})$$

mit den Partialwellenzerlegungen (E.20) und (E.26)

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \frac{1}{\sqrt{qq'}} \sum_{l=0}^{\infty} [lT_{l-} + (l+1)T_{l+}] P_l + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}}') [T_{l+} - T_{l-}] P_l' \\ T_{l\pm} &= \frac{\sqrt{qq'}}{2} \int_{-1}^1 dx (\tilde{A}P_l(x) + \tilde{B}P_{l\pm}(x)). \end{aligned} \quad (\text{E.29})$$

Da im Falle der  $\pi N$ -Streuung  $q = q' = p$  gilt, ist (E.29) offensichtlich eine Verallgemeinerung von (E.23) für den Fall unterschiedlicher Mesonen im Anfangs- und Endzustand. Gesucht ist nun noch der Zusammenhang zwischen den Amplituden  $A, B$  und den  $\tilde{A}, \tilde{B}$ . Dieser soll im folgenden hergeleitet werden.

Dazu setzt man in (E.27) die explizite Darstellung der Spinoren und  $\gamma$ -Matrizen aus Anhang A ein und führt dann die Matrixmultiplikationen aus:

$$\begin{aligned} \bar{u}(p', s') u(p, s) &= NN' \chi_{s'}^\dagger \left( \frac{1}{E'+m'} \right)^\dagger \gamma_0 \left( \frac{1}{E+m} \right) \chi_s \\ &= NN' \chi_{s'}^\dagger \left( 1 - \frac{pp'}{(E'+m')(E+m)} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}' \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \right) \chi_s \quad . \end{aligned} \quad (\text{E.30})$$

Eine analoge Rechnung läßt sich nun auch für den  $\gamma_\mu$ -Term durchführen. Im ersten Schritt erhält man dabei:

$$\begin{aligned} \bar{u}(p', s') Q u(p, s) &= \bar{u}(p', s') (Q_0 \gamma_0 - \mathbf{Q} \cdot \boldsymbol{\gamma}) u(p, s) \\ &= NN' \chi_{s'}^\dagger \frac{E_\varphi + E'_\varphi}{2} \left( 1 - \frac{pp'}{(E'+m')(E+m)} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}' \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \right) \chi_s + \\ &\quad NN' \chi_{s'}^\dagger \left( \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{Q} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E+m} + \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}' \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{Q}}{E'+m'} \right) \chi_s. \end{aligned} \quad (\text{E.31})$$

Zur Auswertung der auftretenden Vektormultiplikationen werden die folgenden Relationen benötigt:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \frac{1}{2}(\mathbf{q} + \mathbf{q}') = -\frac{1}{2}(\mathbf{p} + \mathbf{p}') \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{Q} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} &= -\frac{1}{2}p (p + p' \cos \theta + p' i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}}')) \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}' \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{Q} &= -\frac{1}{2}p' (p' + p \cos \theta + p i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}}')). \end{aligned} \quad (\text{E.32})$$

Ersetzt man nun  $p$  und  $p'$  jeweils durch  $E$  und  $E'$  und benutzt die in Anhang A aufgeführte Normierung der Dirac-Spinoren, führt dies auf den gesuchten Zusammenhang zwischen dem invarianten Matrixelement und der Streuamplitude:

$$\begin{aligned}\tilde{A} &= \frac{\sqrt{(E' + m')(E + m)}}{8\pi\sqrt{s}}(A + B(\sqrt{s} - \bar{m})) \\ \tilde{B} &= -\frac{\sqrt{(E' - m')(E - m)}}{8\pi\sqrt{s}}(A - B(\sqrt{s} + \bar{m})) \\ \bar{m} &= \frac{m' + m}{2}.\end{aligned}\tag{E.33}$$

Dies ist somit eine Erweiterung des aus der  $\pi N$ -Streuung stammenden Formalismus [P69] auf Anfangs- und Endzustände verschiedener Masse.

### E.3 Mesonen unterschiedlicher Parität

Ist die Parität der Mesonen im Anfangs- und Endzustand verschieden, ergibt sich für das Feynman-Matrixelement und die Streuamplitude:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{fi} &= \bar{u}(p', s')\gamma_5(A + B\hat{Q})u(p, s) \\ \mathcal{F} &= \tilde{A}\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\mathbf{p}}' + \tilde{B}\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\mathbf{p}},\end{aligned}\tag{E.34}$$

mit der gleichen Zerlegung (E.29) wie im Falle gleicher Parität. Unter Benutzung von

$$\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}'\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{Q}\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p} = -\frac{1}{2}(p^2\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}' + p'^2\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p})\tag{E.35}$$

findet man für diesen Fall

$$\begin{aligned}\tilde{A} &= -\frac{\sqrt{(E' - m')(E + m)}}{8\pi\sqrt{s}}(A + B(\sqrt{s} + \partial m)) \\ \tilde{B} &= \frac{\sqrt{(E' + m')(E - m)}}{8\pi\sqrt{s}}(A - B(\sqrt{s} - \partial m)) \\ \partial m &= \frac{m' - m}{2}.\end{aligned}\tag{E.36}$$

### E.4 Isospinzerlegung

Wie in Abschnitt 2.2.2 erwähnt, tragen das Pion und das  $\zeta$ -Meson Isospin 1. Damit können diese Mesonen mit einem Nukleon zu den beiden Gesamtisospins  $I = \frac{1}{2}$  und  $I = \frac{3}{2}$  gekoppelt werden. Für das  $\eta$ -Meson sowie das Kaon ergibt sich nur der Gesamtisospin  $I = \frac{1}{2}$ . Da es sich bei den verschiedenen Gesamtisospins um orthogonale Kanäle handelt, muß für alle Streumatrixelemente eine Isospinzerlegung durchgeführt werden, um die Rückstreuung korrekt zu behandeln.

Für die Mesonen mit  $I=1$  benötigt man dazu die Projektionsoperatoren [EW88]

$$\begin{aligned} P_{1/2} &= \frac{1}{3}(1 - \mathbf{t} \cdot \boldsymbol{\tau}) \\ P_{3/2} &= \frac{1}{3}(2 + \mathbf{t} \cdot \boldsymbol{\tau}), \end{aligned} \quad (\text{E.37})$$

mit den Matrixelementen in einer kartesischen Basis ( $a, b = \pi, \zeta$ )

$$\begin{aligned} \langle b_j | P_{1/2} | a_i \rangle &= \frac{1}{3} \tau_j \tau_i \\ \langle b_j | P_{3/2} | a_i \rangle &= \delta_{ji} - \frac{1}{3} \tau_j \tau_i \end{aligned} \quad (\text{E.38})$$

Dabei sind  $\mathbf{t}$  und  $\boldsymbol{\tau}$  die  $I=1$  bzw.  $I=\frac{1}{2}$  Operatoren. Die möglichen Reaktionen lassen sich dann schreiben als:

$$\langle b_j | T_{ba} | a_i \rangle = \frac{1}{3} \tau_j \tau_i T_{ba}^{1/2} + (\delta_{ji} - \frac{1}{3} \tau_j \tau_i) T_{ba}^{3/2}, \quad (\text{E.39})$$

explizit :

$$\begin{aligned} \langle b^+ p | a^+ p \rangle &= T_{ba}^{3/2}, \\ \langle b^- p | a^- p \rangle &= \frac{1}{3} (T_{ba}^{3/2} + 2T_{ba}^{1/2}), \\ \langle b^- p | a^0 n \rangle &= \frac{\sqrt{2}}{3} (T_{ba}^{3/2} - T_{ba}^{1/2}), \\ &\dots \end{aligned}$$

wobei die Vorfaktoren jeweils den Clebsch-Gordan Koeffizienten für  $I = \frac{1}{2}$  bzw.  $I = \frac{3}{2}$  entsprechen.

In der Literatur wird der Projektionsoperator für die  $I = \frac{1}{2}$ -Reaktionen gewöhnlich als  $P_{1/2} = \boldsymbol{\tau}$  angegeben. Diese Wahl hat leider den Nachteil, für die einzelnen Reaktionen nicht mit den entsprechenden Clebsch-Gordan Koeffizienten übereinzustimmen. Deshalb wird in dieser Arbeit ( $a = \pi, \zeta, b = \eta, K$ )

$$\begin{aligned} \langle b | P_{1/2} | a_i \rangle &= \frac{-1}{\sqrt{3}} \tau_i \\ \langle b | T_{ba} | a_i \rangle &= \frac{-1}{\sqrt{3}} \tau_i T_{ba}^{1/2}. \end{aligned} \quad (\text{E.40})$$

verwendet. Damit ist sichergestellt, daß bei der Isospinzerlegung der möglichen Reaktionskanäle keine zusätzlichen Faktoren auftreten, wie z.B. in [DS96]. Um dies zu verdeutlichen, sei hier als Beispiel die Zerlegung für die  $\pi N$ -Streuung angeführt. Die  $K$ -Matrix für diesen Prozeß ist schematisch gegeben durch

$$K_{\pi\pi} = V_{\pi\pi}(1 - GK_{\pi\pi}) - V_{\pi\zeta}GK_{\zeta\pi} - V_{\pi\eta}GK_{\eta\pi} - V_{\pi K}GK_{K\pi}, \quad (\text{E.41})$$

und enthält somit die möglichen Zwischenzustände  $\pi N, \zeta N, \eta N, k\Lambda$ . Setzt man nun die explizite Darstellung der einzelnen Streuprozesse aus (E.39) und (E.40) ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} K_{\pi\pi}^{1/2} &= V_{\pi\pi}^{1/2}(1 - GK_{\pi\pi}^{1/2}) - V_{\pi\zeta}^{1/2}GK_{\zeta\pi}^{1/2} - V_{\pi\eta}^{1/2}GK_{\eta\pi}^{1/2} - V_{\pi K}^{1/2}GK_{K\pi}^{1/2} \\ K_{\pi\pi}^{3/2} &= V_{\pi\pi}^{3/2}(1 - GK_{\pi\pi}^{3/2}) - V_{\pi\zeta}^{3/2}GK_{\zeta\pi}^{3/2}. \end{aligned} \quad (\text{E.42})$$

Für den  $I = \frac{3}{2}$ -Kanal können somit erwartungsgemäß nur die  $I = 1$  Mesonen  $\pi$  und  $\zeta$  in den Zwischenzuständen auftreten. Wählt man für die  $I = \frac{1}{2}$ -Reaktionen nun  $\tau$  als Projektionsoperator, erhält man

$$\begin{aligned} K_{\pi\pi}^{1/2} &= V_{\pi\pi}^{1/2}(1 - GK_{\pi\pi}^{1/2}) - V_{\pi\zeta}^{1/2}GK_{\zeta\pi}^{1/2} - 3V_{\pi\eta}^{1/2}GK_{\eta\pi}^{1/2} - 3V_{\pi K}^{1/2}GK_{K\pi}^{1/2} \\ K_{\pi\pi}^{3/2} &= V_{\pi\pi}^{3/2}(1 - GK_{\pi\pi}^{3/2}) - V_{\pi\zeta}^{3/2}GK_{\zeta\pi}^{3/2}. \end{aligned} \quad (\text{E.43})$$

anstelle von (E.42).

# Anhang F

## Multipolzerlegung der Photon-induzierten Reaktionen

In diesem Abschnitt wollen wir, analog zum Fall der Meson-Nukleon-Streuung in Anhang E, die Multipolzerlegungen von Photoproduktion und Compton-Streuung herleiten. Dabei ist der Ausgangspunkt wiederum Gleichung (E.1). Da das Photon aber sowohl elektrische wie magnetische Übergänge induzieren kann, nimmt die Zahl der möglichen Partialwellen (hier Multipole genannt) zu.

