

Justus-Liebig-Universität Gießen  
Fachbereich 07 Mathematik und Informatik, Physik, Geographie  
I. Physikalisches Institut

## **Entwicklung von Versuchen zur Wasserkraft für den Einsatz im Schülerlabor PIA**

Wissenschaftliche Hausarbeit im Rahmen der  
Ersten Staatsprüfung für das  
Lehramt an Gymnasien im Fach Physik,  
eingereicht dem Amt für Lehrerbildung  
- Prüfungsstelle Gießen - .

Verfasser: Tobias Klug

  
tobias.klug@erziehung.uni-giessen.de

Gutachter: Prof. Dr. Peter J. Klar

Prof. Dr. Claudia von Aufschnaiter



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>5</b>
<b>2. Wasser als Energieträger</b>	<b>7</b>
<b>3. Wasserkraftnutzung</b>	<b>9</b>
3.1. Historische Nutzung . . . . .	9
3.2. Wasserkraft in der Bundesrepublik Deutschland . . . . .	11
<b>4. Heutige Typen von Wasserkraftanlagen</b>	<b>15</b>
4.1. Laufwasserkraftwerk . . . . .	15
4.2. Speicherkraftwerk . . . . .	17
4.3. Pumpspeicherkraftwerk . . . . .	19
<b>5. Turbinentypen</b>	<b>21</b>
5.1. Fourneyron-Turbine . . . . .	23
5.2. Francis-Turbine . . . . .	24
5.3. Kaplan-Turbine . . . . .	25
5.4. Pelton-Turbine . . . . .	26
<b>6. Physikalische Grundlagen</b>	<b>29</b>
6.1. Arbeit / Energie / Leistung . . . . .	29
6.2. Stömungsmechanik . . . . .	32
6.3. Strömungsdynamik . . . . .	38
6.4. Turbulente Strömung . . . . .	40
6.5. Turbinengrundlagen . . . . .	43
<b>7. Modellaufbau</b>	<b>47</b>
<b>8. Optimierung der Anlagenkomponenten</b>	<b>53</b>
8.1. Auswahl der Rohrleitung . . . . .	53
8.2. Einfluss der Rohrleitung auf das Drehmoment . . . . .	61
8.3. Generatorauswahl . . . . .	62
8.4. Auswirkung und elektrischer Last . . . . .	65
8.5. Einflussfaktoren auf die Turbinendrehzahl . . . . .	67
8.6. Wirkungsgrad der Anlage . . . . .	72
<b>9. Möglichkeiten der Schülerlabornutzung</b>	<b>79</b>
9.1. Einbettung des Themas . . . . .	79

9.2. Auswahl von Experimenten . . . . .	80
9.3. Grundüberlegungen zu einer Anleitung . . . . .	83
<b>10. Fazit</b>	<b>85</b>
<b>A. Literaturverzeichnis</b>	<b>87</b>
<b>B. Abbildungsverzeichnis</b>	<b>91</b>
<b>C. Anhang</b>	<b>97</b>
C.1. Abbildungen . . . . .	97
C.2. Potenzialbegriff für Wasserkraftnutzungspläne . . . . .	101
C.3. Tabellen . . . . .	103

# 1. Einleitung

Alles ist aus dem Wasser entsprungen!  
Alles wird durch das Wasser erhalten!  
Ozean, gönn uns dein ewiges Walten.  
Wenn du nicht Wolken sendetest,  
nicht reiche Bäche spendetest,  
hin und her nicht Flüsse wendetest,  
die Ströme nicht vollendetest,  
was wären Gebirge, Ebenen und Welt?  
Du bist's, der das frischeste Leben erhält.  
(Goethe, Faust Teil II)

Schon Goethe ließ Thales in seinem Meisterwerk Faust über die Bedeutung des Wassers philosophieren und auch heute zeigt sich immer wieder die herausragende Bedeutung des Wassers in all unseren Lebensbereichen. Die Menschheit war und ist unumstößlich vom Wasser als Quell des Lebens abhängig. Im Laufe der Geschichte fand der Mensch immer differenziertere Möglichkeiten, sich das Wasser nutzbar zu machen. Durch Mühlen wurde der Wasserfluss ausgenutzt, um mechanische Arbeit zu verrichten. Im Zuge von Erfindungen wie der Dampfmaschine, verringerte sich dann zwar die Anzahl von Wasserkraftanlagen, die Technologie der Wasserkraftanlagen wurde aber trotzdem weiter verbessert.<sup>1</sup>

Auch heute spielen Wasserkraftanlagen eine große Rolle. Im Rahmen der Debatten über die Knappheit der fossilen Brennstoffe gelangen auch Wasserkraftanlagen immer wieder in den Fokus der Diskussionen. Im Gegensatz zu konventionellen Kraftanlagen, wie Kohle- oder Gaskraftwerke, nutzen Wasserkraftanlagen<sup>2</sup> für die Stromerzeugung eine der regenerativen Energiequellen.

Im Zuge des Beschlusses im Deutschen Bundestag zum Atomausstieg vom 6.6.2011 ergibt sich erneut eine energiepolitische Wende.<sup>3</sup> Die Klimaschutzziele der Bundesrepublik wurden deutlich untermauert und eine beträchtliche Erhöhung des Anteils der Stromerzeugung aus erneuerbaren Energiequellen gefordert.<sup>4</sup> Um diese Anteilserhöhung zu bewerkstelligen, müssen mehr Kraftwerke, die sich regenerativer Energiequellen bedienen, neue gebaut und bestehende Anlagen verbessert werden. Solarparks, Erdwärme-,

---

<sup>1</sup>Vgl. König, Wolfgang/Weber, Wolfhard: Propyläen Technikgeschichte. Netzwerke Stahl und Strom 1840 bis 1914, Bd. 4, Berlin 1990, S. 17ff.

<sup>2</sup>Mit Ausnahme der Pumpspeicherkraftwerke.

<sup>3</sup>Vgl. URL:<http://www.bmu.de/energiewende/downloads/doc/47467.php>, 15.01.2012.

<sup>4</sup>Vgl. URL:[http://www.bmu.de/energiewende/beschluesse\\_und\\_massnahmen/doc/47465.php](http://www.bmu.de/energiewende/beschluesse_und_massnahmen/doc/47465.php), 15.01.2012.

Biomasse- und Wasserkraftanlagen tragen ihren Anteil dazu bei, den Forderungen nach Klimaschutz und Verringerung der Abhängigkeit von fossilen Brennstoffen gerecht zu werden. Um diese Ziele zu erreichen, ist es unumgänglich, den Diskurs über die Nutzungsmöglichkeiten regenerativer Energiequellen weiterhin zu führen.

Die physikalischen Institute der Justus-Liebig-Universität Gießen bemühen sich seit Jahren, mit Hilfe der Einrichtung des Schülerlabors, Schülerinnen und Schüler<sup>5</sup> für Themengebiete der Physik zu interessieren, und sie für ein Studium der Physik zu motivieren.<sup>6</sup>

Da in der physikalischen Grundausbildung an deutschen Schulen die Behandlung von Energieversorgung und Stromerzeugung vorgesehen ist<sup>7</sup>, wurden diese Themenfelder im Rahmen von Experimentierserien für den Gebrauch im Schülerlabor aufgearbeitet.

Die vorliegende Examensarbeit befasst sich mit der Entwicklung von Versuchen zur Wasserkraft für den Einsatz im Schülerlabor. Zu diesem Zweck wurde ein Modell eines Speicherkraftwerks entworfen und getestet.

In dieser Arbeit wird zunächst der globale Wasserkreislauf erläutert, sowie ein historischer und aktueller Überblick über die Wasserkraftnutzung gegeben. Danach werden physikalische Grundlagen der Themengebiete aufbereitet und anschließend das entworfene Kraftwerksmodell analysiert. Am Ende der Arbeit wird ein Ausblick für eine Schülerlabornutzung gegeben und es werden mögliche Probleme thematisiert.

---

<sup>5</sup>Im Folgenden SuS bezeichnet.

<sup>6</sup>Vgl. URL:<http://www.uni-giessen.de/cms/fbz/fb07/fachgebiete/physik/einrichtungen/2pi/ag/ag-metag/schulerlabor>, 27.02.2012.

<sup>7</sup>Vgl. Lehrplan Physik G8, hg. von Hessisches Kultusministerium 2010, S. 19.

## 2. Wasser als Energieträger

Wird im Kontext der erneuerbaren Energien von Wasserkraft gesprochen, liegt das Augenmerk hauptsächlich auf Kraftwerken, die mit Hilfe von sich bewegendem Wasser Strom erzeugen können. Doch warum ist diese Energiequelle eine erneuerbare und woher bezieht das Wasser die Energie, die wir für uns nutzbar machen können? Der globale Wasserkreislauf, wie in Abbildung 1 dargestellt, liefert hierzu Antworten.

Die Sonne ist der sinnbildliche Motor, der den Kreislauf antreibt. Durch die Sonneneinstrahlung wird die nötige Energie geliefert, damit Wasser an der Erdoberfläche, beispielsweise aus Ozeanen, Seen oder Flüssen, verdunsten kann. Die thermische Strahlung der Sonne wird zum Teil an der Atmosphäre reflektiert, andere Anteile werden transmittiert oder von der Atmosphäre absorbiert. Strahlung, die bis zur Erdoberfläche gelangt, wird ebenfalls reflektiert oder dort absorbiert. Die Absorption bewirkt, dass die Energie der Photonen an die Moleküle abgegeben und dadurch deren thermische Bewegung erhöht wird. Daraus resultiert eine Erwärmung des Absorbers. Damit Wasser verdunsten kann, muss pro kg die Verdampfungsenergie  $\lambda = 2253 \text{ J/g}^8$  zugeführt werden. Ist dies der Fall, können Wassermoleküle vom liquiden in den gasförmigen Aggregatzustand übergehen; es entsteht Wasserdampf.<sup>9</sup>

Auf Grund der Dichtedifferenz zwischen Wasserdampf und Luft steigt dieser auf und kondensiert dabei an sich in der Luft befindlichen Kondensationskeimen.<sup>10</sup> Es beginnen sich kleine Tröpfchen und Regionen größerer Luftfeuchtigkeit auszubilden, die als Nebel sichtbar werden.

Bei höherer Wasserdampfkonzentration kondensieren immer mehr Wassermoleküle an Kondensationskeimen und bilden somit Wolken. Für den Wolkenbildungsprozess spielen Lufttemperatur und Feuchtigkeit eine große Rolle.<sup>11</sup> Wird das empfindliche Gleichgewicht zwischen Verdunstung und Kondensation an den Wassertröpfchen gestört, kommt es zum Niederschlag.

---

<sup>8</sup>Vgl. Meschede, Dieter: Gerthsen Physik, Berlin u.a., 2010<sup>24</sup>, S. 299.

<sup>9</sup>Statistisch gibt es nach der Maxwell-Boltzmann-Verteilung in einem Messvolumen schon Moleküle, mit der Energie von  $2253 \text{ J/g}$ , die in den gasförmigen Aggregatzustand übergehen. Vgl. Ebd.

<sup>10</sup>Als Kondensationskeime werden beispielsweise in der Atmosphäre schwebende Partikel bezeichnet, an denen Wasserdampf kondensiert. Vgl. Brockhaus. Enzyklopädie 15 (2006), S. 390.

<sup>11</sup>Vgl. Roedel, Walter/Wagner, Thomas: Physik unserer Umwelt. Die Atmosphäre, Berlin/Heidelberg 2011<sup>4</sup>, S. 195ff

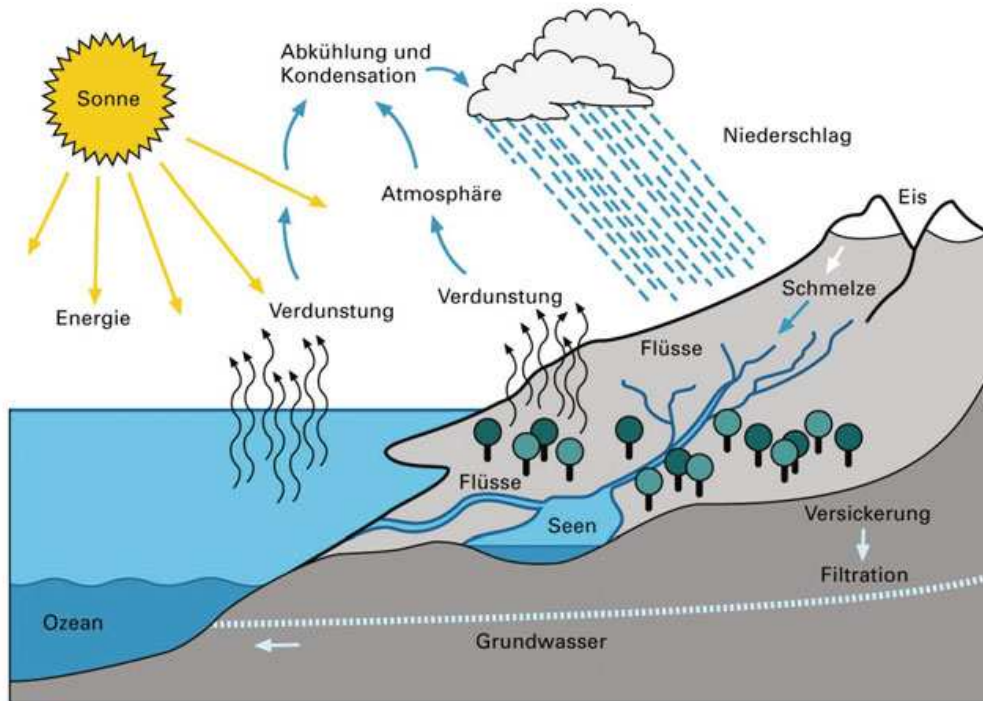


Abbildung 1: Schema des Wasserkreislaufes

Diese Veränderung kann beispielsweise durch eine Luftdruck- oder Temperaturänderung hervorgerufen werden. Treffen verschiedene Fronten (Kaltluft und Warmluft) aufeinander, gleichen sich ihre Temperaturen durch Wärmeaustausch an. Es resultiert eine Temperaturänderung in der Wolke, welche zu einem Abregnen führen kann. Je nach Temperatur fällt der Niederschlag als Regen, Schnee oder Hagel.<sup>12</sup>

Regnet eine Wolke über Land ab, so sickert ein Teil des Regens in die Erde, durch diese ins Grundwasser und gelangt über Grundwasserkanäle teilweise wieder in die Ozeane. Ein anderer Teil des Regenwassers wird durch Bäche und Flüsse zurück in die Ozeane transportiert. Diese Bewegung des Wassers wird in vielen Wasserkraftanlagen genutzt, um elektrischen Strom zu erzeugen. Der Prozess der Verdunstung und Wolkenbildung führt dazu, dass ein Teil des Wassers auf ein höheres Potenzial gebracht wird. Die potentielle Energie dieses Wassers wird durch in Bewegung gesetztes Wasser zum Teil in kinetische Energie umgewandelt. Die kinetische Energie des Wassers kann in Wasserkraftanlagen in elektrische Energie transformiert werden.<sup>13</sup>

<sup>12</sup>Vgl. Roedel/Wagner, 2011<sup>4</sup>, S. 195ff

<sup>13</sup>Vgl. Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und Reaktorsicherheit: Schlussbericht Potentialermittlung für den Ausbau der Wasserkraftnutzung in Deutschland als



## 3. Wasserkraftnutzung

### 3.1. Historische Nutzung

Wasserkraftanlagen, die aus ähnlichen Materialien wie die heutigen gefertigt wurden, gibt es erst seit der Industriellen Revolution.<sup>14</sup> Allerdings wurde fließendes Wasser schon sehr früh verwendet, um mechanische Arbeit zu verrichten. So waren Schöpfräder in Mesopotamien schon vor mehr als 5000 Jahren im Einsatz.<sup>15</sup> Die frühen Formen von Wassermühlen sind aus dem ersten vorchristlichen Jahrhundert aus Kleinasien überliefert.<sup>16</sup> Hier arbeiteten Laufräder als Stroßräder in unterschlächtigen Wasserrädern. Die aus einfachen Brettern gefertigten Schaufeln wurden in fließendes Wasser von Bächen und Flüssen getaucht, wie in Abbildung 2 dargestellt. Der Stoßdruck des Wassers trieb das Rad an, sodass über eine Welle die Drehbewegung des Rades auf einen Mühlstein übertragen werden konnte.

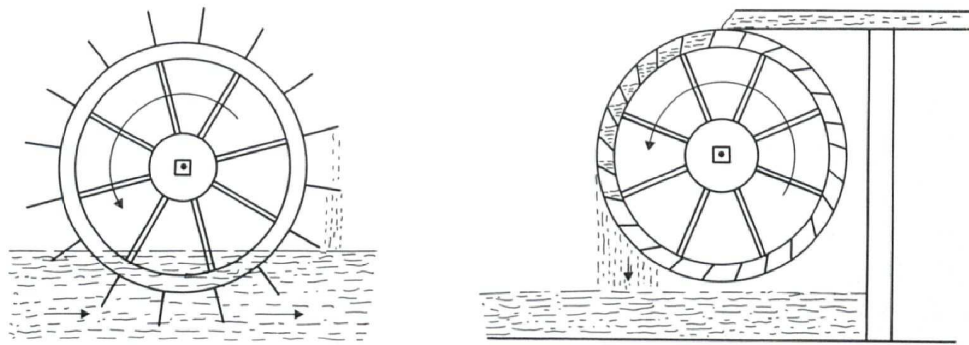


Abbildung 2: Unter- und oberschlächtiges Wasserrad (nach Landels)

Ab dem 2. Jahrhundert wurden auch oberschlächtige Wasserräder verwendet<sup>17</sup>. Hier wird nicht die Fließgeschwindigkeit eines Flusses ausgenutzt, sondern die Gewichtskraft des Wassers. Dabei wird Wasser aus einem sich über dem Laufrad befindlichen Kanal in die Schaufeln des Rades geleitet.

---

Grundlage für die Entwicklung einer geeigneten Ausbaustrategie, Aachen 2010.

Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und Reaktorsicherheit wird im Folgenden mit BMU abgekürzt.

<sup>14</sup>Vgl. König/Weber, 1990, S. 17ff.

<sup>15</sup>Vgl. URL: [http://www.univie.ac.at/pluslucis/FBA/FBA00/wallner/p06\\_9.htm](http://www.univie.ac.at/pluslucis/FBA/FBA00/wallner/p06_9.htm), 22.12.2011.

<sup>16</sup>Vgl. Hängermann, Dieter/Schneider, Helmut: Propyläen Technikgeschichte. Landbau und Handwerk 750 v.Chr. bis 1000 n.Chr., Bd. 1, Berlin 1991, S. 308.

<sup>17</sup>Vgl. URL: <http://www.deutsches-museum.de/sammlungen/maschinen/kraftmaschinen/wasserkraft/wasserrader/oberschlaechtiges-wasserrad-um-1750/>, 22.12.2011.

Durch die Gewichtskraft des Wassers in den Schaufeln wirkt ein Drehmoment auf die Achse des Wasserrades. Da nicht alle Schaufeln mit Wasser gefüllt sind, ist das Gesamtdrehmoment auf die Achse ungleich Null, wodurch sich das Rad zu drehen beginnt. Ab einem bestimmten Neigungswinkel der Schaufeln entleeren sich diese wieder, wodurch das Ungleichgewicht und somit das Drehmoment bestehen bleibt. Ist die Ausflussmenge aus dem Oberkanal konstant, dreht sich das Wasserrad schließlich mit einer konstanten Geschwindigkeit, sofern sich die auftretenden Drehmomente durch das in den Schaufeln befindliche Wasser und durch die an der Welle angehängten Lasten aufheben.

Eine Mischform zwischen ober- und unterschlächtigem Wasserrad stellt das mittelschlächtige Wasserrad dar, das zur Zeit der Industriellen Revolution entwickelt wurde, um den Wirkungsgrad der Wasserkraftanlagen zu erhöhen.<sup>18</sup> Der Vorteil dieses Systems liegt in der genaueren Wassereinleitung, sodass möglichst viel Wasser in den Schaufeln aufgefangen wird, gleichzeitig aber das Gewicht und die Größe des Rades im Vergleich zur Wassermenge klein bleiben kann.

Schon in der Antike wurde versucht, die Gewässer optimal zu nutzen, wie zum Beispiel in Rom. Auf Terrassen wurden einzelne Mühlen betrieben. Auf diese Weise wurde die gesamte nutzbare Fallhöhe in viele kleine, handhabbare Abschnitte aufgeteilt.<sup>19</sup> Die schon im sechsten Jahrhundert verwendeten Schiffsmühlen nutzten die höhere Strömungsgeschwindigkeit in der Mitte des Flusses aus, indem sie dort verankert wurden. Zudem konnten sie auch bei schwankendem Wasserstand optimal arbeiten.<sup>20</sup>

Bereits vor der Industriellen Revolution wurden zahlreiche Arten von Laufrädern und Mühlensystemen entwickelt, doch setzte erst ab der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts ein starker Entwicklungsaufschwung ein. Grund hierfür waren unter anderem die Konkurrenz zur preislich teureren Dampfmaschine<sup>21</sup> und das Bestreben, auch in infrastrukturell weniger erschlosse-

---

<sup>18</sup>Vgl. [URL:http://www.deutsches-museum.de/sammlungen/maschinen/kraftmaschinen/wasserkraft/wasserraeder/mittelschlaechtiges-wasserrad-um-1850/](http://www.deutsches-museum.de/sammlungen/maschinen/kraftmaschinen/wasserkraft/wasserraeder/mittelschlaechtiges-wasserrad-um-1850/), 21.12.2011.

<sup>19</sup>Vgl. Hängermann/Schneider, 1991, S.308  
Abbildung im Anhang

<sup>20</sup>Vgl. [URL:http://www.deutsches-museum.de/sammlungen/maschinen/kraftmaschinen/wasserkraft/wasserraeder/schiffsmuehle-1819/](http://www.deutsches-museum.de/sammlungen/maschinen/kraftmaschinen/wasserkraft/wasserraeder/schiffsmuehle-1819/), 22.12.2011.  
Ähnliche Idee wurde auch bei der Strömungsboje von Aqualibre umgesetzt.  
[URL:http://www.aqualibre.at/index.php?article\\_id=5&clang=0](http://www.aqualibre.at/index.php?article_id=5&clang=0), 27.02.2012.

<sup>21</sup>Installationskosten in Dt. pro PS: Wasser 200 Taler, Dampf 354 Taler. Vgl. König/Weber, 1990, S. 20.

nen Gebieten, in denen die Installation einer Dampfmaschine nicht möglich war, industrielle Kraftanlagen bereitzustellen.<sup>22</sup> Dies führte zum Bestreben, Wasserkraftanlagen höhere Wirkungsgrade abzugewinnen. Im Zuge dessen wurden mit Hilfe der Gusstechnik neue Typen von Wasserrädern möglich, aus denen die ersten Turbinen entwickelt wurden.<sup>23</sup> Des Weiteren ergab sich durch die im Jahre 1827 von Daniel Bernoulli<sup>24</sup> entwickelte Energiegleichung die Möglichkeit, den Wirkungsgrad durch genauere Berechnungen der Anlagenabmessungen zu erhöhen.

Bei einer energiepolitischen Betrachtung der Wasserkraft während dieser Epoche zeigte sich, dass die Industrielle Revolution gleichermaßen Aufschwung und Niedergang der Wasserkraft brachte. Obwohl durch die Weiterentwicklung der Anlagen noch bis in die Mitte des 19. Jahrhunderts mehr als die Hälfte der Gesamtenergieerzeugung in den USA von Wasserkraftanlagen bestritten wurde, so waren es 1889 nur noch 21% und das, obwohl die Anzahl der Wasserkraftanlagen zugenommen hatte.<sup>25</sup>

Seit der Erfindung der verschiedenen Turbinentypen wird an der Wasserkrafttechnologie intensiv geforscht, mit dem Ergebnis, dass der Wirkungsgrad moderner Wasserkraftwerke bei über 90% liegt.<sup>26</sup>

### 3.2. Wasserkraft in der Bundesrepublik Deutschland

In Deutschland sollen bis zum Jahr 2030 Kraftwerke, die regenerative Energiequellen nutzen, ergänzt und ausgebaut werden, sodass deren Anteil am Energiemarkt in Deutschland auf mindestens 30% ansteigt.<sup>27</sup> Diese selbst auferlegte Zielsetzung spiegelt die politische Bedeutung der regenerativen Energieträger wider. Momentan wird in Deutschland der meiste Strom durch Kohlekraftwerke erzeugt. Die regenerativen Energieträger stellen hingegen nur einen Anteil von 14%, wovon derzeit wiederum nur ein Viertel durch Wasserkraftanlagen abgedeckt wird.

Die knapp 6500 in das Netz einspeisenden deutschen Wasserkraftanlagen können anhand ihrer installierten Leistung kategorisiert werden. Bei der Leistung von  $P_{\text{inst}} \geq 1 \text{ MW}$  werden diese Anlagen als große Wasserkraftan-

---

<sup>22</sup>Vgl. König/Weber, 1990, S. 20.

<sup>23</sup>Nähere Erläuterungen im Kapitel 5 über Turbinen.

<sup>24</sup>Daniel Bernoulli (1700 - 1782) war schweizer Mathematiker und Physiker und arbeitete unter anderem mit Leonard Euler zusammen.

<sup>25</sup>Vgl. König/Weber, 1990, S. 22.

<sup>26</sup>Vgl. E.ON Wasserkraft GmbH: Technik der Wasserkraft, o.O. 2010, S. 8

<sup>27</sup>Vgl. BMU, 2010, S. 7.

lagen bezeichnet. Nach dieser Einteilung gibt es in Deutschland rund 400 solche Anlagen. Zu den knapp 6500 Wasserkraftanlagen kommen noch Anlagen hinzu, die nicht in das öffentliche Netz einspeisen. Deren genaue Anzahl ist jedoch nicht bekannt.<sup>28</sup>

Es werden in Deutschland insgesamt schätzungsweise 7300 bis 7600 Wasserkraftanlagen betrieben. Die meisten dieser Anlagen stehen in Bayern und Baden-Württemberg, da dort die geographische Lage für die Wasserkraftnutzung günstiger ist als in anderen Bundesländern. Die Topologie des Vor-alpenraumes bietet sehr gute Voraussetzungen, da große Fallhöhen schon bei geringen Wassermengen große Leistungen ermöglichen. Weitere günstige Standorte bieten Flüsse mit großen Wassermengen, wie Main oder Donau.<sup>29</sup>

---

<sup>28</sup>Vgl. BMU, 2010, S. 21ff.

<sup>29</sup>Vgl. BMU, 2010, S. 33.

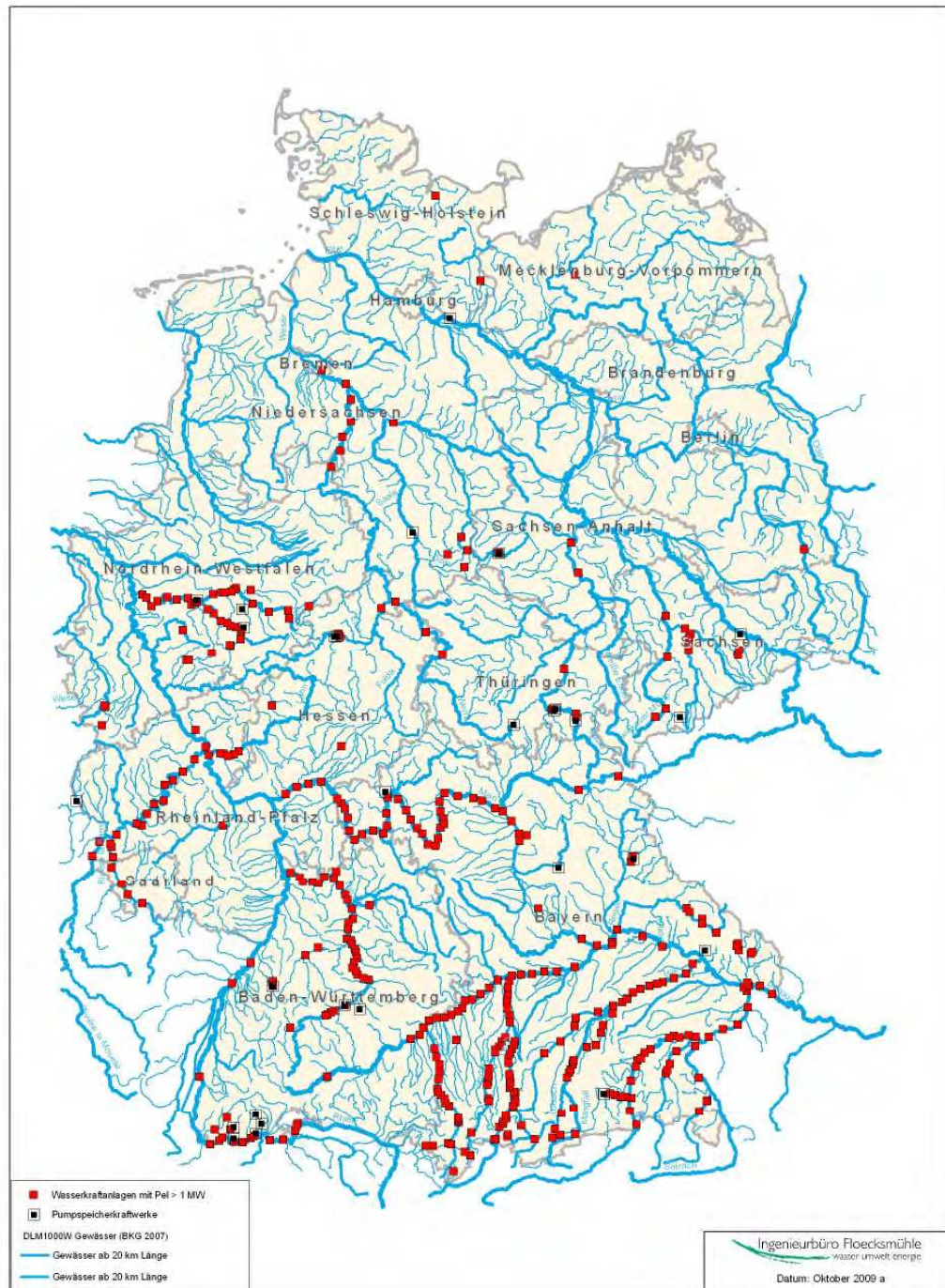


Abbildung 3: Standorte großer Wasserkraftanlagen

In Abbildung 3 sind alle deutschen Wasserkraftanlagen mit  $P_{\text{inst}} \geq 1 \text{ MW}$  eingezeichnet. Die geographischen Unterschiede in Deutschland haben zu einer unterschiedlichen Häufung in den Regionen Deutschlands geführt. Für den Bau einer Wasserkraftanlage kommt es neben der topographischen Lage auch auf andere Rahmenbedingungen an. In Deutschland unterliegen

diese Vorhaben strikten gesetzlichen Bestimmungen zum Umweltschutz, wie beispielsweise der Fischbestandssicherung oder Wasserqualitätssicherung.<sup>30</sup> Gerade bei Standorten an großen deutschen Flüssen wie Rhein oder Elbe muss zusätzlich ein weiterer wirtschaftlicher Aspekt, die Schifffahrt berücksichtigt werden. Daher finden sich gerade an diesen Flüssen, obwohl sie durch große Wassermengen sehr gut für eine Wasserkraftnutzung geeignet sind, kaum oder keine Wasserkraftanlagen, da der Schiffsverkehr beispielsweise die Querbauwerke nur durch Schleusen, dadurch also zeitlich beeinträchtigt, passieren kann. Würden Parallelkanäle für ein Wasserkraftwerk geschaffen, könnte sich durch das ausgeleitete Wasser der Wasserstand in der betroffenen Flusspassage verringern, was wiederum zu Beeinträchtigungen der Schifffahrt führen könnte.

---

<sup>30</sup>Vgl. Bundesregierung: Erfahrungsbericht 2011 zum Erneuerbare-Energien-Gesetz (EEG-Erfahrungsbericht), 2011, S. 21.

## 4. Heutige Typen von Wasserkraftanlagen

In Deutschland werden zur Stromerzeugung aus Wasserkraft hauptsächlich zwei Kraftwerkstypen eingesetzt: Laufwasserkraftwerke und Speicherkraftwerke. Die 31 Pumpspeicherkraftwerke stellen eine spezielle Bauform des Speicherkraftwerkes dar, um die zeitweise nicht nachgefragte Energie speichern zu können.<sup>31</sup> Der Grundaufbau und die Arbeitsweise der oben genannten Kraftwerke sind sehr ähnlich.

Aus dem so genannten Oberwasser wird Wasser über Rohrleitungen zur Turbine geleitet, deren Turbinenrad durch Wechselwirkung mit dem sich bewegenden Wasser in Rotationsbewegung versetzt wird. Diese Rotationsbewegung wird über eine Welle auf einen Generator übertragen, der den Nutzstrom erzeugt. Der Auslauf der Turbine mündet in das so genannte Unterwasser.<sup>32</sup>

Andere Bauweisen stellen Gezeiten-, Wellen- und Meeresströmungskraftwerke dar.<sup>33</sup> Im Folgenden werden die drei oben genannten und am häufigsten in Deutschland verwendeten Kraftwerkstypen näher beleuchtet.

