

Bachelorthesis in Physik

Medium-Effekte von Charmonium in Kernmaterie an \bar{P} ANDA

Betreuer: Prof. Dr. Kai-Thomas Brinkmann

2. Gutachter: Dr. Jens Sören Lange

II. Physikalisches Institut

Fachbereich 07

Mathematik und Informatik, Physik, Geographie

Justus-Liebig-Universität Gießen

eingereicht von:

Andre Albach

5. September 2014

Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst, sowie dessen Inhalte eigenständig erarbeitet habe. Ich habe keine anderen, als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel, benutzt, sowie die Zitate kenntlich gemacht.

Gießen, 5. September 2014

Inhaltsverzeichnis

1	Zusammenfassung	4
2	Abstract	4
3	Motivation	5
4	Einleitung	6
4.1	Das PANDA Experiment	6
4.1.1	Der PANDA Detektor	7
4.2	Charmonium	7
4.3	J/Ψ	8
5	Modell	9
5.1	Vereinfachtes Modell	9
5.2	Mittlere freie Weglänge eines freies J/Ψ	14
5.3	Reaktion der Antiprotonen mit dem Target-Kern	15
5.4	Absorptionswahrscheinlichkeit des J/Ψ im Kern	16
5.4.1	Änderung des Wirkungsquerschnitts	16
5.5	Fermi-Verteilung	19
5.5.1	Resultate aus dem Fermi-Impuls der Nukleonen	21
6	Ergebnis	22
6.1	Auswirkungen der implementierten Effekte	23
6.2	Notwendige Messzeit an PANDA für die simulierte Ereigniszahl	27
7	Fazit	28
8	Anhang	30
8.1	Schwerpunktsenergie	30
8.2	Zufallszahlen	31
8.2.1	Exponentiell verteilte Zufallszahlen	31
8.3	Fehlerfortpflanzung	32

1 Zusammenfassung

Da Experimente sehr aufwendig, teuer und langwierig sein können, wird, soweit dies möglich ist, vorher eine Computersimulation zu dem Experiment durchgeführt. Anhand eines Modells, welches die spätere Situation im Experiment beschreibt, lassen sich durch Computerrechnungen Abschätzungen erzielen, was von dem eigentlichen Experiment erwartet werden kann. Darüber hinaus lässt sich abschätzen, ob der zu untersuchende Effekt experimentell nachgewiesen werden kann oder durch andere Effekte unterdrückt wird.

Ziel dieser Bachelorarbeit ist es Mediumeffekte von Charmonium in Kernmaterie mit Hilfe einer Simulation zu betrachten. Wichtige Kennzahlen sind dabei die Anzahl der J/Ψ , die im Kern absorbiert werden, sowie die Zahl der im Kern und außerhalb des Kerns zerfallenden J/Ψ .

Anhand der Kennzahlen lässt sich, normiert auf einen kleinen Kern, die Durchlässigkeitsverhältnis (Englisch: transparency ratio) eines Kerns für J/Ψ ermitteln.

2 Abstract

Experiments are usually very intricately, expensive and take a very long time. Therefore it is good to a computer simulation at first. Due to a model which describes the experimental situation, one can estimate the expected results of the actual experiment. Furthermore there is an estimation if the expected effect will be measurable in the experiment or if it will be suppressed by other effects. The simulation in this bachelor thesis deals with medium effects of charmonium in nuclei. Important quantity are the amount of J/Ψ which get absorbed by the nucleus as well as the amount of J/Ψ which will decay inside or outside the nucleus.

Due to these figures, normalized to a small nucleus, it is possible to calculate the transparency ratio of nuclei for J/Ψ .

3 Motivation

Um Mediumeffekte betrachten zu können, werden zunächst J/Ψ und ein Kern benötigt.

J/Ψ können dabei auf unterschiedliche Weise entstehen. Der wichtige Faktor ist dabei, dass genug Schwerpunktsenergie zur Verfügung steht, da das J/Ψ mit einer Masse von $m_{J/\Psi} = 3096,916 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ eines der schwereren Teilchen ist.

Zum Einen wäre eine e^+e^- Kollision mit entsprechend hohen Teilchenimpulsen denkbar, zum anderen ist auch eine Proton-Proton beziehungsweise Antiproton-Proton Reaktion möglich. Der Nachteil der e^+e^- Kollision ist offensichtlich die Tatsache, dass das J/Ψ noch auf einen Kern treffen muss.

Da bei einer Reaktion die Baryonenzahl erhalten bleiben muss, kommen bei einer Proton-Proton Reaktion auch im Endzustand wieder zwei Protonen vor. Eine Reaktion $pp \rightarrow J/\Psi$ ist demnach nicht möglich, $pp \rightarrow pp + J/\Psi$ ist mit genügend Protonenimpuls hingegen möglich. Der Nachteil dieser Reaktion liegt dann wiederum bei dem hohen Impuls den das J/Ψ erhält. Durch den hohen Impuls des J/Ψ ist wiederum die Verweildauer im Kern gering, was dazu führt das die Wahrscheinlichkeit der Absorption sinkt. Darüber hinaus entsteht bei einer Proton-Proton Reaktion viel hadronischer Untergrund.

Bei der Reaktion $\bar{p}p \rightarrow J/\Psi$ ist die Baryonenzahlerhaltung gegeben, weshalb der Antiprotonenimpuls nur in der Größenordnung liegen muss, in der genug Energie zur Produktion eines J/Ψ zur Verfügung steht (Rechnung in Kapitel (8.1)). Weiterhin bietet diese Reaktion den Vorteil, dass das J/Ψ direkt im Kern entsteht und durch die geringere Geschwindigkeit im Kern länger verweilt.