### F.1 Photoproduktion von Mesonen

Zuerst wollen wir die notwendigen Formeln für die Extraktion der Multipole aus dem invarianten Matrixelement herleiten. Wegen der verschiedenen Darstellungen (Multipole vs. Helizitätsamplituden) kann dies keine vollständige Auflistung sein, eine ausführliche Aufstellung findet sich z.B. in [BMZ95, KDT95].

Der Zusammenhang zwischen  $\mathcal{M}_{fi}$  und den CGLN-Amplituden  $\mathcal{F}_i$  [CGLN57] läßt sich ableiten, indem man die Feynman-Amplituden wie folgt zerlegt [GD63]:

$$i\mathcal{M}_{fi} = \bar{u}(p', s') \sum_{j=1}^4 A_j M_j u(p, s), \quad (\text{F.1})$$

mit

$$\begin{aligned} M_1 &= -\Gamma \not{\epsilon} \not{k}, \\ M_2 &= 2\Gamma((\epsilon p)(k p') - (k p)(\epsilon p')), \\ M_3 &= \Gamma(\not{\epsilon}(k p) - \not{k}(\epsilon p)), \\ M_4 &= \Gamma(\not{\epsilon}(k p') - \not{k}(\epsilon p')). \end{aligned} \quad (\text{F.2})$$

Dabei gilt  $\Gamma = \gamma_5$  für die Produktion von Mesonen mit negativer Parität, ansonsten  $\Gamma = 1$ . Diese Zerlegung unterscheidet sich von der in der Pionen- und Etaphotoproduktion üblicherweise verwendeten [BMZ95, KDT95, CGLN57]:

$$\widetilde{M}_1 = -\frac{1}{2}\Gamma\gamma_\mu\gamma_\nu F^{\mu\nu},$$

$$\begin{aligned}
\widetilde{M}_2 &= 2\Gamma P_\mu (q_\nu - \frac{1}{2}k_\nu) F^{\mu\nu}, \\
\widetilde{M}_3 &= -\Gamma \gamma_\mu q_\nu F^{\mu\nu}, \\
\widetilde{M}_4 &= -2\Gamma \gamma_\mu P_\nu F^{\mu\nu} - 2m_N \widetilde{M}_1, \quad P_\mu = \frac{(p+p')_\mu}{2}.
\end{aligned} \tag{F.3}$$

Dies hat seine Ursache darin, daß wir hier auch die Erzeugung von Kaonen betrachten, bei der die Masse der Hadronen im Anfangs- und Endzustand verschieden ist. Der Zusammenhang zu den gebräuchlichen CGLN-Invarianten  $\widetilde{M}_i$  ist dabei:

$$\widetilde{M}_1 = M_1, \quad \widetilde{M}_2 = -M_2, \quad \widetilde{M}_3 = -(M_3 - M_4), \quad \widetilde{M}_4 = -(M_3 + M_4) - 2m_N M_1. \tag{F.4}$$

Die Streuamplitude läßt sich unter Verwendung der  $\mathcal{F}_i$ 's schreiben als [DS96]:

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_p &= i\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{q}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \mathcal{F}_1 + \boldsymbol{\sigma} \cdot (\hat{\mathbf{k}} \times \boldsymbol{\varepsilon}) \mathcal{F}_2 + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{q}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{k}} \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \hat{\mathbf{q}} \mathcal{F}_3 + i\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \hat{\mathbf{q}} \mathcal{F}_4, \\
\mathcal{F}_m &= i\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \mathcal{F}_1 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{q}} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\hat{\mathbf{k}} \times \boldsymbol{\varepsilon}) \mathcal{F}_2 + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{k}} \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \hat{\mathbf{q}} \mathcal{F}_3 + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{q}} \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \hat{\mathbf{q}} \mathcal{F}_4.
\end{aligned} \tag{F.5}$$

Dabei bezeichnet der Index an  $\mathcal{F}_{p,m}$  die Parität des erzeugten Mesons.

Für unsere Wahl der Amplituden  $M_i$  (F.2) lassen sich die  $A_j$ 's aus Gleichung (F.1) wie folgt aus den Invarianten  $\mathcal{F}_i$  berechnen [GD63]:

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_1 &= \frac{k}{4\pi} \sqrt{\frac{E' \pm m'}{2\sqrt{s}}} \left\{ A_1 - \frac{\sqrt{s} + m}{2} A_3 + \frac{(kp')}{\sqrt{s} - m} A_4 \right\}, \\
\mathcal{F}_2 &= \frac{k}{4\pi} \sqrt{\frac{E' \mp m'}{2\sqrt{s}}} \left\{ -A_1 - \frac{\sqrt{s} - m}{2} A_3 + \frac{(kp')}{\sqrt{s} + m} A_4 \right\}, \\
\mathcal{F}_3 &= \frac{kq}{4\pi} \sqrt{\frac{E' \pm m'}{2\sqrt{s}}} \left\{ -(\sqrt{s} - m) A_3 - A_4 \right\}, \\
\mathcal{F}_4 &= \frac{kq}{4\pi} \sqrt{\frac{E' \mp m'}{2\sqrt{s}}} \left\{ (\sqrt{s} + m) A_3 + A_4 \right\},
\end{aligned} \tag{F.6}$$

wobei das obere Vorzeichen für Mesonen negativer Parität gilt. Dieser Zusammenhang läßt sich wieder unter Ausnutzung der expliziten Darstellung von Dirac-Spinoren und  $\gamma$ -Matrizen in (F.1) herleiten.

Will man die Formeln für Mesonen positiver und negativer Parität vereinheitlichen, ist es notwendig, die Multipole bezüglich der Anfangs- und nicht der Endzustände zu benennen [GD63]. Die Beziehungen zwischen den einzelnen Notationen sind in Tabelle F.1 zusammengestellt. Die  $\mathcal{F}_i$  lassen sich nun in beiden Fällen durch die neuen Multipole  $\mathcal{M}_{l\pm}$  und  $\mathcal{E}_{l\pm}$  ausdrücken:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{F}_1 \\ \mathcal{F}_2 \\ \mathcal{F}_3 \\ \mathcal{F}_4 \end{pmatrix} = \sum_l \begin{pmatrix} lP'_{l+1} & (l+1)P'_{l-1} & P'_l & P'_l \\ (l+1)P'_l & lP'_l & 0 & 0 \\ -P''_{l+1} & P''_{l-1} & P''_l & P''_l \\ P''_l & -P''_l & -P''_{l+1} & -P''_{l+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{l+} \\ \mathcal{M}_{l-} \\ \mathcal{E}_{l+} \\ \mathcal{E}_{l-} \end{pmatrix}. \tag{F.7}$$

Die Invertierung von (F.7) liefert dann die elektrischen und magnetischen Multipole. Wie im rein hadronischen Fall multipliziert man dazu die Gleichungen (F.7) jeweils mit  $P_n$  und integriert über  $x = \cos \theta$ . Zusätzlich zu den bereits aufgeführten Relationen der

Multipol	Partial- welle	$J$	$P$	$l_\varphi$ , CGLN-Notation			
				$P_\varphi = -$		$P_\varphi = +$	
$\mathcal{M}_{l+}$	$-\alpha \mathcal{T}_{l+}^M$	$l + \frac{1}{2}$	$(-)^{l+1}$	$l$	$M_{l+}$	$l + 1$	$M_{(l+1)-}$
$\mathcal{M}_{l-}$	$-\alpha \mathcal{T}_{l-}^M$	$l - \frac{1}{2}$	$(-)^{l+1}$	$l$	$M_{l-}$	$l - 1$	$M_{(l-1)+}$
$\mathcal{E}_{l+}$	$\alpha \mathcal{T}_{l+}^E$	$l + \frac{1}{2}$	$(-)^l$	$l + 1$	$E_{(l+1)-}$	$l$	$E_{l+}$
$\mathcal{E}_{l-}$	$-\alpha \mathcal{T}_{l-}^E$	$l - \frac{1}{2}$	$(-)^l$	$l - 1$	$E_{(l-1)+}$	$l$	$E_{l-}$

**Tab. F.1:** Zusammenhang zwischen den Multipolen  $\mathcal{M}_{l\pm}$  und  $\mathcal{E}_{l\pm}$  und den Partialwellen sowie den CGLN-Amplituden.  $l$  bezeichnet dabei den Drehimpuls des Photons,  $l_\varphi$  den des Mesons und  $J$  den Gesamtdrehimpuls;  $\alpha = 1/\sqrt{kq} l(l+1)$ .

Legendre-Polynome (E.24) und (E.25) braucht man zur Auswertung der Integrale noch folgende Zusammenhänge [DS96]:

$$\begin{aligned}
\sum_{l=0}^{\infty} \int_{-1}^1 dx \left[ l P_n(x) P'_{l-1}(x) - l P_{n+1}(x) P'_l(x) \right] &= 0, \\
\sum_{l=0}^{\infty} \int_{-1}^1 dx \left[ (l+1) P_{n-1}(x) P'_l(x) - (l+1) P_n(x) P'_{l+1}(x) \right] &= 0, \\
\sum_{l=0}^{\infty} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{2n} \left[ l P_{n-1}(x) P'_l(x) - l P_n(x) P'_{l-1}(x) \right] &= 1, \\
\sum_{l=0}^{\infty} \int_{-1}^1 dx \frac{1}{2(n+1)} \left[ (l+1) P_n(x) P'_{l+1}(x) - (l+1) P_{n+1}(x) P'_l(x) \right] &= 1, \\
\int_{-1}^1 dx \left[ \frac{1}{2n+1} (P_{n+1}(x) - P_{n-1}(x)) P'_{l\pm 1}(x) \right] &= \int_{-1}^1 dx P_n(x) P'_{l\pm 1}. \tag{F.8}
\end{aligned}$$

Als Resultat erhalten wir dann [BMZ95, KDT95, DS96]:

$$\begin{pmatrix} 2(l+1)\mathcal{M}_{l+} \\ 2l\mathcal{M}_{l-} \\ 2(l+1)\mathcal{E}_{l+} \\ 2l\mathcal{E}_{l-} \end{pmatrix} = \int_{-1}^1 dx \begin{pmatrix} P_l & -P_{l+1} & \frac{1}{2l+1}\partial P & 0 \\ -P_l & P_{l-1} & \frac{-1}{2l+1}\partial P & 0 \\ P_{l+1} & -P_l & \frac{l+2}{2l+3}(P_{l+2} - P_l) & \frac{l+1}{2l+1}\partial P \\ P_{l-1} & -P_l & \frac{1-l}{2l-1}(P_l - P_{l-2}) & \frac{-l}{2l+1}\partial P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{F}_1 \\ \mathcal{F}_2 \\ \mathcal{F}_3 \\ \mathcal{F}_4 \end{pmatrix}, \tag{F.9}$$

mit  $\partial P = P_{l+1} - P_{l-1}$ . Die  $T$ -Matrix Amplituden  $\mathcal{T}_{l\pm}^{M,E}$  erhält man nun, wie in Tabelle F.1 gezeigt, durch Multiplikation der  $\mathcal{M}_{l\pm}$  und  $\mathcal{E}_{l\pm}$  mit  $\mp\sqrt{kq} l(l+1)$ .