### 4.1. Laufwasserkraftwerk

Laufwasserkraftwerke sind die verbreitetste Bauform.<sup>34</sup> Diese werden durch Querbauwerke im Fluss oder durch künstliche Kanäle parallel zu einem Fluss realisiert und nutzen die großen Durchflussmengen, um trotz geringem Höhenunterschied zwischen Ober- und Unterwasser große Leistungen umsetzen zu können. Laufwasserkraftwerke gehören zu den Niederdruckkraftanlagen, da die verwendeten Turbinen mit geringer Wasserdruckdifferenz betrieben werden. Darüber hinaus wird zwischen Fluss- und Kanalkraftwerken unterschieden. Der Unterschied liegt aber nicht in der Funktionsweise, sondern lediglich in der Wasserzuführung. Während bei Kanalkraftwerken Wasser aus einem Fluss über einen Kanal ausgeleitet und durch diesen zu dem Kraftwerk geleitet wird, werden Laufwasserkraftwerke in Querbauwerken direkt im Fluss eingesetzt.<sup>35</sup>

---

<sup>31</sup>Vgl. BMU, 2010, S. 21ff.

<sup>32</sup>Vgl. Kaltschmitt, Martin u.a.: Erneuerbare Energien, Berlin/Heidelberg 2006<sup>4</sup>, S. 348ff.

<sup>33</sup>Wobei auf die Erläuterung von deren Funktionsweisen verzichtet wird, da sich der Modellaufbau an ein (Pump-)Speicherkraftwerk anlehnt.

<sup>34</sup>Vgl. BMU, 2010, S. 21ff.

<sup>35</sup>Vgl. Kaltschmitt, 2006<sup>4</sup>, S. 354f.

Kanalkraftwerke bieten den Vorteil, dass der Flusslauf im Grunde unverändert bleibt, da der Einlauf zum Kanal über eine Wehranlage gestaltet wird. Dadurch wird die Nutzung des Flusses, beispielsweise durch die Schifffahrt, nicht oder nur wenig eingeschränkt und die Flora und Fauna des Flusses geschont. Ein weiterer Vorteil ist, dass das Kraftwerk auch bei Hochwasser eine konstante Leistung liefern kann, da überschüssiges Wasser durch den Fluss selbst abgeführt werden kann. Allerdings müssen als Nachteil die, im Vergleich zum Flusskraftwerk, höheren Investitionskosten berücksichtigt werden.<sup>36</sup>

Flusskraftwerke hingegen können direkt in vorhandene Querbauwerke integriert werden. Es muss kein zusätzliches Bauland erworben werden. Nachteil dieser Bauform ist allerdings die entstehende Einschränkung für die Schifffahrt, da die Wehranlagen nur mit einem zeitlichen Mehraufwand über Schleusensysteme passiert werden können. Auch der Umweltschutz ist bei dieser Bauform schwieriger zu gewährleisten. So genannte Fischtreppe sollen es Fischen und anderen Flusslebewesen ermöglichen, die Wehranlagen und das Kraftwerk ungehindert zu passieren. Im Falle eines Hochwassers kann es zu Leistungseinbußen kommen, da die ausgenutzte Fallhöhe durch angestiegenes Unterwasser verringert wird.<sup>37</sup>

Die folgende schematische Darstellung der Grundbauweise in Abbildung 4 kann auf beide Kraftwerkstypen übertragen werden, weil sie grundsätzlich nach dem gleichen Prinzip arbeiten und aufgebaut sind.

---

<sup>36</sup>Vgl. E.ON Wasserkraft GmbH: Technik der Wasserkraft, 2010, S. 11ff. Siehe auch BMU, 2010.

<sup>37</sup>Vgl. Kaltschmitt, 2006<sup>4</sup>, S. 354f.



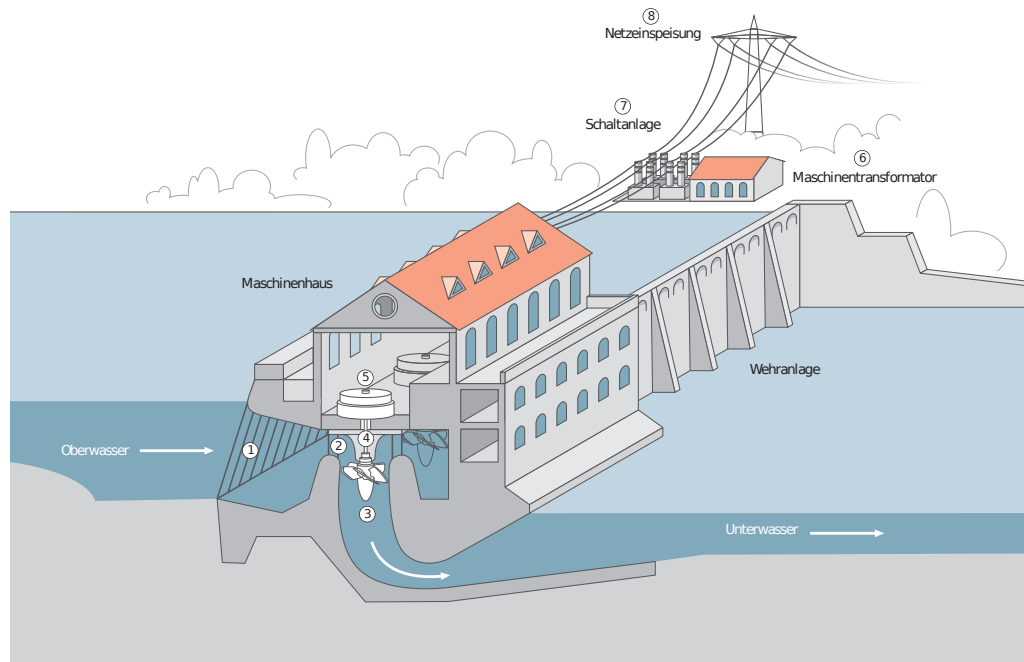


Abbildung 4: Schematische Darstellung eines Laufwasserkraftwerkes

Wasser aus dem Oberwasser wird durch einen Rechen (1) von Treibgut befreit, das die Turbine beschädigen und den Durchfluss verringern könnte. Danach wird das gereinigte Wasser über Leitschaufeln<sup>38</sup> (2) zur Turbine (3) geleitet. Nachdem es die Turbine passiert hat, wird es über Rohrleitungen ins Unterwasser geführt. Für die Stromerzeugung sind folgende Komponenten notwendig:

Die Rotationsbewegung der Turbine (3) wird über die Welle (4) auf den Generator (5) übertragen. Die dort erzeugte Wechselspannung wird über den Maschinentransformator (6) und die Schaltanlage (7) auf eine Hochspannung transformiert, sodass der erzeugte Strom in das Verbundnetz (8) eingespeist werden kann.<sup>39</sup>

## 4.2. Speicherkraftwerk

Speicherkraftwerke nutzen ein hoch gelegenes Becken, beispielsweise einen Bergsee oder einen Stausee, um ausreichend Speicherkapazität zur Verfügung zu haben. Diese Kapazität ist notwendig, damit im Betrieb genügend Wasser

<sup>38</sup>Funktion der Leitschaufeln und Turbine wird im Abschnitt über Turbinensysteme erläutert

<sup>39</sup>Vgl. Kaltschmitt, 2006<sup>4</sup>, S. 354f. Siehe auch E.ON Wasserkraft GmbH: Technik der Wasserkraft, 2010, S. 11ff.

vorhanden ist, um eine möglichst gleichmäßige Leistung liefern zu können. Die potentielle Energie des Wassers im Oberbecken wird genutzt, um im Kraftwerk im Tal Strom zu erzeugen. Aus der großen Fallhöhe resultiert ein hoher Wasserdruck an den Turbinen, daher gehören Speicherkraftwerke zu den Hochdruckkraftanlagen.

Da Speicherkraftwerke sich im Grundaufbau gleichen, können die entsprechenden Erläuterungen in Anlehnung an den schematischen Aufbau des E.ON Speicherkraftwerks „Walchensee“ erfolgen.

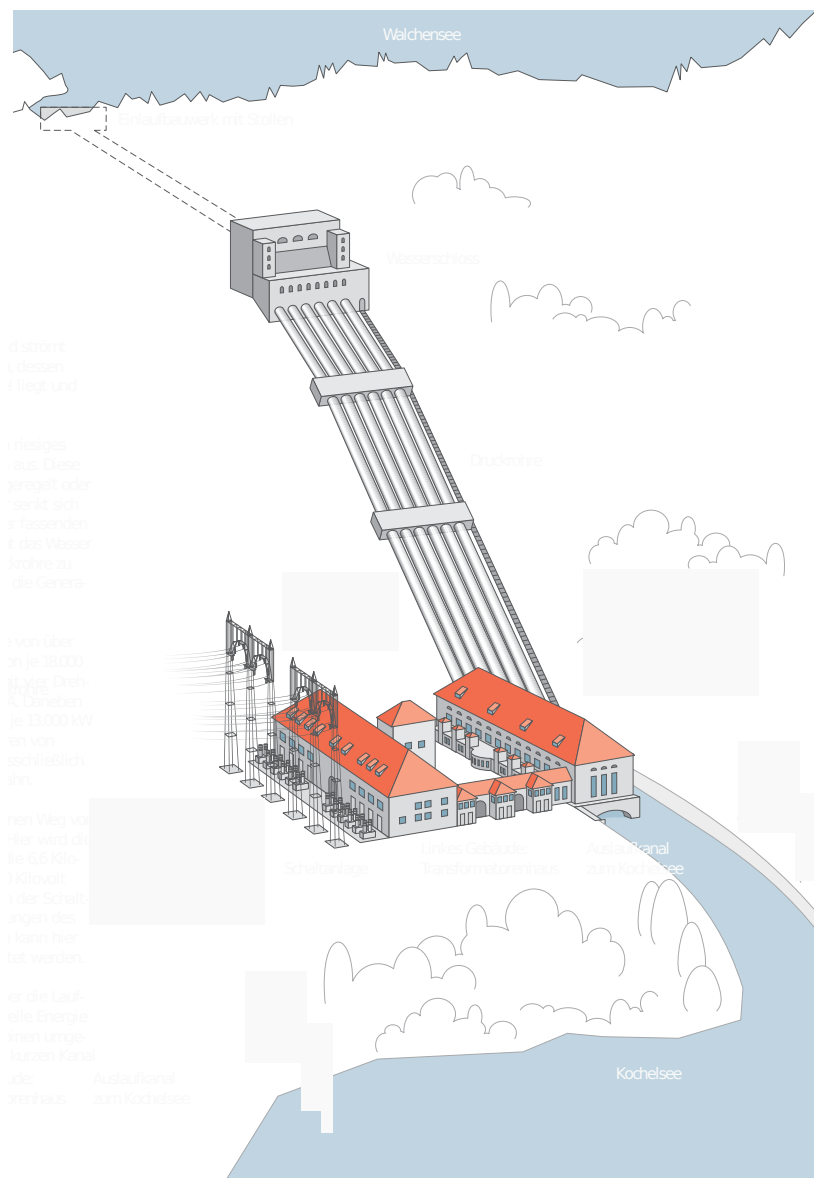


Abbildung 5: Schematische Darstellung des E.ON Speicherkraftwerks Walchensee

Aus dem oberen Speicherbecken wird Wasser über Stollen ins Wasserschloss geleitet. Die Funktion des Wasserschlosses, kann mit der eines übergroßen Ausgleichsbehälters verglichen werden, da es Druckschwankungen ausgleichen soll, wie sie bei Ein- und Ausschaltvorgängen der Turbinen entstehen können. Über Druckrohrleitungen, welche bis auf die Zeit der Wartungsarbeiten immer befüllt sind, gelangt das Wasser ins Turbinenhaus. Dort durchströmt es die Turbine und gibt durch Stöße einen Teil seiner kinetischen Energie an die Turbinenschaufeln weiter. Durch die resultierende Rotationsbewegung kann ein Generator, der oberhalb der Turbine an deren Welle sitzt, angetrieben werden und dadurch elektrischer Strom erzeugt werden. Die Netzankopplung erfolgt nach den gleichen Schritten wie bei Laufwasserkraftwerken.<sup>40</sup>

### 4.3. Pumpspeicherkraftwerk

Von Pumpspeicherkraftwerken wird gesprochen, wenn Speicherkraftwerke keinen natürlichen Zulauf besitzen und das Oberbecken über Pumpen befüllt wird. Aus diesem Grund können Pumpspeicherkraftwerke nicht den Kraftwerken, die sich regenerativer Energiequellen bedienen, zugeordnet werden. Im Grundaufbau sind Pumpspeicherkraftwerke den Speicherkraftwerken ähnlich, da sie sich nur in der Art des Oberwasserzulaufs unterscheiden. Während bei einem Speicherkraftwerk das Oberbecken auf natürlichem Wege gespeist wird, sind in einem Pumpspeicherkraftwerk entweder zusätzliche Pumpen integriert oder die Turbinen arbeiten auch als Pumpe, um das Oberbecken mit Wasser zu befüllen. Turbinen, die auch als Pumpe verwendet werden können, werden als Pump-Turbinen bezeichnet.

Für das Verbundstromnetz wirkt ein Pumpspeicherkraftwerk als Zwischenspeicher. Überproduzierter Strom kann genutzt werden, um Wasser ins Oberbecken zu pumpen. Im Bedarfsfall kann es zur Stromerzeugung abgelassen werden.<sup>41</sup>

---

<sup>40</sup>Vgl. E.ON Wasserkraft GmbH: Technik der Wasserkraft, 2010, S. 15ff.

<sup>41</sup>Vgl. BMU, 2010, S. 28f.



## 5. Turbinentypen

Da die Turbine das Herzstück einer Wasserkraftanlage darstellt, lohnt es sich, die verschiedenen Bautypen näher zu betrachten. Die verschiedenen Turbinentypen eignen sich für unterschiedliche Fallhöhen- und Durchflussmengenbereiche, so dass die Auswahl der Turbine ausschlaggebend für eine effiziente Ausnutzung der geographischen Gegebenheiten und damit für den Wirkungsgrad der Anlage ist.

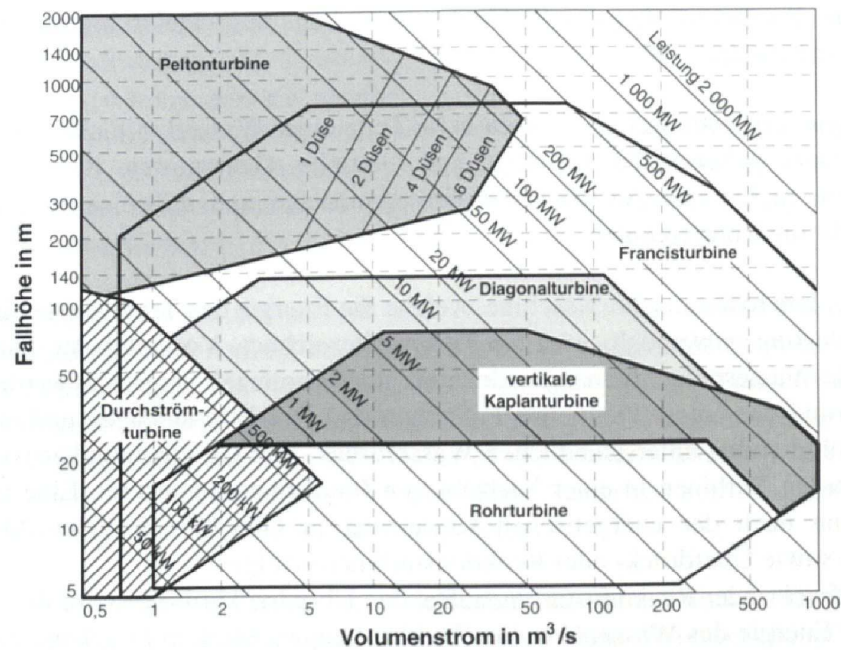


Abbildung 6: Einsatzbereiche verschiedener Turbinentypen in Abhängigkeit der Fallhöhe und des Volumenstroms

Die für die häufigsten Turbinenarten typischen Einsatzbereiche sind in Abbildung 6 eingezeichnet. Die Fallhöhe ist gegen den Volumenstrom aufgetragen. Da die mögliche Leistung einer Turbine, ohne Betrachtung von Reibungsverlusten, proportional zum Produkt aus Fallhöhe und Volumenstrom ist, können die Diagonalen als theoretisch mögliche Maximalleistungen bezeichnet werden. Durch das Anpassen der Turbine an die geographischen Gegebenheiten und Verbesserung der Systemkomponenten können heutige Anlagen höhere Leistungen erzielen.<sup>42</sup>

Nettofallhöhe und der Volumenstrom müssen nicht immer konstant sein, beides ändert sich, wenn beispielsweise der Wasserstand eines Flusses durch

<sup>42</sup>Vgl. Kaltschmitt, 2006<sup>4</sup>, S. 361.

Schmelzwasser ansteigt. Daher ist es für die Auswahl einer Turbine notwendig, Abweichungen von den Auslegungswerten zu beachten.

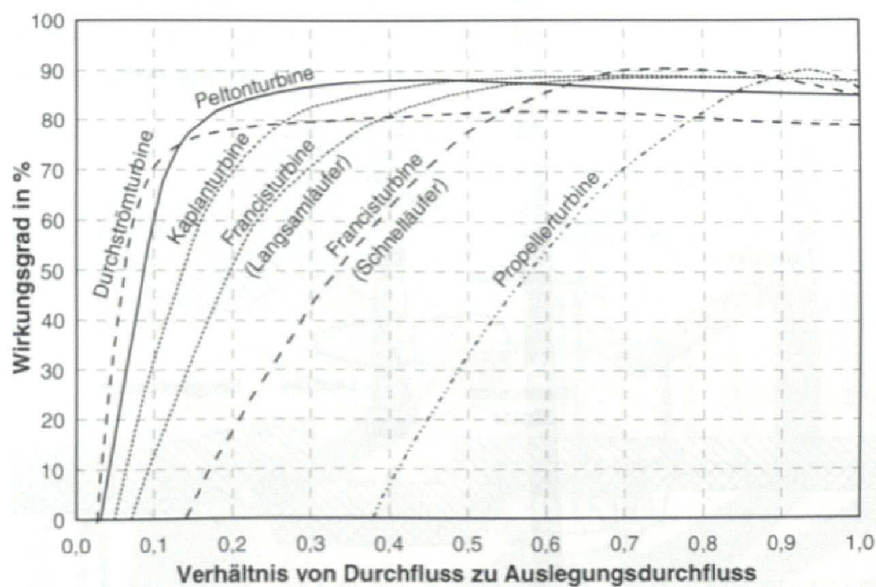


Abbildung 7: Wirkungsgradverlauf verschiedener Turbinentypen in Abhängigkeit des Verhältnisses von Durchfluss zu Auslegungsdurchfluss

Weicht der tatsächliche Volumenstrom durch die Turbine von dem Auslegungsdurchfluss ab, so hat dies einen Einfluss auf den Wirkungsgrad der Turbine. Beispielsweise kann durch den veränderten Durchfluss die Drehgeschwindigkeit verringert sein, was wiederum zu einer verringerten Generatordrehzahl führt. Das Diagramm in Abbildung 7 zeigt die Wirkungsgradverläufe von verschiedenen Turbinentypen in Abhängigkeit des Verhältnisses von Durchfluss zu Auslegungsdurchfluss.<sup>43</sup>

Die heute verwendeten Turbinentypen unterscheiden sich nicht nur im Einsatzbereich und Wirkungsgradverlauf, sondern arbeiten nach unterschiedlichen Prinzipien. Daher folgt zu ausgewählten Turbinentypen ein Überblick.

<sup>43</sup>Vgl. Kaltschmitt, 2006<sup>4</sup>, S. 362f.

## 5.1. Fourneyron-Turbine

Im Zuge der Industrialisierung wurde daran gearbeitet, die Effizienz von Wasserkraftanlagen zu erhöhen. In dieser Phase standen vor allem die Laufräder im Mittelpunkt der Forschung, um dort eine höhere Effizienz erreichen zu können. Viele Ingenieure und Wissenschaftler wetteiferten darum, den höchsten Wirkungsgrad zu erzielen.<sup>44</sup>

Unter ihnen war auch Benoit Fourneyron<sup>45</sup>, der 1826 eine Kraftmaschine vorstellte, die sich durch ihre Anströmcharakteristik von allen vorher entwickelten Laufrädern unterschied. Die Neuerung bestand darin, dass das eingeleitete Wasser nicht nur an einer Stelle auf das Wasserrad einwirkte. Daher gilt die Fourneyron-Turbine als erste Wasserturbine.<sup>46</sup>

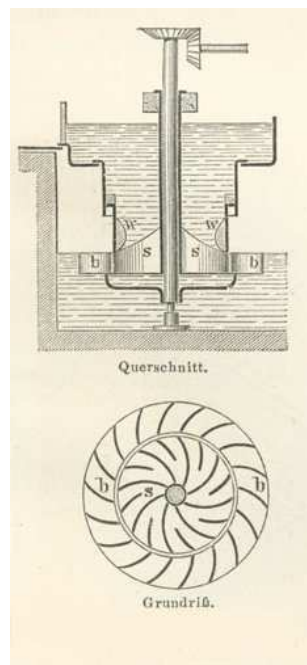


Abbildung 8: Schematische Darstellung der Fourneyron-Turbine

In einer Fourneyron-Turbine wird das eingeleitete Wasser parallel zur Turbinenachse auf den inneren starren Leitapparat (s) geführt und von dort auf die Schaufeln des äußeren Laufrades (b) abgelenkt. Durch die Kraft, die das Wasser auf die Schaufeln ausübt, wird das Turbinenrad in Rotation versetzt. Die Rotationsenergie kann wiederum über die senkrechte Welle

<sup>44</sup>Vgl. König/Weber, 1990, S. 20.

<sup>45</sup>Benoit Fourneyron (1802 - 1867) war französischer Ingenieur, dessen größter Verdienst die Entwicklung der nach ihm benannten Turbine darstellt.

<sup>46</sup>Vgl. König/Weber, 1990, S. 20.

außerhalb der Turbine nutzbar gemacht werden.<sup>47</sup>

Die 1826 von Fourneyron bei der französischen Gesellschaft für Gewerbefleiß vorgestellte Turbine erzielte eine Leistung von 6 PS was ca. 4,41 kW entspricht, doch können baugleiche Turbinen größeren Maßstabs Leistungen über 50 PS bzw. ca. 36,76 kW erreichen.<sup>48</sup>

## 5.2. Francis-Turbine

Eine effiziente Weiterentwicklung der Fourneyron-Turbine ist die von James Francis<sup>49</sup> gebaute und nach ihm benannte Francis-Turbine. Anders als bei der Fourneyron-Turbine wird das Wasser über ein Schneckengehäuse in Drall versetzt und radial von außen auf die Leitschaufeln geführt. Wie in Abbildung 9 zu sehen ist, wird das Wasser anschließend auf die, den Leitschaufeln gegenüber, engengesetzt gekrümmten Schaufeln des innen liegenden Laufrades gelenkt.

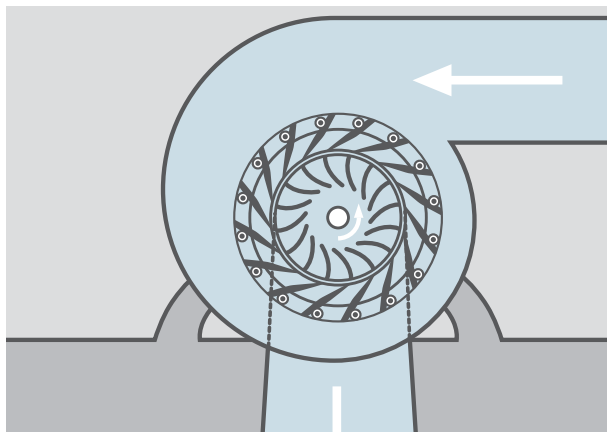


Abbildung 9: Schematische Darstellung einer Francis-Turbine

Um die Turbine an gering schwankende Strömungen anpassen zu können, sind die Leitschaufeln verstellbar und je nach Dimensionierung können auch sehr große Durchflussmengen verarbeitet werden. Ein weiterer Vorteil der Francis-Turbine ist, dass sie vertikal oder horizontal eingebaut werden kann. Die Francis-Turbine arbeitet nach dem Reaktionsprinzip, da in ihr die zuvor in kinetische Energie umgewandelte potentielle Energie des Wassers an die

<sup>47</sup>Vgl. König/Weber, 1990, S. 20.

<sup>48</sup>Im Kloster St. Blasien wurde 1840 eine Fourneyron-Turbine mit 56 PS eingebaut. Sie konnte 8000 Spindeln betreiben. Vgl. König/Weber, 1990, S. 20.

<sup>49</sup>James Bicheno Francis (1815 - 1892) war britischer Ingenieur.



Schaufeln übertragen wird und als Reaktion eine Drehbewegung des Turbinenrades resultiert. Zudem kann sie auch auf Grund der Druckenergieübertragung als Überdruckturbine klassifiziert werden. Dieser Turbinentyp wird bei Fallhöhen zwischen 20 und 700 Metern eingesetzt, sodass er bei vielen Speicherkraftwerken Verwendung findet. Heutige Francis-Turbinen können mit Leistungen bis zu 1000 MW realisiert werden.<sup>50</sup>

### 5.3. Kaplan-Turbine

Turbinen, deren Laufräder Schiffsschrauben ähneln, werden Propellerturbinen genannt. Diese, auch zu den Überdruckturbinen gehörenden, Turbinen werden axial durchströmt und treiben die Welle wie eine reversiv betriebene Schiffsschraube an. Hierbei führt die Geometrie der Schraubenblätter zu Druckunterschieden, wie sie auch bei Tragflächen von Flugzeugen auftreten und bei einem Schiff den Vortrieb generieren. Reversiv bedeutet, dass der Wasserfluss durch die Turbine das Turbinenrad in Rotation versetzt. Die im Jahre 1918 von dem österreichischen Maschinenbauprofessor Viktor Kaplan<sup>51</sup> gebaute Turbine arbeitet nach dem oben beschriebenen Prinzip und wurde nach ihrem Erfinder benannt. Um trotz unterschiedlich starker Strömungen gute Wirkungsgrade erzielen zu können, sind Leit-, und Lauf-schaukeln verstellbar. Wie in Abbildung 10 dargestellt, wird das Triebwasser über den Leitapparat mit einem Drall versehen und so abgelenkt, dass es das Laufrad axial durchströmt.

---

<sup>50</sup>Vgl. Kaltschmitt, 2006<sup>4</sup>, S. 361.

<sup>51</sup>Viktor Kaplan (1870 - 1934) reichte 1913 ein Patent für eine Turbine ein, bei der die Schaufeln des Leit-, und Laufrades unabhängig verstellbar sind. Diese neue Entwicklung wurde 1918 mit einem Laufraddurchmesser von 60 cm realisiert. Diese Turbine lieferte 26 kW. Um den Wirkungsgrad zu verbessern, baute er 1922 eine Kaplan-Turbine mit 6 m Durchmesser, die schon 10000 kW erzeugte.

Vgl. Braun, Hans-Joachim/Kaiser, Walter: Propyläen Technikgeschichte. Energiewirtschaft Automatisierung Information seit 1914, Bd. 5, Berlin 1992, S. 71.

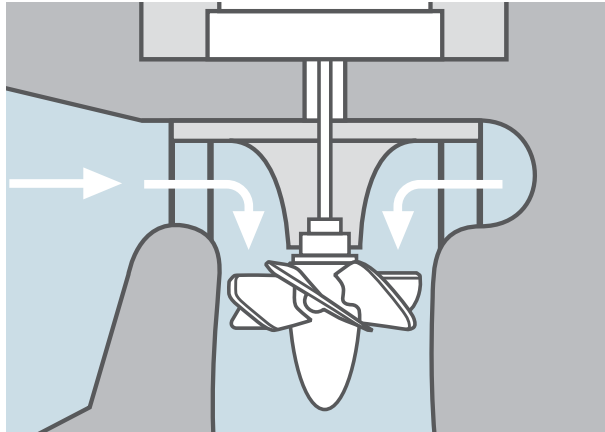


Abbildung 10: Schematische Darstellung einer Kaplan-Turbine

Oberhalb der Turbine befindet sich der Generator, der durch die Rotation des Turbinenrades über die Welle angetrieben wird. Der vertikale Aufbau der Turbinen-Generator-Anordnung ermöglicht den Aufbau mehrerer Anlagen aneinandergereiht in einem Querbauwerk. Dieser Aufbau ist zwar platzsparend, erschwert jedoch Wartungsarbeiten an der Turbine. Die derzeit erreichbaren Leistungen liegen für eine Turbine im Bereich von 500 MW. Kaplan-Turbinen eignen sich für Fallhöhen von 2 m bis 60 m und sind in der Lage, auch hohen Durchfluss zu verarbeiten. Auf Grund der Justierbarkeit bei schwankendem Durchfluss werden Kaplan-Turbinen häufig in Laufwasserkraftwerken eingesetzt.<sup>52</sup>

## 5.4. Pelton-Turbine

Zu dem verbreitetsten Vertreter der Gleichdruck- oder auch Aktionsturbinen zählt die Pelton-Turbine, die nach ihrem Erfinder Lester Pelton<sup>53</sup> benannt ist.

Im Gegensatz zu den oben beschriebenen Überdruckturbinen, ist bei der Gruppe von Gleichdruckturbinen die Druckdifferenz vor und hinter der Turbine gleich Null. Hierbei wird nicht die Druckenergie des Wassers ausgenutzt, sondern die potenzielle Energie des Wassers durch den Wasserfluss in kinetische Energie umgewandelt. Trifft der freie Fluidstrom anschließend auf die Turbinenschaufeln, so wird ein Teil der kinetischen Energie durch einen

<sup>52</sup>Vgl. Kaltschmitt, 2006<sup>4</sup>, S. 362f.

<sup>53</sup>Lester Allan Pelton (1929 - 1908) entwickelte 1879 eine Turbine, die durch einen gezielten Wasserstrahl angetrieben wurde und meldete 1880 für diese ein Patent an. Vgl. König/Weber, 1990, S. 24.

Impulsaustausch mit den Schaufeln in Rotationsenergie transformiert.<sup>54</sup> Diese Art des Anströmens wurde bereits im ersten Jahrhundert nach Christus für horizontale Wassermühlen in Dänemark verwendet.<sup>55</sup> Ein Fluidstrahl traf seitlich einen Paddelkranz, welcher durch den Impulsaustausch in Rotation versetzt wurde. Die Paddel hatten die Form von Viertelkugeln beziehungsweise Halbschalen.<sup>56</sup>

Zwar ähneln Pelton-Turbinen in der Arbeitsweise den horizontalen Wassermühlen, unterscheiden sich aber gravierend in der Art des Laufrades. Bei Pelton-Turbinen wird ein Fluidstrahl tangential auf ein mit Doppelbechern bestücktes Laufrad gerichtet.



Abbildung 11: Doppelbecher eines Pelton-Turbinenrades

Die Doppelbecher (Abbildung 11) sind so geformt, dass der Fluidstrahl an dem Mittelsteg geteilt wird und je ein Halbstrahl einen Becher trifft. Jeder dieser Halbstrahlen wird zusätzlich durch die Becherform um fast 180° abgelenkt, um möglichst viel kinetische Energie des Wassers an den Becher abzugeben. Zudem haben die Becher am oberen Rand eine Ausfräsung, damit der Wasserstahl immer mehrere Doppelbecher beaufschlagt.

---

<sup>54</sup>Vgl. Kaltschmitt, 2006<sup>4</sup>, S. 365.

<sup>55</sup>Vgl. Hängermann/Schneider, 1991, S. 352.

<sup>56</sup>Eine Beispielhafte Abbildung eines solchen Paddelkranzes, der aus dem 19. Jhd. stammt, ist dem Anhang (Abbildung 51) beigelegt.

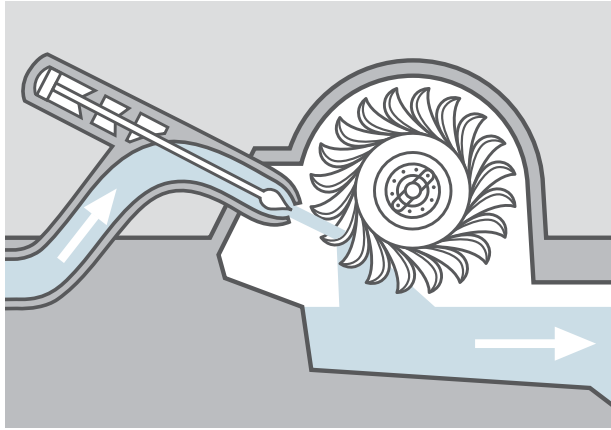


Abbildung 12: Schematische Darstellung einer Pelton-Turbine

Pelton-Turbinen können in vertikaler Ausrichtung mit bis zu drei und in horizontaler mit bis zu sechs Düsen betrieben werden. Je nach Dimensionierung des Systems kann durch den Mehrdüsenbetrieb ein höherer Wirkungsgrad erzielt werden. Abbildung 12 zeigt schematisch eine eindüsige Pelton-Turbine. Die Größe des Turbinenrades richtet sich nach den hydrologischen Gegebenheiten und wird für die zu erwartenden Volumenströme ausgelegt. Dennoch kann es zu Schwankungen des Durchflusses kommen, beispielsweise durch veränderlichen Wasserstand des Oberwassers. Um diesen Schwankungen entgegenzuwirken, kann mit Hilfe der Düse der Wasserstrahl im Durchmesser fein justiert werden, so dass der Fluidstrahl der Bechergröße genauer angepasst werden kann und damit gewährleistet wird, dass möglichst wenig Wasser ohne Impulsaustausch durch die Turbine fließt.<sup>57</sup>

---

<sup>57</sup>Vgl. Happold, Hans/Oeding, Dietrich: Elektrische Kraftwerke und Netze, Berlin 1978<sup>5</sup>, S. 59ff.

