

# BELL-KORRELATIONEN

Christoph Gallus (THM FB 07 und JLU FB 07)

Bell-Korrelationen sind zentral für Fragen der Quantenmechanik und motivieren diesen Vortrag. Die daraus abgeleiteten Bell-Ungleichungen und -Tests erlauben den praktischen Nachweis von Quantenverschränkungen und haben gleichzeitig grundlegende Bedeutung für Fragen von Lokalität und Realismus. John Bell [1] brachte mit seinem Ansatz im Jahr 1964 die entscheidende Formalisierung in die Debatte um die Quantenmechanik, die bereits Einstein und Bohr beschäftigt hat. Für experimentelle Nachweise der Verletzung von Bell-Ungleichungen durch raumzeitlich-getrennte verschränkte Teilchenpaare wurde im Jahr 2022 der Nobelpreis für Physik verliehen.

Mathematisch betrachtet bieten Bell-Ungleichungen ebenfalls interessante Fragestellungen. In der Formulierung von Clauser-Horne-Shimony-Holt [2] gibt es zwei frei wählbare Messrichtungen  $x, y \in \{0, 1\}$ , die zwei zufällige Messergebnisse  $a, b \in \{\pm 1\}$  liefern, wobei man unter den Annahmen von Bell (insbesondere der Lokalitätsannahme) die Bedingung  $-2 \leq S_1 \leq 2$  für die Größe

$$S_1 := \mathbb{E}_{00}[ab] + \mathbb{E}_{01}[ab] + \mathbb{E}_{10}[ab] - \mathbb{E}_{11}[ab]$$

erhält. Fine zeigte, wie derartige Ungleichungen bereits hinreichend für die Existenz einer gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung sein können [3, 4]. Während ohne die Annahmen von Bell  $S_1 = 4$  mathematisch möglich ist, zeigte Tsirelson, dass unter den Regeln der Quantenmechanik  $S_1 \leq 2\sqrt{2}$  gelten muss [5]. Die Frage nach dem Lokalitätsanteil einer physikalisch realisierbaren Wahrscheinlichkeitsverteilung erscheint dabei besonders interessant. Für diesen lassen sich äquivalente Bedingungen und Formeln angeben [6, 7].

## LITERATUR

- [1] J. S. Bell. Speakable and unspeakable in quantum mechanics. Cambridge University Press, 1987.
- [2] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt. Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variable Theories. Phys. Rev. Lett., 23:880–884, 1969.
- [3] A. Fine. Hidden Variables, Joint Probability, and the Bell Inequalities. Phys. Rev. Lett., 48:291–295, 1982.
- [4] J. J. Halliwell. Two proofs of Fine’s theorem. Phys. Lett. A, 378:2945–2950, 2014.
- [5] B. S. Tsirelson. Quantum generalizations of Bell’s inequality. Lett. Math. Phys., 4:93–100, 1980.
- [6] P. Blasiak, E. M. Pothos, J. M. Yearsley, C. Gallus, and E. Borsuk. Violations of locality and free choice are equivalent resources in Bell experiments. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 118:e2020569118, 2021.
- [7] P. Blasiak and C. Gallus. Comparing the cost of violating causal assumptions in Bell experiments: locality, free choice and arrow-of-time. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 382(2268):20230005, Jan. 2024.