Eine alternative Darstellung der Multipole  $\mathcal{M}_{l\pm}$  und  $\mathcal{E}_{l\pm}$  findet man, wenn man die Streuamplitude in die sog. *Helizitätsamplituden*  $H_i$  [BMZ95] zerlegt. Dies sei hier aber

nur am Beispiel negativer Mesonen vorgeführt. Als Ansatz geht man in diesem Falle von  $(A = -i\mathcal{F})$

$$\begin{aligned}
H_1 &= e^{-i\phi} A_{\frac{1}{2}\frac{3}{2}} &= e^{-i\phi} \langle -\frac{1}{2} | A | 1, -\frac{1}{2} \rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} (\mathcal{F}_3 + \mathcal{F}_4) \\
H_2 &= A_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} &= \langle -\frac{1}{2} | A | 1, \frac{1}{2} \rangle &= \sqrt{2} \cos \frac{\theta}{2} \{ (\mathcal{F}_2 - \mathcal{F}_1) + \sin^2 \frac{\theta}{2} (\mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_4) \} \\
H_3 &= e^{-2i\phi} A_{-\frac{1}{2}\frac{3}{2}} &= e^{-2i\phi} \langle \frac{1}{2} | A | 1, -\frac{1}{2} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \sin \frac{\theta}{2} (\mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_4) \\
H_4 &= e^{-i\phi} A_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} &= e^{-i\phi} \langle \frac{1}{2} | A | 1, \frac{1}{2} \rangle &= \sqrt{2} \cos \frac{\theta}{2} \{ (\mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_1) + \cos^2 \frac{\theta}{2} (\mathcal{F}_3 + \mathcal{F}_4) \}
\end{aligned} \tag{F.10}$$

aus. Dabei geben die Zahlen in den Klammern jeweils die Helizität des Photons und des einlaufenden/auslaufenden Nukleons an. Da im CM-System die Helizitäten der Nukleonen den Spins entgegengesetzt sind, bezeichnen die Indizes  $A_{s's}$  somit den Spin im Anfangs- bzw. Endzustand.

Der Zusammenhang zwischen den Amplituden  $A_{s's}$  und den Multipolen ist nun einfacher als der entsprechende Ausdruck für die  $\mathcal{F}_i$ 's (F.7). Führt man die Zerlegung

$$A_{s's} = \sum_J (2J+1) A_{s's}^J d_{ss'}^J, \quad \text{mit} \quad A_{s's}^J = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 dx A_{s's}(x) d_{ss'}^J(x) \tag{F.11}$$

ein, kann man in (F.10) die  $\mathcal{F}_i$ 's auf der rechten Seite durch ihre Multipolzerlegung (F.7) ersetzen und die so entstehenden Gleichungen nach den  $M_{l\pm}$  und  $E_{l\pm}$  auflösen. Als Resultat findet man:

$$\begin{aligned}
E_{l+} &= \frac{1}{\sqrt{2}(l+1)} \left\{ (A_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{l+\frac{1}{2}} + A_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{l+\frac{1}{2}}) - \sqrt{\frac{l}{l+2}} (A_{\frac{1}{2}\frac{3}{2}}^{l+\frac{1}{2}} + A_{-\frac{1}{2}\frac{3}{2}}^{l+\frac{1}{2}}) \right\}, \\
M_{l+} &= -\frac{1}{\sqrt{2}(l+1)} \left\{ (A_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{l+\frac{1}{2}} + A_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{l+\frac{1}{2}}) - \sqrt{\frac{l+2}{l}} (A_{\frac{1}{2}\frac{3}{2}}^{l+\frac{1}{2}} + A_{-\frac{1}{2}\frac{3}{2}}^{l+\frac{1}{2}}) \right\}, \\
E_{(l+1)-} &= -\frac{1}{\sqrt{2}(l+1)} \left\{ (A_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{l-\frac{1}{2}} - A_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{l-\frac{1}{2}}) - \sqrt{\frac{l+2}{l}} (A_{\frac{1}{2}\frac{3}{2}}^{l-\frac{1}{2}} - A_{-\frac{1}{2}\frac{3}{2}}^{l-\frac{1}{2}}) \right\}, \\
M_{(l+1)-} &= -\frac{1}{\sqrt{2}(l+1)} \left\{ (A_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{l-\frac{1}{2}} - A_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{l-\frac{1}{2}}) - \sqrt{\frac{l}{l+2}} (A_{\frac{1}{2}\frac{3}{2}}^{l-\frac{1}{2}} - A_{-\frac{1}{2}\frac{3}{2}}^{l-\frac{1}{2}}) \right\}.
\end{aligned} \tag{F.12}$$

## F.2 Compton-Streuung

Da schon bei der Berücksichtigung eines Photons die Ausdrücke für  $\mathcal{M}_{fi}$  und  $\mathcal{F}$  um einiges komplexer als in der reinen Meson-Nukleon-Streuung geworden sind, kann man sich vorstellen, daß die entsprechenden Formeln im Falle der Compton-Streuung kaum noch sinnvoll zu benutzen sind. Trotzdem sollen sie hier der Vollständigkeit halber aufgeführt werden; im Anhang H wird dann gezeigt, wie die Berechnung im Programm tatsächlich erfolgt.

Bei der Zerlegung des invarianten Matrixelementes

$$i\mathcal{M}_{fi} = \bar{u}(p', s') \sum_{j=1}^6 A_j L_j u(p, s), \quad L_j = \varepsilon_\nu^\dagger L_j^{\mu\nu} \varepsilon_\mu, \tag{F.13}$$

gibt es zwei gebräuchliche Formen. Zum einen kann man versuchen, die analytischen Eigenschaften der Amplitude bereits im Ansatz für  $\mathcal{M}_{fi}$  zu berücksichtigen, zum anderen kann man fordern, daß die  $A_j$ 's frei von kinematischen Singularitäten sein sollen.

Der erste Fall wurde von Prange [P58] untersucht. In der Normierung von [HL62] ergeben sich daraus die  $L_j^{\mu\nu}$ 's zu:

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu,1} &= \hat{P}'_\mu \hat{P}'_\nu, & L_{\mu\nu,4} &= \hat{P}'_\mu \hat{P}'_\nu \not{K}, \\ L_{\mu\nu,2} &= \hat{N}'_\mu \hat{N}'_\nu, & L_{\mu\nu,5} &= \hat{N}'_\mu \hat{N}'_\nu \not{K}, \\ L_{\mu\nu,3} &= (\hat{P}'_\mu \hat{N}'_\nu - \hat{N}'_\mu \hat{P}'_\nu) \gamma_5, & L_{\mu\nu,6} &= (\hat{P}'_\mu \hat{N}'_\nu + \hat{N}'_\mu \hat{P}'_\nu) \gamma_5 \not{K}, \end{aligned} \quad (\text{F.14})$$

mit den Vierer-Vektoren:

$$\begin{aligned} Q &= k' - k, & K &= \frac{1}{2}(k + k'), & P &= \frac{1}{2}(p + p'), \\ P'_\mu &= P_\mu - \frac{P \cdot K}{K^2} K_\mu, & N_\mu &= i \varepsilon_{\mu\nu\delta\lambda} P'_\nu K_\delta Q_\lambda, \end{aligned} \quad (\text{F.15})$$

sowie  $\hat{X} = X/|X|$ . Für die zweite Form findet man [GPR78]:

$$\begin{aligned} \tilde{L}_{\mu\nu,1} &= K^2 g_{\mu\nu} - 2K_\mu K_\nu, \\ \tilde{L}_{\mu\nu,2} &= \frac{1}{2} K^2 (\gamma_\mu \not{K} \gamma_\nu - \gamma_\nu \not{K} \gamma_\mu) - P \cdot K \{K_\mu, \gamma_\nu\} + \not{K} \{K_\mu, P_\nu\}, \\ \tilde{L}_{\mu\nu,3} &= (m_N \not{K} - P \cdot K) g_{\mu\nu} - \frac{1}{2} K^2 [\gamma_\mu, \gamma_\nu] + \frac{1}{2} (K_\mu [\not{K}, \gamma_\nu] + [\gamma_\mu, \not{K}] K_\nu) - \\ &\quad m_N \{K_\mu, \gamma_\nu\} + \{K_\mu, P_\nu\}, \\ \tilde{L}_{\mu\nu,4} &= K^2 \{\gamma_\mu, P_\nu\} - P \cdot K \{K_\mu, \gamma_\nu\} - \not{K} \{K_\mu, P_\nu\} + \\ &\quad (P \cdot K \not{K} - m_N K^2) g_{\mu\nu} + 2m_N K_\mu K_\nu, \\ \tilde{L}_{\mu\nu,5} &= K^2 P_\mu P_\nu - P \cdot K \{K_\mu, P_\nu\} - \frac{1}{2} (P^2 K^2 - (P \cdot K)^2) g_{\mu\nu} + P^2 K_\mu K_\nu, \\ \tilde{L}_{\mu\nu,6} &= P_\mu P_\nu \not{K} - \frac{1}{2} P \cdot K \{\gamma_\mu, P_\nu\} + \frac{1}{4} P \cdot K (\gamma_\mu \not{K} \gamma_\nu - \gamma_\nu \not{K} \gamma_\mu) + \frac{1}{4} m_N K^2 [\gamma_\mu, \gamma_\nu] + \\ &\quad \frac{1}{2} (m_N P \cdot K - P^2 \not{K}) g_{\mu\nu} + K_\mu K_\nu \not{K} + \frac{1}{2} m_N^2 \{K_\mu, \gamma_\nu\} - \frac{1}{2} m_N \{K_\mu, P_\nu\} - \\ &\quad \frac{1}{4} m_N (K_\mu [\not{K}, \gamma_\nu] + [\gamma_\mu, \not{K}] K_\nu). \end{aligned} \quad (\text{F.16})$$

Dabei ist der Zusammenhang zwischen beiden Darstellungen gegeben durch:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 &= \frac{1}{K^2} \left\{ \frac{1}{2} (A_1 + A_2) - \frac{P \cdot K}{2m_N} (A_4 + A_5) \right\}, \\ \tilde{A}_2 &= \frac{1}{m_N K^2} \left\{ A_3 + \frac{P \cdot K}{2m_N} (A_4 + A_5) \right\}, \\ \tilde{A}_3 &= \frac{-1}{2m_N} (A_4 + A_5), \\ \tilde{A}_4 &= \frac{-1}{P^2 K^2 - (P \cdot K)^2} \left\{ P^2 A_6 + \frac{1}{2} P \cdot K (A_4 - A_5) \right\}, \\ \tilde{A}_5 &= \frac{2}{P^2 K^2 - (P \cdot K)^2} \left\{ \frac{1}{2} (A_1 - A_2) + m_N A_6 \right\}, \\ \tilde{A}_6 &= \frac{-2}{P^2 K^2 - (P \cdot K)^2} \left\{ \frac{1}{2} K^2 (A_4 - A_5) + P \cdot K A_6 \right\}. \end{aligned} \quad (\text{F.17})$$

Weiterhin ist die Zerlegung von  $\mathcal{F}$  gegeben durch [HL62]:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} &= \varepsilon \cdot \varepsilon' \mathcal{F}_1 + \hat{\mathbf{p}}' \cdot \varepsilon \hat{\mathbf{p}} \cdot \varepsilon' \mathcal{F}_2 + i \boldsymbol{\sigma} \cdot (\varepsilon \times \varepsilon') \mathcal{F}_3 + i \varepsilon \cdot \varepsilon' \boldsymbol{\sigma} \cdot (\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}}') \mathcal{F}_4 + \\ & i (\hat{\mathbf{p}}' \cdot \varepsilon \boldsymbol{\sigma} \cdot (\varepsilon' \times \hat{\mathbf{p}}) - \hat{\mathbf{p}} \cdot \varepsilon' \boldsymbol{\sigma} \cdot (\varepsilon \times \hat{\mathbf{p}}')) \mathcal{F}_5 + \\ & i (\hat{\mathbf{p}}' \cdot \varepsilon \boldsymbol{\sigma} \cdot (\varepsilon' \times \hat{\mathbf{p}}') - \hat{\mathbf{p}} \cdot \varepsilon' \boldsymbol{\sigma} \cdot (\varepsilon \times \hat{\mathbf{p}})) \mathcal{F}_6.\end{aligned}\quad (\text{F.18})$$