## 6. Physikalische Grundlagen

Da sich der zugrunde liegende Versuchsaufbau mit dem Aufzeigen der Möglichkeit der Energiegewinnung durch Wasserkraft befasst, gilt es, diese Begriffe zu erläutern.

Der Begriff der Energie ist vor allem für Schüler sehr schwer zu fassen und wird zuweilen im physikalischen Sinne falsch oder unzureichend verwendet.<sup>58</sup> Daher sollten die grundsätzlichen Konzepte, die für diesen Aufbau notwendig sind, kurz aufbereitet werden. Die folgenden Definitionen sind angelehnt an Gerthsen-Physik<sup>59</sup> und können dort in ausführlicher Form nachgelesen werden. Passagen oder Formeln aus anderen Quellen sind entsprechend gekennzeichnet.

### 6.1. Arbeit / Energie / Leistung

Der physikalische Begriff der verrichteten Arbeit wird mit der Einwirkung einer Kraft auf eine Masse und deren damit verbundener Verschiebung entlang eines Weges gleichgesetzt. Arbeit wird als Produkt aus wirkender Kraft  $\vec{F}$  und zurückgelegtem Weg  $\Delta\vec{s}$  beschrieben.

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s} \quad (1)$$

Die Definition der Arbeit kann durch Beobachtungen von Kraftübertragungen wie beispielsweise durch Hebel oder einen Flaschenzug verdeutlicht werden. Durch einen Flaschenzug lässt sich eine Masse mit weniger Kraftaufwand heben, allerdings wirkt die Kraft über eine größere Strecke auf die Masse ein. Es lässt sich der Kraftaufwand reduzieren, jedoch muss dann ein längerer Weg zurückgelegt werden, so dass die verrichtete Arbeit die gleiche bleibt.

Innerhalb eines konservativen Kraftfelds, beispielsweise dem Schwerfeld der Erde, ist die Summe der verrichteten Arbeit entlang eines geschlossenen Weges gleich Null, somit wurde dann, insgesamt gesehen, keine Arbeit verrichtet. Die Einheit der physikalischen Größe der verrichteten Arbeit ist in SI-Einheiten, das Joule, und setzt sich wie folgt zusammen.

$$1 \text{ Joule} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ J} \quad (2)$$

---

<sup>58</sup>Vgl. Duit, Reinders: Energievorstellungen, in: Schülervorstellungen in der Physik, hg. von Müller, Rainer u.a., o.O. 2011<sup>3</sup>, S. 189.

<sup>59</sup>Vgl. Meschede, 2010<sup>24</sup>.

Wirkt die Kraft parallel zur Bewegungsrichtung der Masse, so kann Gleichung (1) vereinfacht werden zu,

$$W = F \cdot \Delta s \quad (3)$$

Um Arbeit verrichten zu können, muss Energie umgewandelt werden. Dieser physikalische Begriff beschreibt das Vermögen eines Körpers, Teilchens oder Quants, Arbeit verrichten zu können. Im physikalischen Sinne ist Energie ein Konzept. Darüber hinaus kann Energie umgewandelt und transportiert werden, muss aber stets erhalten bleiben, da Energie eine Erhaltungsgröße ist. Dies wird durch die Energieerhaltung gefordert, so dass unter keinen Umständen Energie verloren gehen kann.

Es wird Energie benötigt, um an einem Körper der Masse  $m$  Arbeit zu verrichten. Greift eine Kraft  $\vec{F}$  an einem Körper an, so wird dieser beschleunigt. Da Energie erhalten bleiben muss, führt der Körper Energie in einer anderen Form mit sich. Die in der Bewegung gespeicherte Energie wird kinetische Energie<sup>60</sup> genannt. Beispielsweise gilt für einen Körper der Masse  $m$ , der sich zur Zeit  $t = 0$  in Ruhe befindet und auf den dann im folgenden eine konstante Kraft  $\vec{F}$  wirkt, dass dieser nach dem zweiten Newtonschen Axiom<sup>61</sup> (4) die Beschleunigung  $a$  erfährt.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (4)$$

Aus der Definition der Geschwindigkeit  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \dot{s}$  und der Beschleunigung  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \dot{s}$  folgen die Zusammenhänge  $s = \frac{1}{2}a \cdot t^2$  und  $v = a \cdot t$ , dass für die Geschwindigkeit des Körpers gilt:

$$v = \sqrt{2as} \quad (5)$$

Somit kann über die Definition von Arbeit (1) und das zweite Newtonsche Axiom (4) die kinetische Energie definiert werden.

$$E_{\text{kin}} = W = F \cdot s = m \cdot a \cdot s = \frac{1}{2}m \cdot v^2 \quad (6)$$

---

<sup>60</sup>Kinetische Energie: kinetisch von griechisch kinesis = Bewegung

<sup>61</sup>Sir Isaac Newton (1643 - 1727) war britischer Physiker und gilt als einer der bedeutendsten Naturwissenschaftlern.

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (7)$$

Wird diese Definition auf fließende Fluide bezogen, so kann die Masse mit Hilfe der Definition der Dichte beschrieben werden, als  $m = \rho \cdot V$ . Wird ein Messvolumen an Flüssigkeit betrachtet, folgt daraus für die kinetische Energie

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}\rho V v^2 \quad (8)$$

Wurde Arbeit an einem Körper verrichtet, um diesen um die Höhe  $h$  zu heben, so wurde Hubarbeit geleistet. Befindet sich der Körper auf der Höhe  $h$  in Ruhe, besitzt er eine sogenannte Lageenergie. Diese, auch als potentielle Energie bezeichnete, Energie kann ähnlich wie die kinetische Energie aus der Arbeit hergeleitet werden. Da die Arbeit entgegen der Schwerkraft der Erde verrichtet wurde, gilt für die geleistete Arbeit,  $W = F_g \cdot h$ . Darüber hinaus gilt der Zusammenhang zwischen Arbeit und Energie, so dass für die potentielle Energie im Schwerfeld der Erde folgt:

$$E_{\text{pot}} = mgh \quad (9)$$

Analog zu (8) gilt für die potentielle Energie von Fluiden

$$E_{\text{pot}} = \rho V gh \quad (10)$$

Da im folgenden Versuch mechanische Energie in elektrische Energie umgewandelt werden soll, ist es notwendig, diese einzuführen.

Befindet sich eine Probeladung  $q$  in einem elektrischen Feld  $\vec{E}$ , so wirkt auf diese Ladung die Kraft  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ . Soll diese Ladung nun im elektrischen Feld um  $\vec{s}$  verschoben werden, so muss eine Kraft ausgeübt werden, die der auf die Ladung durch das elektrische Feld einwirkenden Kraft entgegenwirkt. Nach der Definition (1) wird dabei Arbeit verrichtet.

Diese lässt sich berechnen aus

$$W = -\vec{F} \Delta \vec{s} = -q \vec{E} \Delta \vec{s} = q \int_{\vec{s}_1}^{\vec{s}_2} \vec{E} d\vec{s} = qU_{12}, \quad (11)$$

wobei  $U_{12}$  die elektrische Spannung, welche durch die Potentialdifferenz zwischen den Punkten  $s_1$  und  $s_2$  entsteht, darstellt. Aus der Definition des

Stromflusses  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$  kann die elektrische Energie definiert werden als

$$\Delta E = W_{12} = qU_{12} = UI\Delta t. \quad (12)$$

Ist nicht nur die Arbeit selbst, sondern auch die Frage, in welcher Zeit diese geleistet wurde, im Fokus des Interesses, so kann die Leistung  $P$  betrachtet werden. Der Begriff der Leistung verknüpft verrichtete Arbeit und deren Dauer. Daher bezeichnet die Leistung geleistete Arbeit pro Zeiteinheit. Durch den Zusammenhang von Energie und Arbeit gilt gleichermaßen, Leistung ist Energieänderung pro Zeiteinheit.

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad (13)$$

Je nach dem, ob die betrachtete Leistung in Bezug zu einer mechanischen oder elektrischen Arbeit steht, setzt sich deren Einheit aus anderen, aber ineinander überführbaren, SI-Einheiten zusammen. Die Leistung wird in Watt<sup>62</sup> gemessen.

$$1 \text{ Watt} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1 \text{ V} \cdot 1 \text{ A} = 1 \text{ W} \quad (14)$$

## 6.2. Stömungsmechanik

Physikalisch beschreibt der Druck den Zustand des Gepresstseins einer Flüssigkeit oder eines Gases. Dieser Zustand wird durch das Begrenzen der Flüssigkeit oder des Gases auf ein Volumen erzeugt. Die gepresste Flüssigkeit oder das Gas übt gleichmäßig Kraft auf die begrenzenden Flächen aus, so dass Druck das Verhältnis von Kraft zu einer Flächeneinheit, auf diese die Kraft gleichmäßig verteilt und senkrecht einwirkt, bestimmt werden kann.<sup>63</sup>

$$p = \frac{F}{A} \quad (15)$$

Im Laufe der Geschichte wurden viele Einheiten für den Druck festgelegt, allerdings wurde das Pascal im internationalen Einheitensystem (SI) als

---

<sup>62</sup>Zu Ehren des schottischen Erfinders James Watt (1736 - 1819), wurde die Einheit der Leistung nach ihm benannt.

<sup>63</sup>Vgl. Wodzinski, Rita: Zustandsgröße Druck, in: Schülervorstellungen in der Physik, hg. von Müller, Rainer u.a., o.O. 2011<sup>3</sup>, S. 215.



Druckeinheit gewählt. Im Bereich der Ingenieurwissenschaften wird zusätzlich bei hohen Drücken das Bar verwendet.

$$1 \text{ Pascal} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2} = 1 \text{ Pa} = 10^{-5} \text{ bar} \quad (16)$$

Wird beispielsweise eine zylinderförmige Vase mit Wasser gefüllt, so wirkt auf den Boden der Fläche  $A$  nur die Gewichtskraft des eingefüllten Wassers, sofern die oberhalb liegende Luftsäule vernachlässigt wird. Der auf den Boden wirkende Druck wird Schwere- oder auch hydrostatischer Druck genannt und kann berechnet werden aus:

$$p_{\text{schwere}} = \frac{F_g}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A} = \rho \cdot h \cdot g, \quad (17)$$

wobei  $\rho$  die Dichte der Flüssigkeit ( $\rho_{\text{Wasser}} = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ),  $g$  die Erdbeschleunigung ( $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ) und  $h$  die Wassersäulenhöhe darstellen.

Ist die mit Wasser gefüllte Vase nicht homogen geformt, aber die Bodenfläche und die Füllhöhe gleich, so wirkt dennoch der Druck  $p_{\text{schwere}} = \rho g h$  auf den Boden. Dieses Phänomen wird das hydrostatische Paradoxon genannt, da man intuitiv annehmen könnte, der Druck auf den Gefäßboden würde vom Flüssigkeitsgewicht abhängen. Durch eine Kräftebetrachtung verschieden geformter Gefäße gleicher Füllhöhe und gleicher Bodenfläche (Abbildung 13), kann dieses Phänomen erläutert werden.

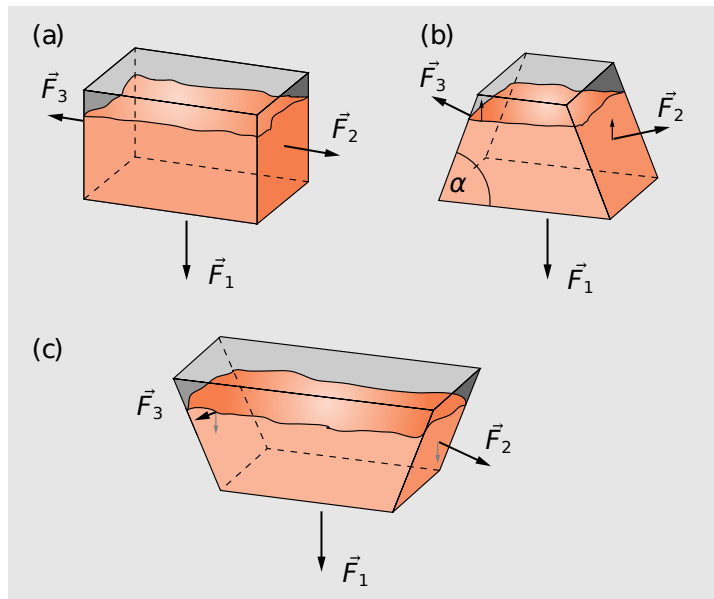


Abbildung 13: Kräftebetrachtung von Gefäßen verschiedener Form aber gleicher Füllhöhe und gleicher Bodenfläche

Der Vergleich der Gefäße (a), (b) und (c) zeigt, dass die Kraftkomponenten von  $\vec{F}_2$  und  $\vec{F}_3$ , die parallel zu  $\vec{F}_1$  stehen, bei allen drei Gefäßen unterschiedlich sind. In (a) sind diese Komponenten Null, und es wirkt nur  $\vec{F}_1$  auf den Boden, während in (b) die Gegenkräfte der Wände zu dieser Komponente parallel zu  $\vec{F}_1$  wirken und in (c) die Wände den Teil des größeren Flüssigkeitsgewichtes kompensieren. Wird jedoch der auf den Boden ausgeübte Druck  $p = \frac{F_1}{A}$  verglichen, so ist dieser in allen drei Gefäßen gleich.

In Bezug auf das Modell eines Speicherkraftwerk, folgt aus dem hydrostatischen Paradoxon, dass ungeachtet der Schlauchform bei gleichem Querschnitt, nur die Höhe der Wassersäule einen Einfluss auf den Druck am Ende der Schlauchleitung hat.

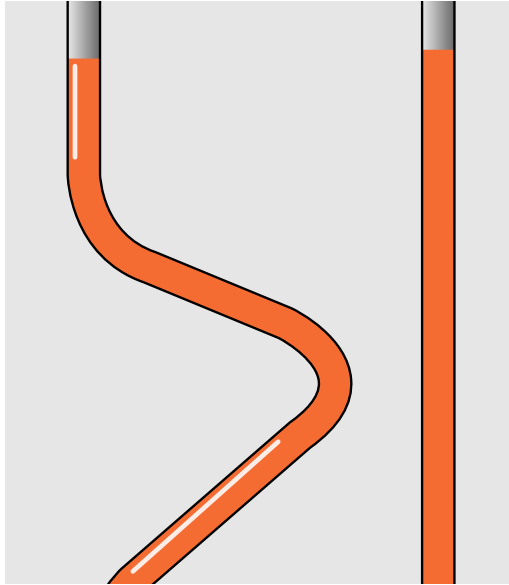


Abbildung 14: Schläuche gleichen Querschnitts und Füllhöhe aber verschiedener Länge

In Bezug auf den später diskutierten Modellaufbau hat dies theoretisch die Auswirkung, dass der hydrostatische Druck am Turbinenhausanschluss nur vom Wasserstand des Oberbeckens und dem Schlauchquerschnitt abhängig ist, da die Höhendifferenz zwischen Oberbecken und Turbinenhausanschluss nicht veränderbar ist. Die Schlauchlänge und die Krümmung sollten keinen Einfluss haben.

Durch die Hydrodynamik können sich bewegende Fluide beschrieben werden. Doch ist es für einen Vergleich sich bewegender Fluide unzureichend nur die Strömungsgeschwindigkeit zu betrachten, da durch die Geschwindigkeit allein keine Aussage darüber getroffen werden kann, welche Menge an Flüssigkeit bewegt wird. Hier ist es notwendig, den sogenannten Massenfluss zu betrachten. Dieser ist definiert als

$$\Phi = \frac{dm}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} \quad (18)$$

Wird ein durchflossener horizontaler Rohrabschnitt mit der Querschnittsfläche  $A_1$  und einem Massenfluss  $\Phi$  betrachtet, bei dem sich der Querschnitt von  $A_1$  auf  $A_2$  verjüngt, nimmt die Flüssigkeit eine höhere Fließgeschwindigkeit an.

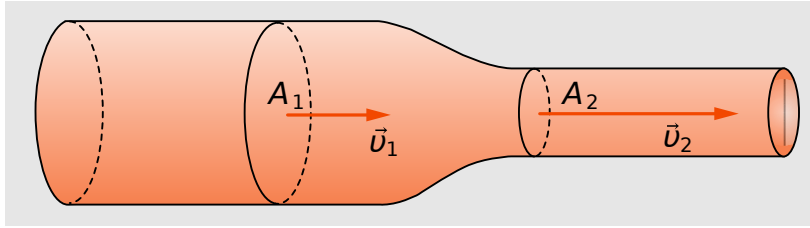


Abbildung 15: Geschwindigkeitserhöhung bei Querschnittverjüngung

Da in einem geschlossenen System keine Massenzunahme stattfinden kann, ist der Massenfluss in einem System konstant. Daraus resultiert die Kontinuitätsgleichung für Fluide.<sup>64</sup>

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \vec{\nabla} \vec{v} = 0 \quad (19)$$

Bei strömenden Fluiden moderaten Drucks kann die Dichte der Flüssigkeit überall im System als konstant angesehen werden. Flüssigkeiten, deren Dichte innerhalb eines Systems konstant bleibt, werden als inkompressible Flüssigkeiten bezeichnet. Liegt ein solches System vor, kann der leichter messbare Volumenstrom betrachtet werden, um verschiedene inkompressible Flüssigkeiten zu vergleichen. Der sogenannte Volumenstrom  $I_V$  gibt an, welches Volumen der Flüssigkeit in einem Zeitintervall  $\Delta t$  bewegt wird. Wird beispielsweise ein Rohr mit der Querschnittsfläche  $A$ , durch das Wasser der Strömungsgeschwindigkeit  $v$  fließt, betrachtet, so setzt sich der Volumenstrom wie folgt zusammen:

$$I_V = \frac{\Phi}{\rho} = A \cdot v \quad (20)$$

Aus der Konstanz des Volumenstroms folgt für das Beispiel in Abbildung 15 die Kontinuitätsgleichung:

$$\rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2 \quad (21)$$

Ist die Flüssigkeit inkompressibel, dann gilt  $\rho = \rho_1 = \rho_2$  und die Konti-

<sup>64</sup>Die Herleitung der Kontinuitätsgleichung kann detailliert beispielsweise in Meschede, 2010<sup>24</sup>, S. 112ff oder in Demtröder, Wolfgang: Experimentalphysik 1 Mechanik und Wärme, Berlin u.a., 2006<sup>4</sup>, S. 228f nachgelesen werden. Auf eine erneute Herleitung wird an dieser Stelle auf Grund des Umfangs verzichtet.

nuitätsgleichung vereinfacht sich zu:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \quad (22)$$

Muss die Flüssigkeit zusätzlich zur Verjüngung des Rohrquerschnitts eine Höhendifferenz überwinden, reicht die Betrachtung des Volumenstroms nicht aus, um dies zu beschreiben. Es muss in dem Rohrabschnitt die gesamte mechanische Energie des Messvolumens und die Gesamtarbeit, die an diesem verrichtet wird, betrachtet werden. Aus Gleichung 8 folgt für die gesamte mechanische Energie:

$$E_{\text{ges}} = \Delta E_{\text{pot}} + \Delta E_{\text{kin}} = \rho \cdot g \cdot V \cdot (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \rho \cdot V \cdot (v_2^2 - v_1^2) \quad (23)$$

Wobei der Index 1 für den Bereich vor der Verjüngung und Höhenveränderung, der Index 2 für den Bereich danach steht. Für die gesamte an der Volumeneinheit  $V$  geleistete Arbeit gilt:

$$W_{\text{ges}} = F_1 \cdot \Delta x_1 + F_2 \cdot \Delta x_2 = p_1 \cdot V - p_2 \cdot V = (p_1 - p_2) \cdot V \quad (24)$$

Wird von Reibungsverlusten abgesehen, ist die gesamte mechanische Energie notwendig, um die gesamte Arbeit an dem Messvolumen zu verrichten, es gilt dann:

$$(p_1 - p_2) \cdot V = W_{\text{ges}} = E_{\text{ges}} = \rho \cdot g \cdot V \cdot (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \rho \cdot V \cdot (v_2^2 - v_1^2) \quad (25)$$

$$(p_1 - p_2) = \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) \quad (26)$$

Wird die obige Gleichung den Indizes nach geordnet, so folgt als allgemeine Form die Bernoulli-Gleichung<sup>65</sup> für stationäre Strömungen von nicht viskosen und inkompressiblen Flüssigkeiten.

$$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const.} \quad (27)$$

In dieser Gleichung sind Druck, Höhe und Fließgeschwindigkeit in einem System miteinander verknüpft.

---

<sup>65</sup>Daniel Bernoulli (1700 - 1782) war schweizer Mathematiker und Physiker, der unter anderem mit Leonard Euler zusammen arbeitete.

### 6.3. Strömungsdynamik

Im vorigen Kapitel wurden zwar verschiedene Fälle von strömenden Fluiden betrachtet, aber Reibungseffekte vernachlässigt. Da im Realfall Reibungseffekte beobachtbar sind, muss bei einer Betrachtung die Viskosität des Fluids berücksichtigt werden. Die Viskosität  $\eta$  ist ein Maß für die Zähigkeit der Flüssigkeit, die durch Reibungskräfte zwischen den Fluidmolekülen untereinander hervorgerufen wird. Sie ist fluidspezifisch und temperaturabhängig. Wird die Bernoulli-Gleichung (27) auf ein horizontales Rohrstück mit konstantem Querschnitt angewandt, so müsste über die Länge  $l$  zwischen Anfangs- und Endpunkt der gleiche Druck herrschen. Experimentell ist allerdings ein Druckabfall entlang der Strömungsrichtung festzustellen. Dieser ist durch die Viskosität des Fluides und die damit verbundenen Reibungseffekte zu erklären, da diese der antreibenden Druckkraft entgegenwirken.

Da im Modellversuch Schlauchleitungen mit rundem Querschnitt verwendet werden und die entstehenden Druckverhältnisse morderat sind, wird im folgenden die laminare Rohrströmung näher betrachtet. Sie zeichnet sich durch parallel zu den Rohrwänden ausgerichteten Stromlinien und die dazu notwendige geringe Strömungsgeschwindigkeit aus. Der menschliche Blutkreislauf ist ein Beispiel für eine Strömung, die normalerweise laminar ist.<sup>66</sup> Wird wie in Abbildung (16) ein gerades Rohrstück mit Radius  $R$  und der Länge  $l$  betrachtet, so bildet sich ein parabolisches Geschwindigkeitsprofil aus. Nach dem Modell der laminaren Strömung bewegen sich die Moleküle der Flüssigkeit in Hohlzylinderschichten entlang des Rohres. Stöße zwischen Molekülen benachbarter Schichten führen zu Reibung, die der Strömungsgeschwindigkeit der Schicht entgegenwirken. Die äußerste Schicht reibt an der Wand, die zweitäußerste Schicht reibt an der Äußersten und kann sich schneller entlang des Druckgefälles bewegen. Je weiter die Schicht vom Rand entfernt ist, desto schneller kann sie sich entlang des Druckgefälles bewegen. Das Geschwindigkeitsprofil hängt makroskopisch von der Viskosität des Fluides und der Länge des Rohrabschnittes ab.

---

<sup>66</sup>Vgl. Meschede, 2010<sup>24</sup>, S. 124 und S. 129.

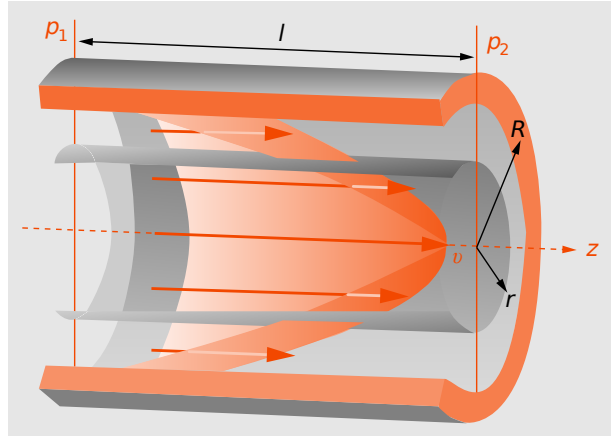


Abbildung 16: Schema einer laminaren Strömung durch ein Zylinderstück

Wird dieser Rohrabschnitt in infinitesimale Hohlzylinder mit Radien  $r$  zerlegt, so kann die Reibungskraft  $F_R$ , die auf deren Mantelflächen wirkt, berechnet werden durch:

$$F_R = 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr} \quad (28)$$

Auf die Querschnittsfläche wirkt zusätzlich die von der Druckdifferenz ausgeübte Kraft ein.

$$F_D = A \Delta p = \pi r^2 \cdot (p_1 - p_2) \quad (29)$$

Wird der stationäre Fall  $F_R = F_D$  betrachtet, so folgt

$$\frac{dv}{dr} = \frac{r \cdot \Delta p}{2l\eta}. \quad (30)$$

Durch Integration über den Radius mit der Annahme, dass für die Flüssigkeitsschicht direkt an der Wand  $v = 0$  und in der Mitte  $v = v_0$  ist, kann das parabolische Geschwindigkeitsprofil berechnet werden.

$$v(r) = \int_r^R \frac{r \cdot \Delta p}{2l\eta} dr \quad (31)$$

$$v(r) = \frac{R^2 \cdot \Delta p}{4l\eta} - \frac{r^2 \cdot \Delta p}{4l\eta} \quad (32)$$

Da der Volumenstrom  $I_V$  wie in Gleichung (20) definiert ist, der Rohrquerschnitt konstant, aber die Fließgeschwindigkeit variabel ist, folgt für den reellen Volumenstrom durch den gesamten Rohrquerschnitt:

$$I_V(r) = \int_0^R A \cdot v(r) dr = \int_0^R \frac{2\pi \cdot r^3 \cdot \Delta p}{2l\eta} dr \quad (33)$$

$$I_V = \frac{\pi R^4}{8l\eta} \cdot \Delta p \quad (34)$$

Gleichung (34) wurde von Gotthilf Hagen und Jean Poiseuille entwickelt und wird daher Hagen-Poiseuille-Gesetz<sup>67</sup> genannt. Mit Hilfe dieses Gesetzes sind Berechnungen des Volumenstromes aufgrund der vorgegebenen Druckunterschiede möglich. Eine wichtige Erkenntnis ist, dass der Volumenstrom mit der vierten Potenz des Radius ansteigt.

In Anlehnung an das Ohmsche Gesetz der Elektrizitätslehre<sup>68</sup> wird Gleichung (34) auch Ohmsches Gesetz für laminare Strömungen genannt. Der Faktor  $\frac{8l\eta}{\pi R^4}$  wird daher als Strömungswiderstand bezeichnet.

Wird der Gesamtdruck im Rohr betrachtet, so folgt für die Gesamtdruckkraft

$$F_p = A \cdot \Delta p = \pi R^2 \cdot I_V \cdot \frac{8l\eta}{\pi R^4} = \frac{8l\eta}{R^2} \cdot I_V \quad (35)$$

## 6.4. Turbulente Strömung

Fließt ein Fluid mit geringer Geschwindigkeit durch ein Rohr, genügt es, die laminare Strömung und die damit verbundenen Reibungseffekte zu betrachten. Ist die Strömungsgeschwindigkeit jedoch hoch, ein Maß wird später gegeben, dominieren nicht mehr die Reibungseffekte der laminaren Strömung, sondern die der turbulenten Strömung. Durch die Fluidbewegung und die damit verbundene Reibung zwischen den Molekülen entstehen makroskopische Wirbel, die je nach Geschwindigkeit sichtbar sein können. Auch wenn diese mit dem bloßen Auge kaum erkennbar sind, haben diese Wirbel einen Einfluss auf die Strömungsgeschwindigkeit des Fluids.

Im Gegensatz zur laminaren Strömung, bei der sich die Flüssigkeit in makroskopischen Schichten bewegt, durchmischen sich bei der turbulenten Strömung diese Schichten. Es bilden sich Wirbel. Da ein Teil der Rotationsbewegung der Wirbel entgegen der Strömungsrichtung wirkt, wird die Strömungsgeschwindigkeit in diesem Bereich verringert. Treten Wirbel in einem durchflossenen Rohr auf, so verringern sie die mittlere Strömungsgeschwindigkeit. Wird beispielsweise wie in Abbildung 17 die Strömungsrichtung in  $-\vec{x}$  Rich-

<sup>67</sup>Der deutsche Ingenieur Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen (1794 - 1884) untersuchte 1839 experimentell und unabhängig von dem französischen Physiker Jean Louis Léonard Marie Poiseuille (1797 - 1869), der in den Jahren 1840 -1847 auf dem selben Gebiet forschte, das Strömungsverhalten von Fluiden in Röhren.

<sup>68</sup>Das Ohmsche Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen angelegter Gleichspannung  $U$ , Stromfluss  $I$  und Widerstand  $R$  durch einen Leiter bei konstanter Temperatur. Es ist zu Ehren des deutschen Physikers Georg Simon Ohm nach ihm benannt. Eine Schreibweise ist  $I = \frac{U}{R}$ .



tung angenommen, so können durch Geschwindigkeitsunterschiede im Fluid die gezeigten gegenläufigen Wirbel entstehen.

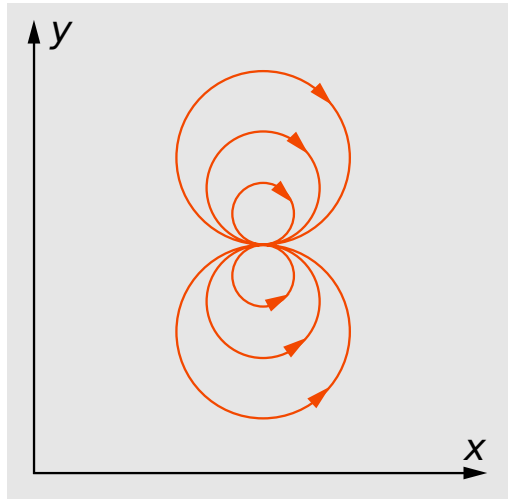


Abbildung 17: Schematische Darstellung zweier gegenläufiger Wirbel

Die der Hauptströmungsrichtung des Fluides entgegengesetzten Komponenten des Wirbels bewirken eine Verringerung der mittleren Strömungsgeschwindigkeit. Solche Wirbel können überall auftreten, vermehrt jedoch an Kanten oder an sich in der Strömung befindlichen Körpern. Je höher die Strömungsgeschwindigkeit ist, desto mehr Wirbel entstehen. Ab einer bestimmten Geschwindigkeit und der damit verbundenen nicht algebraisch berechenbaren Anzahl an Wirbeln, wird von einer turbulenten Strömung gesprochen.

Diese Turbulenzen bewirken einen der Strömung entgegenwirkenden Druck, der mit der Strömungsgeschwindigkeit stark ansteigt.

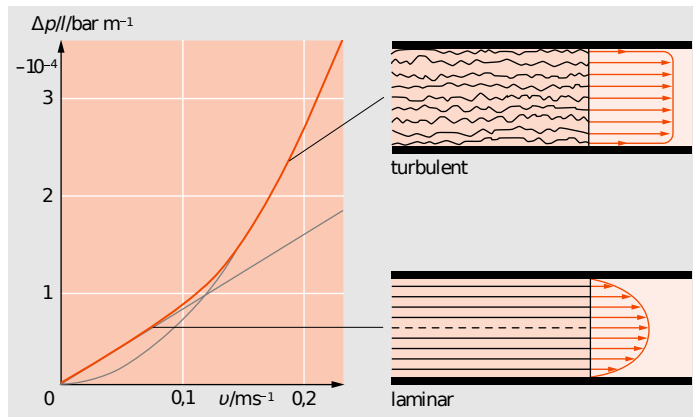


Abbildung 18: Übergang von laminarer in turbulente Strömung in Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit

In Abbildung 18 ist der Gegendruck pro Leitungslänge gegen die Strömungsgeschwindigkeit aufgetragen. Des Weiteren ist eingezeichnet, in welchem Bereich die laminare bzw. die turbulente Strömung dominiert. Der Strömungswiderstand steigt also mit höheren Strömungsgeschwindigkeiten.

In Bezug auf eine Turbine, die auf dem Aktionsprinzip basiert, verringert der Strömungswiderstand durch Turbulenzen den Wirkungsgrad der Anlage.

Um einschätzen zu können, ob eine Strömung schon merkliche Turbulenzen ausbildet, kann die Reynoldszahl<sup>69</sup>  $Re$  betrachtet werden:

$$Re := \frac{2r\rho\bar{v}}{\eta} \quad (36)$$

wobei  $r$  den Rohrradius,  $\bar{v}$  die mittlere Fluidgeschwindigkeit,  $\rho$  die Dichte und  $\eta$  die Viskosität der Flüssigkeit darstellen.

Für Rohrströmungen mit  $Re > 2000$  können diese als turbulent angesehen werden<sup>70</sup>. Eine Berechnung der Reibungseffekte durch Turbulenzen ist durch die zeitliche Varianz der einzelnen Wirbel und deren Entstehung nicht mehr algebraisch möglich. Einen numerischen Zugang bietet allerdings die Navier-Stokes-Gleichung für Flüssigkeiten<sup>71</sup>, welche die Reibungskräfte, Schwer-

<sup>69</sup>Sie ist nach dem britischen Physiker Osborne Reynolds (1842 - 1912), der unter anderem auf dem Gebiet der Strömungsmechanik forschte.

<sup>70</sup>Vgl. Meschede, 2010<sup>24</sup>, S. 130.

<sup>71</sup>Vgl. Vgl. Meschede, 2010<sup>24</sup>, S. 130. Siehe auch Demtröder, 2006<sup>4</sup>, S. 283.

kraft und Druckkraft berücksichtigt.

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} + \rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\rho \vec{g} - \vec{\nabla} p + \eta \vec{\nabla}^2 \vec{v} \quad (37)$$

Liegt eine Strömung mit  $Re < 2000$  vor, so können die Reibungseffekte durch Turbulenzen vernachlässigt werden, so dass bei diesen Strömungen die laminaren Reibungseffekte dominieren. Das Hagen-Poiseuille-Gesetz (34) kann somit genutzt werden, um diese zu beschreiben.

## 6.5. Turbinengrundlagen

Da für den praktischen Versuchsaufbau ein Laufrad gewählt wurde, das dem einer Pelton-Turbine<sup>72</sup> ähnlich ist, werden im Folgenden die physikalischen Grundlagen zu diesem Turbinentyp genauer erläutert. Eine so genannte Fluidenergiemaschine, die als Kraftmaschine verwendet wird, wandelt die kinetische Energie des Fluids um, so dass dessen Energie für mechanische Arbeit bereitsteht. Der Energieübertrag lässt sich mit Hilfe von Stoßprozessen zwischen Fluid und Turbinenschaufeln erklären. Trifft das Fluid die Turbinenschaufel, findet ein Impulsübertrag statt. Dieser Impulsübertrag unterliegt dem Impulserhaltungssatz, sodass für ein Messvolumen  $V$  mit der Masse  $m_V$  und Geschwindigkeit  $v$ , welches auf eine Turbinenschaufel der Masse  $m_S$  und der Umfangsgeschwindigkeit  $u$  trifft, gelten muss,

$$m_V \cdot v_{\text{vor}} + m_S \cdot u_{\text{vor}} = m_V \cdot v_{\text{nach}} + m_S \cdot u_{\text{nach}} \quad (38)$$

Ein Teil der kinetischen Energie des Fluids wird damit an die Schaufel und durch das entstehende Drehmoment an die Welle, in Form von Rotationsenergie, übertragen.

Wichtig ist in Bezug auf den Impulsaustausch, den relativen Anteil zu betrachten, da sich die Schaufeln während des Betriebes mit der Umfangsgeschwindigkeit  $u$  bewegen.

---

<sup>72</sup>Aufbau und Funktionsweise der Pelton-Turbine in Kapitel 5.4 erläutert.

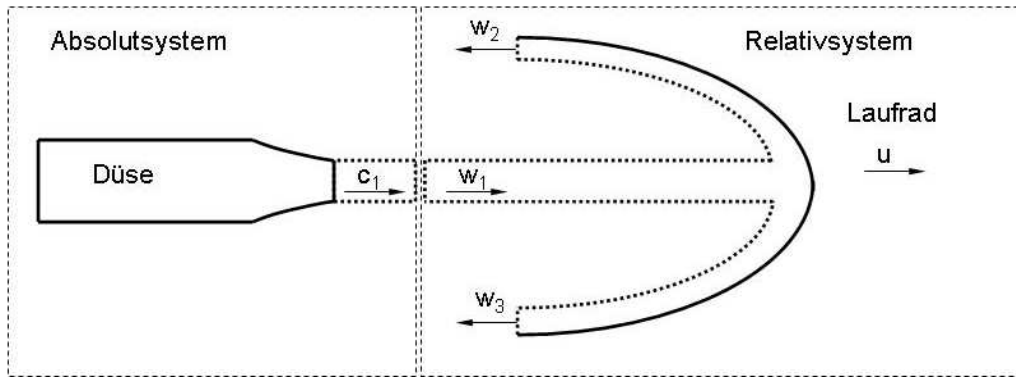


Abbildung 19: Schematische Darstellung der Absolut- und Relativgeschwindigkeiten an der Turbinenschaufel

Abbildung (19) zeigt schematisch die Geschwindigkeiten an der Turbinenschaufel, wobei  $c_1$  die Geschwindigkeit des Fluidstrahls,  $w_1$  die relative Geschwindigkeit des Fluidstrahls zur Schaufel und  $w_2, w_3$  die relativen Geschwindigkeiten der abgelenkten Teilstrahlen darstellen. Da maximal nur der relative Anteil der kinetischen Energie des Fluidstrahls an die Turbine übertragen werden kann, ist es notwendig, diesen berechnen zu können. Dafür muss die relative Geschwindigkeit des Fluidstrahls  $w_1$ , die über folgende Gleichung bestimmt wird, bekannt sein.

$$w_1 = c_1 - u \quad (39)$$

Mit Hilfe dieser Geschwindigkeiten kann über Gleichung (8) die zu einer bestimmten Umfangsgeschwindigkeit  $u$  des Turbinenlaufrades, maximal mögliche kinetische Energie ermittelt werden, die an die Turbinenschaufel übertragen werden kann. Somit hängt, bei konstanter Fluidgeschwindigkeit, die mögliche mechanische Leistung der Turbine von deren Drehzahl ab.

Da der Fluidstarhl ein Peltonturbinenrad tangential beaufschlagt und somit  $c_1, w_1$  und  $u$  parallel zueinander sind, genügt es, die Eintrittsgeschwindigkeiten skalar zu betrachten. Werden hingegen die Austrittsgeschwindigkeiten betrachtet, so muss der Umlenkwinkel  $\beta$  einbezogen werden. Dadurch ist eine geometrische Bestimmung über ein Geschwindigkeitsdreieck möglich. Wird der Einfachheit angenommen, dass eine reibungsfreie Strömung vorliegt, gilt daher näherungsweise für die Beträge der Relativgeschwindigkeiten  $w_1, w_2$  und  $w_3$ , dass diese gleich sind.

$$|w_1| = |w_2| = |w_3| \quad (40)$$

Dadurch kann nun das Geschwindigkeitsdreieck für die Austrittsgeschwindigkeiten erstellt werden.

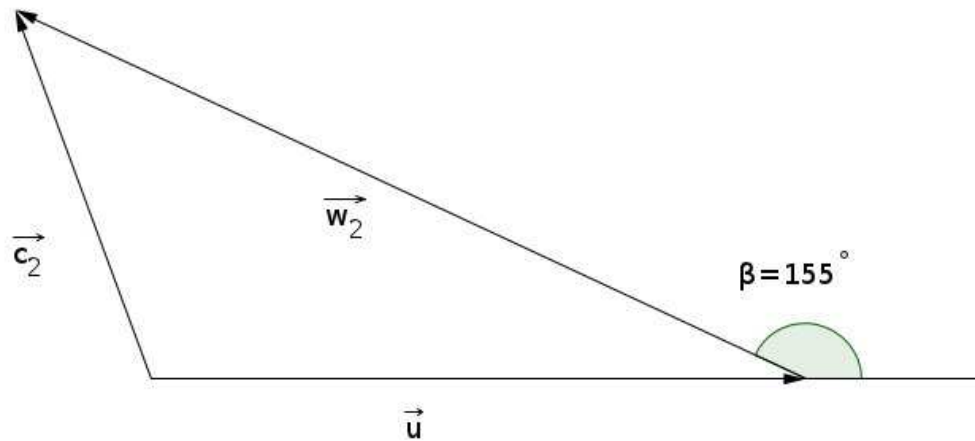


Abbildung 20: Geschwindigkeitsdreieck der Austrittsgeschwindigkeiten an der Turbinenschaufel

Daraus ergibt sich betragsmäßig,

$$c_2 = u + w_2 \cdot \cos \beta. \quad (41)$$

Sind alle Geschwindigkeiten bekannt, kann der Umfangswirkungsgrad, welcher angibt wie viel der Leistung des Fluidstrahl in Umfangsleistung der Turbine übertragen wird, berechnet werden. Er ist definiert als

$$\eta_u = \frac{P_u}{P_S}, \quad (42)$$

wobei  $P_u$  die Umfangsleistung der Turbine und  $P_S$  die durch den Fluidstrahl zugeführte Leistung beschreibt. Um die auf die Umfangsleistung berechnen zu können, muss die Eulersche Turbinengleichung (43) verwendet werden. Zunächst liefert diese als Lösung die spezifische Schaufelarbeit  $y_{th}$

$$y_{th} = c_2 u_2 - c_1 u_1 \quad (43)$$

aus welcher durch  $P_u = \frac{dm}{dt} y_{th}$  mit Hilfe der Überlegungen zu den Eintritts- und Austrittsgeschwindigkeiten

$$\text{i) } u = u_1 = u_2 \quad ^{73}$$

$$\text{ii) } |w_1| = |w_2| = |w_3| \quad ^{74}$$

$$\text{iii) } w_1 = c_1 - u \quad ^{75}$$

$$\text{iv) } c_2 = u + w_2 \cos \beta \quad ^{76}$$

die Umfangsleistung einer Pelton turbine bestimmt werden kann.

$$\begin{aligned}
 P_u &= \frac{dm}{dt} (c_2 u_2 - c_1 u_1) \\
 &\stackrel{\text{i}}{=} \frac{dm}{dt} u (c_2 - c_1) \\
 &\stackrel{\text{iv}}{=} \frac{dm}{dt} u (u + w_2 \cos \beta - c_1) \\
 &\stackrel{\text{ii}}{=} \frac{dm}{dt} u (u + w_1 \cos \beta - c_1) \\
 &\stackrel{\text{iii}}{=} \frac{dm}{dt} u (u + (c_1 - u) \cos \beta - c_1) \\
 &= \frac{dm}{dt} u (u - c_1) (1 - \cos \beta) \\
 &= - \frac{dm}{dt} u (c_1 - u) (1 - \cos \beta)
 \end{aligned} \tag{44}$$

Um den Umfangswirkungsgrad  $\eta_u$  zu bestimmen, wird das Verhältnis von Strahlleistung  $P_S = -\frac{1}{2} \frac{dm}{dt} \cdot c_1^2$  und Umfangsleistung  $P_u$  nach Gleichung (42) gebildet.<sup>77</sup>

$$\eta_u = \frac{P_u}{P_S} = \frac{(c_2 u_2 - c_1 u_1) \frac{dm}{dt}}{-\frac{1}{2} \frac{dm}{dt} \cdot c_1^2} = 2 \cdot (c_1 - u) (1 - \cos \beta) \frac{u}{c_1^2} \tag{45}$$

<sup>73</sup>Dies folgt aus der Geometrie der Turbine, da das Turbinenrad am Ein- und Auslauf die gleiche Umfangsgeschwindigkeit aufweist.

<sup>74</sup>Siehe Gleichung (40).

<sup>75</sup>Siehe Gleichung (39).

<sup>76</sup>Siehe Gleichung (41).

<sup>77</sup>Vgl. Link, Thomas: Wasserkraftanlagen, in Regenerative Energietechnik, hg. von Schabbach, Thomas/Wesselak, Viktor, Berlin u.a. 2009, S. 410ff. Siehe auch URL:<http://www.ie.ruhr-uni-bochum.de/download/pelton.pdf>, 09.01.2012

## 7. Modellaufbau

Der Modellaufbau soll die grundlegende Funktionsweise eines Wasserkraftwerkes aufzeigen und mögliche Limitierungen erfahrbar machen. Unter diesem Gesichtspunkt wählte ich einen Wasserkraftanlagentyp aus, von dem ich der Meinung war, dieser eigne sich am besten, um das Ziel zu erreichen. Die Wahl fiel auf ein Speicherkraftwerk, da dessen Funktionsweise intuitiv nachvollzogen werden kann. Zusätzlich lässt sich das Speicherkraftwerk als regenerative Energiequelle fächerübergreifend diskutieren.

Der Grundaufbau (Abbildung 21 links) stützt sich auf das Modell eines Speicherkraftwerkes, somit sind die Kernelemente wie bei einem Realbauwerk das Oberbecken (a), Turbinenhaus (b) und das Maschinenhaus (c). Eine Tauchpumpe (Abbildung 21 rechts), welche Wasser aus dem Unterbecken stetig in das Oberbecken pumpt, übernimmt im Modell die Funktion des natürlichen Zulaufes.

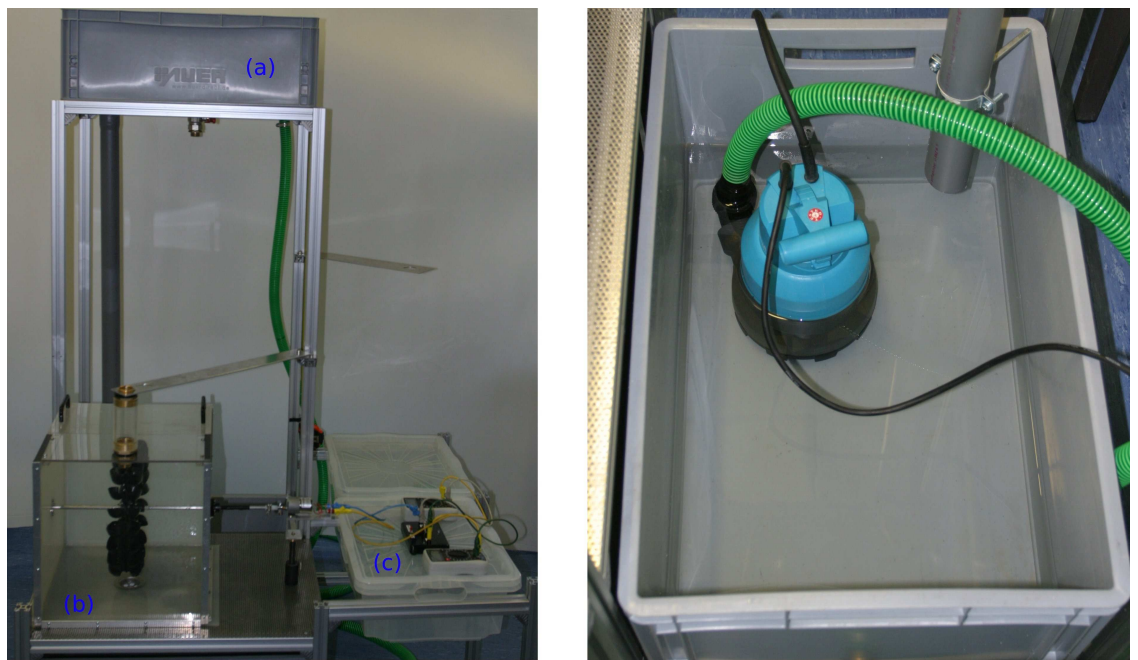


Abbildung 21: Darstellung des Modellaufbaus (links) und des Unterbeckens (rechts)

Da das verwendete Oberbecken wenig Wasser fasst und dadurch der Wasserstand bei Wasserentnahme schnell sinkt, was zu einer nicht einfach zu berechnenden Variablen führt, ist eine Kaskadenanordnung im Becken inte-

griert. Diese besteht aus drei aneinandergereihten Becken, welche sich nacheinander durch Überlaufen füllen. Auf diese Weise wird gewährleistet, dass der Wasserspiegel und damit die statische Höhe während eines Experimentes konstant bleiben.

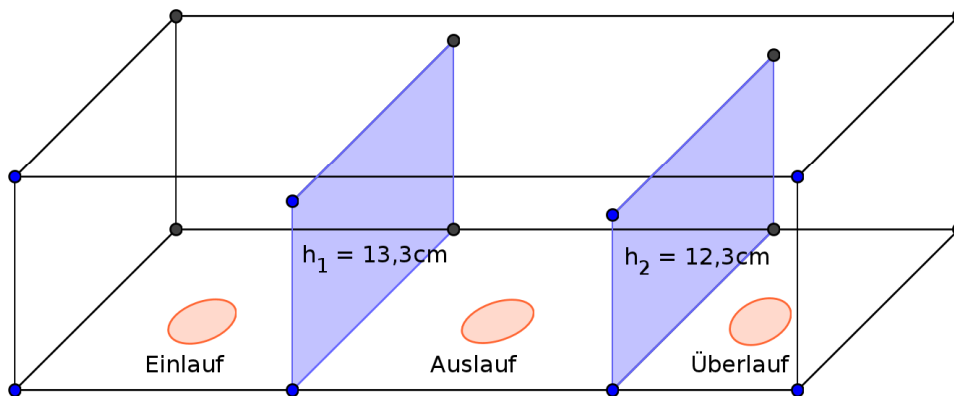


Abbildung 22: Schematische Darstellung des Oberbeckens inklusive Kaskadensystem

Die jeweiligen Kaskadenbecken werden im Folgenden nach ihrem Zweck benannt, sodass sie wie in Abbildung 22 von links nach rechts zu sehen, als Einlaufbecken, Auslaufbecken und Überlaufbecken bezeichnet sind. Dadurch dass das Wasser von unten in das Einlaufbecken gepumpt wird und Einlauf- und Auslaufbecken voneinander getrennt sind, werden verwirbelte Strömungen in dem Auslaufbecken minimiert. Durch die Trennung von Auslauf- und Überlaufbecken wird gewährleistet, dass das Auslaufbecken so lange den gleichen Wasserstand aufweist, wie die Tauchpumpe mehr Wasser in das Oberbecken pumpt, als aus dem mittleren Teilbecken für ein Experiment entnommen wird.





Abbildung 23: Gefülltes Oberbecken mit integriertem Kaskadensystem

Direkt am Auslauf des Auslaufbeckens ist ein Kugelhahn fest verschraubt. Kugelhähne gewährleisten bei geöffneter Stellung einen nahezu wirbelfreien Durchfluss, da sich der Schließmechanismus dann an die Rohrwand anschmiegt. Dass der Hahn direkt an dem Auslaufbecken sitzt, unterscheidet das Modell hier sehr stark von einem Realbauwerk, bei dem dieser direkt vor der Turbine sitzt, da die Druckrohrleitungen stets mit Wasser gefüllt sein müssen, um Luftblasen, welche die Turbine gefährden könnten, zu vermeiden.

Vom Kugelhahn<sup>78</sup> führt eine Schlauchleitung, die im Modell das Pendant zur Druckrohrleitung darstellt, zum Turbinenhaus. Durch die Schlauchleitung wird das Wasser aus dem Oberbecken senkrecht auf die Turbinenbecher geleitet. Für die Experimentserie sind die Schlauchleitungen auswechselbar, um die Wirkung verschiedener Schlauchquerschnitte auf Drehzahl und Leistung der Turbine beziehungsweise auf den Generator messen zu können. Die senkrechte Einleitung des Wassers auf das Turbinenrad gewährleistet, dass dieses, unabhängig vom verwendeten Schlauch, vom Zentrum des Fluidstrahls an der gleichen Stelle getroffen wird. Würde beispielsweise eine horizontale Anströmung durch eine feste Verschraubung gewählt werden, so würde bei unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten der Auftreffpunkt variieren. Diese können zwar über den schiefen Wurf berechnet werden, aber eine genaue Justierung des Strahls auf einen bestimmten Punkt wäre mit

<sup>78</sup>Eine Abbildung (52) dem Anhang beigelegt.

einem übermäßigen Aufwand verbunden.

Das Turbinenhaus beherbergte in der ersten Konstruktionsphase ein sechsbecheriges Turbinenrad, das an ein Peltonturbinenrad angelehnt ist, sich aber davon unterscheidet. Es handelt sich um einen Abdruck eines Peltonrades aus Kunstharz, wie in Abbildung 24 gezeigt. Ein sogenanntes Turgowheel besitzt keine Doppelbecher, sondern nur einfache Becher mit Ausparungen am oberen Rand, die wie bei einer Pelton-Turbine bewirken, dass der Fluidstrahl immer mehrere Becher beaufschlagt.

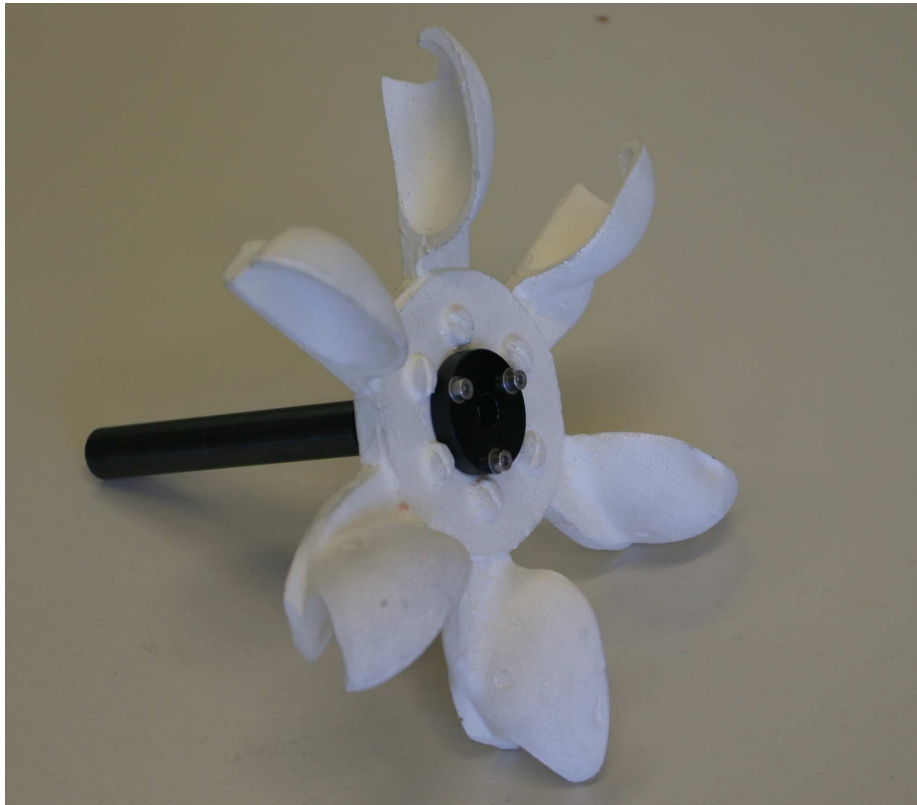


Abbildung 24: Sechsbechriges Turgowheel

Da das Laufrad aus Kunstharz gefertigt ist, ist es im Vergleich zu einem Metallrad deutlich leichter, was wiederum den Einsatz einer dünneren Welle ermöglicht und damit einen geringeren Einfluss von Reibungseffekten bewirkt, da die Auflagefläche der Welle minimiert werden kann. Über die horizontale und gelagerte Welle kann die Rotationsbewegung des Rades außerhalb des Turbinenhauses auf einen Generator übertragen werden. Für die Bestimmung des maximalen Drehmoments an der Welle kann eine entsprechende Scheibe an dieser angebracht werden, um über eine Kraftmessung das Drehmoment zu bestimmen.

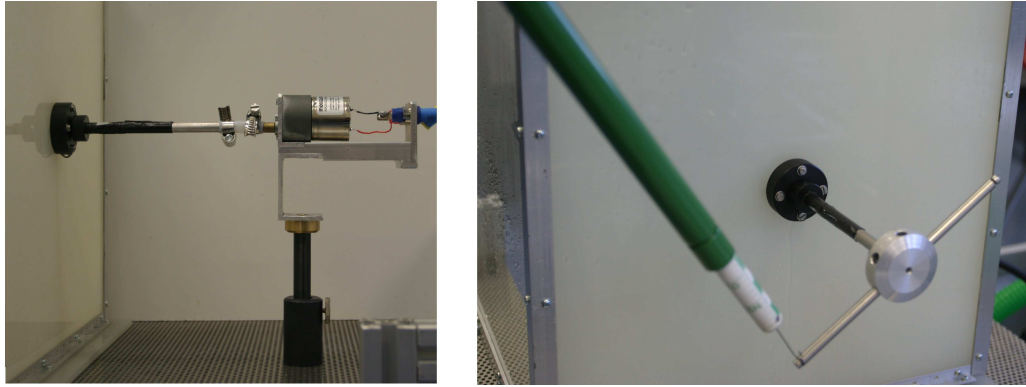


Abbildung 25: Darstellung der Generator-Wellen-Verbindung (links) und der Kraftmessungsanordnung (rechts)

Der Modellaufbau ermöglicht die Verwendung verschiedener Generatoren. Über eine Volt- und Amperemeterschaltung kann die elektrische Leistung, die an einer Glühbirne oder einer LED umgesetzt wird, gemessen werden. Die Anordnung sollte nach dem Schaltbild in Abbildung (26) aufgebaut sein. Es ist bekannt, dass Messgeräte durch ihren Innenwiderstand die Schaltung beeinflussen und somit das Messergebnis in gewisser Weise verfälschen. Daher ist es notwendig, sich darüber zu informieren, welche Innenwiderstände die verwendeten Geräte haben. Damit ein Voltmeter den Spannungsabfall an einem Bauteil möglichst genau misst, werden Voltmeter mit hohen Innenwiderständen gebaut. Das gewährleistet einen geringen Stromfluss durch das Messgerät, sodass die Spannungsmessung an dem Bauteil genauer wird, je höher der Innenwiderstand des Messgerätes ist. Genau entgegengesetzt verhält es sich bei einem Amperemeter, da diese mit sehr geringen Innenwiderständen gebaut werden müssen, damit der Spannungsabfall am Amperemeter möglichst gering ist. Daraus ergibt sich für die Gesamtschaltung die im Schaltplan (Abbildung 26) aufgezeichnete Messgeräteanordnung.

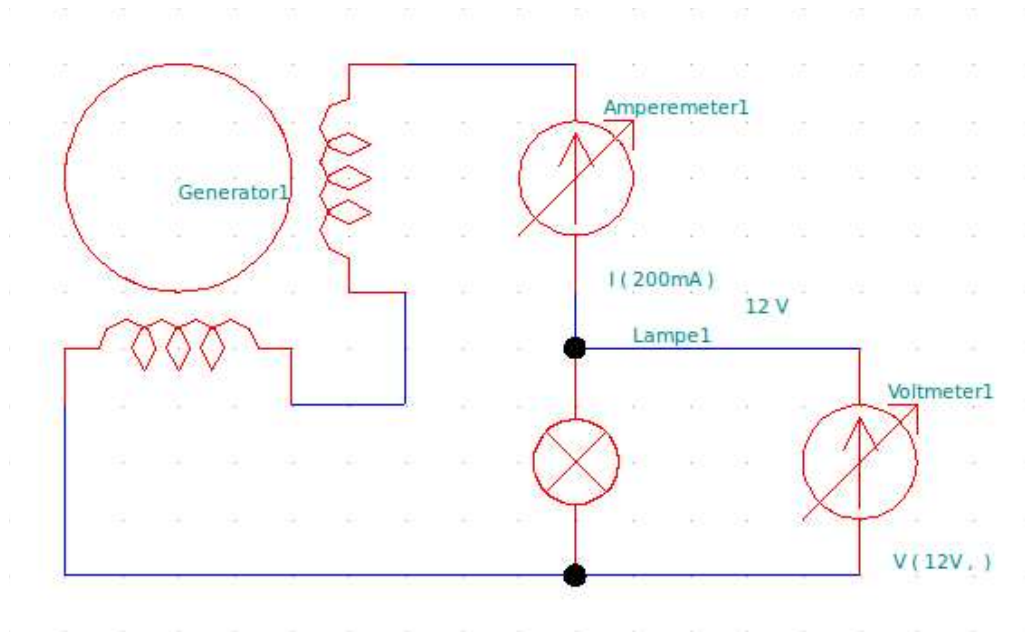


Abbildung 26: Schaltbild der Generator-Multimeter-Anordnung

Mit dem Voltmeter wird der Spannungsabfall über der Lampe und mit dem Amperemeter den Stromfluss durch Lampe gemessen. Der Gesamtwiderstand  $R_{\text{ges}_1}$  der Schaltung kann mit Hilfe der Innenwiderstände des Voltmeters  $R_V$ , des Amperemeters  $R_A$  und der Lampe  $R_L$  berechnet werden durch folgende Gleichung.

$$R_{\text{ges}_1} = R_A + \left( \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R_L} \right)^{-1} \quad (46)$$

Würde hingegen das Voltmeter den Spannungsabfall über Amperemeter und Lampe messen, das Amperemeter nur den Stromfluss durch die Lampe, dann errechnet sich der Gesamtwiderstand  $R_{\text{ges}_2}$  mit folgender Gleichung.

$$R_{\text{ges}_2} = \frac{R_V \cdot (R_L + R_A)}{R_V + R_L + R_A} \quad (47)$$

Im Vergleich der Gesamtwiderstände zum Lampenwiderstand ist die Abweichung durch eine Abschätzung<sup>79</sup> der Widerstände im ersten Fall geringer, sodass diese die in Abbildung 26 dargestellte Schaltung die günstigere darstellt.

<sup>79</sup>Die Innenwiderstände der Messgeräte können den jeweiligen Bedienungsanleitungen entnommen werden.

## 8. Optimierung der Anlagenkomponenten

Zwar ist das Ziel des Modellaufbaus, ein möglichst gutes Modell eines Speicherkraftwerkes darzustellen, anhand dessen die Funktionsweise einer solchen Kraftanlage und der einzelnen Teilbereiche erfahren werden kann, doch lassen sich mit Hilfe dieses Aufbaus auch grundlegende Prinzipien der Strömungslehre aufzeigen. Zu diesem Zweck sollen nachstehend die einzelnen Variablen in eigenen Versuchsteilen analysiert werden, um am Ende eine Konstellation auswählen zu können, die einen möglichst hohen Wirkungsgrad erzielen kann.

### 8.1. Auswahl der Rohrleitung

Bei der Planung eines Speicherkraftwerks muss die geographische Lage des Bauortes berücksichtigt werden, sodass Nettotallhöhe und Entfernung zwischen Oberbecken und Turbinenhaus festgelegt sind. Die erste Variable, die einen Einfluss auf den Wirkungsgrad des Kraftwerks hat, ist die Dimensionierung der Druckrohrleitung, die das Oberbecken mit dem Turbinenhaus verbindet. Wie können die Rohrleitungen variiert werden, um hohe Leistungen erzielen zu können?

Zunächst muss hier der Bezug zu den physikalischen Grundlagen hergestellt werden. Da die eingebaute Turbine durch Impulsübertrag<sup>80</sup> in Rotation versetzt wird, ist ausschlaggebend, wie viele Wasserteilchen mit welcher Geschwindigkeit die Becher beaufschlagen. Der Volumenstrom bietet ein sehr gutes Maß, um verschiedene Konstellationen zu vergleichen. Aus dessen Definition können die beeinflussenden Variablen abgeleitet werden. Somit muss immer beachtet werden, dass bei gleichem Volumenstrom, verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten vorliegen können. Daher stellt sich die Frage, welche Randbedingungen die Geschwindigkeit beeinflussen.

Die Bernoulli-Gleichung (27) liefert für eine inkompressible, reibungsfreie Strömung im Schwerfeld der Erde eine Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit von der Schweredruckhöhe (Wassersäulenhöhe).

Um dies überprüfen zu können, wird Wasser aus dem Oberbecken über einen Schlauch mit einem konstanten Querschnitt ( $d = 4 \text{ mm}$ ) und konstanter Länge ( $l = 1,27 \text{ m}$ ) aber aus unterschiedlichen Höhen in den Messbehälter fallen gelassen und der jeweilige Volumenstrom über Auslitern ermittelt.

---

<sup>80</sup>Siehe dazu Abschnitt 5.4 und Abschnitt 6.5.



Abbildung 27: Darstellung des Aufbaus zur Überprüfung der Bernoulli-Gleichung

Bei einer Wasserhöhe im Becken von etwa 12,5 cm und einer maximalen Nettofallhöhe von 0,9 m kann die Druckdifferenz des umgebenden Druckes vernachlässigt werden, sodass  $\rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{const.}$  erfüllt sein muss. Damit ergibt sich für die Ausflussgeschwindigkeit

$$v \propto \sqrt{h} \quad (48)$$

Die Auswertung der durchgeführten Messungen zeigt den oben postulierten linearen Zusammenhang zwischen  $v$  und  $\sqrt{h}$  (siehe Abbildung 28). Eine Proportionalität liegt nicht vor, da die Regressionsgerade die Ordinate nicht im Koordinatenursprung schneidet, was auf Reibungseffekte zurückzuführen ist.