Ersetzt man nun die Dirac-Spinoren in (F.13) durch ihre explizite Darstellung aus Anhang A, so kann man den Zusammenhang zwischen den  $A_j$ 's und den  $\mathcal{F}_i$ 's herleiten. Obwohl diese Beziehungen hier nicht verwendet werden, sollen sie doch aus Gründen der Vollständigkeit aufgeführt werden. Im einzelnen findet man [HL62]:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_1 &= \frac{1}{8\pi\sqrt{s}} (C_1 A_2 + C_2 A_5), \\ \mathcal{F}_2 &= \frac{1}{8\pi\sqrt{s} \sin^2 \theta} \{C_1 (A_1 + \cos \theta A_2) + C_2 (A_4 + \cos \theta A_5)\}, \\ \mathcal{F}_3 &= \frac{E_N - m_N}{8\pi\sqrt{s}} \{(A_1 + \cos \theta A_2) + (m_N + \sqrt{s})(A_4 + \cos \theta A_5)\} + \\ & \frac{2\text{p}}{\sqrt{s}} (A_3 + \sqrt{s} A_6), \\ \mathcal{F}_4 &= \frac{E_N - m_N}{8\pi\sqrt{s}} \{A_2 + (m_N + \sqrt{s}) A_5\}, \\ \mathcal{F}_5 &= -\frac{E_N - m_N}{8\pi\sqrt{s} \sin^2 \theta} \cos \theta \{(A_1 + \cos \theta A_2) + (m_N + \sqrt{s})(A_4 + \cos \theta A_5)\} - \\ & \frac{\text{p}}{\sqrt{s} \sin^2 \theta} \{(1 + \cos \theta) A_3 - \sqrt{s}(1 - \cos \theta) A_6\}, \\ \mathcal{F}_6 &= \frac{E_N - m_N}{8\pi\sqrt{s} \sin^2 \theta} \{(A_1 + \cos \theta A_2) + (m_N + \sqrt{s})(A_4 + \cos \theta A_5)\} + \\ & \frac{\text{p}}{\sqrt{s} \sin^2 \theta} \{(1 + \cos \theta) A_3 + \sqrt{s}(1 - \cos \theta) A_6\}, \\ C_1 &= (E_N + m_N) - (E_N - m_N) \cos \theta, \\ C_2 &= (E_N + m_N)(m_N - \sqrt{s}) - (E_N - m_N)(m_N + \sqrt{s}) \cos \theta.\end{aligned}\quad (\text{F.19})$$

Eine etwas einfacherere Zerlegung, die im weiteren verwendet werden soll, erhält man, wenn man statt der  $F_i$ 's von den Helizitätsamplituden ausgeht. Diese sind, in Analogie zu (F.10), gegeben durch [PRS74]:

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \Phi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = \frac{1}{8\pi\sqrt{s}} \langle 1, \frac{1}{2} | T | 1, \frac{1}{2} \rangle, & \Phi_4 &= \Phi_{\frac{1}{2}\frac{3}{2}} = \frac{1}{8\pi\sqrt{s}} \langle 1, -\frac{1}{2} | T | 1, \frac{1}{2} \rangle, \\ \Phi_2 &= \Phi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = \frac{1}{8\pi\sqrt{s}} \langle -1, -\frac{1}{2} | T | 1, \frac{1}{2} \rangle, & \Phi_5 &= \Phi_{\frac{3}{2}\frac{3}{2}} = \frac{1}{8\pi\sqrt{s}} \langle 1, -\frac{1}{2} | T | 1, -\frac{1}{2} \rangle, \\ \Phi_3 &= \Phi_{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}} = \frac{1}{8\pi\sqrt{s}} \langle -1, \frac{1}{2} | T | 1, \frac{1}{2} \rangle, & \Phi_6 &= \Phi_{\frac{3}{2}-\frac{3}{2}} = \frac{1}{8\pi\sqrt{s}} \langle -1, \frac{1}{2} | T | 1, -\frac{1}{2} \rangle.\end{aligned}\quad (\text{F.20})$$

Wiederum geben die Zahlen in den Klammern die Helizitäten der ein- und auslaufenden Nukleonen sowie der Photonen an. Natürlich läßt sich auch für die  $\Phi_i$  ein Zusammen-

hang zu den Amplituden  $A_j$  herstellen [HL62]:

$$\begin{aligned}
\Phi_1 &= \frac{1}{8\pi\sqrt{s}} \cos \frac{\theta}{2} \left\{ -m_N(A_1 - A_2) + p\sqrt{s}(A_4 - A_5) - 2p\sqrt{s}A_6 \right\}, \\
\Phi_2 &= \frac{-1}{8\pi\sqrt{s}} \sin \frac{\theta}{2} \left\{ E_N(A_1 + A_2) - m_N p(A_4 + A_5) - 2p\sqrt{s}A_3 \right\}, \\
\Phi_3 &= \frac{1}{8\pi\sqrt{s}} \cos \frac{\theta}{2} \left\{ m_N(A_1 + A_2) - p\sqrt{s}(A_4 + A_5) \right\}, \\
\Phi_4 &= \frac{-1}{8\pi\sqrt{s}} \sin \frac{\theta}{2} \left\{ -E_N(A_1 - A_2) + m_N p(A_4 - A_5) \right\}, \\
\Phi_5 &= \frac{1}{8\pi\sqrt{s}} \cos \frac{\theta}{2} \left\{ -m_N(A_1 - A_2) + p\sqrt{s}(A_4 - A_5) + 2p\sqrt{s}A_6 \right\}, \\
\Phi_6 &= \frac{1}{8\pi\sqrt{s}} \sin \frac{\theta}{2} \left\{ E_N(A_1 + A_2) - m_N p(A_4 + A_5) + 2p\sqrt{s}A_3 \right\}. \quad (\text{F.21})
\end{aligned}$$

Der Vorteil dieses Ansatzes gegenüber (F.19) ist, daß sich die Multipolzerlegung für die  $\Phi_i$ 's wesentlich einfacher als für die  $\mathcal{F}_i$ 's aufschreiben läßt. Führt man nämlich die Multipole  $f_{fi}^{l\pm}$  über

$$T_{l\pm}^{EE} = k l(l+1) f_{EE}^{l\pm}, \quad T_{l+}^{EM} = k \sqrt{l(l+2)}(l+1) f_{ME}^{l+} \quad (\text{F.22})$$

ein, so ergibt sich als Zerlegung:

$$\begin{aligned}
\Phi_2^1 &= \frac{1}{2} \sum_l (l+1) \left\{ (l+2)^2 (f_{EE}^{(l+1)-} \pm f_{MM}^{(l+1)-}) \right. \\
&\quad \left. \pm l^2 (f_{EE}^{l+} \pm f_{MM}^{l+}) \mp 2l(l+2) (f_{EM}^{l+} \pm f_{ME}^{l+}) \right\} d_{\frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}}^{l+\frac{1}{2}}, \\
\Phi_4^3 &= \frac{1}{2} \sum_l (l+1) \sqrt{l(l+2)} \left\{ (l+2) (f_{EE}^{(l+1)-} \mp f_{MM}^{(l+1)-}) \right. \\
&\quad \left. \pm l (f_{EE}^{l+} \mp f_{MM}^{l+}) \mp 2 (f_{EM}^{l+} \mp f_{ME}^{l+}) \right\} d_{\frac{1}{2}, \mp \frac{3}{2}}^{l+\frac{1}{2}}, \\
\Phi_6^5 &= \frac{1}{2} \sum_l (l+1) l(l+2) \left\{ (f_{EE}^{(l+1)-} \pm f_{MM}^{(l+1)-}) \right. \\
&\quad \left. \pm (f_{EE}^{l+} \pm f_{MM}^{l+}) \pm 2 (f_{EM}^{l+} \pm f_{ME}^{l+}) \right\} d_{\frac{3}{2}, \pm \frac{3}{2}}^{l+\frac{1}{2}}, \quad (\text{F.23})
\end{aligned}$$

mit  $f_{EE}^{0+} = f_{MM}^{0+} = f_{EM}^{0+} = f_{ME}^{0+} \stackrel{\text{def.}}{=} 0$  und den  $d$ -Funktionen  $d_{ss'}^J$ . Dies läßt sich abkürzend als

$$\Phi_{ss'} = \sum_J (2J+1) \Phi_{ss'}^J d_{ss'}^J, \quad \text{mit} \quad \Phi_{ss'}^J = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 dx \Phi_{ss'}(x) d_{ss'}^J(x) \quad (\text{F.24})$$

schreiben.

Zur Inversion von (F.23) wird noch die Orthogonalität der  $d$ -Funktionen benötigt:

$$\int_{-1}^1 dx d_{ss'}^J(x) d_{ss'}^{J'}(x) = \frac{2}{2J+1} \delta_{JJ'}. \quad (\text{F.25})$$

Mit dieser Beziehung läßt sich (F.23) umkehren, indem man die einzelnen Gleichungen jeweils mit  $d_{ss'}^{l+\frac{1}{2}}(x)$  multipliziert, über  $\int_{-1}^1 dx$  integriert und das resultierende Gleichungssystem nach den  $f_{fi}^{l\pm}$ 's auflöst. Dies führt auf [PRS74]:

$$\begin{aligned}
f_{MM}^{l+} &= \frac{1}{(l+1)^2} \left\{ \frac{1}{2}(\Phi_1^{l+\frac{1}{2}} \mp \Phi_1^{l+\frac{1}{2}}) \pm \frac{l+2}{\sqrt{l(l+2)}}(\Phi_3^{l+\frac{1}{2}} \mp \Phi_4^{l+\frac{1}{2}}) + \frac{l+2}{2l}(\Phi_5^{l+\frac{1}{2}} \mp \Phi_6^{l+\frac{1}{2}}) \right\}, \\
f_{MM}^{(l+1)-} &= \frac{1}{(l+1)^2} \left\{ \frac{1}{2}(\Phi_1^{l+\frac{1}{2}} \pm \Phi_1^{l+\frac{1}{2}}) \pm \frac{l}{\sqrt{l(l+2)}}(\Phi_3^{l+\frac{1}{2}} \pm \Phi_4^{l+\frac{1}{2}}) + \frac{l}{2(l+2)}(\Phi_5^{l+\frac{1}{2}} \pm \Phi_6^{l+\frac{1}{2}}) \right\}, \\
f_{ME}^{l+} &= \frac{1}{(l+1)^2} \left\{ -\frac{1}{2}(\Phi_1^{l+\frac{1}{2}} \mp \Phi_1^{l+\frac{1}{2}}) \mp \frac{1}{\sqrt{l(l+2)}}(\Phi_3^{l+\frac{1}{2}} \mp \Phi_4^{l+\frac{1}{2}}) + \frac{l}{2}(\Phi_5^{l+\frac{1}{2}} \mp \Phi_6^{l+\frac{1}{2}}) \right\}, \\
f_{EM}^{(l+1)-} &= f_{ME}^{l+}.
\end{aligned} \tag{F.26}$$

Dabei folgt die letzte Zeile aus der Forderung nach Zeitumkehr-Invarianz.

## F.3 Isospinzerlegung

### F.3.1 Photoproduktion

Wie bereits im Falle der Meson-Nukleon-Streuung wird in dieser Arbeit eine Isospinzerlegung verwendet, die von der üblicherweise angesetzten abweicht. Wieder wird hier statt  $\tau$  durchgängig  $-\frac{1}{\sqrt{3}}\tau$  benutzt. Im Falle von Mesonen mit  $I=1$  führt dies zu:

$$\langle b_j | T_{b\gamma} | \gamma \rangle = -\frac{1}{\sqrt{3}}\tau_j T_{b\gamma}^0 + \frac{1}{3}\tau_j \tau_3 T_{b\gamma}^{1/2} + (\delta_{j3} - \frac{1}{3}\tau_j \tau_3) T_{b\gamma}^{3/2}, \tag{F.27}$$

ansonsten findet man:

$$\langle b | T_{b\gamma} | \gamma \rangle = T_{b\gamma}^0 - \frac{1}{\sqrt{3}}\tau_3 T_{b\gamma}^{1/2}. \tag{F.28}$$

Wie in Abschnitt E.4 skizziert, garantiert diese Wahl der Isospinoperatoren, daß keine zusätzlichen Faktoren bei der Berechnung der einzelnen Reaktionskanäle zu berücksichtigen sind (wie z.B. in [DS96]).