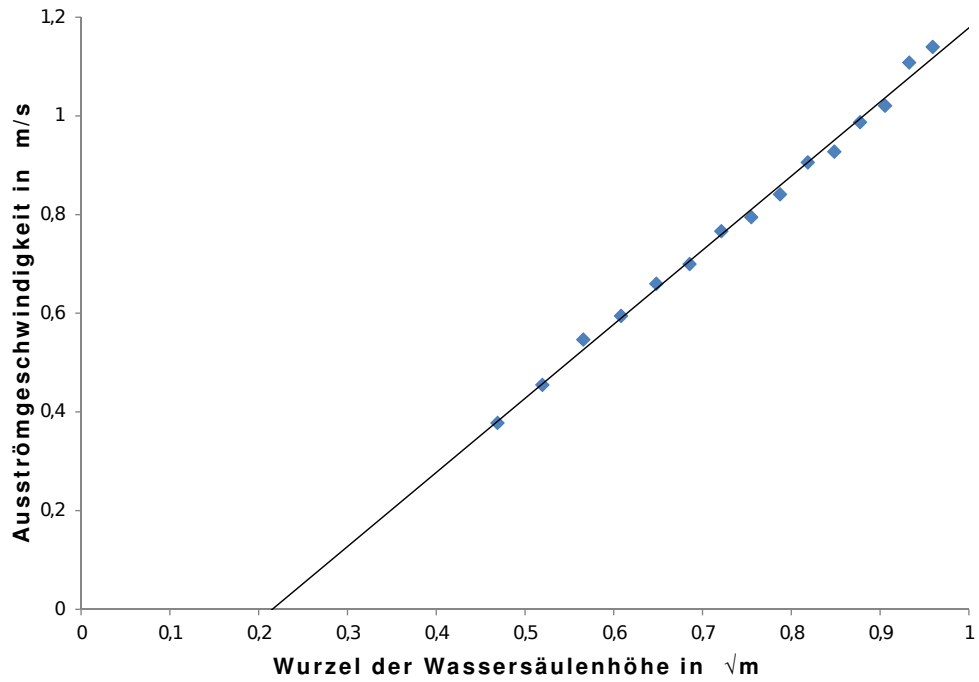


Abbildung 28: Strömungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Wassersäulenhöhe

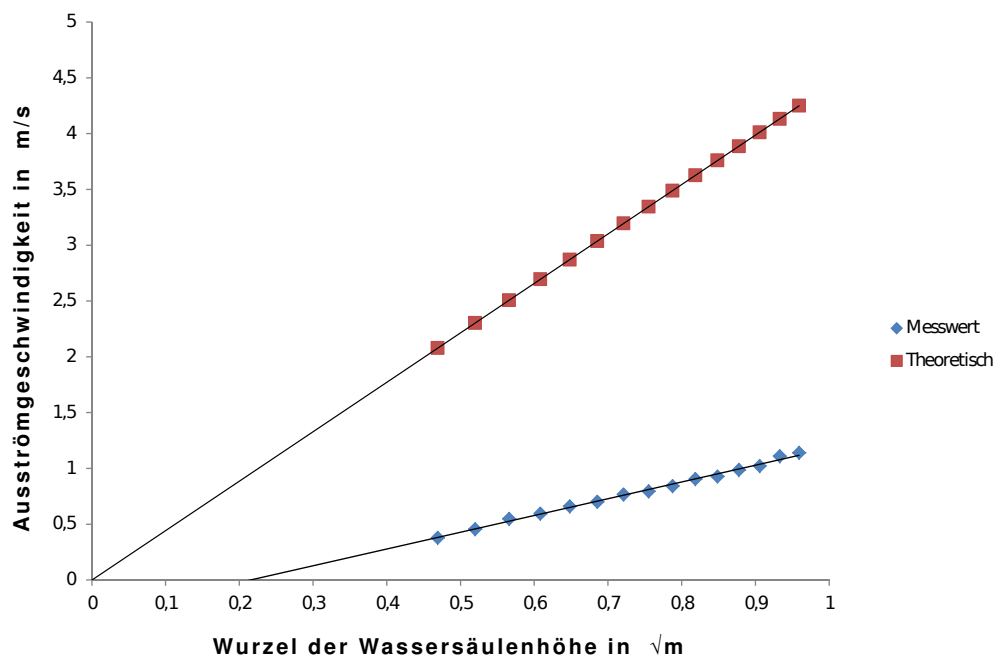


Abbildung 29: Strömungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Wassersäulenhöhe

Werden die Messergebnisse mit den aus der Bernoulli-Gleichung zu erwar-

tenden theoretischen Werten verglichen (Abbildung 29), so ist festzustellen, dass die Abweichung der entsprechenden Werte größer wird, je höher die Wassersäulenhöhe und die damit verbundene höhere Strömungsgeschwindigkeit ist. Das Bernoullimodell setzt einen im Vergleich zum Behälter sehr kleinen Austrittsquerschnitt voraus. Wird der Versuchsaufbau betrachtet, so ist zwar das Oberbecken gegenüber dem Austrittsquerschnitt groß, aber die Schlauchleitung von 1,27 m Länge weist den gleichen Querschnitt von 4 mm auf. Somit treten schon bei geringer Wassersäulenhöhe über der Austrittsöffnung Rohrreibungseffekte durch die verwendete Schlauchleitung auf. Daher muss die Regressionsgerade in obigen Graphen (Abbildung 28) die Ordinate im negativen Bereich schneiden. Die auftretenden Rohrreibungseffekte lassen sich durch das Hagen-Poiseuille-Gesetz (34) erklären, aus dem ein linearer Zusammenhang zwischen  $v$  und  $h$  folgt.

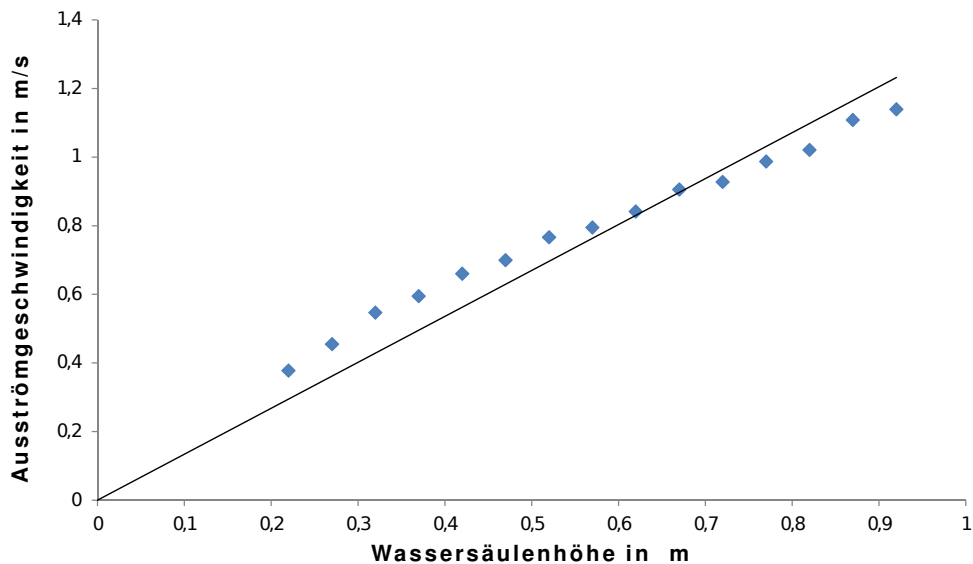


Abbildung 30: Strömungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Wassersäulenhöhe

Die Regressionsgerade in Abbildung 30 zeigt in guter Näherung die Proportionalität zwischen  $v$  und  $h$ .

Wie in Kapitel 6.3 näher erläutert, kann das Modell der laminaren Strömung verwendet werden, um eine reibungsbehaftete Strömung moderater Geschwindigkeit zu beschreiben. Aus dem Hagen-Poiseuille-Gesetz (34) folgt weiterhin eine Proportionalität des Volumenstroms mit  $R^4$  bzw. mit  $\frac{1}{L}$ .



Für eine Überprüfung der Proportionalitäten

$$I_V \propto R^4 \quad (49)$$

und

$$I_V \propto \frac{1}{L} \quad (50)$$

können verschiedene Messreihen durchgeführt werden, bei denen der jeweilige Volumenstrom durch verschiedene Schlauchleitungen bestimmt wird. Dazu wurden die Volumenströme durch Schlauchleitungen mit verschiedenen Querschnitten, gleicher Länge und konstanter Wassersäulenhöhe, sowie verschiedenen Schlauchlängen des Schlauchs mit 4 mm Innendurchmesser und konstanter Wassersäulenhöhe gemessen. Die Wassersäulenhöhe ( $h = 0,85 \text{ m}$ ) wurde dabei so gewählt, dass sie der Nettofallhöhe des Turbinenbetriebs entspricht.

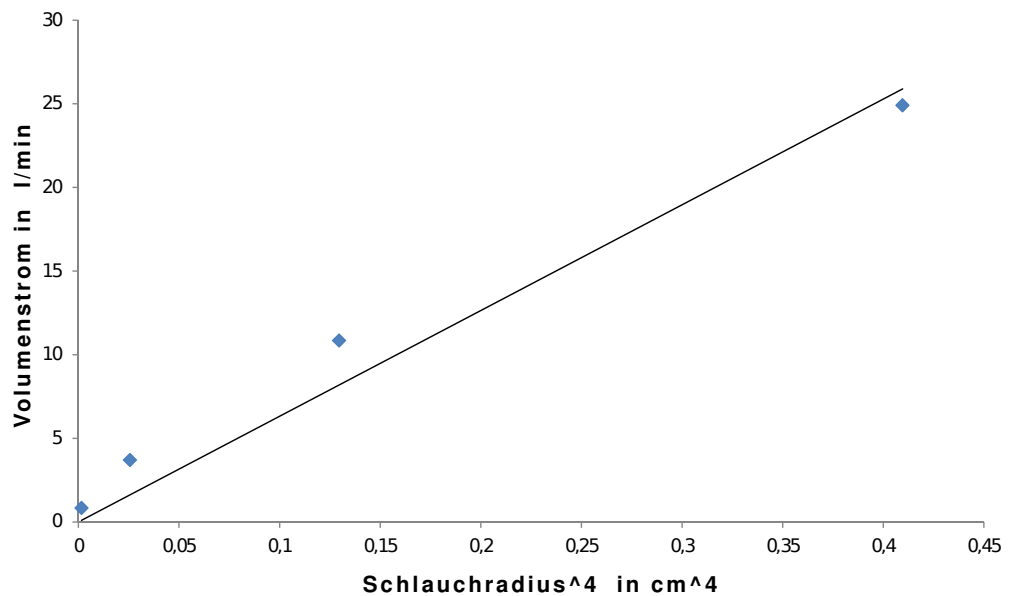


Abbildung 31: Volumenstrom in Abhängigkeit des Schlauchradius

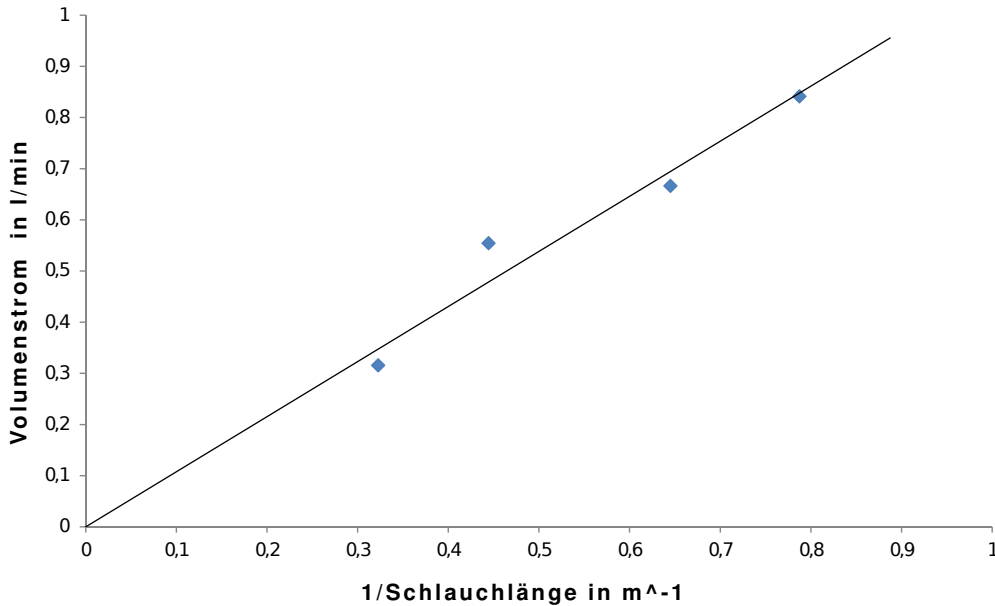


Abbildung 32: Volumenstrom in Abhängigkeit der Schlauchlänge

Die graphische Auswertung zeigt eine gute Näherung der Proportionalitäten. Die auftretenden Abweichungen können systematischen Messungenauigkeiten, wie dem Stoppen der Zeit, und strömungsbedingten Reibungseffekten, die über die der laminaren Strömung hinausgehen, zugeschrieben werden. Da das Hagen-Poiseuille-Gesetz nur für laminare Strömungen gilt, muss überprüft werden, in wie weit in diesem Modellversuch eine laminare Strömung vorliegt.

Dazu kann die Reynoldszahl (36) betrachtet werden. Wird aus dem gemessenen Volumenstrom durch den 4 mm Schlauch die mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $\bar{v}$  berechnet, so kann die Reynoldszahl der vorliegenden Strömung aus

$$Re = \frac{2r\rho\bar{v}}{\eta} \quad (51)$$

bestimmt werden.<sup>81</sup> Damit ergibt sich für die Strömung durch den 4 mm Schlauch eine Reynoldszahl von:

$$Re \approx 5152 \quad (52)$$

<sup>81</sup>Dichte und Viskosität von Wasser bei Raumtemperatur:

$$\rho = 998 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\eta = 0,891 \text{ mPa} \cdot \text{s} = 0,891 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

Vgl. Kaltoven, Rolf u.a.: Tabellenbuch Chemie, Leipzig 1975<sup>7</sup>, S. 279 und S. 385.

Auf Grund der hohen Reynoldszahl, ist davon auszugehen, dass eine turbulente Strömung vorliegt und somit das Hagen-Poiseuille-Gesetz keine genauen Berechnungen ermöglicht.

Dies bedeutet aber nicht, dass keine Reibungseffekte auftreten, wie sie durch das Hagen-Poiseuille-Gesetz beschrieben werden, sondern die Einflüsse der Turbulenzen dominieren. Der gesamte Strömungswiderstand setzt sich immer aus mehreren Faktoren zusammen. In Extremfällen können einzelne Faktoren vernachlässigt werden, so wird beispielsweise bei der laminaren Rohrströmung davon ausgegangen, dass sich noch keine Turbulenzen gebildet haben beziehungsweise deren Anteil am Strömungswiderstand vernachlässigbar klein ist.

Daher ist es ratsam, den Strömungswiderstand zu verringern. Die oben beschriebenen Proportionalitäten können hierbei einbezogen werden, um die möglichen Variablen auszuwählen. Da sich die Druckrohrleitung des Modellaufbaus kaum verkürzen lässt, kann der Einfluss der Länge auf den Strömungswiderstand nicht verringert werden, jedoch ist darauf zu achten, die Schlauchlänge so gering wie möglich zu wählen. Hingegen kann der Querschnitt noch vergrößert werden, was einen vergleichsweise größeren Einfluss auf den Strömungswiderstand hat, da der Rohrradius mit  $R^4$  einwirkt.

Die Auslassöffnung im Oberbecken begrenzt den Querschnitt der Druckrohrleitung auf 25 mm. Wird nun ein Schlauch mit 25 mm verwendet und der Fluidstrahl durch die verschiedenen Tüllen (4 mm, 8 mm, 12 mm und 16 mm) auf den entsprechenden Querschnitt begrenzt, so ist eine Erhöhung des Volumenstroms im Vergleich zu den jeweiligen Schlauchleitungen zu verzeichnen. Dies zeigt, dass die Verwendung einer dicken Druckrohrleitung mit kleiner Austrittsöffnung eine Verringerung der Reibungseffekte, im Vergleich zu einer Schlauchleitung mit einem der Austrittsöffnung gleichen Querschnitt, bewirkt. Die Verwendung der Druckrohrleitung mit großem Querschnitt führt dazu, dass die Austrittsgeschwindigkeit des Fluidstrahls annähernd gleich bei  $3,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ <sup>82</sup> liegt, was gewährleistet, dass bei Veränderung der Austrittsöffnung nur noch eine Variable des Volumenstroms variiert. Werden erneut die Reynoldszahlen der Strömungen überprüft, so liegt bei Begrenzung des Fluidstrahls durch die Tülle mit 4 mm Querschnitt

$$Re_{4\text{mm}} \approx 2366, \quad (53)$$

---

<sup>82</sup>Tabelle (5) der Messwerte im Anhang beigelegt.

beziehungsweise bei Begrenzung des Fluidstrahls durch die Tülle mit 16 mm Querschnitt

$$Re_{16\text{ mm}} \approx 37850 \quad (54)$$

sehr wahrscheinlich turbulente Strömung vor.<sup>83</sup> Wurde die Druckrohrleitung mit dem Plexiglasrohrstück verwendet um Oberbecken und Turbinenhaus zu verbinden, so sind die Turbulenzen in dem Plexiglasrohrstück sichtbar (Abbildung 33). Dies ist ein eindeutiger Hinweis auf, durch Turbulenzen hervorgerufene Reibungseffekte, die die Strömungsgeschwindigkeit verringern und damit die Abweichung der messbaren von der theoretischen Strömungsgeschwindigkeit erklären.



Abbildung 33: Sichtbare Turbulenzen im Plexiglasrohrstück

---

<sup>83</sup>Berechnung der Mittleren Strömungsgeschwindigkeit in der Druckrohrleitung über den konstanten Volumenstrom.

$$\bar{v} = v_{Duese} \cdot A_{Duese} / A_{Druckrohr}.$$

## 8.2. Einfluss der Rohrleitung auf das Drehmoment

Um das Drehmoment an der Welle bestimmen zu können, wird das Oberbecken durch eine Schlauchleitung mit dem Turbinenhaus verbunden. An der Welle des Laufrades wird der Querstab angebracht, an dem der Kraftmesser eingehängt wird (Abbildung 25 rechts). Mit diesem Aufbau lässt sich nur das Drehmoment bei nicht drehendem Laufrad bestimmen. Je nach dem unter welchem Winkel der Fluidstrahl den Laufradbecher beaufschlagt, sind geringe Unterschiede der auf die Welle wirkenden Kraft messbar. Um die Auswirkungen der Schläuche mit verschiedenem Querschnitt auf das Drehmoment vergleichen zu können, wird das maximale Drehmoment ermittelt. Dazu muss der Fluidstrahl im rechten Winkel auf den Becher treffen und der Kraftmesser ebenfalls im rechten Winkel zum Querstab stehen.

Über die mit dem Kraftmesser gemessene Kraft  $F_K$  ist das Drehmoment an der Welle zu berechnen, wobei  $l_{\text{Querstab}}$  die Länge des Querstabes ist, an dem der Kraftmesser eingehängt ist.

$$M_q = F_K \cdot l_{\text{Querstab}} \quad (55)$$

Dieses ermittelte Drehmoment wird durch den auftreffenden Fluidstrahl erzeugt, der eine Kraft auf die Schaufel ausübt. Wie im Graphen in Abbildung 34 dargestellt, ist das Drehmoment nicht linear abhängig vom Volumenstrom. Eine theoretische Berechnung des Drehmoments ist nicht möglich, da zu viele Variablen, vor allem durch die Geometrie der Schaufelbecher, nicht abzuschätzen sind. Die Kenntnis des maximalen Drehmomentes ist allerdings bei der Auswahl des Generators hilfreich.

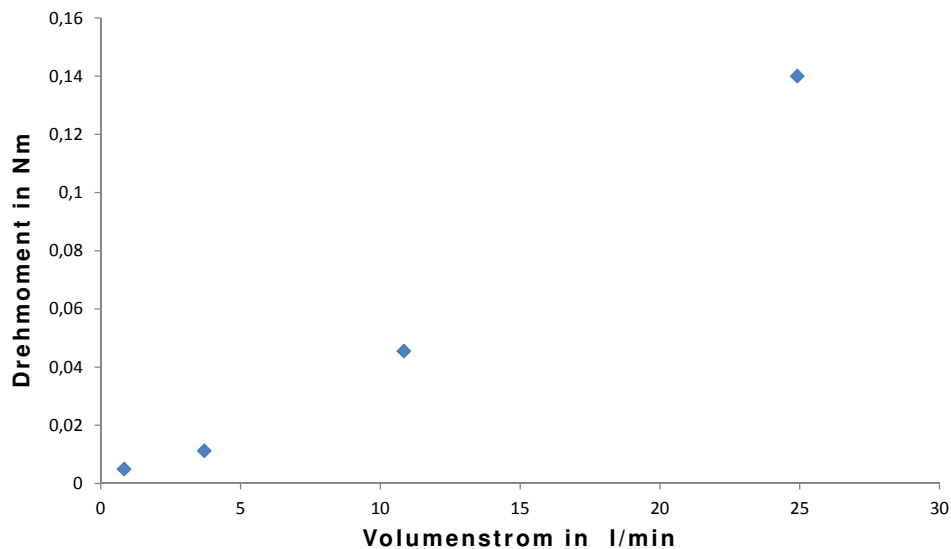


Abbildung 34: Drehmoment in Abhängigkeit des Volumenstroms

### 8.3. Generatorauswahl

Nicht nur eine günstige Wasserführung wirkt sich positiv auf den Wirkungsgrad einer Wasserkraftanlage aus, sondern auch eine passende Turbinen-Generator-Anordnung. Da zunächst nur das oben beschriebene Turbinenrad verwendet wurde, musste ein passender Generator gesucht werden. Zu diesem Zweck wurden verschiedene Gleichstrommotoren<sup>84</sup> nacheinander an die Welle angeschlossen und getestet.

Die Auswahlkriterien waren die zu erzielenden Leistungen und das Vermögen, eine Glühbirne zum Leuchten zu bringen. Dazu wurde der zu vermessende Generator nach der Schaltung in Abbildung 26 angeschlossen. Für den Vergleich der Generatoren wurde eine 6 V Glühbirne, die für 0,6 W ausgelegt ist, verwendet. Bei jedem Generator wurde der Volumenstrom mittels der unterschiedlichen Schlauchleitungen variiert, um dessen Leistungskurve aufzunehmen. Es muss aber festgehalten werden, dass die Ergebnisse für verschiedene Volumenströme nicht einfach verglichen werden dürfen, da bei

<sup>84</sup>Die Motoren sind in den Legenden der Graphen nach ihrer Produktnummer beziehungsweise ihrer Form bezeichnet, eine beschriftete Darstellung (53) und eine Tabelle (1) für eine Zuordnung ist dem Anhang beigelegt.

den verschiedenen Querschnitten, die verwendet wurden, um den Volumenstrom zu variieren, unterschiedliche Strömungsgeschwindigkeiten vorliegen. Dies bedeutet, dass sich bei der Variation der Querschnittsfläche gleichzeitig die Strömungsgeschwindigkeit ändert.

Zu jedem Generator sind die jeweiligen Datentripel  $U[V]$ ,  $I[mA]$  und  $A$  dokumentiert worden. Aus den vorherigen Messungen konnte jedem Schlauchquerschnitt ein Volumenstrom zugeordnet und die jeweilige elektrische Leistung über  $P = U \cdot I$  berechnet werden. Aus den ermittelten Werten können die in Abbildung 35 eingezeichneten Leistungskurven erstellt werden.

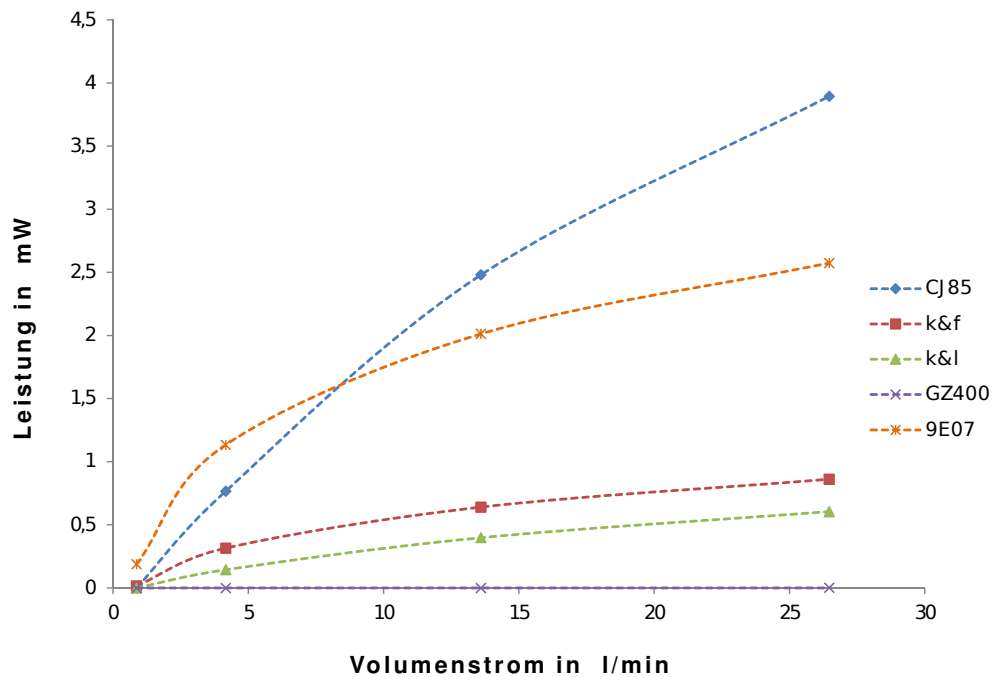


Abbildung 35: Leistung in Abhängigkeit des Volumenstroms

Zudem können die ermittelten Leistungswerte mit den theoretisch möglichen verglichen werden, indem entsprechende Wirkungsgrad betrachtet wird. Hierzu nochmals die Überlegung, welche Energieform wann umgewandelt wird:

Begonnen wird mit der potentiellen Energie des Wassers, welche nach Öffnen des Hahns in kinetische Energie (Wasserfluss) und thermische Energie (Reibungsverluste) umgewandelt wird. Allein der in kinetische Energie umgewandelte Teil der potentiellen Energie kann über einen Impulsübertrag an das Turbinenrad weitergegeben werden. Da während des Impulsübertrags der Wasserstahl nicht seine gesamte kinetische Energie abgibt, sind hier

weitere Einbußen zu verzeichnen. Das Lager der Turbine und der Generator stellen weitere Bereiche dar, in denen Reibungseffekte auftreten. Wird also der Wirkungsgrad der gesamten Anlage betrachtet, so muss verglichen werden:

$$\begin{aligned}
 P_{Theo} &= \frac{dE_{pot}}{dt} = \rho gh \frac{dV}{dt} = \rho gh I_{V_{theo}} = \rho gh Av \\
 &= \rho gh A \sqrt{2gh} = \rho gh \pi r^2 \sqrt{2gh} = \sqrt{2} (gh)^{\frac{3}{2}} \rho \pi r^2
 \end{aligned}
 \tag{56}$$

Der Wirkungsgrad  $\eta$  der Anlage in Prozent kann errechnet werden durch

$$\eta = 100 \frac{P_{Real}}{P_{Theo}}
 \tag{57}$$

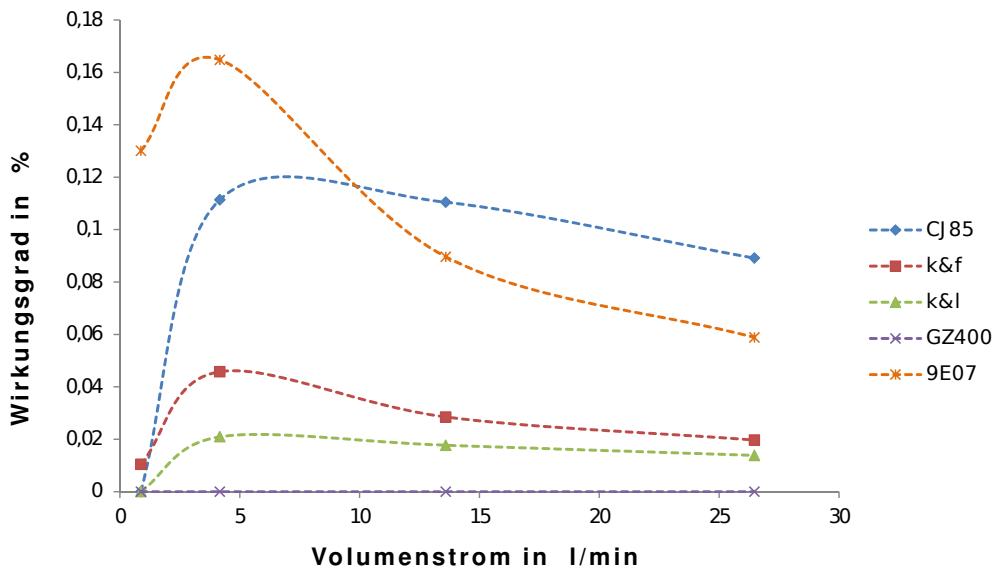


Abbildung 36: Wirkungsgrad in Abhängigkeit des Volumenstroms

Der Vergleich Leistungs- und Wirkungsgradkurven zeigt zu dem eine Wirkungsgradabflachung mit steigendem Volumenstrom, obwohl sich die Leistung erhöht. Da dies bei allen Generatoren zu beobachten ist, muss es eine systematische Ursache haben. Eine mögliche Ursache ist die mit dem Volumenstrom größer werdende Turbinendrehzahl, deren Messungen in Kapitel (8.5) behandelt werden.

Leider war es mit keinem der vorhandenen Gleichstrommotoren möglich, die Glühbirne zum Leuchten zu bringen. Wie in Abbildung 36 zu entnehmen, sind die mit diesen Generatoren möglichen Wirkungsgrade insgesamt sehr gering.



Daher wurden zwei Getriebemotoren getestet, deren maximales Drehmoment im Motorbetrieb im Bereich des gemessenen Drehmoments liegt. Der Nachteil dieser Getriebemotoren ist, dass sie nicht mit jeder Schlauchleitung betrieben werden können. Nur bei der Verwendung des Schlauchs mit 16 mm Querschnitt kann die Glühbirne zum Leuchten gebracht werden. Auch die Versuche, mit verschiedenen Glühbirnen und LED's als elektrischer Last, bessere Ergebnisse zu erzielen, schlugen fehl. Nur bei den LED's konnte auch der Schlauch mit 12 mm Querschnitt verwendet werden, um diese zum Leuchten zu bringen. Durch die Verwendung der Druckrohrleitung (Schlauch mit 25 mm Querschnitt) und einem Plexiglasrohrstück als Reservoir, verjüngt durch die verschiedenen Tüllen, können bessere Leistungs- und damit höhere Wirkungsgradwerte erzielt werden (Abbildung 42). Allerdings können nur bei dem Getriebemotor mit der geringeren Übersetzung (RB350030) drei verschiedene Querschnitte verwendet werden, um die Kraftanlage anzutreiben. Somit stellt dieser Getriebemotor als Generator in Verbindung mit der Druckrohrleitung eine sehr gute Konstellation für den Betrieb der Anlage dar.

#### **8.4. Auswirkung und elektrischer Last**

Während der Suche nach einem passenden Generator wurden verschiedene Glühbirnen und LED's getestet. Zu jeder Glühbirne und LED wurde die umgesetzte Leistung über die Volt- und Amperemeterschaltung ermittelt und der Innenwiderstand gemessen. Für diese Messreihe wurde der Generator RB350030 sowie die 16 mm Schlauchleitung verwendet. Der Graph in Abbildung 37 zeigt die erzielte Leistung in Bezug auf den Widerstand, wobei der Übersicht wegen auf die Messpunkte der zwei LED's ( $R_{LED-G} = 470 \Omega$  und  $R_{LED-B} = 510 \Omega$ ) verzichtet wurde.

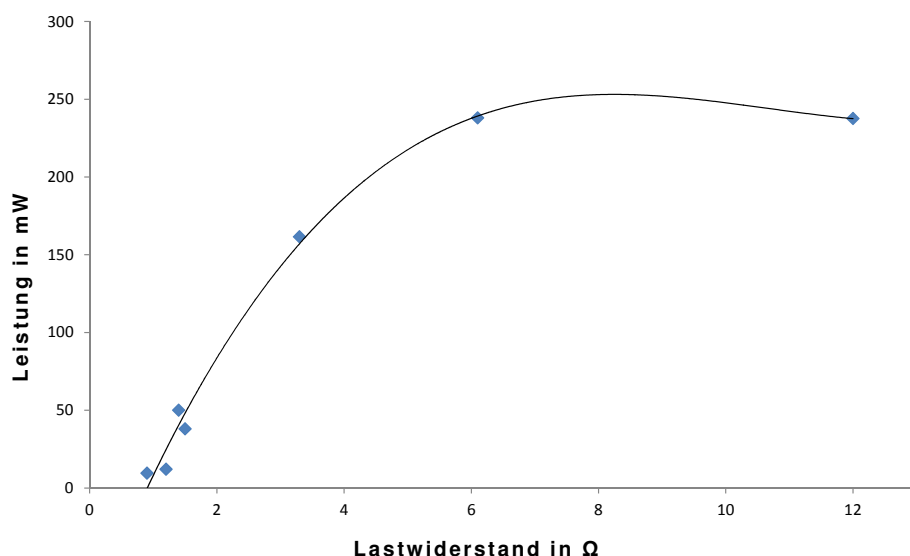


Abbildung 37: Leistung in Abhängigkeit des Lastwiderstandes

Dem Graph ist zu entnehmen, dass die Leistung mit zunehmendem Widerstand zuerst ansteigt und dann wieder leicht abfällt. Das Maximum zwischen  $6\Omega$  und  $12\Omega$  liegt. Die Messpunkte der LED's zeigen ebenso ein Abflachen des Graphen, da sich die Leistung mit zunehmendem Lastwiderstand wieder verringert.<sup>85</sup>

Dies lässt sich zum einen auf die Funktionsweise eines Generators zurück führen.<sup>86</sup> Vereinfacht kann dies mit Hilfe der lenzschen Regel beschrieben werden, denn bei geringem Lastwiderstand fließt ein hoher Strom, der bei der Umpolung eine hohe Gegenspannung, welche der Rotordrehbewegung des Generators entgegenwirkt, induziert. Dies bewirkt eine Verringerung der Drehzahl. Wird hingegen eine elektrische Last mit großem Widerstand angeschlossen, so fließt ein geringer Strom, und es wird daher bei der Umpolung eine geringe Gegenspannung induziert. Das Ansteigen der Spannung und die Verringerung des Stromes mit Erhöhung des Lastwiderstandes lässt sich anhand der Messdaten zeigen.

<sup>85</sup>  $P(470\Omega) = 103,2\text{ mW}$

$P(510\Omega) = 59,8\text{ mW}$

<sup>86</sup> Auf Grund des Umfangs wurde auf eine genauere Erläuterung verzichtet. Vgl. Hap-pold/Oeding, 1978<sup>5</sup>, S. 76ff.

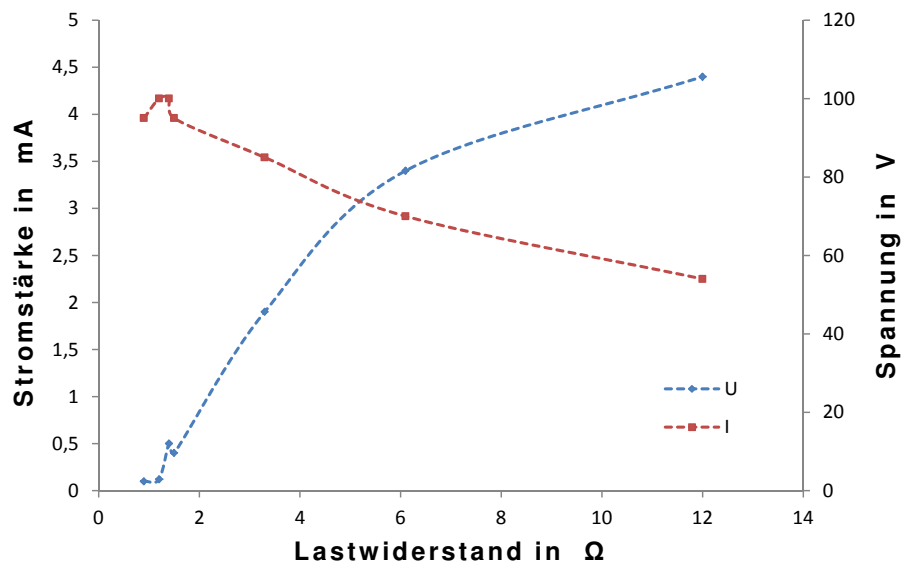


Abbildung 38: Strom und Spannung in Abhängigkeit des Lastwiderstandes

Zum anderen lässt sich die Leistungsabhängigkeit mit der Abhängigkeit der Turbinendrehzahl von der elektrischen Last erklären. Höherer elektrischer Widerstand bedeutet gleichzeitig geringere mechanische Last an Turbine und Generator.

Jeder Generator wird für eine Nenndrehzahl ausgelegt, sodass ein Abweichen von dieser Drehzahl zu einer Verringerung seines Wirkungsgrades führt.<sup>87</sup>

### 8.5. Einflussfaktoren auf die Turbinendrehzahl

Dass es eine Korrelation zwischen Turbinendrehzahl und angehängter Last gibt, wurde im obigen Abschnitt erläutert, doch können noch andere Parameter die Drehzahl beeinflussen. Wird die elektrische Last konstant gehalten, können auf Grund der Betriebsart nur noch zwei Parameter auf die Drehzahl einwirken.

- i) Fluidgeschwindigkeit
- ii) Massefluss

<sup>87</sup>Vgl. Happold/Oeding, 1978<sup>5</sup>, S. 76ff.

Für die Bestimmung der Drehzahl<sup>88</sup> in Abhängigkeit der Fluidgeschwindigkeit ergaben sich zunächst Probleme, da die Schweredruckhöhe zwar variiert werden kann, dem gegenüber aber eine Vergrößerung der Freifallhöhe steht. Dadurch ergibt sich, entgegen der ersten Erwartung, dass sich das Turbinenrad im Leerlauf schneller dreht, je geringer die Wassersäulenhöhe ist. Sei im Folgenden, wie in Abbildung 39, die Wassersäulenhöhe über der Düse  $h_w$ . Die Fallhöhe wird analog  $h_f$  genannt. Wichtige Punkte im Schema stellen der Punkt der Wasserhöhe  $W$ , der Auslaufpunkt  $W'$ , der Fallpunkt  $F$  sowie der Auftreffpunkt  $F'$  dar.

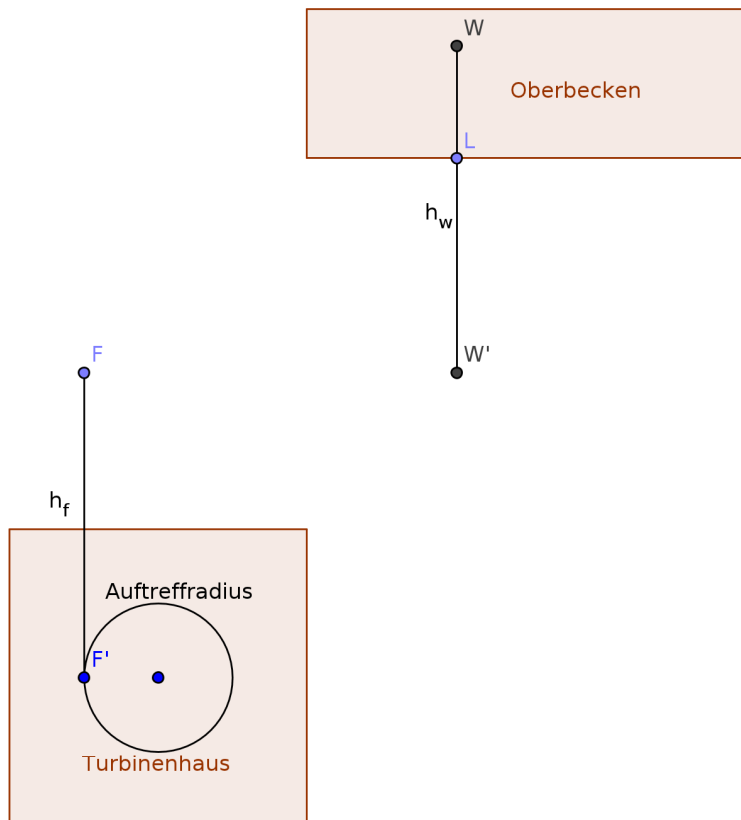


Abbildung 39: Schema der Höhenunterschiede

Für die theoretische Austrittsgeschwindigkeit an der Düse ergibt sich aus dem Hagen-Poiseuille-Gesetz (34):

$$I_V = A \cdot v_s = \frac{\pi R^4}{8L\eta} \cdot \Delta p \quad (58)$$

<sup>88</sup>Zur Bestimmung der Drehzahl wurde ein optisches Drehzahlmessgerät der Firma PeakTech verwendet. Es ist auf der Abbildung 55 im Anhang dargestellt.

Wobei  $v_s$  die Strömungsgeschwindigkeit im Schlauch und damit die Austrittsgeschwindigkeit beschreibt.

$$v_s = \frac{\pi R^4}{8L\eta} \cdot \Delta p \cdot \frac{1}{A} = \frac{\pi R^4}{8L\eta\pi R^2} \cdot \rho g h_w = \frac{R^2}{8L\eta} \cdot \rho g h_w \quad (59)$$

Um nun die Auftreffgeschwindigkeit  $v_a$  des Wasserstrahls auf die Turbinenschaufel bestimmen zu können, muss der freie Fall des Wassers berücksichtigt werden. Das Wasser fällt die Strecke  $f$  von der Düse auf das Turbinenrad. Damit ist  $h_f$  die Fallhöhe des Wassers.

$$h_f = \frac{1}{2}g \cdot t^2 + v_s \cdot t \quad (60)$$

Durch Umstellen nach  $t$  ergibt sich:

$$t_{1/2} = \sqrt{\frac{v_s^2}{g^2} + \frac{2}{g}h_f} - \frac{v_s}{g} \quad (61)$$

Somit ist die Auftreffgeschwindigkeit über  $v(t) = a \cdot t + v_0$ , mit  $v_0 = v_s$ :

$$v_a = v(t) = g \cdot \left( \sqrt{\frac{v_s^2}{g^2} + \frac{2}{g}h_f} - \frac{v_s}{g} \right) + v_s = g \cdot \left( \sqrt{\frac{v_s^2}{g^2} + \frac{2}{g}h_f} \right) = \sqrt{v_s^2 + 2gh_f} \quad (62)$$

Wird nun die Strömungsgeschwindigkeit und  $h_f = h_{ges} - h_w$  eingesetzt so folgt:

$$v_a = \sqrt{\left( \frac{R^2}{8L\eta} \cdot \rho g h_w \right)^2 + 2g(h_{ges} - h_w)} \quad (63)$$

Da  $h_w$  die einzige Variable in dieser Gleichung ist, kann diese leicht in ein Tabellenkalkulationsprogramm eingetragen werden und  $v_a$  bzw.  $v_s$  gegen  $h_w$  aufgetragen werden.

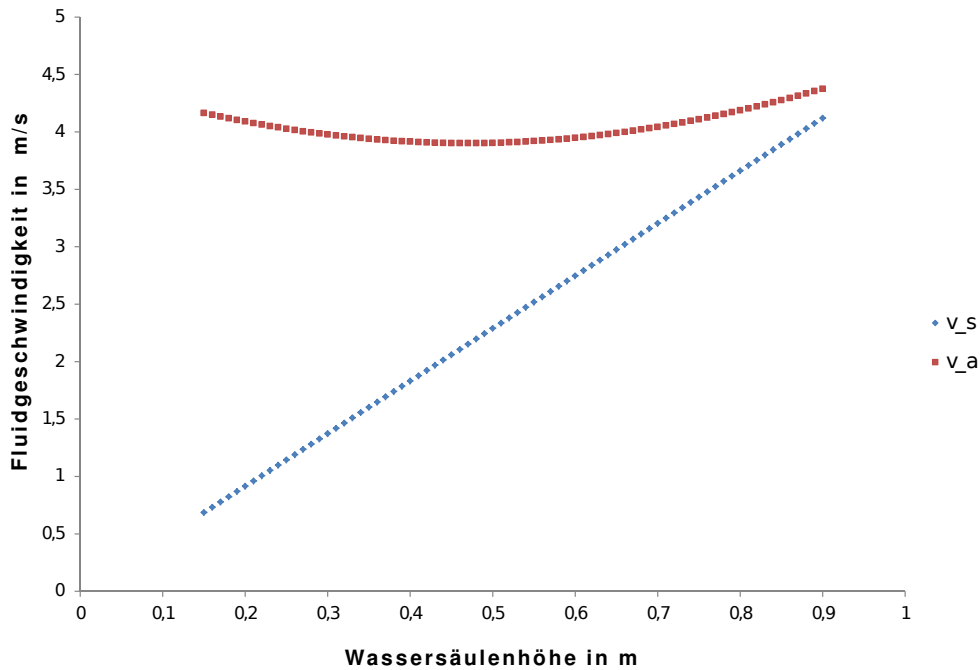


Abbildung 40: Austritts- und Auftreffgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Wassersäulenhöhe

Das Diagramm zeigt, dass bei einer Wassersäule von nur  $h_w = 0,15$  m durch die Fallbeschleunigung eine relativ hohe Auftreffgeschwindigkeit erzielt wird. Werden beispielsweise die Geschwindigkeiten bei  $h_{w_1} = 0,15$  m und  $h_{w_2} = 0,5$  m verglichen, so ist bei  $h_{w_1}$  trotz geringerer Austrittsgeschwindigkeit  $v_s$  eine höhere Auftreffgeschwindigkeit  $v_a$  zu erwarten.

Dieses Ergebnis erklärt, warum bei geringer Wassersäule eine, im Vergleich zur hohen Wassersäule, höhere Drehzahl an der Turbine gemessen wird. Die Proportionalität zwischen Auftreffgeschwindigkeit  $v_a$  und der Turbinendrehzahl kann dadurch nur punktuell gezeigt werden. Eine genaue Messreihe wurde dazu nicht durchgeführt, da die theoretischen Werte in einem sehr geringen Bereich liegen und somit Messungenauigkeiten dominieren würden. Die Frage, warum das Wasser nicht immer in einem freien Fall auf die Schaufelbecher geleitet wird, kann durch Betrachten des auftreffenden Strahls beantwortet werden. Durch den Luftwiderstand weitet sich der Strahl auf und trifft somit nicht kontrolliert den Schaufelbecher. In Bezug auf Realkraftwerke spielt die geographische Lage eine Rolle, da es mitunter nicht immer möglich ist, direkt unter dem Oberbecken einen senkrechten Stollen zum Turbinenhaus zu treiben.

Um die Abhängigkeit der möglichen Leistung von der Umfangsgeschwindigkeit der Turbine aufzeigen zu können, muss eine konstante Auftreffgeschwindigkeit gewährleistet sein. Die Variable ist dann der Massefluss, sodass für die Umfangsgeschwindigkeit gilt:

Je mehr Wasser, desto höher die Umfangsgeschwindigkeit, ABER ab einer bestimmten Wassermenge ist keine Umfangsgeschwindigkeitszunahme mehr zu verzeichnen.

Um dies zu überprüfen, wurden die Drehzahlen der Turbine im Lastbetrieb gemessen. Da die Druckrohrleitung verwendet wurde und dadurch die Austrittsgeschwindigkeit des Fluides annähernd konstant ist, kann näherungsweise  $\Phi \propto I_V$  angenommen werden.<sup>89</sup> Der Volumenstrom wurde über die verschiedenen Schlauchtüllen variiert und als Last der Getriebemotor RB350030<sup>90</sup> mit angeschlossener Glühbirne beziehungsweise LED verwendet.

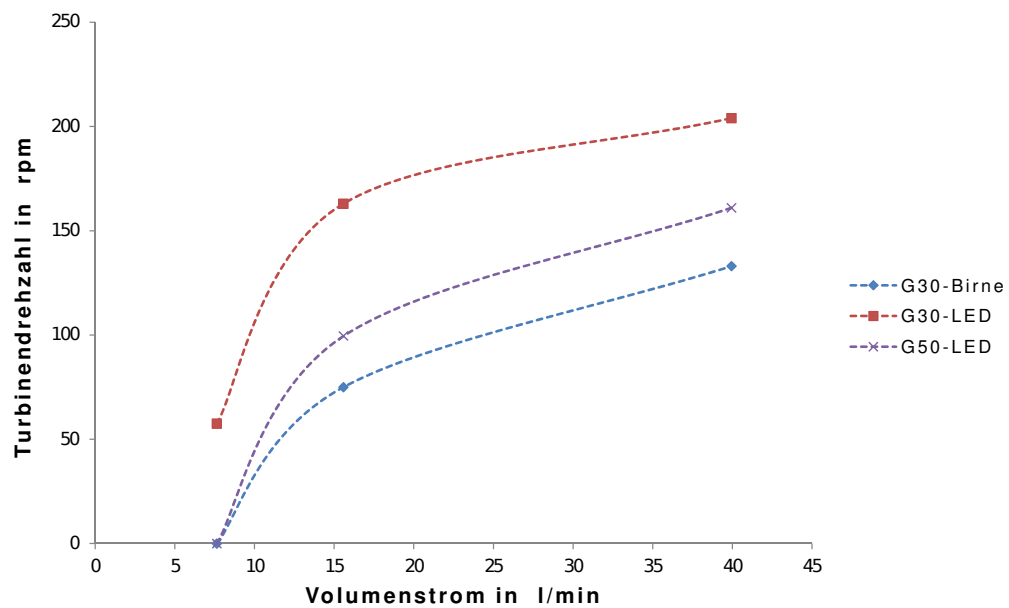


Abbildung 41: Abhängigkeit der Turbinendrehzahl vom Volumenstrom

Der Vergleich der Kurven in Abbildung 41 zeigt, dass zwischen Volumenstrom und Turbinendrehzahl kein linearer Zusammenhang besteht, aber die Graphen monoton steigend sind. Das asymptotische Grenzverhalten kann aus je drei Messpunkten nur vermutet werden, sodass die obige Behauptung

<sup>89</sup>Siehe Gleichung (18).

<sup>90</sup>Auf Grund der langen Bezeichnung ist dieser Generator in den Legenden der Graphen mit G30 abgekürzt. Analog wird der Generator RB350050 mit G50 abgekürzt.

nur zum Teil verifiziert werden kann. Da eine Pelton-turbine nach dem Prinzip des Impulsübertrags arbeitet, kann die Umfangsgeschwindigkeit des Turbinenrades nicht größer als die Strömungsgeschwindigkeit des Fluidstrahls werden. Würde sich das Rad schneller drehen, so würde es durch den Fluidstrahl gebremst werden. Dadurch muss es einen Grenzwert für die Umfangsgeschwindigkeit und damit für die Drehzahl des Turbinenrades geben, was für die Richtigkeit der oben beschriebenen Behauptung spricht.

## 8.6. Wirkungsgrad der Anlage

Da bei der Optimierung auf den größtmöglichen Wirkungsgrad der Anlage abgezielt wurde, kann dieser nun bestimmt und diskutiert werden. Hierbei stellt sich die Frage, welcher Wirkungsgrad berechnet wird, also an welchen Stellen die Messpunkte mit den theoretisch erzielbaren verglichen werden. Beispielsweise kann verglichen werden, wie viel Leistung aus dem auf die Turbine treffenden Fluidstrahl in elektrische Leistung umgewandelt werden kann. Dabei werden dann die Verluste durch die Strömungswiderstände vernachlässigt.

Eine andere Möglichkeit ist der Gesamtwirkungsgrad, welcher auch die Strömungswiderstände in der Druckrohrleitung berücksichtigt.

Für die Berechnung des Wirkungsgrades wird der Quotient aus theoretischer und reeller Leistung gebildet. Soll der Wirkungsgrad  $\eta$  in Prozent angegeben werden, so gilt:

$$\eta = \frac{P_{Real}}{P_{Theo}}. \quad (64)$$

Für die reelle Leistung kann bei dem Versuchsaufbau nur die elektrische Leistung, welche über die Volt- und Amperemeterschaltung ermittelt wird, bestimmt werden. Wird jedoch die theoretische Leistung des reellen Fluidstrahls, ohne die Strömungswiderstände in der Druckrohrleitung, betrachtet, so wird dieser berechnet aus:

$$P_{Theo} = \frac{dE_{pot}}{dt} = \rho gh \frac{dV}{dt} = \rho gh I_V, \quad (65)$$

Wird der tatsächliche Volumenstrom durch das Turbinenhaus verwendet, werden Wirkungsgradeinbußen durch Rohrreibung vernachlässigt, womit ein höherer Wirkungsgrad proklamiert werden kann.

Der Gesamtwirkungsgrad der Anlage, der alle Komponenten berücksichtigt, kann mit Hilfe des Gesetzes von Bernoulli bestimmt werden. Dazu wird in



Gleichung (65) der Volumenstrom über die Bernoulli-Gleichung (27) errechnet, sodass für die theoretische Gesamtleistung folgt:

$$P_{Theo_{ges}} = \rho gh I_{V_{theo}} = \rho gh Av = \pi r^2 \rho gh \sqrt{2gh}. \quad (66)$$

Damit ergeben sich aus den Messwerten folgende Gesamtwirkungsgradkurven über den Volumenstrom:

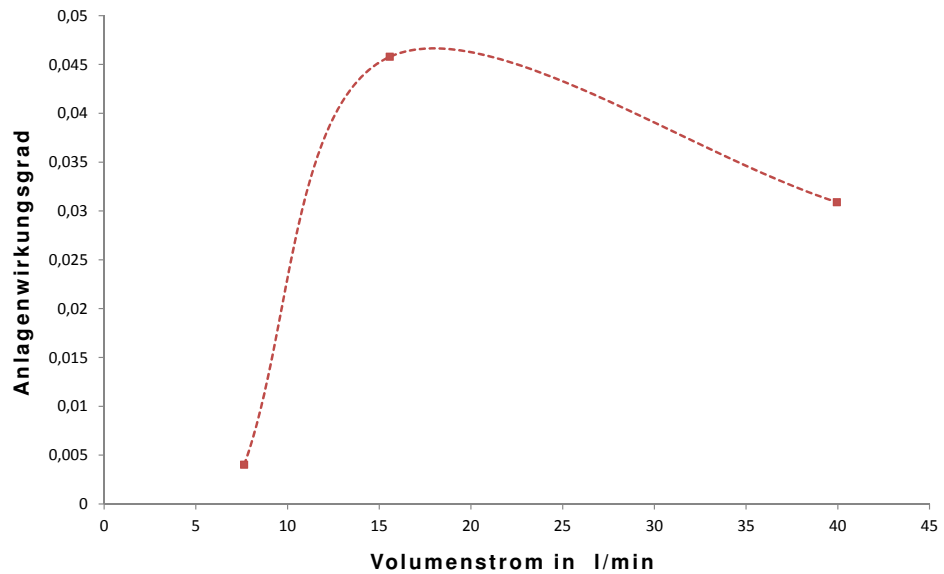


Abbildung 42: Gesamtwirkungsgrad in Abhängigkeit des Volumenstroms (Turgowheel)

Wie in Abbildung 36 ist ein Abflachen des Wirkungsgrades mit zunehmendem Volumenstrom zu verzeichnen. Ursache dafür kann zum einen, das Überschreiten des Auslegungsquerschnitts des Fluidstrahls für das Turbinenrad (Turgowheel) sein. Zum Anderen bewirkt der höhere Volumenstrom eine höhere Turbinendrehzahl (siehe Abbildung 41), was einen Einfluss auf den Umfangswirkungsgrad der Turbine hat. Wird Gleichung (45) verwendet, um den Umfangswirkungsgrad in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl  $u$  zu berechnen, so folgt für  $\eta_u(u)$  mit der konstanten Fluidgeschwindigkeit von  $c = 3,3 \frac{m}{s}$  und verschiedenen Ablenkswinkeln  $\beta$  die Kurvenschar:

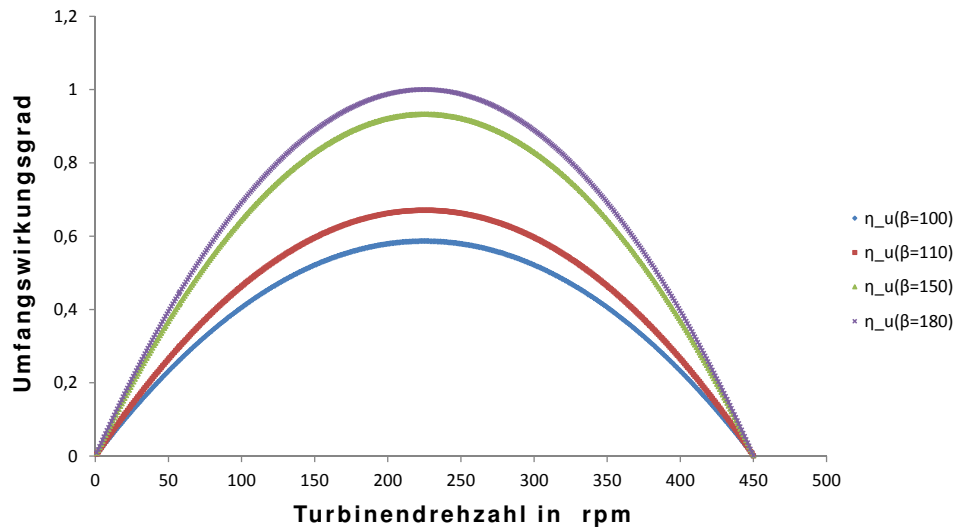


Abbildung 43: Gerechneter Umfangswirkungsgrad des Turgowheels in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl

Der Graph in Abbildung 43 zeigt, dass der maximale Wirkungsgrad unabhängig vom Ablenkwinkel  $\beta$  bei der halben Maximaldrehzahl liegt. Nimmt die Turbine eine höhere Drehzahl als die halbe Maximaldrehzahl an, so muss der Wirkungsgrad der Anlage auf Grund des sinkenden Umfangswirkungsgrads abnehmen. Wird nun der Gesamtwirkungsgrad der Anlage in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl aufgetragen so ist ein parabolischer Fit möglich.

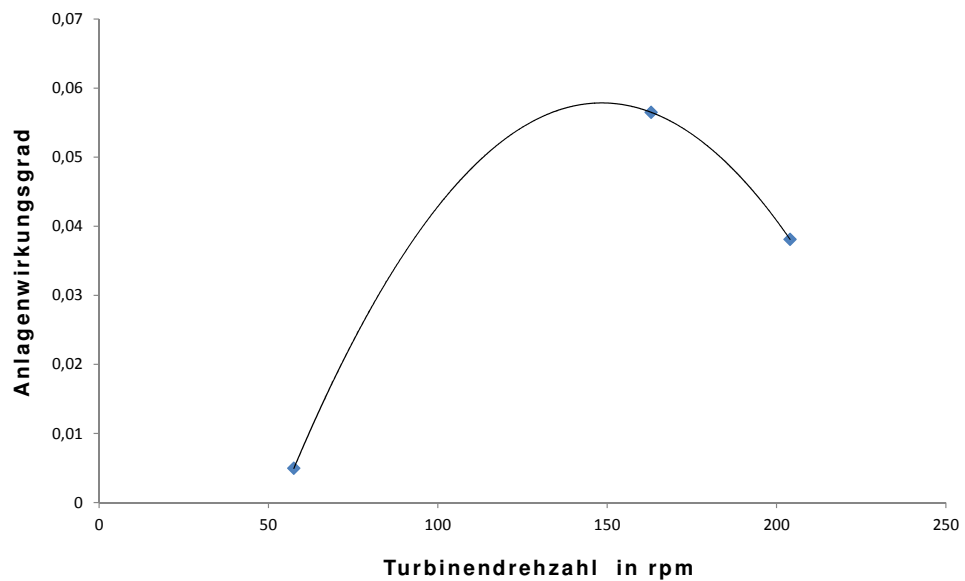


Abbildung 44: Gemessener Gesamtwirkungsgrad in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl mit parabolischem Fit

Im Vergleich ist allerdings eine Abweichung der optimalen Drehzahlen zu verzeichnen. Während der maximale Umfangswirkungsgrad bei etwa 225 rpm erreicht wird, liegt das Maximum des Anlagenwirkungsgradfits bei etwa 150 rpm. Die Abweichung der Maxima ist vor allem auf die Geometrie des Turbinenrades zurückzuführen. Da im ersten Modell ein Turgowheel als Laufrad verwendet wurde, kann Gleichung (45) nicht einfach verwendet werden, um den Umfangswirkungsgrad zu bestimmen. Da der auftreffende Fluidstrahl asymmetrisch abgelenkt wird, können die Geschwindigkeitsdreiecke nicht wie bei einer Pelton-Turbine erstellt werden. Allerdings kann festgehalten werden, dass bei Überschreiten einer bestimmten Umfangsgeschwindigkeit beziehungsweise Turbinendrehzahl der Wirkungsgrad abflachen muss.

Durch die Verwendung eines industriegefertigten Perltonturbinenrades<sup>91</sup> können weit höhere Leistungen und Wirkungsgrade erzielt werden. Auch hier ist das Abflachen der Wirkungsgradkurven zu verzeichnen.

<sup>91</sup>Aktuell eingebaute Turbine, sie ist in Abbildung 21 gezeigt.

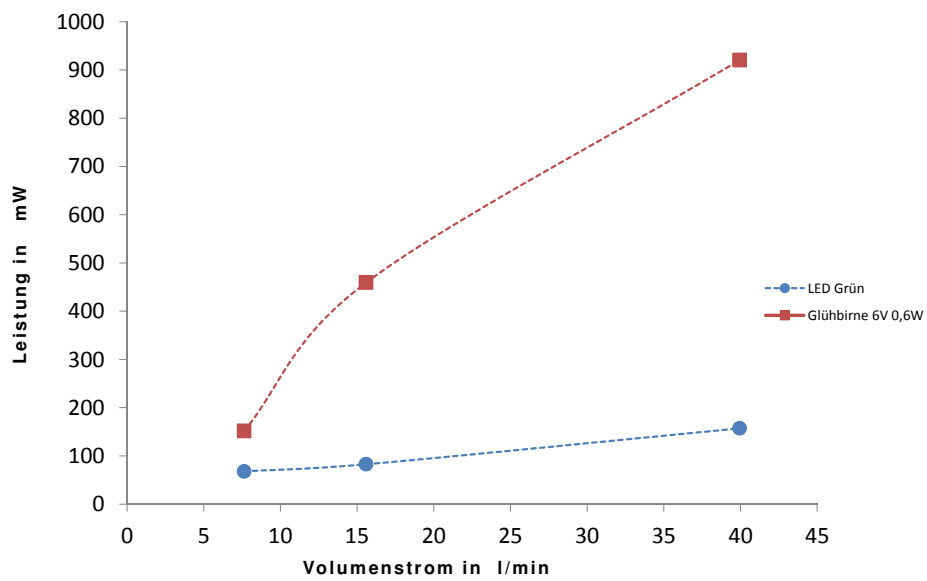


Abbildung 45: Leistung in Abhängigkeit des Volumenstroms (Pelton-Turbine)

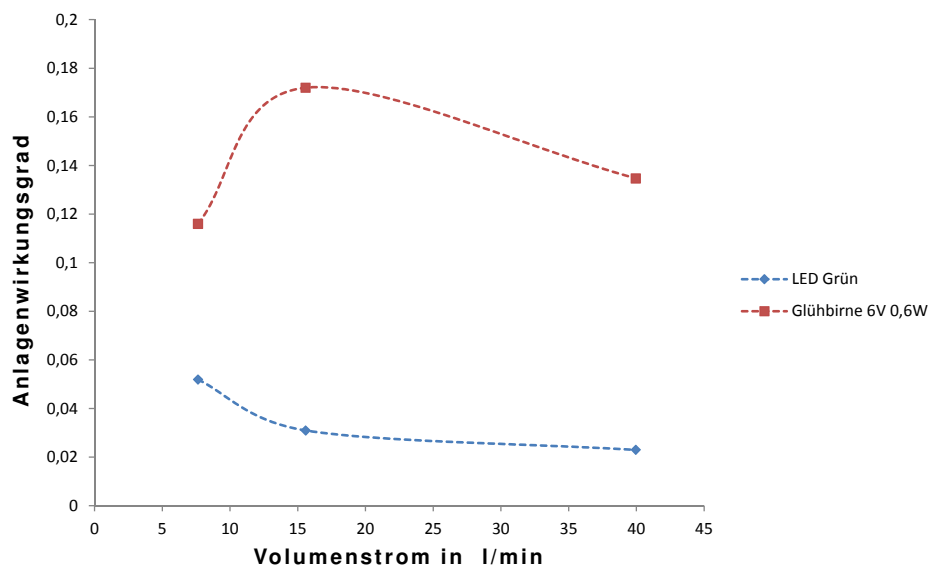


Abbildung 46: Gesamtwirkungsgrad in Abhängigkeit des Volumenstroms (Pelton-Turbine)

Um den den Gesamtwirkungsgrad der Anlage in Bezug zum Umfangswirkungsgrad zu setzen, darf auf Grund des größeren Auftreffradius bei dem Pelton-turbinenrad Abbildung 43 nicht verwendet werden. Wieder wurde der Umfangswinkel, wegen des nicht genau messbaren Ablenkwinkels, als Kurvenschar in Abbildung 47 gegen die Turbinendrehzahl aufgetragen. Welcher genaue Ablenkwinkel zutrifft, steht nicht im Vordergrund, da allein das Maximum des Umfangswirkungsgrades für die folgende Betrachtung von Bedeutung ist.<sup>92</sup> Dieses liegt etwa bei 113 rpm. Wird analog zum Turgowheel der Gesamtwirkungsgrad der Anlage in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl (Abbildung 48) betrachtet, so liegt das Maximum des parabolischen Fits bei etwa 120 rpm. Dies zeigt, dass der Wirkungsgrad der Anlage ab einer bestimmten Drehzahl, die bei etwa 120 rpm liegt, abflachen muss.