### F.3.2 Compton-Streuung

Da man in der Compton-Streuung die einzelnen Isospin-Komponenten experimentell nicht trennen kann, wird eine solche Zerlegung auch in der Rechnung nicht durchgeführt. Wie in Kapitel 5 ausführlich dargelegt, wird  $T_{\gamma\gamma}$  in dieser Arbeit ohnehin perturbativ berechnet, wobei nur die  $T$ -Matrixelemente für die physikalischen Zwischenzustände benötigt werden. Dessen ungeachtet kann man natürlich auch in der Compton-Streuung Projektionsoperatoren für isoskalare und isovektorielle Photonen einführen und erhält dann die folgende Zerlegung:

$$\langle \gamma | T_{b\gamma} | \gamma \rangle = T_{\gamma\gamma}^{00} - \frac{1}{\sqrt{3}}\tau_3 (T_{\gamma\gamma}^{01} + T_{\gamma\gamma}^{10}) + \frac{1}{3}T_{\gamma\gamma}^{11, \frac{1}{2}} + \frac{2}{3}T_{\gamma\gamma}^{11, \frac{3}{2}}. \tag{F.29}$$

Dabei geben die oberen Indizes den Isospin des ein- und auslaufenden Photons an. Im Falle von  $T^{11}$  ist zusätzlich noch der totale Isospin des  $\gamma N$ -Systems aufgeführt.

# Anhang G

## Zusammenhang zwischen Amplituden und Observablen

Zum Vergleich der Rechnung mit experimentellen Resultaten braucht man abschließend noch den Zusammenhang zwischen den Partialwellen und den verschiedenen Observablen. Dabei wollen wir uns auf die hier betrachteten Größen beschränken; für weitere Formeln dieser Art siehe z.B. [FM98, KDT95, PRS74]. Dabei soll im folgenden die Schreibweise  $\tilde{O}$  andeuten, daß hier die für den jeweiligen physikalischen Prozeß verantwortliche Amplitude einzusetzen ist:

$$\tilde{O} = \sum_I p^I O^I. \quad (\text{G.1})$$

Die Faktoren  $p^I$  sind dabei (bei unserer Wahl der Isospinzerlegung) die zugehörigen Clebsch-Gordan Koeffizienten.

Weiterhin sind die im folgenden auftauchenden Einfach-Polarisationsobservablen  $\Sigma$ ,  $\mathcal{P}$  und  $\mathcal{T}$  jeweils analog definiert:

$$\Sigma, \mathcal{P}, \mathcal{T} = \frac{d\sigma_{\uparrow} - d\sigma_{\downarrow}}{d\sigma_{\uparrow} + d\sigma_{\downarrow}}. \quad (\text{G.2})$$

Dabei bezeichnen  $\uparrow$  und  $\downarrow$  die Einstellung der Strahl- ( $\Sigma$ ), Target- ( $\mathcal{T}$ ) bzw. der Rückstoßpolarisation ( $\mathcal{P}$ ).

### G.1 Meson-Nukleon-Streuung

Für die rein hadronischen Reaktionen sind die betrachteten Observablen der totale Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  sowie der differentielle Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega$  und die Polarisation im Endzustand  $\mathcal{P}$  [GW64]:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{4\pi}{q^2} \sum_l \left\{ (l+1) |\tilde{T}_{l+}|^2 + l |\tilde{T}_{l-}|^2 \right\}, \\ f &= \frac{1}{q} \sum_l \left\{ (l+1) \tilde{T}_{l+} + l \tilde{T}_{l-} \right\} P_l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g &= \frac{1}{q} \sin \theta \sum_l \{ \tilde{T}_{l+} - \tilde{T}_{l-} \} P_l' \\
\frac{d\sigma}{d\Omega} &= |f|^2 + |g|^2, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \mathcal{P} = -2\text{Im}(f^* g).
\end{aligned} \tag{G.3}$$

## G.2 Photoproduktion

Der differentielle Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega$  und die drei möglichen Einfach-Polarisationsobservablen  $\Sigma$ ,  $\mathcal{P}$  und  $\mathcal{T}$  lassen sich am leichtesten mit Hilfe der Helizitätsamplituden (F.10) darstellen [BMZ95]:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{q}{2k} \sum_1^4 |\tilde{H}_i|^2, \\
\frac{d\sigma}{d\Omega} \Sigma &= \frac{q}{k} \text{Re}(\tilde{H}_1 \tilde{H}_4^* - \tilde{H}_2 \tilde{H}_3^*) && \text{Photon-Asymmetrie,} \\
\frac{d\sigma}{d\Omega} \mathcal{P} &= - \frac{q}{k} \text{Im}(\tilde{H}_1 \tilde{H}_3^* + \tilde{H}_2 \tilde{H}_4^*) && \text{Rückstoß-Polarisation,} \\
\frac{d\sigma}{d\Omega} \mathcal{T} &= \frac{q}{k} \text{Im}(\tilde{H}_1 \tilde{H}_2^* + \tilde{H}_3 \tilde{H}_4^*) && \text{Target-Asymmetrie.}
\end{aligned} \tag{G.4}$$

Genau wie im rein hadronischen Fall ergibt sich der totale Wirkungsquerschnitt zu:

$$\sigma = \frac{2\pi}{q^2} \sum_l \left\{ (l+1) (|\tilde{\mathcal{T}}_{l+}^M|^2 + |\tilde{\mathcal{T}}_{l+}^E|^2) + l (|\tilde{\mathcal{T}}_{l-}^E|^2 + |\tilde{\mathcal{T}}_{l-}^M|^2) \right\}, \tag{G.5}$$

woraus sich der reduzierte Wirkungsquerschnitt berechnen läßt:

$$\sigma_{red} = \sqrt{\frac{\sigma k}{4\pi q}}. \tag{G.6}$$

## G.3 Compton-Streuung

Wiederum ergeben sich die handlichsten Formeln unter Benutzung der Helizitätsamplituden (F.23) [PRS74]:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{2} \left\{ |\tilde{\Phi}_1|^2 + |\tilde{\Phi}_2|^2 + 2(|\tilde{\Phi}_3|^2 + |\tilde{\Phi}_4|^2) + |\tilde{\Phi}_5|^2 + |\tilde{\Phi}_6|^2 \right\}, \\
\frac{d\sigma}{d\Omega} \Sigma &= \text{Re} \left( (\tilde{\Phi}_1 + \tilde{\Phi}_5) \tilde{\Phi}_3^* + (\tilde{\Phi}_2 - \tilde{\Phi}_6) \tilde{\Phi}_4^* \right), \\
\frac{d\sigma}{d\Omega} \mathcal{P} &= - \text{Im} \left( (\tilde{\Phi}_1 + \tilde{\Phi}_5) \tilde{\Phi}_4^* - (\tilde{\Phi}_2 - \tilde{\Phi}_6) \tilde{\Phi}_3^* \right) = \frac{d\sigma}{d\Omega} \mathcal{T}.
\end{aligned} \tag{G.7}$$

Der totale Compton-Wirkungsquerschnitt ist weiterhin gegeben durch:

$$\sigma = \frac{2\pi}{k^2} \sum_l \left\{ (l+1) (|\tilde{T}_{l+}^{MM}|^2 + |\tilde{T}_{l+}^{EE}|^2 + 2(|\tilde{T}_{l+}^{ME}|^2 + |\tilde{T}_{l+}^{EM}|^2)) + l (|\tilde{T}_{l-}^{EM}|^2 + |\tilde{T}_{l-}^{ME}|^2) \right\}. \tag{G.8}$$

# Anhang H

## Numerische Implementierung

Abschließend soll noch auf die Realisierung in Form eines FORTRAN-Programms eingegangen werden. Grundsätzlich geht es darum, die Beiträge jedes einzelnen Diagramms für jede betrachtete Energie nach Isospin und Drehimpuls zu zerlegen. Die Summe der jeweiligen Beiträge bildet dann einen Eintrag in der  $K$ -Matrix  $[K^\alpha]$ , aus der dann  $[T^\alpha]$  berechnet wird.

### H.1 Meson-Nukleon-Streuung

Im Falle der rein hadronischen Beiträge wird mit Hilfe des Algebrasystems REDUCE [REDUCE] jedes Diagramm direkt in die  $A$ ,  $B$  aus (E.27) und (E.34) zerlegt. Dies soll hier am Beispiel des  $u$ -Kanal (*exchange*) Born-Diagramms in der  $\pi N$ -Streuung vorgeführt werden. Für diesen Fall ist das invariante Matrixelement gegeben durch:

$$\mathcal{M}_{ex} \sim g_{\pi NN}^2 \bar{u}(p', s') \gamma_5 \not{r} \frac{\not{r} + m_N}{r^2 - m_N^2} \gamma_5 \not{p} u(p, s). \quad (\text{H.1})$$

Zuerst werden die Impulse der Mesonen durch den intermediären Impuls  $r$  und die Impulse  $p$  und  $p'$  der Nukleonen ausgedrückt:

$$\begin{aligned} q &= p' - r, & q' &= p - r \\ \mathcal{M}_{ex} &\sim g_{\pi NN}^2 \bar{u}(p', s') \gamma_5 (\not{p}' - \not{r}) \frac{\not{r} + m_N}{r^2 - m_N^2} \gamma_5 (\not{p} - \not{r}) u(p, s). \end{aligned} \quad (\text{H.2})$$

Dann werden alle Faktoren  $\not{p}$  ( $\not{p}'$ ) so lange nach rechts (links) durchkommutiert, bis man sie unter Ausnutzung der freien Dirac-Gleichung (A.12) durch  $m = m_N$  ( $m' = m_N$ ) ersetzen kann. Weiterhin kann man doppelt auftretende  $\gamma_5$ 's wegen  $\gamma_5^2 = 1$  entfernen. Dabei ist zu beachten, daß man bei jeder Vertauschung von  $\gamma_5$  und  $\gamma_\mu$  einen Vorzeichenwechsel erhält:

$$\mathcal{M}_{ex} \sim g_{\pi NN}^2 \bar{u}(p', s') (\not{r} - m_N) \frac{\not{r} - m_N}{r^2 - m_N^2} (\not{r} - m_N) u(p, s). \quad (\text{H.3})$$

Da nun lediglich Faktoren  $\not{r}$  übrig bleiben, kann man unter Benutzung von  $\not{r}^2 = r^2$  das Matrixelement auf einen Lorentzskalar und einen Term  $\sim \not{r}$  reduzieren:

$$\mathcal{M}_{ex} \sim g_{\pi NN}^2 \bar{u}(p', s') \frac{(\not{r} - m_N)^3}{r^2 - m_N^2} u(p, s)$$

$$\sim g_{\pi NN}^2 \bar{u}(p', s') \frac{\not{r}(r^2 + 3m_N^2) - m_N(3r^2 + m_N^2)}{r^2 - m_N^2} u(p, s). \quad (\text{H.4})$$

Um nun auf die Zerlegung  $\bar{u}(A + \not{Q})u$  zu kommen, muß man lediglich noch den Zusammenhang zwischen  $\not{r}$  und  $\not{Q}$  finden:

$$\begin{aligned} \bar{u}(p', s') \not{Q} u(p, s) &= \bar{u}(p', s') \frac{1}{2} (\not{r} + \not{r}') u(p, s) \\ &= \bar{u}(p', s') \frac{1}{2} (\not{p}' - \not{r} + \not{p} - \not{r}) u(p, s) \\ &= \bar{u}(p', s') (-\not{r} + m_N) u(p, s). \end{aligned} \quad (\text{H.5})$$

Damit ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{ex} &\sim g_{\pi NN}^2 \bar{u}(p', s') \frac{-\not{Q}(r^2 + 3m_N^2) - 2m_N(r^2 - m_N^2)}{r^2 - m_N^2} u(p, s), \\ A_{ex} &\sim 2g_{\pi NN}^2 m_N, \\ B_{ex} &\sim -g_{\pi NN}^2 \left( 1 + \frac{4m_N^2}{r^2 - m_N^2} \right). \end{aligned} \quad (\text{H.6})$$

Analog kann man auch für jedes andere Diagramm verfahren.