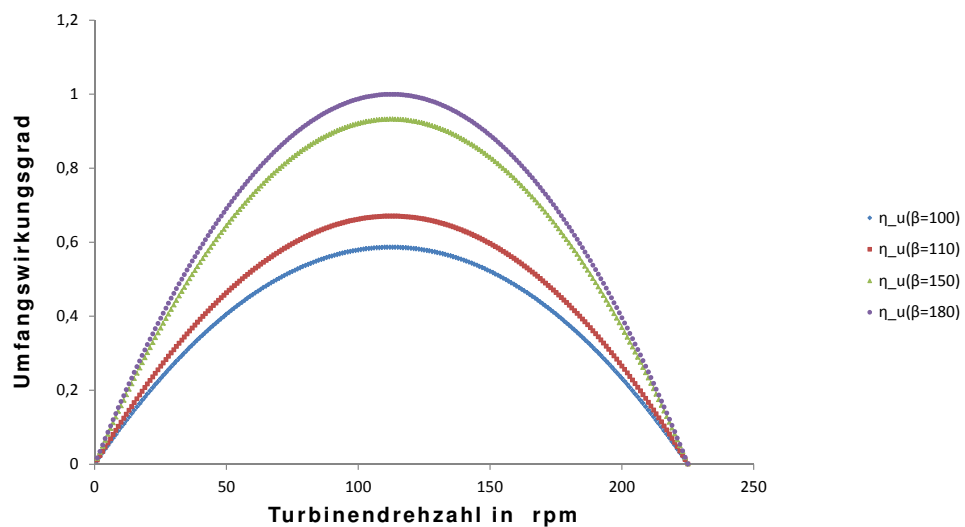


Abbildung 47: Gerechneter Umfangswirkungsgrad der Pelton-Turbine in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl

<sup>92</sup>Eine Bestimmung des Ablenkwinkels ist, wie in Abbildung 54 vorgenommen, möglich aber ungenau.

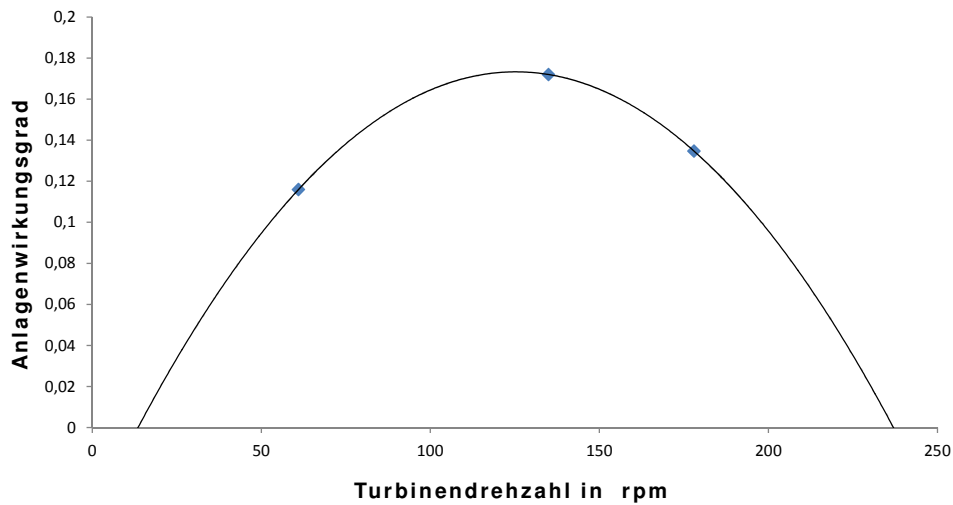


Abbildung 48: Gemessener Gesamtwirkungsgrad mit Pelton-Turbine in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl

Für die Leistungsmessungen und die daraus errechneten Wirkungsgrade des Peltonturbinenrades wurde die Druckrohrleitung mit 25 mm Querschnitt, das Glasrohrstück als Reservoir als Zuleitung zur Turbine verwendet. Die Schlauchtüllen mit 8 mm, 12 mm und 16 mm Durchmesser wurden zur Variation des Volumenstroms angeschlossen. Wie der Abbildung 37 zu entnehmen ist, liegt der für den Wirkungsgrad der Anlage günstige Lastwiderstand bei etwa  $6\ \Omega$ , weshalb die 6 V/0,6 W Glühbirne und zum Vergleich die weniger günstige grüne LED als elektrische Last verwendet wurden.

Als letzte Komponente wurde nochmals der Getriebemotor RB350050 als Generator verwendet, was aber keine Erhöhung von Leistung oder Wirkungsgrad bewirkte. Somit ist oben genannte Zuleitungsvariante in Verbindung mit dem Peltonturbinenrad, dem Getriebemotor RB350030 als Generator und der 6 V/0,6 W Glühbirne als elektrische Last die Konstellation, welche die höchsten Leistungs- und Wirkungsgradwerte liefert.

## 9. Möglichkeiten der Schülerlabornutzung

Für eine erfolgreiche Nutzung des Modells einer Wasserkraftanlage im Schülerlabor muss zum einen ein Gesamtziel der Experimente gewählt werden. Zu dem muss verifiziert werden, inwieweit dieses Ziel mit den vorliegenden Mitteln erreichbar ist. Zum anderen muss eine geeignete Anleitung erstellt werden, die es SuS mit unterschiedlichen curricularen und individuellen Vorkenntnissen ermöglicht, die angestrebten Erkenntnisse selbstständig erarbeiten zu können.

### 9.1. Einbettung des Themas

Im Rahmen des Diskurses zu regenerativen Energiequellen spielt die Nutzung der Wasserkraft eine große Rolle, da in Deutschland Wasserkraftanlagen etwa 25% der regenerativen Energieerzeugung ausmachen.<sup>93</sup> Im Physikunterricht soll dieser Diskurs in der Jahrgangsstufe 9 des Gymnasiums thematisiert werden.<sup>94</sup> Daher ist es ratsam, den vorliegenden Versuchsaufbau zur Wasserkraft in dieser Jahrgangsstufe zu verwenden. Mit dem Versuchsaufbau ist es möglich, die grundsätzliche Funktionsweise eines Speicherkraftwerks, aber auch die Grenzen eines solchen Anlagentyps, aufzuzeigen. Dies ermöglicht im Anschluss eine fächerübergreifende Betrachtung der Wasserkraft in Bezug auf Standorte und die damit verbundenen Abhängigkeiten.<sup>95</sup> Da der Modellaufbau in Bezug auf eine Nutzung im Schülerlabor PIA konzipiert wurde, werden die möglichen Einbettungen des Themas in einen fächerübergreifenden Kontext hier nicht weiter vertieft.

Wird das Experimentziel auf die Jahrgangsstufe 9 des Gymnasiums (G8) ausgelegt, kann an schon behandelte physikalische Themengebiete angeknüpft werden.<sup>96</sup> Einige Begriffe sollten dennoch aufgearbeitet werden, um

---

<sup>93</sup>BMU, 2010, S. 7.

<sup>94</sup>Lehrplan Physik G8, 2010, S.19.

Für die Verwendung in anderen Schulzweigen müssen die entsprechenden Lehrpläne einbezogen werden.

<sup>95</sup>Der Wasserkreislauf soll in Erdkunde Jahrgangsstufe 8 behandelt werden, Gewässerökologie in Biologie in der Jahrgangsstufe 7, so dass diese Themengebiete auch fächerübergreifend angesprochen werden könnten, jedoch nicht als Voraussetzung angesehen werden sollten. Beispielsweise können auch geographische Betrachtungen, wie sie in Nutzungsplänen vorgenommen werden, durchgeführt werden. Siehe dazu auch im Anhang Abschnitt „Potentialbegriff für Wasserkraftnutzungspläne“. Vgl. Lehrplan Politik und Wirtschaft G8, 2010, S.26. Siehe auch Lehrplan Erdkunde G8, 2010, S.16. Siehe auch Lehrplan Biologie G8, 2010, S.14.

<sup>96</sup>Es kann aber nicht davon ausgegangen werden, dass die SuS beispielsweise Schaltskizzen, wie sie in der E-Lehre eingeführt wurden, problemlos aufbauen können.

ein erfolgreiches Bearbeiten einer Experimentierserie für alle SuS zu gewährleisten. Besonders relevant ist der Energiebegriff, da dieser eine zentrale Stellung bei der Auswertung der Experimente einnimmt. Auch die exakte physikalische Definition von Energie, Arbeit und Leistung muss gewährleistet sein, um die Grenzen des Aufbaus aufzeigen zu können.

## 9.2. Auswahl von Experimenten

Durch das Gesamtexperiment kann aufgezeigt werden, dass sich bewegendes Wasser dazu verwendet werden kann, Strom zu erzeugen. Im Zuge dessen kann weiterhin ermittelt werden, dass mit höherem Wasserdurchsatz auch die elektrische Leistung steigt. Durch eine Betrachtung des Wirkungsgrades kann gleichzeitig gezeigt werden, dass ab einer bestimmten elektrischen Leistung für eine Leistungserhöhung ungleich mehr Wasser benötigt wird. Die Veränderung von Einzelkomponenten wirkt sich unmittelbar auf den Wirkungsgrad und die elektrische Leistung der Anlage aus und zeigt damit die Komplexität des gesamten Systems.

Als Gesamtziel kann die „Bestimmung von Einflussfaktoren auf die erzielte Leistung und den Wirkungsgrad einer Wasserkraftanlage“ gewählt werden. Die Einzelexperimente werden nach folgenden Kriterien<sup>97</sup> untersucht, ausgewählt und gegebenenfalls angepasst.

- (i) Eindeutigkeit des Ergebnisses
- (ii) Visualisierung des Ergebnisses
- (iii) Arbeitsaufwand versus Erkenntnisgewinnung
- (iv) Zeitaufwand versus Erkenntnisgewinnung

Mit Kriterium (i) soll ausgeschlossen werden, dass ein Ergebnis wenig aussagekräftig beziehungsweise nur dann aussagekräftig ist, wenn die Erkenntnis bereits bekannt ist und dementsprechend ausgewertet wird. Dies beinhaltet die Frage, ob anhand des vorliegenden Experiments eine bestimmte Regelmäßigkeit erkennbar oder überprüfbar ist.

Durch Kriterium (ii) soll verhindert werden, dass ein Ergebnis nicht genügend

---

<sup>97</sup>Kriterium (i) und (ii): Vgl. Aufschnaiter, Claudia von: Vollständiger Foliensatz zum Seminar: Einführung in die Fachdidaktik der Physik II (unveröffentlicht), Gießen 2009, Folie 169.

Kriterium (iii) und (iv) - echte Lernzeit: Vgl. Meyer, Hilbert: Zehn Merkmale guten Unterrichts. Empirische Befunde und didaktische Ratschläge, in: Pädagogik 10 (2003), S. 38.



erkennbar ist und dadurch die Möglichkeit, die angestrebte Erkenntnis zu gewinnen, gering ist.

Die Kriterien (iii) und (iv) sollen den zu betreibenden Aufwand und die Erkenntnisgewinnung einander gegenüberstellen.

Eine Anwendung der Kriterien auf die Experimente während der Konstruktionsphase ergibt, dass sich nicht alle diese Versuche für Schüler eignen.

Alle Experimente, die auf die Einwirkung der Schlauch- beziehungsweise der Druckrohrleitungsquerschnitte eingehen, können zusammen betrachtet werden. Der Einfluss der Rohrreibung auf die Strömungsgeschwindigkeit ist eindeutig messbar (i), die Überprüfung des Hagen-Poiseuille-Gesetzes ist auf Grund der wenigen Datenpunkte<sup>98</sup> und der Turbulenzen, deren Reibungseinflüsse auf die Strömungsgeschwindigkeit kaum zu berechnen sind, nur bedingt möglich. Daher ist eine qualitative Beschreibung der auftretenden Reibungseffekte eher zu empfehlen. Da diese eindeutig erkennbar sind (ii), ist eine einfache Aussage, je dicker der Schlauch, desto schneller fließt das Wasser, über die Definition des Volumenstroms<sup>99</sup> anzustreben<sup>100</sup>. Das Wechseln der Schlauchleitungen ist durch die Schraubverschlüsse schnell und leicht realisierbar und stellt somit keine Einschränkung im Sinne von (iii) dar. Es soll im Zuge des Experimentierens auch das wissenschaftliche Arbeiten dahingehend geschult werden, dass Messungenauigkeiten, wie z.B. beim Stoppen der Zeit, durch Mehrfachdurchführungen minimiert werden können. Wird für jede Schlauchleitung die Zeit gestoppt, die benötigt wird, um ein Messvolumen von 3 l zu füllen, so bedeutet dies bei fünf Wiederholungen eine gesamte Messdauer von etwa 40 min. Wird dem erhöhten zeitlichen Aufwand die geringe Verbesserung der Messgenauigkeit gegenüber gestellt, ist wiederholtes Messen nach Kriterium (iv) wenig hilfreich. Der hohe zeitliche Aufwand könnte minimiert werden, indem mehrere SuS gleichzeitig stoppen, jedoch muss dies im Hinblick auf die Variablenkontrolle genau überdacht und mit den SuS diskutiert werden. Wird das Messvolumen verkleinert, um die Dauer der Einzelmessungen zu verringern, so steht diesem der stark variierende Volumenstrom entgegen. Der relative Messfehler durch

---

<sup>98</sup>Zum derzeitigen Stand können nur vier verschiedene Schlauchleitungen verwendet werden. Es wäre allerdings möglich, weitere Zwischengrößen zu verwenden.

<sup>99</sup>Da diese Definition wahrscheinlich nicht vorausgesetzt werden kann, muss eine geeignete Einführung stattfinden. Beispielsweise über Vergleich der sich bewegenden Wassermengen.

<sup>100</sup>Ein Vergleich mit den Daten eines Realbauwerks kann hier gut eingesetzt werden.

das Stoppen wird größer, je höher der Volumenstrom wird, da das zu stoppende Zeitintervall immer kleiner wird. Ein dem Volumenstrom angepasstes Messvolumen würde der Vorstellung von Variablenkontrolle widersprechen, sofern dies nicht ausführlich diskutiert würde. Die Verwendung der geeigneten Schlauchleitung ist für Leistung und Wirkungsgrad ausschlaggebend, da die auftretenden Reibungseffekte beides minimieren.

Die Verwendung von verschiedenen Generatoren sollte sich auf die Getriebe-  
generatoren RB350030 und RB350050 beschränken, da mit keinem anderen  
bisher verwendeten Generator eine Glühbirne zum Leuchten gebracht wer-  
den konnte (ii). Zwar reichen die Messwerte des Volt- und Amperemeters  
aus, um eine Leistungssteigerung aufzuzeigen, jedoch ist ein Helligkeitsun-  
terschied einer Glühbirne bei verschiedenen Volumenströmen des Wassers  
ein guter zusätzlicher und sichtbarer Indikator.

Die Einwirkung der elektrischen Last auf die Leistung und den Wirkungs-  
grad der Anlage kann nur qualitativ bearbeitet werden, da sich mehre-  
re Parameter gegenseitig beeinflussen, und somit keine Variablenkontrolle  
möglich ist (i). Werden Leistungsmessungen durchgeführt, so ist intuitiv  
klar, dass die elektrische Leistung mit dem Wasserdurchsatz steigt. Werden  
gleichzeitig Drehzahlmessungen durchgeführt, so erhöht sich auch die Dreh-  
zahl mit steigendem Volumenstrom. Jedoch ist für SuS sicher verblüffend,  
dass beim Umschalten auf die LED eine geringere Leistung, aber höhere  
Drehzahl erzielt wird. Es gilt also nicht immer, je höher die Drehzahl, desto  
mehr Leistung.

Für die Bestimmung des Wirkungsgrades ist der Energiebegriff besonders  
aufzuarbeiten. Um Rechenfehlern vorzubeugen, sind Maßeinheiten geschickt  
zu wählen, und gegebenenfalls Zahlenwerte vorzugeben.<sup>101</sup> Das Abflachen  
der Wirkungsgradkurve muss entsprechend aufgearbeitet werden, da dies  
nicht intuitiv ist, und daher von SuS fälschlicherweise auf einen Mess- oder  
Rechenfehler zurückgeführt werden könnte.<sup>102</sup>

Für eine endgültige Zielsetzung der Experimentierserie kann der Beitrag des  
Experiments zu einem Lernziel betrachtet werden.<sup>103</sup>

<sup>101</sup>Beispielsweise: Pro Meter Fallhöhe kann aus einem Liter Wasser theoretisch etwa  
10 MJ = 10 MWs elektrische Energie gewonnen werden

<sup>102</sup>Vgl. Duit, Reinders u.a.: Das Experiment im Physikunterricht in Piko-Brief Nr. 7, o.O.  
2010, S. 4.

<sup>103</sup>Vgl. Hopf, Martin u.a.: Physikdidaktik Kompakt, o.O. 2011, S. 107. Sie auch Duit,  
Reinders u.a.: Das Experiment im Physikunterricht in Piko-Brief Nr. 7, o.O. 2010, S.

### 9.3. Grundüberlegungen zu einer Anleitung

Für die Aufbereitung der Einzelexperimente zu einer geeigneten Anleitung, sollten neben den fachlichen physikalischen Grundlagen auch Lernvoraussetzungen und -perspektiven der SuS berücksichtigt werden. Zu einigen Themengebieten sind Schülervorstellungen gut erhoben, sodass sie in die Gestaltung der Anleitung ohne Schwierigkeiten einbezogen werden können.

- Mechanik<sup>104</sup>
- Druck<sup>105</sup>
- Elektrizität<sup>106</sup>
- Energie<sup>107</sup>

Allerdings sollten auch SuS-Vorstellungen zur Strömungsdynamik berücksichtigt werden.<sup>108</sup> Zudem sollte eine Anleitung den SuS Raum für Selbstbestimmung schaffen, so dass sie die Experimente zwar offen aber nicht unangeleitet durchführen können.<sup>109</sup> Als Rahmenmodell kann das der didaktischen Reduktion verwendet werden, welches die Verknüpfung von fachlicher Klärung und Lernperspektiven berücksichtigt und deren Einfluss auf das Design eines Lernangebotes einbezieht.<sup>110</sup> Der Lernerfolg während einer Experimenteserie ist durch die Anleitung und die damit verbundene Aufarbeitung im Vorfeld in entscheidendem Maße determiniert. Da dies über den Rahmen dieser Examensarbeit hinausgeht, wird auf eine Ausformulierung verzichtet.

---

2.

<sup>104</sup>Siehe dazu Hopf, 2011, S. 38f und Müller, Rainer u.a. (Hg.): Schülervorstellungen in der Physik o.O. 2011<sup>3</sup>, Kapitel 3.

<sup>105</sup>Siehe dazu Wodzinski, 2011<sup>3</sup>, S. 215ff.

<sup>106</sup>Siehe dazu Hopf, 2011, S. 42ff und Rhöneck, Christoph von, Vorstellungen vom elektrischen Stromkreis, in: Schülervorstellungen in der Physik, hg. von Müller, Rainer u.a., o.O. 2011<sup>3</sup>, S. 167ff.

<sup>107</sup>Siehe dazu Duit, 2011<sup>3</sup>, S. 189.

<sup>108</sup>Zu diesem Themengebiet konnten keine Erhebungen gefunden werden.

<sup>109</sup>Vgl. Aufschnaiter, Claudia von: Vollständiger Foliensatz zum Seminar: Einführung in die Fachdidaktik der Physik II (unveröffentlicht), Gießen 2009, Folie 138.

<sup>110</sup>Vgl. Kattmann, Ulrich: Didaktische Reduktion - eine praktische Theorie, in: Theorien in der biologiedidaktischen Forschung. Ein Handbuch für Lehramtsstudenten und Doktoranden, hg. von Krüger, Dirk/Vogt, Helmut, Berlin u.a. 2007, S. 93ff.



## 10. Fazit

Das im Rahmen dieser Examensarbeit konzipierte und gebaute Miniaturwasserkraftwerk lehnt sich vom Aufbau her an ein Speicherkraftwerk an. Zwar eignet sich der verbaute Turbinentyp der Pelton-Turbine hauptsächlich für sehr große Fallhöhen, jedoch lässt er sich auf Grund der im Vergleich zu anderen Turbinentypen einfacheren Bauweise auch in kleinem Maßstab funktionstüchtig herstellen. Die vorgenommene Abstimmung der Systemkomponenten aufeinander ermöglicht einen Wirkungsgrad im Bereich von 17%. Für ein derartiges Miniaturkraftwerk ist dieses Ergebnis erstaunlich gut, insbesondere auch, weil es sich um einen Eigenbau handelt. Es gibt keine kommerziell erhältlichen Modelle.

Mit Hilfe dieses Modellaufbaus lassen sich die Grundprinzipien der Stromerzeugung durch Wasserkraft aufzeigen und analysieren, sowie allgemein die Komplexität von Kraftwerken verdeutlichen. Es kann die Auswirkung verschiedener Variationen der Komponenten auf Leistung und Wirkungsgrad der Anlage gezeigt werden.

Die Verbindung zwischen Oberbecken und Turbinenhaus, die die geringsten Reibungseffekte aufweist, ist eine dicke Druckrohrleitung mit vergleichsweise geringer Austrittsöffnung. In Realbauwerken werden ebenfalls große Druckrohrleitungen verwendet, um Wirkungsgradeinbußen durch Strömungswiderstände zu minimieren.

Der Wirkungsgradverlauf der Gesamtanlage hängt, wie bei einem realen Kraftwerk, von vielen Faktoren ab. Der Verlauf weist ein deutliches Maximum auf, bei dem das kostbare Wasser am effizientesten zu nutzen ist.

Im Hinblick auf die zugrunde liegenden physikalischen Zusammenhänge können Gesetzmäßigkeiten der Strömungsmechanik und Strömungsdynamik anhand des Modellaufbaus überprüft und in gewissem Maße verifiziert werden.

Da der Modellaufbau für eine Nutzung im Schülerlabor der Justus-Liebig-Universität Gießen entworfen wurde, ist auf eine einfache Handhabung geachtet worden. Eine gut strukturierte Anleitung wird es SuS ermöglichen, an diesem Modellspeicherkraftwerk Erfahrungen mit der Nutzung der Wasserkraft als regenerativer Energiequelle zu sammeln und vielleicht so das Bewusstsein für die Möglichkeiten und Grenzen des technisch Machbaren im Bereich regenerative Energiegewinnung aus Wasserkraft schaffen.



## A. Literaturverzeichnis

Aufschnaiter, Claudia von: Vollständiger Foliensatz zum Seminar: Einführung in die Fachdidaktik der Physik II (unveröffentlicht), Gießen 2009.

Braun, Hans-Joachim/Kaiser, Walter: Propyläen Technikgeschichte. Energiewirtschaft Automatisierung Information seit 1914, Bd. 5, Berlin 1992.

Brockhaus. Enzyklopädie 15 (2006), S. 390.

Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und Reaktorsicherheit: Schlussbericht Potentialermittlung für den Ausbau der Wasserkraftnutzung in Deutschland als Grundlage für die Entwicklung einer geeigneten Ausbaustrategie, Aachen 2010.

Bundesregierung: Erfahrungsbericht 2011 zum Erneuerbare-Energien-Gesetz (EEG-Erfahrungsbericht), o.O. 2011.

Demtröder, Wolfgang: Experimentalphysik 1. Mechanik und Wärme, Berlin u.a., 2006<sup>4</sup>.

Duit, Reinders u.a.: Das Experiment im Physikunterricht, in Piko-Brief Nr. 7, o.O. 2010.

Duit, Reinders: Energievorstellungen, in: Schülervorstellungen in der Physik, hg. von Müller, Rainer u.a., o.O. 2011<sup>3</sup>, S. 189-191.

E.ON Wasserkraft GmbH: Technik der Wasserkraft, o.O. 2010.

Hack, Hans-Peter/Thürmer, Konrad: Wasserkraftanlagen - ökonomische, ökologische und soziologische Aspekte, in: Integratives und nachhaltigkeitsorientiertes Wassermanagement Kooperationspotenziale zwischen Deutschland und Zentralasien, hg. von Kramer, Matthias, Wiesbaden 2009, S. 124-137.

Hängermann, Dieter/Schneider, Helmut: Propyläen Technikgeschichte. Landbau und Handwerk 750 v.Chr. bis 1000 n.Chr., Bd. 1, Berlin 1991.

Happold, Hans/Oeding, Dietrich: Elektrische Kraftwerke und Netze, Berlin 1978<sup>5</sup>.

Hessisches Kultusministerium: Lehrplan Biologie G8, o.O. 2010.

Hessisches Kultusministerium: Lehrplan Erdkunde G8, o.O. 2010.

Hessisches Kultusministerium: Lehrplan Physik G8, o.O. 2010.

Hessisches Kultusministerium: Lehrplan Politik und Wirtschaft G8, o.O. 2010.

Hopf, Martin u.a.: Physikdidaktik Kompakt, o.O. 2011.

Kaltofen, Rolf u.a.: Tabellenbuch Chemie, Leipzig 1975<sup>7</sup>.

Kaltschmitt, Martin u.a.: Erneuerbare Energien, Berlin/Heidelberg 2006<sup>4</sup>.

König, Wolfgang/Weber, Wolfhard: Propyläen Technikgeschichte. Netzwerke Stahl und Strom 1840 bis 1914, Bd. 4, Berlin 1990.

Link, Thomas: Wasserkraftanlagen, in: Regenerative Energietechnik, hg. von Schabbach, Thomas/Wesselak, Viktor, Berlin u.a. 2009, S. 403-412.

Ludwig, Karl-Heinz/Schmidtchen, Volker: Propyläen Technikgeschichte. Metalle und Macht 1000 bis 1600, Bd. 2, Berlin 1992.

Meschede, Dieter: Gerthsen Physik, Heidelberg u.a., 2010<sup>24</sup>.

Meyer, Hilbert: Zehn Merkmale guten Unterrichts. Empirische Befunde und didaktische Ratschläge, in: Pädagogik 10 (2003), S. 36-42.

Müller, Rainer u.a. (Hg.): Schülervorstellungen in der Physik o.O. 2011<sup>3</sup>, Kapitel 3.



Paulinyi, Ákos/Troitsch, Ulrich: Propyläen Technikgeschichte. Mechanisierung und Maschinisierung 1600 bis 1840, Bd. 3, Berlin 1991.

Rhöneck, Christoph von, Vorstellungen vom elektrischen Stromkreis, in: Schülervorstellungen in der Physik, hg. von Müller, Rainer u.a., o.O. 2011<sup>3</sup>, S. 167-171.

Roedel, Walter/Wagner, Thomas: Physik unserer Umwelt. Die Atmosphäre, Berlin/Heidelberg 2011<sup>4</sup>.

Tipler, Paul Allen/Mosca, Gene: Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Heidelberg 2009<sup>6</sup>.

Wodzinski, Rita: Zustandsgröße Druck, in :Schülervorstellungen in der Physik, hg. von Müller, Rainer u.a., o.O. 2011<sup>3</sup>, S. 215-217.

URL: [http://www.aqualibre.at/index.php?article\\_id=5&clang=0](http://www.aqualibre.at/index.php?article_id=5&clang=0), 27.02.2012.

URL: [http://www.bmu.de/energiewende/beschluesse\\_und\\_massnahmen/doc/47465.php](http://www.bmu.de/energiewende/beschluesse_und_massnahmen/doc/47465.php), 15.01.2012.

URL: <http://www.bmu.de/energiewende/downloads/doc/47467.php>, 15.01.2012.

URL: <http://www.deutsches-museum.de/sammlungen/maschinen/kraftmaschinen/wasserkraft/wasserraeder/mittelschlaechtiges-wasserrad-um-1850/>, 21.12.2011.

URL: <http://www.deutsches-museum.de/sammlungen/maschinen/kraftmaschinen/wasserkraft/wasserraeder/oberschlaechtiges-wasserrad-um-1750/>, 22.12.2011.

URL: <http://www.deutsches-museum.de/sammlungen/maschinen/kraftmaschinen/wasserkraft/wasserraeder/schiffsmuehle-1819/>, 22.12.2011.

URL: <http://www.ecoinnovation.co.nz/popup.aspx?src=images/Product/large/525.jpg>, 07.01.2012.

URL: <http://www.ie.ruhr-uni-bochum.de/download/pelton.pdf>, 09.01.2012.

URL: <http://www.uni-giessen.de/cms/fbz/fb07/fachgebiete/physik/einrichtungen/2pi/ag/ag-metag/schulerlabor>, 27.02.2012.

URL: [http://www.univie.ac.at/pluslucis/FBA/FBA00/wallner/p06\\_9.htm](http://www.univie.ac.at/pluslucis/FBA/FBA00/wallner/p06_9.htm), 22.12.2011.

URL: [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8d/Fourneyron\\_Turbine01.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8d/Fourneyron_Turbine01.jpg), 17.01.2012.

## B. Abbildungsverzeichnis

- Abbildung 1 Schema des Wasserkreislaufes, in: Hack, Hans-Peter/Thürmer, Konrad: Wasserkraftanlagen - ökonomische, ökologische und soziologische Aspekte, in: Integratives und nachhaltigkeitsorientiertes Wassermanagement Kooperationspotenziale zwischen Deutschland und Zentralasien, hg. von Kramer, Matthias, Wiesbaden 2009, S. 124.
- Abbildung 2 Unter- und oberflächiges Wasserrad (nach Landels), in: Hängermann, Dieter/Schneider, Helmut: Propyläen Technikgeschichte. Landbau und Handwerk 750 v.Chr. bis 1000 n.Chr., Bd. 1, Berlin 1991, S. 310.
- Abbildung 3 Standorte großer Wasserkraftanlagen, in: Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und Reaktorsicherheit: Schlussbericht Potentialermittlung für den Ausbau der Wasserkraftnutzung in Deutschland als Grundlage für die Entwicklung einer geeigneten Ausbaustrategie, Aachen 2010, S. 22.
- Abbildung 4 Schematische Darstellung eines Laufwasserkraftwerkes, in: E.ON Wasserkraft GmbH: Technik der Wasserkraft, o.O. 2010, S. 13.
- Abbildung 5 Schematische Darstellung des E.ON Speicherkraftwerks Walchensee, in: E.ON Wasserkraft GmbH: Technik der Wasserkraft, o.O. 2010, S. 17.
- Abbildung 6 Einsatzbereiche verschiedener Turbinentypen in Abhängigkeit der Fallhöhe und des Volumenstroms, in: Kaltschmitt, Martin u.a: Erneuerbare Energien, Berlin/Heidelberg 2006<sup>4</sup>, S. 362.
- Abbildung 7 Wirkungsgradverlauf verschiedener Turbinentypen in Abhängigkeit des Verhältnisses von Durchfluss zu Auslegungsdurchfluss, in: Kaltschmitt, Martin u.a: Erneuerbare Energien, Berlin/Heidelberg 2006<sup>4</sup>, S. 363.

- Abbildung 8 Schematische Darstellung der Fourneyron-Turbine, in:  
URL: [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8d/Fourneyron\\_Turbine01.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8d/Fourneyron_Turbine01.jpg),  
17.01.2012.
- Abbildung 9 Schematische Darstellung einer Francis-Turbine, E.ON  
Wasserkraft GmbH: Technik der Wasserkraft, o.O. 2010,  
S. 9.
- Abbildung 10 Schematische Darstellung einer Kaplan-Turbine, in:  
E.ON Wasserkraft GmbH: Technik der Wasserkraft,  
o.O. 2010, S. 9.
- Abbildung 11 Doppelbecher eines Pelton-Turbinenrades, in: URL:  
<http://www.ecoinnovation.co.nz/popup.aspx?src=images/Product/large/525.jpg>, 07.01.2012.
- Abbildung 12 Schematische Darstellung einer Pelton-Turbine, in:  
E.ON Wasserkraft GmbH: Technik der Wasserkraft,  
o.O. 2010, S. 9.
- Abbildung 13 Kräftebetrachtung von Gefäßen verschiedener Form  
aber gleicher Füllhöhe und gleicher Bodenfläche, in: Me-  
schede, Dieter: Gerthsen Physik, Heidelberg u.a., 2010<sup>24</sup>,  
S. 103.
- Abbildung 14 Schläuche gleichen Querschnitts und Füllhöhe aber ver-  
schiedener Länge, in: Meschede, Dieter: Gerthsen Phy-  
sik, Heidelberg u.a., 2010<sup>24</sup>, S. 103.
- Abbildung 15 Geschwindigkeitserhöhung bei Querschnittverjüngung,  
in: Meschede, Dieter: Gerthsen Physik, Heidelberg u.a.,  
2010<sup>24</sup>, S. 115.
- Abbildung 16 Schema einer laminaren Strömung durch ein Zylin-  
derstück, in: Meschede, Dieter: Gerthsen Physik, Hei-  
delberg u.a., 2010<sup>24</sup>, S. 125.