Die Zerlegung nach Isospin läßt sich durchführen, indem man für jedes Diagramm die Isospinfaktoren  $I$  für die physikalisch möglichen Reaktionen bestimmt. Im Falle der  $\pi N$ -Streuung ergeben sich z.B. für den Beitrag des gerade untersuchten Diagramms zu den Kanälen  $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$  und  $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$  die Isospinfaktoren

$$\begin{aligned} I_{\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p} &= 2, \\ I_{\pi^- p \rightarrow \pi^0 n} &= \sqrt{2}. \end{aligned} \quad (\text{H.7})$$

Wie in Anhang E gezeigt lassen sich die beiden Amplituden aber auch schreiben als (E.39):

$$\begin{aligned} \langle \pi^+ p | \pi^+ p \rangle &= T_{\pi\pi}^{3/2}, \\ \langle \pi^- p | \pi^0 n \rangle &= \frac{\sqrt{2}}{3} (T_{\pi\pi}^{3/2} - T_{\pi\pi}^{1/2}). \end{aligned} \quad (\text{H.8})$$

Somit ergibt sich als Beitrag des  $u$ -Kanal Born-Diagramms zu den Isospinamplituden  $T^{1/2,3/2}$  insgesamt:

$$\begin{aligned} (A, B)_{ex}^{1/2} &= C_{ex}^{1/2} (A, B)_{ex} = 2(A, B)_{ex}, \\ (A, B)_{ex}^{3/2} &= C_{ex}^{3/2} (A, B)_{ex} = -(A, B)_{ex}. \end{aligned} \quad (\text{H.9})$$

Diese Koeffizienten  $C^{1/2,3/2}$  werden für jedes Diagramm beim Programmstart einmal bestimmt. Aus den so gewonnenen  $(A, B)^{1/2,3/2}$  werden dann unter Benutzung von (E.29) die Partialwellenzerlegungen der hadronischen Prozesse bestimmt.

## H.2 Photoproduktion

Für diese Reaktionen wird das Matrixelement jedes Diagrammes im ersten Schritt auf die Form

$$\bar{u}(p', s')\Gamma(A_\mu + B_\mu\not{k} + C\gamma_\mu + D\not{k}\gamma_\mu)u(p, s)\varepsilon^\mu \quad (\text{H.10})$$

gebracht. Dabei gilt  $\Gamma = \gamma_5$  für die Produktion von Mesonen mit negativer Parität, ansonsten  $\Gamma = 1$ . Dies erfolgt wiederum in REDUCE, wobei in diesem Fall der Mesonenimpuls durch  $q = p + k - p'$  dargestellt wird. Weiterhin kann man  $A_\mu$  (und  $B_\mu$ ) faktorisieren zu:

$$A_\mu = A_p p_\mu + A_{p'} p'_\mu + A_k k_\mu, \quad (\text{H.11})$$

wobei der letzte Term keinen Beitrag liefert ( $k_\mu\varepsilon^\mu = 0$ ). Die Forderung nach Eichinvarianz liefert:

$$Ak + (Bk + C)\not{k} + Dk^2 \stackrel{!}{=} 0, \quad (\text{H.12})$$

woraus für reelle Photonen  $Ak = Bk + C \stackrel{!}{=} 0$  folgt. Dies erlaubt eine numerische Überprüfung der Amplituden; außerdem wird damit die Berechnung von  $C$  überflüssig.

Die  $A_j$ 's aus (F.1) ergeben sich dann nach der Umformung

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_{fi} &= \bar{u}(p', s') \sum_{j=1}^4 A_j M_j u(p, s), \\ &= \bar{u}(p', s')\Gamma(-A_1\gamma_\mu\not{k} + 2A_2(p_\mu kp' - kp p'_\mu) + \\ &\quad A_3(\gamma_\mu kp - \not{k} p_\mu) + A_4(\gamma_\mu kp' - \not{k} p'_\mu))u(p, s)\varepsilon^\mu, \\ &= \bar{u}(p', s')\Gamma(A_1\not{k}\gamma_\mu + 2A_2 kp' p_\mu - 2A_2 kp p'_\mu + \\ &\quad (A_3 kp + A_4 kp')\gamma_\mu - (A_3 p_\mu + A_4 p'_\mu)\not{k})u(p, s)\varepsilon^\mu \quad (\text{H.13}) \end{aligned}$$

bestimmen zu

$$\begin{aligned} A_1 &= D, \\ A_2 &= -\frac{A_{p'}}{2kp} = \frac{A_p}{2kp'}, \\ A_3 &= -B_p, \\ A_4 &= -B_{p'}. \end{aligned} \quad (\text{H.14})$$

Unter Ausnutzung von (F.6) und (F.10) erhält man daraus die Helizitätsamplituden  $H_i$ . Diese werden dann mit den jeweiligen  $d$ -Funktionen integriert, um die Multipole zu liefern (F.12).

Bei der Isospinzerlegung läßt sich das gleiche Verfahren wie bei den rein hadronischen Reaktionen verwenden, nur hat man hier aufgrund der isoskalaren/isovektoriellen Natur des Photons eine Isospinamplitude mehr. Weiterhin ist zu beachten, daß es bei den Born-Termen und den Spin- $\frac{3}{2}$ -Resonanzen zwei Arten der Kopplung an das Photon gibt. Da für beide die Isospinzerlegung verschieden sein kann, müssen die  $A_j$ 's für die einzelnen Kopplungen getrennt bestimmt werden:

$$A_j = g^1 A_j^1 + g^2 A_j^2. \quad (\text{H.15})$$

Dies kann man am Beitrag des  $u$ -Kanal Born-Diagramms zur Photoproduktion von Pionen sehen ( $g_{p,n}^1 = e_{p,n}$ ,  $g_{p,n}^2 = \kappa_{p,n}$ ):

$$\begin{aligned} I_{\gamma p \rightarrow \pi^0 p}^{1,2} &= g_p^{1,2}, \\ I_{\gamma p \rightarrow \pi^+ n}^{1,2} &= \sqrt{2} g_n^{1,2}, \\ I_{\gamma n \rightarrow \pi^- p}^{1,2} &= \sqrt{2} g_p^{1,2}, \\ I_{\gamma n \rightarrow \pi^0 n}^{1,2} &= -g_n^{1,2}. \end{aligned} \quad (\text{H.16})$$

Durch Vergleich mit der Isospinzerlegung der  $T$ -Matrix (F.27) lassen sich daraus die Beiträge zu den drei Amplituden bestimmen:

$$\begin{aligned} A_j^0 &= -\sqrt{3}(g_s^1 A_j^1 + g_s^2 A_j^2), \\ A_j^{1/2} &= -(g_v^1 A_j^1 + g_v^2 A_j^2), \\ A_j^{3/2} &= 2(g_v^1 A_j^1 + g_v^2 A_j^2), \\ g_{s,v}^{1,2} &= \frac{1}{2}(g_p^{1,2} \pm g_n^{1,2}). \end{aligned} \quad (\text{H.17})$$

Wiederum werden dabei die Vorfaktoren für jedes Diagramm einmal beim Programmstart bestimmt.

## H.3 Compton-Streuung

Wie bereits im Anhang F erwähnt, wird in der Compton-Streuung keine der beiden Zerlegungen des invarianten Matrixelementes benutzt. Stattdessen wird der Beitrag jedes Diagramms zu den Helizitätsamplituden  $\Phi_i$  direkt berechnet. Dazu wird die in [S94] ausführlich besprochene Clifford-Zerlegung angewandt. Diese erlaubt es, die benötigten Terme der Art

$$\bar{u}(p', s') \Gamma_{\mu\nu} u(p, s) \left( \varepsilon_{\lambda'}^\dagger \right)^\nu (\varepsilon_\lambda)^\mu \quad (\text{H.18})$$

für beliebige Matrizen  $\Gamma$  zu berechnen;  $\lambda$  bezeichnet dabei die Polarisation des Photons. Die explizite Form der Spinoren  $u$  und  $\bar{u}$  für verschiedene Werte von  $s$  und  $s'$  finden sich in Anhang A. Die Polarizationsvektoren des ein- und auslaufenden Photons sind gegeben durch:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\pm 1} &= \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, \pm i, 0), \\ \varepsilon_{\pm 1}^\dagger &= \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \cos \theta, \mp i, -\sin \theta). \end{aligned} \quad (\text{H.19})$$

Dabei müssen nun die Beiträge der einzelnen Kopplungen wieder getrennt betrachtet werden:

$$\mathcal{M}_{\gamma\gamma} = g^1 g^1 \mathcal{M}_{\gamma\gamma}^{11} + g^1 g^2 \mathcal{M}_{\gamma\gamma}^{12} + g^2 g^1 \mathcal{M}_{\gamma\gamma}^{21} + g^2 g^2 \mathcal{M}_{\gamma\gamma}^{22}, \quad (\text{H.20})$$

um die Amplituden für  $\gamma p \rightarrow \gamma p$  und  $\gamma n \rightarrow \gamma n$  gleichzeitig berechnen zu können. Dabei ist z.B.  $\mathcal{M}_{\gamma\gamma}^{12}$  der Teil des Matrixelementes, der alle Terme  $\sim g^1$  am zweiten Vertex und  $\sim g^2$  am ersten Vertex enthält.

Die explizite Form von  $\Gamma_{\mu\nu}$  in (H.18) ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu\nu} = & A_{\mu\nu} + B_{\mu\nu} \not{k} + C_\nu \gamma_\mu + D_\nu \not{k} \gamma_\mu + E_\mu \gamma_\nu + F_\mu \not{k} \gamma_\nu + \\ & G \gamma_\mu \gamma_\nu + H \not{k} \gamma_\mu \gamma_\nu + I \gamma_5 \varepsilon_{\lambda\sigma\mu\nu} k^\lambda p^\sigma + J \gamma_5 \varepsilon_{\lambda\sigma\mu\nu} k^\lambda p'^\sigma. \end{aligned} \quad (\text{H.21})$$

Analog wie im Falle der Photoproduktion lassen sich die einzelnen Größen  $A - F$  wie folgt faktorisieren:

$$\begin{aligned} A(\text{ und } B) : & A_{pp} p_\mu p_\nu + A_{pp'} p_\mu p'_\nu + A_{pk} p_\mu k_\nu + \\ & A_{p'p} p'_\mu p_\nu + A_{p'p'} p'_\mu p'_\nu + A_{p'k} p'_\mu k_\nu + A_g g_{\mu\nu}, \\ C(\text{ und } D) : & C_p p_\nu + C_{p'} p'_\nu + C_k k_\nu, \\ E(\text{ und } F) : & E_p p_\mu + E_{p'} p'_\mu. \end{aligned} \quad (\text{H.22})$$

Wie auch in den vorangegangenen Fällen wird dabei mit Hilfe von REDUCE der Beitrag jeden Diagramms zu den einzelnen Faktoren  $A - J$  bestimmt.