- Abbildung 17 Schematische Darstellung zweier gegenläufiger Wirbel, in: Meschede, Dieter: Gerthsen Physik, Heidelberg u.a., 2010<sup>24</sup>, S. 122.
- Abbildung 18 Übergang von laminarer in turbulente Strömung in Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit, in: Meschede, Dieter: Gerthsen Physik, Heidelberg u.a., 2010<sup>24</sup>, S. 129.
- Abbildung 19 Schematische Darstellung der Absolut- und Relativgeschwindigkeiten an der Turbinenschaufel, in: URL: <http://www.ie.ruhr-uni-bochum.de/download/pelton.pdf>, 09.01.2012.
- Abbildung 20 Geschwindigkeitsdreieck der Austrittsgeschwindigkeiten an der Turbinenschaufel, eigene Darstellung.
- Abbildung 21 Darstellung des Modellaufbaus (links) und des Unterbeckens (rechts), eigene Darstellung.
- Abbildung 22 Schematische Darstellung des Oberbeckens inklusive Kaskadensystem, eigene Darstellung.
- Abbildung 23 Gefülltes Oberbecken mit integriertem Kaskadensystem, eigene Darstellung.
- Abbildung 24 Sechsbechriges Turgowheel, eigene Darstellung.
- Abbildung 25 Darstellung der Generator-Wellen-Verbindung (links) und der Kraftmessungsanordnung (rechts), eigene Darstellung.
- Abbildung 26 Schaltbild der Generator-Multimeter-Anordnung, eigene Darstellung.
- Abbildung 27 Darstellung des Aufbaus zur Überprüfung der Bernoulli-Gleichung, eigene Darstellung.
- Abbildung 28 Strömungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Wassersäulenhöhe, eigene Darstellung.
- Abbildung 29 Strömungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Wassersäulenhöhe, eigene Darstellung.

- Abbildung 30 Strömungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Wassersäulenhöhe, eigene Darstellung.
- Abbildung 31 Volumenstrom in Abhängigkeit des Schlauchradius, eigene Darstellung.
- Abbildung 32 Volumenstrom in Abhängigkeit der Schlauchlänge, eigene Darstellung.
- Abbildung 33 Sichtbare Turbulenzen im Plexiglasrohrstück, eigene Darstellung.
- Abbildung 34 Drehmoment in Abhängigkeit des Volumenstroms, eigene Darstellung.
- Abbildung 35 Leistung in Abhängigkeit des Volumenstroms, eigene Darstellung.
- Abbildung 36 Wirkungsgrad in Abhängigkeit des Volumenstroms, eigene Darstellung.
- Abbildung 37 Leistung in Abhängigkeit des Lastwiderstandes, eigene Darstellung.
- Abbildung 38 Strom und Spannung in Abhängigkeit des Lastwiderstandes, eigene Darstellung.
- Abbildung 39 Schema der Höhenunterschiede, eigene Darstellung.
- Abbildung 40 Austritts- und Auftreffgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Wassersäulenhöhe, eigene Darstellung.
- Abbildung 41 Abhängigkeit der Turbinendrehzahl vom Volumenstrom, eigene Darstellung.
- Abbildung 42 Gesamtwirkungsgrad in Abhängigkeit des Volumenstroms (Turgowheel), eigene Darstellung.
- Abbildung 43 Gerechneter Umfangswirkungsgrad des Turgowheels in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl, eigene Darstellung.
- Abbildung 44 Gemessener Gesamtwirkungsgrad in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl mit parabolischem Fit, eigene Darstellung.

- Abbildung 45 Leistung in Abhängigkeit des Volumenstroms (Pelton-Turbine), eigene Darstellung.
- Abbildung 46 Gesamtwirkungsgrad in Abhängigkeit des Volumenstroms (Pelton-Turbine), eigene Darstellung.
- Abbildung 47 Gerechneter Umfangswirkungsgrad der Pelton-Turbine in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl, eigene Darstellung.
- Abbildung 48 Gemessener Gesamtwirkungsgrad mit Pelton-Turbine in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl, eigene Darstellung.
- Abbildung 49 Schematische Rekonstruktion der Mühlenanlage bei Barbegal, in: Hängermann, Dieter/Schneider, Helmut: Propyläen Technikgeschichte. Landbau und Handwerk 750 v.Chr. bis 1000 n.Chr., Bd. 1, Berlin 1991, S. 309.
- Abbildung 50 Ruinen der Mühlenanlage bei Barbegal aus dem frühen 4. Jhd., in: Hängermann, Dieter/Schneider, Helmut: Propyläen Technikgeschichte. Landbau und Handwerk 750 v.Chr. bis 1000 n.Chr., Bd. 1, Berlin 1991, S. 309.
- Abbildung 51 Paddelkranz einer Horizontalen Wassermühle des 19. Jhd. im Enza-Tal, in: Hängermann, Dieter/Schneider, Helmut: Propyläen Technikgeschichte. Landbau und Handwerk 750 v.Chr. bis 1000 n.Chr., Bd. 1, Berlin 1991, S. 309.
- Abbildung 52 Darstellung des Anschlusses der Schlauchleitung (links) beziehungsweise der Druckrohrleitung (rechts) an den Kugelhahn, eigene Darstellung.
- Abbildung 53 Verwendete Gleichstrommotoren als Generator, eigene Darstellung.
- Abbildung 54 Geometrische Bestimmung des Ablenk winkels, eigene Darstellung.
- Abbildung 55 Optischer Drehzahlmesser PeakTech 2790, eigene Darstellung.





## C. Anhang

### C.1. Abbildungen



Abbildung 49: Schematische Rekonstruktion der Mühlenanlage bei Barbegal

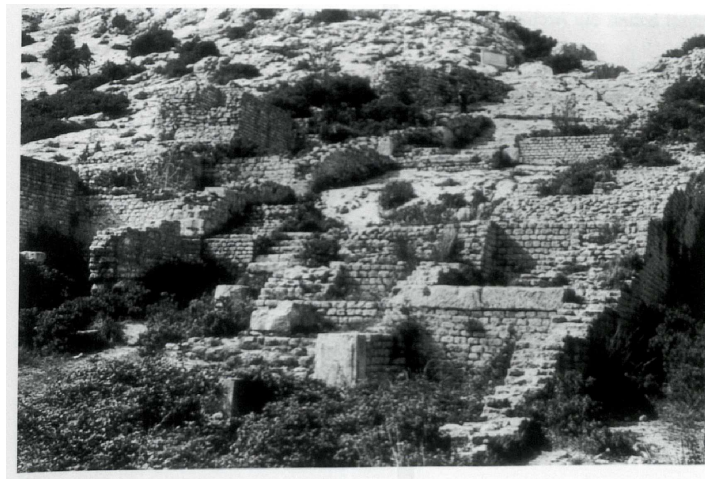


Abbildung 50: Ruinen der Mühlenanlage bei Barbegal aus dem frühen 4. Jhd.

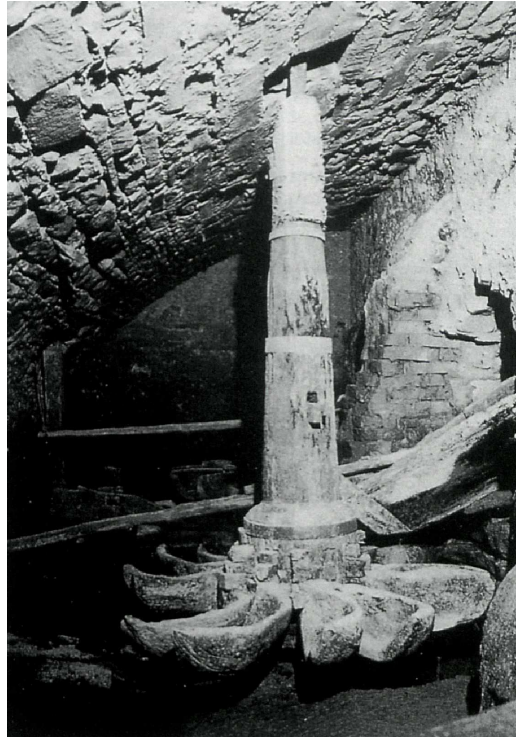


Abbildung 51: Paddelkranz einer Horizontalen Wassermühle des 19. Jhd.  
im Enza-Tal



Abbildung 52: Darstellung des Anschlusses der Schlauchleitung (links)  
beziehungsweise der Druckrohrleitung (rechts) an den  
Kugelhahn

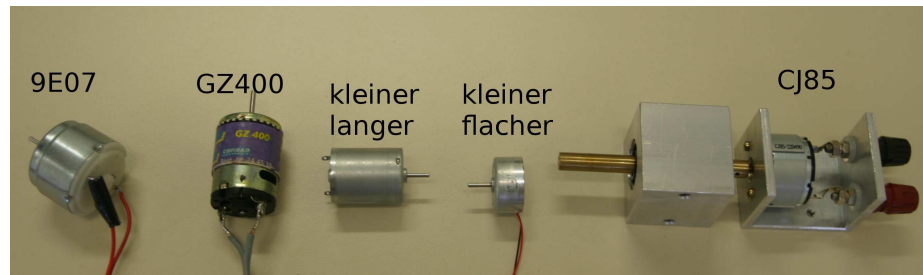


Abbildung 53: Verwendete Gleichstrommotoren als Generator

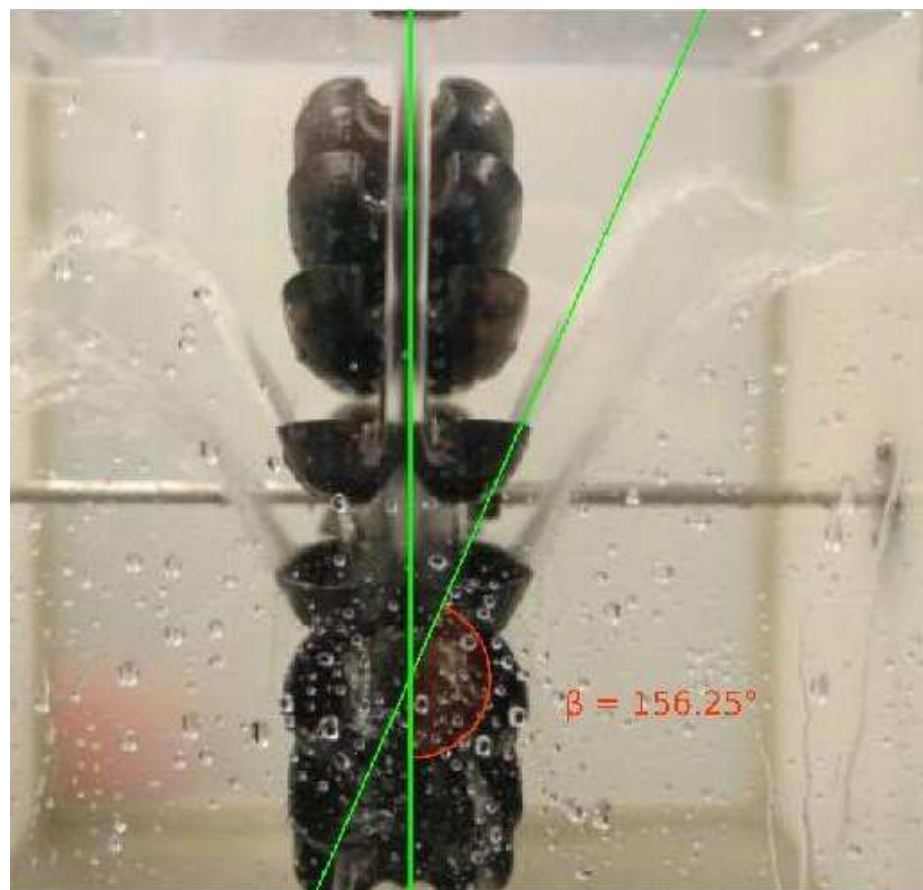


Abbildung 54: Geometrische Bestimmung des Ablenkwinkels



Abbildung 55: Optischer Drehzahlmesser PeakTech 2790

## C.2. Potenzialbegriff für Wasserkraftnutzungspläne

Im Rahmen der Wasserkraftnutzungspläne wird Gewässern und Regionen ein gewisses Potential für eine wasserkrafttechnische Nutzung zugeschrieben<sup>111</sup>. Dieses Potential lässt sich aus der Definition der Lageenergie (8) errechnen und findet, vor allem bei der Ermittlung möglicher neuer oder der Sanierung bestehender Standorte, eine wichtige Anwendung.

Das so genannte Abflussflächenpotential bezeichnet den maximal verfügbaren Energievorrat, der durch die Summe der potentiellen Energie des gesamten in dem Gebiet vorhandenen Wassers zur Verfügung steht. Dabei wird die Potentialdifferenz alles sich im Gebiet befindliche Wasser zwischen Aufenthaltsort und dem niedrigsten Bezugspunkt ermittelt. Allerdings kann der untere Bezugspunkt nicht unterhalb NN<sup>112</sup> liegen. Das Abflussflächenpotential berücksichtigt die gesamte Wassermenge, die durch den Wasserkreislauf dem Gebiet durch Niederschlag zugeführt wurde, kann also als theoretische Obergrenze für die Energieerzeugung verstanden werden, da Teile des Wassers versickern und daher nicht vollständig genutzt werden können.

Wird hingegen das Linienpotential von Gewässern herangezogen, so berücksichtigt dies nur den Volumenfluss durch das Gewässer und errechnet sich analog zur potentiellen Energie von Fluiden nach Gleichung (10). Allerdings wird hier, wie beim Abflussflächenpotential, jeder Punkt des Gewässers berücksichtigt, so dass das Linienpotential des gesamten Gewässers durch die Summe der Einzellinienpotentiale errechnet wird.

$$E_L = I_{V_i} \cdot t \cdot \rho \cdot g \cdot \Delta h_i$$

Zu beachten ist, dass hier der Volumenstrom  $I_{V_i}$  in einem Zeitintervall mit dessen Dauer multipliziert werden muss, um die Volumendifferenz  $\Delta V$  zu erhalten.

---

<sup>111</sup>Vgl. BMU, 2010, S. 39.

<sup>112</sup>Normal Null, Meereshöhe



### C.3. Tabellen

Motorabkürzung	Motorbezeichnungsmerkmal
CJ85	Produktnummer
k& f	Klein und flach
k& l	klein und lang
GZ400	Produktnummer
9E07	Produktnummer
G30	Getriebemotor RB350030
G50	Getriebemotor RB350050

Tabelle 1: Abkürzungen der Motoren, die als Generatoren verwendet wurden.

$h/[m]$	$\sqrt{(h/[m])}$	$V/[l]$	$t/[s]$	$I_V/[l/s]$	$v/[m/s]$	$v_{theo}/[m/s]$	$\sqrt{v}$
0,22	0,47	0,30	63,21	0,00	0,38	2,08	0,61
0,27	0,52	0,30	52,52	0,01	0,45	2,30	0,67
0,32	0,57	0,30	43,68	0,01	0,55	2,51	0,74
0,37	0,61	0,30	40,14	0,01	0,59	2,69	0,77
0,42	0,65	0,30	36,19	0,01	0,66	2,87	0,81
0,47	0,69	0,30	34,12	0,01	0,70	3,04	0,84
0,52	0,72	0,30	31,16	0,01	0,77	3,19	0,88
0,57	0,75	0,30	30,05	0,01	0,79	3,34	0,89
0,62	0,79	0,30	28,39	0,01	0,84	3,49	0,92
0,67	0,82	0,30	26,37	0,01	0,91	3,63	0,95
0,72	0,85	0,30	25,74	0,01	0,93	3,76	0,96
0,77	0,88	0,30	24,18	0,01	0,99	3,89	0,99
0,82	0,91	0,30	23,39	0,01	1,02	4,01	1,01
0,87	0,93	0,30	21,55	0,01	1,11	4,13	1,05
0,92	0,96	0,30	20,95	0,01	1,14	4,25	1,07

Tabelle 2: Gerundete Messwerte des Experiments zur Überprüfung des Bernoulli-Gesetzes

$h/[m]$	0,85	0,85	0,85	0,85
$V/[l]$	3	3	3	3
$l/[m]$	1,27	1,27	1,27	1,27
$r/[cm]$	0,20	0,40	0,60	0,80
$r^4/[cm^4]$	0,0016	0,0256	0,1296	0,4096
$t_1/[s]$	211,68	48,77	16,53	7,45
$t_2/[s]$	221,49	44,40	15,60	7,20
$t_3/[s]$	211,65	50,14	17,53	7,01
$t_4/[s]$	207,84	49,83	16,34	7,38
$t_5/[s]$	217,32	49,72	17,01	7,09
$\bar{t}/[s]$	214,00	48,57	16,60	7,23
$I_V/[l/min]$	0,84	3,71	10,84	24,91
$v/[m/s]$	1,12	1,23	1,60	2,06

Tabelle 3: Gerundete Messwerte des Experiments zur Überprüfung des Hagen-Poiseuille-Gesetz (Abhängigkeit des Volumenstrom vom Schlauchradius)

$h/[m]$	0,85	0,85	0,85	0,85
$V/[l]$	1	1	1	1
$r/[m]$	0,002	0,002	0,002	0,002
$l/[m]$	1,27	1,55	2,25	3,10
$(1/l)/[m^{-1}]$	0,79	0,65	0,44	0,32
$t_1/[s]$	70,56	89,34	106,65	188,28
$t_2/[s]$	73,83	92,09	112,43	189,38
$t_3/[s]$	70,55	88,12	105,59	186,19
$t_4/[s]$	69,28	90,37	111,59	194,07
$t_5/[s]$	72,44	90,23	105,03	192,93
$\bar{t}/[s]$	71,33	90,03	108,26	190,17
$I_V/[l/s]$	0,0140	0,0111	0,0092	0,0053
$I_V/[l/min]$	0,84	0,67	0,55	0,32

Tabelle 4: Gerundete Messwerte des Experiments zur Überprüfung des Hagen-Poiseuille-Gesetz (Abhängigkeit des Volumenstrom von der Schlauchlänge)



$r/[dm]$	$\bar{t}/[s]$	$V/[dm^3]$	$I_V/[l/s]$	$v/[m/s]$
0,02	72,4	3	0,041436464	3,297409042
0,05	11,63	3	0,257953568	3,284366839
0,035	23,67	3	0,126742712	3,293343537

Tabelle 5: Messwerte zur Überprüfung der konstanten Austrittsgeschwindigkeit bei Verwendung der Druckrohrleitung inkl. Plexiglasrohrstück (Auszug)

Querschnitt	4mm	8mm	12mm	16mm
Kraft [N]	0,07	0,16	0,65	2
Hebelarm [m]	0,07	0,07	0,07	0,07
Drehmoment [Nm]	0,0049	0,0112	0,0455	0,14
Drehmoment [Ncm]	0,49	1,12	4,55	14
Drehmoment [Nmm]	4,9	11,2	45,5	140

Tabelle 6: Messwerte des Experiments zur Bestimmung des Drehmoments an der Welle

CJ85	U/[V]	I/[mA]	P/[mW]	$P_{\text{theo}}/[mW]$	$N/[\%]$
4mm	0	0	0	144,1622726	0
8mm	0,073	10,5	0,7665	688,1580775	0,111384292
12mm	0,155	16	2,48	2245,512646	0,110442486
16mm	0,214	18,2	3,8948	4370,963473	0,089106212
kleiner flacher	U/[V]	I/[mA]	P/[mW]	$P_{\text{theo}}/[mW]$	$N/[\%]$
4mm	0,01	1,5	0,015	144,1622726	0,010404941
8mm	0,045	7	0,315	688,1580775	0,045774366
12mm	0,066	9,7	0,6402	2245,512646	0,028510193
16mm	0,079	10,9	0,8611	4370,963473	0,019700462
kleiner langer	U/[V]	I/[mA]	P/[mW]	$P_{\text{theo}}/[mW]$	$N/[\%]$
4mm	0	0	0	144,1622726	0
8mm	0,03	4,8	0,144	688,1580775	0,020925425
12mm	0,051	7,8	0,3978	2245,512646	0,017715331
16mm	0,063	9,6	0,6048	4370,963473	0,013836766

GZ 400	U/[V]	I/[mA]	P/[mW]	$P_{\text{theo}}/[mW]$	N/[%]
4mm	0	0	0	144,1622726	0
8mm	0	0	0	688,1580775	0
12mm	0,0001	0,1	0,00001	2245,512646	4,45333E-07
16mm	0,0006	0,13	0,000078	4370,963473	1,7845E-06

Tabelle 7: Leistungsmessungen der verschiedenen Motoren mit Birne 6V0,6W als elektrischer Last in Abhängigkeit des Schlauchquerschnitts

Lastwiderstand	U/[V]	I/[mA]	P/[mW]	R/[ $\Omega$ ]
6V 6W	3,4	70	238	6,1
6V 2,4W	0,4	95	38	1,5
2,5V 0,1A	1,9	85	161,5	3,3
12V 0,1A	4,4	54	237,6	12
2,5V 0,3A	0,12	100	12	1,2
2,5V 0,2A	0,5	100	50	1,4
1,2V 0,22A	0,1	95	9,5	0,9
LED Rot	2,75	75	206,25	.
LED Gelb	2,5	80	200	.
LED Grün (RGB)	8,6	12	103,2	470
LED Blau (RGB)	9,2	6,5	59,8	51

Tabelle 8: Auswirkungen des Lastwiderstandes auf die Leistung der Anlage (Turgowheel)

$h_w$	$v_s$	$v_a$
0,15	0,686755051	4,164712775
0,16	0,732538721	4,148929136
0,17	0,778322391	4,133592353
0,18	0,824106061	4,118707418
0,19	0,869889731	4,104279248
0,2	0,915673401	4,090312675
0,21	0,961457071	4,076812443
0,22	1,007240741	4,063783202
0,23	1,053024411	4,051229494
0,24	1,098808081	4,039155753

$h_w$	$v_s$	$v_a$
0,25	1,144591751	4,027566297
0,26	1,190375421	4,016465317
0,27	1,236159091	4,005856874
0,28	1,281942761	3,995744892
0,29	1,327726431	3,986133148
0,3	1,373510101	3,97702527
0,31	1,419293771	3,968424726
0,32	1,465077441	3,960334823
0,33	1,510861111	3,952758695
0,34	1,556644781	3,945699301
0,35	1,602428451	3,939159421
0,36	1,648212121	3,933141645
0,37	1,693995791	3,927648373
0,38	1,739779461	3,922681809
0,39	1,785563131	3,918243956
0,4	1,831346801	3,914336611
0,41	1,877130471	3,910961366
0,42	1,922914141	3,908119598
0,43	1,968697811	3,905812473
0,44	2,014481481	3,904040937
0,45	2,060265152	3,902805721
0,46	2,106048822	3,902107333
0,47	2,151832492	3,901946062
0,48	2,197616162	3,902321975
0,49	2,243399832	3,903234915
0,5	2,289183502	3,904684508
0,51	2,334967172	3,906670154
0,52	2,380750842	3,909191038
0,53	2,426534512	3,912246124
0,54	2,472318182	3,915834163
0,55	2,518101852	3,919953691
0,56	2,563885522	3,924603033
0,57	2,609669192	3,929780311
0,58	2,655452862	3,935483439
0,59	2,701236532	3,941710137
0,6	2,747020202	3,948457926

$h_w$	$v_s$	$v_a$
0,61	2,792803872	3,955724139
0,62	2,838587542	3,963505927
0,63	2,884371212	3,971800258
0,64	2,930154882	3,980603928
0,65	2,975938552	3,989913566
0,66	3,021722222	3,999725639
0,67	3,067505892	4,010036459
0,68	3,113289562	4,020842188
0,69	3,159073232	4,032138848
0,7	3,204856902	4,043922324
0,71	3,250640572	4,056188375
0,72	3,296424242	4,068932635
0,73	3,342207912	4,082150626
0,74	3,387991582	4,095837761
0,75	3,433775253	4,109989353
0,76	3,479558923	4,124600623
0,77	3,525342593	4,139666701
0,78	3,571126263	4,155182641
0,79	3,616909933	4,171143424
0,8	3,662693603	4,187543961
0,81	3,708477273	4,204379108
0,82	3,754260943	4,221643664
0,83	3,800044613	4,239332384
0,84	3,845828283	4,25743998
0,85	3,891611953	4,275961131
0,86	3,937395623	4,294890487
0,87	3,983179293	4,314222674
0,88	4,028962963	4,333952302
0,89	4,074746633	4,354073968
0,9	4,120530303	4,374582263

Tabelle 9: Gerechnete Austritts- und Auftreffgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Wassersäulenhöhe

$r_{Schlauch}$	U / [rpm]
4	116
6	220
8	260

Tabelle 10: Drehzahl mit Generator CJ85 und Turgowheel im Leerlauf

G30		Birne 6V 0,6W		
$r/[m]$	0,002	0,0035	0,005	0,008
$\Delta m/\Delta t/[kg/s]$	0,041402199	0,127079796	0,259243225	0,664447403
$U/[rpm]$	0	0	75	133
$U/[V]$	0	0	3,06	6,42
$I/[mA]$	0	0	6,9	10,5
$P/[mW]$	0	0	21,114	67,41
$P_{theo}/[mW]$	345,232234	1059,654881	2161,699628	5540,494674
$N\eta/[\%]$	0	0	0,976731445	1,216678365
$P_{theoges}/mW$	427,0584336	1307,866453	2669,11521	6832,934938
$\eta_{ges}/[\%]$	0	0	0,791048656	0,986545322
G30		LED Grün		
$r/[m]$	0,002	0,0035	0,005	0,008
$\Delta m/\Delta t/[kg/s]$	0,041402199	0,127079796	0,259243225	0,664447403
$U/[rpm]$	0	57,5	163	204
$U/[V]$	0	3,5	9,26	11,6
$I/[mA]$	0	1,5	13,2	18,2
$P/[mW]$	0	5,25	122,232	211,12
$P_{theo}/[mW]$	345,232234	1059,654881	2161,699628	5540,494674
$\eta/[\%]$	0	0,495444328	5,65443961	3,810490081
$P_{theoges}/mW$	427,0584336	1307,866453	2669,11521	6832,934938
$\eta_{ges}/[\%]$	0	0,401417132	4,57949509	3,089741113
G50		Birne 6V 0,6W		
$r/[m]$	0,002	0,0035	0,005	0,008
$\Delta m/\Delta t/[kg/s]$	0,041402199	0,127079796	0,259243225	0,664447403
$U/[rpm]$	0	0	0	59,3
$U/[V]$	0	0	0	4,6
$I/[mA]$	0	0	0	85
$P/[mW]$	0	0	0	391

$P_{theo}/[mW]$	345,232234	1059,654881	2161,699628	5540,494674
$\eta/[\%]$				7,057131592
$P_{theoges}/mW$	427,0584336	1307,866453	2669,11521	6832,934938
$\eta_{ges}/[\%]$				5,722284839
G50		LED Grün		
$r/[m]$	0,002	0,0035	0,005	0,008
$\Delta m/\Delta t/[kg/s]$	0,041402199	0,127079796	0,259243225	0,6644447403
$U/[rpm]$	0	0	99,5	161
$U/[V]$	0	0	9,14	14,8
$I/[mA]$	0	0	13,1	25
$P/[mW]$	0	0	119,734	370
$P_{theo}/[mW]$	345,232234	1059,654881	2161,699628	5540,494674
$\eta/[\%]$	0	0	5,53888239	6,678104064
$P_{theoges}/mW$	427,0584336	1307,866453	2669,11521	6832,934938
$\eta_{ges}/[\%]$	0	0	4,485906024	5,414949848

Tabelle 11: Messwerte der Leistungs- und Drehzahlmessung mit den Getriebemotoren G30 und G50 sowie dem Turgowheel

G30	LED Grün		
$I_V/[l/min]$	7,6401	15,5858	39,9467
$U/[rpm]$	140	150	199
$U/[V]$	7,3	7,8	10,2
$I/[mA]$	9,3	10,6	15,4
$P/[mW]$	67,89	82,68	157,08
$P_{theoges}/mW$	1307,8665	2669,1152	6832,9349
$\eta$	0,0519	0,0310	0,0230
G30	Birne 6V 0,6W		
$I_V/[l/min]$	7,6401	15,5858	39,9467
$U/[rpm]$	61	135	178
$U/[V]$	2,47	4,99	7,8
$I/[mA]$	61,4	92	118
$P/[mW]$	151,658	459,08	920,4
$P_{theoges}/mW$	1307,8665	2669,1152	6832,9349
$\eta$	0,1160	0,1720	0,1347

Tabelle 12: Messwerte der Leistungs- und Drehzahlmessung mit den Getriebemotoren G30 und G50 sowie der Pelton-Turbine

U/[rpm]	u/[m/s]	$\eta(\beta = 100^\circ)$	$\eta(\beta = 110^\circ)$	$\eta(\beta = 150^\circ)$	$\eta(\beta = 180^\circ)$
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
216	1,583362697	0,58586695	0,669915622	0,931490913	0,998368951
217	1,59069308	0,586065946	0,670143166	0,931807304	0,998708059
218	1,598023463	0,586241778	0,670344223	0,932086865	0,999007691
219	1,605353846	0,586394445	0,670518791	0,932329596	0,99926785
220	1,612684229	0,586523948	0,670666873	0,932535497	0,999488534
221	1,620014612	0,586630286	0,670788466	0,932704568	0,999669743
222	1,627344995	0,58671346	0,670883572	0,932836809	0,999811479
223	1,634675377	0,586773469	0,67095219	0,93293222	0,99991374
224	1,64200576	0,586810314	0,67099432	0,9329908	0,999976526
225	1,649336143	0,586823994	0,671009963	0,933012551	0,999999838
226	1,656666526	0,586814509	0,670999118	0,932997471	0,999983676
227	1,663996909	0,58678186	0,670961785	0,932945561	0,999928039
228	1,671327292	0,586726047	0,670897965	0,932856822	0,999832928

U/[rpm]	u/[m/s]	$\eta(\beta = 100^\circ)$	$\eta(\beta = 110^\circ)$	$\eta(\beta = 150^\circ)$	$\eta(\beta = 180^\circ)$
229	1,678657675	0,586647069	0,670807656	0,932731252	0,999698343
230	1,685988057	0,586544926	0,670690861	0,932568852	0,999524283
231	1,69331844	0,586419619	0,670547577	0,932369621	0,999310748
232	1,700648823	0,586271148	0,670377806	0,932133561	0,99905774
233	1,707979206	0,586099512	0,670181547	0,931860671	0,998765257
234	1,715309589	0,585904711	0,6699588	0,93155095	0,998433299
235	1,722639972	0,585686746	0,669709565	0,9312044	0,998061868
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...

Tabelle 13: Auszug des gerechneten Umfangwirkungsgrades des Turgowheels bei verschiedenen Ablenkwinkeln in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl

U/[rpm]	$\eta$
57,5	0,00495
163	0,0565
204	0,0381

Tabelle 14: Anlagenwirkungsgrad mit Turgowheel in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl

U/[rpm]	u/[m/s]	$\eta(\beta = 100^\circ)$	$\eta(\beta = 110^\circ)$	$\eta(\beta = 150^\circ)$	$\eta(\beta = 180^\circ)$
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
107	1,568701932	0,585399464	0,66938107	0,93074764	0,997572314
108	1,583362697	0,58586695	0,669915622	0,931490913	0,998368951
109	1,598023463	0,586241778	0,670344223	0,932086865	0,999007691
110	1,612684229	0,586523948	0,670666873	0,932535497	0,999488534
111	1,627344995	0,58671346	0,670883572	0,932836809	0,999811479
112	1,64200576	0,586810314	0,67099432	0,9329908	0,999976526
113	1,656666526	0,586814509	0,670999118	0,932997471	0,999983676
114	1,671327292	0,586726047	0,670897965	0,932856822	0,999832928
115	1,685988057	0,586544926	0,670690861	0,932568852	0,999524283



U/[rpm]	u/[m/s]	$\eta(\beta = 100^\circ)$	$\eta(\beta = 110^\circ)$	$\eta(\beta = 150^\circ)$	$\eta(\beta = 180^\circ)$
116	1,700648823	0,586271148	0,670377806	0,932133561	0,99905774
117	1,715309589	0,585904711	0,6699588	0,93155095	0,998433299
118	1,729970355	0,585445616	0,669433843	0,930821019	0,997650961
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...

Tabelle 15: Auszug des gerechneten Umfangswirkungsgrades der Pelton-Turbine bei verschiedenen Ablenkungswinkeln in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl

U/[rpm]	$\eta$
61	0,11595
135	0,171997
178	0,1347

Tabelle 16: Anlagenwirkungsgrad mit Pelton-Turbine in Abhängigkeit der Turbinendrehzahl



## Versicherung

Ich, Tobias Klug, versichere hiermit, dass ich die Arbeit mit dem Titel „Entwicklung von Versuchen zur Wasserkraft für den Einsatz im Schülerlabor PIA“ selbstständig verfasst, keine anderen, als die angegebenen Hilfsmittel verwandt und die Stellen, die anderen benutzten Druck- und digitalisierten Werken im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, mit Quellenangaben kenntlich gemacht habe.

*(In der Versicherung sind ebenfalls auch Zeichnungen, Skizzen sowie bildliche und sonstige Darstellungen sowie Ton- und Datenträger eingeschlossen.)*

(Datum, Unterschrift des Verfassers)