## H.4 Berechnung von $[T]$ aus $[K]$

Wie bereits in Kapitel 5 erläutert, wird das Photon in dieser Arbeit perturbativ angekoppelt, d.h. die Rückstreuung des Photons wird nicht berücksichtigt. In der Berechnung der Photoproduktion taucht daher nur  $V_{\varphi\gamma}$  und nicht  $T_{\varphi\gamma}$  auf:

$$T_{\varphi\gamma}^\alpha = V_{\varphi\gamma}^\alpha + i \sum_{\varphi'} T_{\varphi\varphi'}^\alpha V_{\varphi'\gamma}^\alpha, \quad (\text{H.23})$$

da der Term  $i T_{\varphi\gamma}^\alpha V_{\gamma\gamma}^\alpha$  vernachlässigt wird. Entsprechend hat man im Falle der Compton-Streuung:

$$T_{\gamma\gamma}^\alpha = V_{\gamma\gamma}^\alpha + i \sum_c T_{\gamma c}^\alpha V_{c\gamma}^\alpha \quad (\text{H.24})$$

unter Vernachlässigung von  $i T_{\gamma\gamma}^\alpha V_{\gamma\gamma}^\alpha$ . Dabei läuft in (H.24) die Summe über alle physikalisch möglichen Mesonenkanäle  $c$ . Also handelt es sich in beiden Fällen nicht mehr um gekoppelte Gleichungen, sondern alle  $T_{\varphi\gamma}^\alpha$  und  $T_{\gamma\gamma}^\alpha$  können unabhängig voneinander bestimmt werden.

Praktisch bedeutet dies, daß nur für die Berechnung von

$$T_{\varphi\varphi'}^\alpha = \left[ \frac{V^\alpha}{1 - iV^\alpha} \right]_{\varphi\varphi'} \quad (\text{H.25})$$

eine Matrixinversion durchgeführt werden muß. Diese geschieht im Programm mittels einer sog. LU-Zerlegung des Zählers  $[1 - iV^\alpha]$ . Danach läßt sich durch die Zurücksubstitution mit den Spalten von  $[V^\alpha]$  die Matrix  $[T^\alpha]$  gewinnen. Numerisch realisiert wird dies unter Benutzung der *Numerical Recipes*-Programme LUDCMP und LUBKSB [NR], die für das Arbeiten mit komplexen Matrizen modifiziert wurden. Für die abschließende Berechnung von  $T_{\varphi\gamma}^\alpha$  und  $T_{\gamma\gamma}^\alpha$  mittels (H.23) und (H.24) bedarf es dann nur noch einfacher Matrixmultiplikationen.

# Literaturverzeichnis

- [AS90] R.A. Adelseck und B. Saghai, *Phys. Rev.* **C42**, 108 (1990).
- [ASW97] R.A. Arndt, I.I. Strakovsky und R.L. Workman, *nucl-th@xxx.lanl.gov* preprint #9708006.
- [B96] G. Blanpied et al., *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1023 (1996).
- [Bak78] R.D. Baker et al., *Nucl. Phys.* **B141**, 29 (1978).
- [Barth97] R. Barth et al., *nucl-th@xxx.lanl.gov* preprint #9707025.
- [BD66] J.D. Bjorken und S.D. Drell, *Relativistische Quantenmechanik*, Bibliographisches Institut, Mannheim 1966.
- [BDM89] M. Benmerrouche, R.M. Davidson und N.C. Mukhopadhyay, *Phys. Rev.* **C39**, 2339 (1989).
- [BDSSNL97] M. Batinić, I. Dadić, I. Šlaus, A. Švarc, B.M.K. Nefkens und T.-S.H. Lee, *nucl-th@xxx.lanl.gov* preprint #9703023; M. Batinić, I. Dadić, I. Šlaus, A. Švarc und B.M.K. Nefkens, *Phys. Rev.* **C51**, 2310 (1995).
- [Bel83] K.W. Bell et al., *Nucl. Phys.* **B222**, 389 (1983).
- [BIL97] R. Bijker, F. Iachello und A. Leviatan, *Phys. Rev.* **D55**, 2862 (1997).
- [BM90] R. Brockmann und R. Machleidt, *Phys. Rev.* **C42**, 1965 (1990).
- [BMK97] C. Bennhold, T. Mart und D. Kusno, Proc. fourth CEBAF/INT Workshop, N\* Physics, World Scientific, Singapore 1997 (*nucl-th@xxx.lanl.gov* preprint #9703004).
- [BMZ95] M. Benmerrouche, N.C. Mukhopadhyay und J.-F. Zhang, *Phys. Rev.* **D51**, 3237 (1995).
- [BM92] M. Benmerrouche und N.C. Mukhopadhyay, *Phys. Rev.* **D46**, 101 (1992).
- [Bock97] A. Bock, Bonn 1997, BONN-IR-97-08; A. Bock et al., submitted for publication in *Phys. Rev. Lett.* (1998) und private Mitteilung.
- [Bro79] R.M. Brown et al., *Nucl. Phys.* **B153**, 89 (1979).

- [Bul69] F. Bulos et al., *Phys. Rev.* **187**, 1827 (1969).
- [BS51] H.A. Bethe und E.E. Salpeter, *Phys. Rev.* **84**, 1232 (1951).
- [CGLN57] G.F. Chew, M.L. Goldberger, F.E. Low und Y. Nambu, *Phys. Rev.* **106**, 1345 (1957).
- [CFHK79] R.E. Cutkosky, C.P. Forsyth, R.E. Hendrick und R.L. Kelly, *Phys. Rev.* **D20**, 2804, 2839 (1979); R.E. Cutkosky, C.P. Forsyth, J.B. Babcock, R.L. Kelly und R.E. Hendrick, Baryon 1980, Proc. 4th Int. Conf. on Baryon Resonances, ed. N. Isgur, p. 19.
- [CR94] S. Capstick und W. Roberts, *Phys. Rev.* **D49**, 4570 (1994).
- [D72] A. Donnachie, High Energy Physics, Vol. 5, Academic Press, New York, 1972.
- [D94] H.C. Dönges, Doktorarbeit, Gießen 1994.
- [Deb75] N.C. Debenham et al., *Phys. Rev.* **D12**, 2545 (1975).
- [Dei69] W. Deinet et al., *Nucl. Phys.* **B11**, 495 (1969).
- [DMW91] R. Davidson, N. C. Mukhopadhyay und R. Wittman, *Phys. Rev.* **D43**, 71 (1991).
- [DS96] C. Sauermann, Doktorarbeit, Darmstadt 1996; C. Deutsch-Sauermann, B. Frieman und W. Noerenberg, *Phys. Lett.* **B409**, 51 (1997).
- [DVL97] S.A. Dytman, T.P. Vrana und T.-S.H. Lee, Proc. fourth CEBAF/INT Workshop, N\* Physics, World Scientific, Singapore 1997 (*nucl-th@xxx.lanl.gov* preprint #9702033).
- [EW88] T. Ericson und W. Weise, *Pions and Nuclei*, Calderon Press, Oxford, 1988.
- [Fel75] J. Feltesse et al., *Nucl. Phys.* **B93**, 242 (1975).
- [FG77] J.L. Friar und B.F. Gibson, *Phys. Rev.* **C15**, 1779 (1977).
- [FM97] T. Feuster und U. Mosel, *Nucl. Phys.* **A612**, 375 (1997).
- [FM98] T. Feuster und U. Mosel, *Phys. Rev.* **C** im Druck (*nucl-th@xxx.lanl.gov* preprint #9708051).
- [GD63] M. Gourdin und J. Dufour, *Nuovo Cim.* **27**, 1410 (1963).
- [GG90] H. Garcilazo und E. Moya de Guerra, *Nucl. Phys.* **A562**, 521 (1993).
- [GL60] M. Gell-Mann und M. Levy, *Nuovo Cim.* **16**, 53 (1960).
- [GPR78] I. Guiaşu, C. Pomponiu und E.E. Radescu, *Ann. of Phys.* **114**, 296 (1978).
- [GW97] A.M. Green und S. Wycech, *nucl-th@xxx.lanl.gov* preprint #9703009.

- [GR87] F. Gross und D.O. Riska, *Phys. Rev.* **C36**, 1928 (1987).
- [GR96] L.Ya. Glozman und D.O. Riska, *Phys. Lett.* **B366**, 305 (1996).
- [GW64] M.L. Goldberger und K.M. Watson, *Collision Theory*, Wiley, New York, 1964.
- [Hoe93] G. Höhler,  *$\pi N$ -Newsletter* **9**, 1 (1993).
- [Hol92] K. Holinde, *Nucl. Phys.* **A543**, 143c (1992).
- [HBMF97] H. Haberzettl, *Phys. Rev.* **C56**, 2041 (1997); H. Haberzettl, C. Bennhold, T. Mart und T. Feuster, in Vorbereitung.
- [HDT96] O. Hanstein, D. Drechsel und L. Tiator, *Phys. Lett.* **B385**, 45 (1996).
- [HG78] J. Hudomalj-Gabitzsch et al., *Phys. Rev.* **C18**, 2666 (1978).
- [HL62] A.C. Hearn und E. Leader, *Phys. Rev.* **126**, 789 (1962).
- [HM55] R. Hofstadter und H.R. McAllister, *Phys. Rev.* **98**, 217 (1955).
- [HM84] F. Halzen und A.D. Martin, *Quarks & Leptons*, John Wiley & Sons, New York 1984
- [HP75] G. Höhler und E. Pietarinen, *Nucl. Phys.* **B95**, 210 (1975).
- [HP78] F. Hachenberg und H.J. Pirner, *Ann. of Phys.* **112**, 401 (1978).
- [HR97] P. Hoffmann-Rothe et al., *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4697 (1997) und private Mitteilung.
- [IMSL] *IMSL Subroutine Library Documentation*, IBM, Houston, 1984.
- [IZ80] C. Itzykson und J.-B. Zuber, *Quantum field theory*, McGraw-Hill, Singapore, 1980.
- [Joa75] C.J. Joachain, *Quantum Collision Theory*, North-Holland Publ. Comp., Amsterdam, 1975.
- [K95] B. Krusche et al., *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3736 (1995); *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3023 (1995); *Phys. Lett.* **B358**, 40 (1995).
- [KA84] R. Koch, *Nucl. Phys.* **A448**, 707 (1986) und *Z. Phys.* **C29**, 597 (1985); G. Höhler, F. Kaiser, R. Koch und E. Pietarinen, *Handbook of pion-nucleon scattering*, Physics Data 12-1, Karlsruhe, 1979.
- [KDT95] G. Knöchlein, D. Drechsel und L. Tiator, *Z. Phys.* **A352**, 327 (1995).
- [KMO84] J.H. Koch, E.L. Moniz und N. Ohtsaka, *Ann. Of Phys. Ann. of Phys.* **154**, 99 (1984).
- [KMZB97] B. Krusche, N.C. Mukhopadhyay, J.-F. Zhang und M. Benmerrouche, *Phys. Lett.* **B397**, 171 (1997).

- [Kna75] T.M. Knasel et al., *Phys. Rev.* **D11**, 1 (1975).
- [KWW97] N. Kaiser, T. Waas und W. Weise, *Nucl. Phys.* **A612**, 297 (1997).
- [Lag81] J.M. Laget, *Phys. Rep.* **69**, 1 (1981).
- [Lee72] B. Lee, *Chiral Dynamics*, Gordon und Breach, New York, 1972.
- [LVOV81] A.I. L'vov, *Sov. Jrn. of Nuc. Phys.* **34**, 597 (1981).
- [LB983] H. Höhler, *Landolt-Börnstein* Band 9, Springer, Berlin 1983.
- [LB873] H. Genzel, P. Joos und W. Pfeil, *Landolt-Börnstein* Band 8, Springer, Berlin 1973.
- [M89] U. Mosel, *Fields, Symmetries and Quarks*, McGraw-Hill, Hamburg, 1989.
- [MA97] O. Hanstein et al., *nucl-th@xxx.lanl.gov* preprint #9709067.
- [MFLS97] T. Mizutani, C. Fayard, G.-H. Lamot und B. Saghai, *nucl-th@xxx.lanl.gov* preprint #9712037.
- [MS92] D.M. Manley, R.A. Arndt, Y. Goradia und V. L. Teplitz, *Phys. Rev.* **D30**, 904 (1984); D.M. Manley und E.M. Saleski, *Phys. Rev.* **D45**, 4002 (1992).
- [N81] P. van Nieuwenhuizen, *Phys. Rep.* **68**, 228 (1981).
- [ND98] S.I. Nagorny und A.E.L. Dieperink, *nucl-th@xxx.lanl.gov* preprint #9803007; S.I. Nagorny et al., *Sov. Jrn. of Nuc. Phys.* **49**, 465 (1989); *Sov. Jrn. of Nuc. Phys.* **53**, 228 (1991).
- [NB80] L.M. Nath und B.K. Bhattacharyya, *Z. Phys.* **C5**, 9 (1980).
- [NBL90] S. Nozawa, B. Blankleider und T.-S.H. Lee, *Nucl. Phys.* **A513**, 459 (1990); S. Nozawa und T.-S.H. Lee, *Nucl. Phys.* **A513**, 511 (1990).
- [NR] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling und B.P. Flannery, *Numerical Recipes in FORTRAN*, Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [O89] K. Ohta, *Phys. Rev.* **C40**, 1335 (1989).
- [OO78] M.G. Olsson, *Nucl. Phys.* **B78**, 55 (1974); M.G. Olsson und E.T. Osypowski, *Nucl. Phys.* **B87**, 399 (1975); *Phys. Rev.* **D17**, 174 (1978); *Nucl. Phys.* **B101**, 136 (1975).
- [P58] R.E. Prange, *Phys. Rev.* **110**, 240 (1958).
- [P69] R.D. Peccei, *Phys. Rev.* **181**, 1902 (1969).
- [P97] G. Penner, Diplomarbeit, Gießen 1997.
- [P98] V. Pascalutsa, *hep-th@xxx.lanl.gov* preprint #9802288.

- [PDG96] Particle Data Group, *Phys. Rev.* **D54**, 1 (1996).
- [PJ91] B.C. Pearce und B.K. Jennings, *Nucl. Phys.* **A528**, 655 (1991).
- [PRS74] W. Pfeil, H. Rollnik und S. Stankowski, *Nucl. Phys.* **B73**, 166 (1974).
- [PS95] V. Pascalutsa und O. Scholten, *Nucl. Phys.* **A591**, 658 (1995); O. Scholten, A.Yu. Korchin, V. Pascalutsa und D. Van Neck, *Phys. Lett.* **B384**, 13 (1996).
- [R50] M.N. Rosenbluth, *Phys. Rev.* **79**, 615 (1950).
- [Ric70] B.W. Richards et al., *Phys. Rev.* **D1**, 10 (1970).
- [REDUCE] A.C. Hearn, *REDUCE User's Manual*, RAND Publication, Santa Monica, 1995.
- [Sab83] J.L. Sabutis, *Phys. Rev.* **C27**, 778 (1983).
- [S94] M. Schäfer, Doktorarbeit, Gießen 1994.
- [Sax80] D.H. Saxon et al., *Nucl. Phys.* **B162**, 522 (1980).
- [SM95] Lösungen SM95 und SP97 der VIRGINIA TECH PARTIAL-WAVE ANALYSIS, verfügbar via WWW von <http://clsaid.phys.vt.edu/~CAPS>. Detaillierte Beschreibungen der Analysen finden sich z.B. in R.A. Arndt, I.I. Strakovsky, und R.L. Workman, *Phys. Rev.* **C53**, 430 (1996) (SP97); R.A. Arndt, I.I. Strakovsky, R.L. Workman und M.M. Pavan, *Phys. Rev.* **C52**, 2120 (1995) (SM95).
- [SZ89] M. Sotona und J. Žofka, *Prog. of Theo. Phys.* **81**, 160 (1989).
- [T66] H. Thom, *Phys. Rev.* **151**, 1322 (1966).
- [TBK94] L. Tiator, C. Bennhold und S.S. Kamalov, *Nucl. Phys.* **A580**, 455 (1994).
- [TK98] L. Tiator und G. Knöchlein, *nucl-th@xxx.lanl.gov* preprint #9802064.
- [WT57] C. Ward, *Phys. Rev.* **78**, 182 (1950); Y. Takahashi, *Nuovo Cim.* **6**, 371 (1957).
- [W54] K. M. Watson, *Phys. Rev.* **95**, 228 (1954).
- [W93] M. Wilhelm, Doktorarbeit, Bonn 1993, BONN-IR-93-43.
- [WL71] F. Wagner und C. Lovelance, *Nucl. Phys.* **B25**, 411 (1971).
- [WSPR90] M. Warns et al., *Z. Phys.* **C45**, 627 (1990).
- [WWA98] T. Wilbois, P. Wilhelm und H. Arenhövel, *Phys. Rev.* **C57**, 295 (1998).

[GPGP] Daten zu  $\gamma p \rightarrow \gamma p$ :

- D.S. Baranov et al., *Sov. Jrn. of Nuc. Phys.* **21**, 355 (1975);  
H. Genzel et al., *Z. Phys.* **A279**, 399 (1976);  
K. Toshioka et al., *Nucl. Phys.* **B141**, 364 (1978);  
M. Jung et al., *Z. Phys.* **C10**, 197 (1981);  
J. Duda et al., *Z. Phys.* **C17**, 1319 (1983);  
Y. Wada et al., *Nucl. Phys.* **B247**, 313 (1984);  
T. Ishii et al., *Nucl. Phys.* **B254**, 458 (1985);  
E.L. Hallin et al., *Phys. Rev.* **C48**, 1497 (1993);  
B.E. MacGibbon et al., *Phys. Rev.* **C52**, 2097 (1995);  
C. Molinari et al., *Phys. Lett.* **B371**, 181 (1996).

[GPEP] Daten zu  $\gamma p \rightarrow \eta p$ :

- C. Bacci et al., *Nuovo Cim.* **45A**, 983 (1966); *Phys. Rev. Lett.* **20**, 571 (1968);  
C.A. Heusch et al., *Phys. Rev. Lett.* **17**, 573 (1966);  
E.D. Bloom et al., *Phys. Rev. Lett.* **21**, 1102 (1968);  
B. Delcourt et al., *Phys. Lett.* **29B**, 75 (1969);  
M. Hongoh et al., *Nuovo Cim. Lett.* **2**, 317 (1970);  
H.R. Hicks et al., *Phys. Rev.* **D7**, 2614 (1973);  
P.S.L Booth et al., *Nucl. Phys.* **B71**, 211 (1974);  
E.A. Abramyan et al., *Jrn. of Exp. and Theo. Phys. Lett.* **25**, 560 (1977);  
V.V. Vartapetyan et al., *Sov. Jrn. of Nuc. Phys.* **32**, 804 (1980);  
S. Homma et al., *Jrn. Phys. Soc. Jpn.* **57**, 828 (1988);  
S.A. Dytman et al., *Phys. Rev.* **C51**, 2710 (1995).

[GPKL] Daten zu  $\gamma p \rightarrow K^+ \Lambda$ :

- P.L. Donoho und R.L. Walker, *Phys. Rev.* **112**, 981 (1958);  
H.M. Brody, *Phys. Rev.* **119**, 1710 (1960);  
R.L. Anderson et al., *Phys. Rev. Lett.* **9**, 131 (1962);  
C.W. Peck et al., *Phys. Rev.* **135**, 830 (1964);  
S. Mori., Doktorarbeit, Cornell University 1966;  
D.E. Groom und J.H. Marshall, *Phys. Rev.* **159**, 1213 (1969);  
A. Bleckmann et al., *Z. Phys.* **239**, 1 (1970);  
T. Fujii et al., *Phys. Rev.* **D2**, 439 (1970);  
H. Göing et al., *Nucl. Phys.* **B29**, 121 (1971);  
D. Décamp et al., Orsay Report LAL-1236, 1970;

- P. Feller et al., *Nucl. Phys.* **B39**, 413 (1972);  
R.L. Anderson, *Phys. Rev.* **D14**, 679 (1976);  
R. Haas et al., *Nucl. Phys.* **B137**, 261 (1978).



# Danksagung

Zum Abschluß möchte ich mich bei allen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Da immer sehr viele Hände und Köpfe an so einem Projekt beteiligt sind, ist es mir leider unmöglich, alle ‘hilfreichen Geister’ namentlich zu erwähnen...

An erster Stelle gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. Ulrich Mosel für die Aufnahme an seinem Institut und die interessante Themenstellung, sowie seinem Interesse am Fortgang dieser Arbeit. Zudem bedanke ich mich für seine Unterstützung, die mir die Teilnahme an zahlreichen Konferenzen ermöglicht hat.

Meinem ‘Einzelkämpferdasein’ entgegengewirkt haben besonders Dr. Stefan Teis, Wolfram Peters, Alexander Hombach, Gregor Penner und Dr. Stefan Leupold. Gerade letzterem sei für ein hilfreiches ‘*Das macht man besser nicht*’ zur rechten Zeit gedankt! Meinem langjährigen Zimmergenossen Wolfram Peters gebührt Dank dafür, daß er sich immer leicht hat überreden lassen, mir ein offenes Ohr bei Fragen aller Art zu leihen.

Als Korrekturleser auf der Jagd nach Tippfehler- und sonstigen Teufeln haben sich besonders Gregor Penner, Bianca Winkler und Ursel Weber hervorgetan. Wolfram Peters hat dazu beigetragen, manchen meiner englischsprachigen Formulierungen den letzten Schliff zu geben.

Klaus Schertler war maßgeblich an der cineastischen Ausgestaltung dieser Arbeit beteiligt. Für seinen virtuosen Umgang mit MATHEMATICA bin ich ihm sehr dankbar. Falls die vorliegende Arbeit ein ‘offizieller’ Ausdruck sein sollte, bleibt mein Dank trotzdem bestehen, auch wenn die ganzen schönen Bilder nicht zu sehen sind...

Der ‘Computer-Crew’ sei gedankt, daß die Maschinen (bis auf gelegentliche Ausnahmen...) Tag und Nacht einsatzbereit waren. Ohne eine solche Verfügbarkeit wäre diese Arbeit unmöglich durchzuführen gewesen.

Beim Kampf mit Formularen, Unterlagen, Büchern und Leihscheinen standen mir Elke Jung und Christiane Pausch zur Seite. Dafür möchte ich mich ganz herzlich bedanken.

Fast noch wichtiger als die Unterstützung bei physikalischen und technischen Problemen war die gute Stimmung am Institut, die das Arbeiten sehr erleichtert hat. Daher möchte ich mich bei allen Mitgliedern des Institutes für Theoretische Physik I bedanken, daß mir der tägliche Weg ins Büro auch in stressigen Zeiten nie eine Last wurde. Der Versuch einer namentlichen Nennung Einzelner sei hier nicht gemacht, da man dabei den vielen lieben Menschen sicher nicht gerecht werden kann. Jeder, der für eine Weile am Institut ist, weiß sowieso, was und wer gemeint ist.

Meinen Eltern, der Ursel, meinen Freunden und meiner Mitbewohnerin gilt mein Dank dafür, daß sie mich und meine Physikbegeisterung so lange ertragen haben und mich vorbehaltlos unterstützt haben. Dabei haben sie klaglos die Aufgabe übernommen, mich immer wieder an die nicht-physikalischen Dinge des Lebens zu erinnern.