Eine grobe Abschätzung der Geschwindigkeit der J/Ψ ergibt sich über die Relation $\beta = \frac{p}{\sqrt{m^2+p^2}}$. Mit der bekannten Masse des J/Ψ und einem groben Wert für den Impuls aus Kapitel (8.1) folgt: $\beta_{J/\Psi} = 0,8$.

Das $\bar{\text{PANDA}}$ Experiment bietet daher hervorragende Strukturen für die Betrachtung von Mediumeffekten von J/Ψ , da bei $\bar{\text{PANDA}}$ ein Antiprotonenstrahl sowie ein ruhender Target-Kern zur Verfügung stehen. Die J/Ψ werden dabei exklusiv gemessen, bei einer Proton-Proton Reaktion hingegen nur inklusiv.

Anfangs handelt es sich bei dem Target-Kern nur um Wasserstoff, allerdings soll dies auf Kerne mit höherer Ordnungszahl erweitert werden.

Nachdem das J/Ψ im Kern entstanden ist, können aufgrund seiner kurzen Lebensdauer im wesentlichen drei Situationen entstehen.

- Das J/Ψ wird im Kern absorbiert.
- Das J/Ψ zerfällt noch im Kern.
- Das J/Ψ durchfliegt den Kern und zerfällt außerhalb.

Um eine Aussage über die Medium-Eigenschaften in Form der Durchlässigkeit eines Kerns für J/Ψ treffen zu können, wird aus experimentellen Gründen in der Simulation die Zahl der absorbierten J/Ψ ins Verhältnis der nicht absorbierten

J/Ψ gesetzt. Nur wenn genügend J/Ψ im Kern absorbiert werden, besteht die Möglichkeit Medium-Eigenschaften experimentell nachzuweisen. Das Verhältnis wird anschließend gegen die Kerne grafisch dargestellt.

4 Einleitung

Die sich bei Darmstadt befindende Forschungsanlage der GSI¹ soll erweitert werden. Mit dem FAIR² Projekt entstehen dort neue Beschleunigeranlagen, mit deren Hilfe unter anderem neue Einblicke in die Struktur von Materie gewonnen werden sollen.

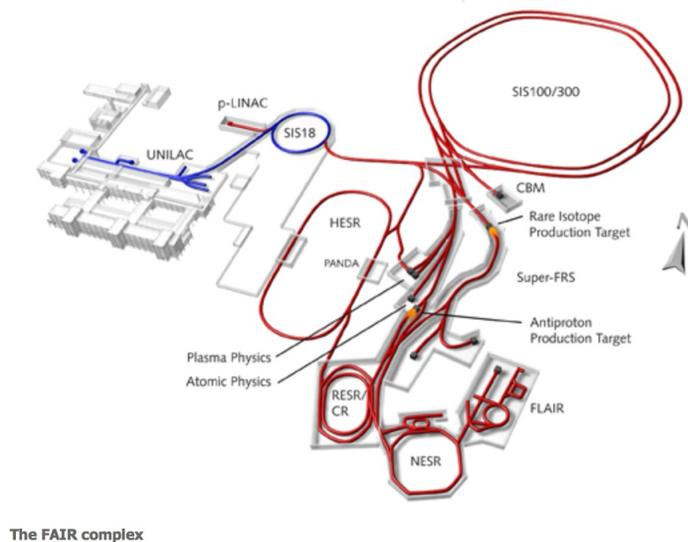


Abbildung 1: Links in der Abbildung ist der bereits existierende Komplex der GSI in Darmstadt zu sehen. In rot ist die geplante Anlagen von FAIR in Darmstadt abgebildet. [CLP⁺09]

4.1 Das \bar{P} ANDA Experiment

Mithilfe des \bar{P} ANDA Experiments, welches einen großen Anteil am FAIR Projekt hat, soll die Interaktion von Antiprotonen mit Wasserstoff, und später Kernen, untersucht werden. Die zuerst verwendeten Wasserstoff Targetkerne werden dabei senkrecht zum Antiprotonenstrahl über das Targetsystem eingespeißt. Die Antiprotonen werden am Antiprotonenseparator erzeugt und im Collector-Ring sowie am RESR³ zu einem Strahl gebündelt und gekühlt. Anschließend wird der Antiprotonen-Strahl in den HESR⁴ eingespeist. Mit Hilfe

¹Gesellschaft für Schwerionenforschung

²Facility for Antiproton and Ion Research

³Recycled Experimental Storage Ring

⁴High Energy Storage Ring

von stochastischer sowie Elektronenkühlung wird der Antiprotonen-Strahl auf hohe Impulsschärfe gebracht. Die angestrebte Peak luminosität beträgt dabei maximal $2 \cdot 10^{32} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. Im HESR befindet sich der PANDA Detektor, in dem der Antiprotonen-Strahl zur Kollision mit den Target-Kernen gebracht wird.

Die beschleunigten Antiprotonen haben einen Impuls von $1,5 - 15 \text{ GeV}/c$.

4.1.1 Der PANDA Detektor

In Abbildung (2) ist eine schematische Abbildung des PANDA Detektors zu sehen. Der Detektor ist asymmetrisch konzipiert, um den Anforderungen eines Fixtarget Experimentes gerecht zu werden.

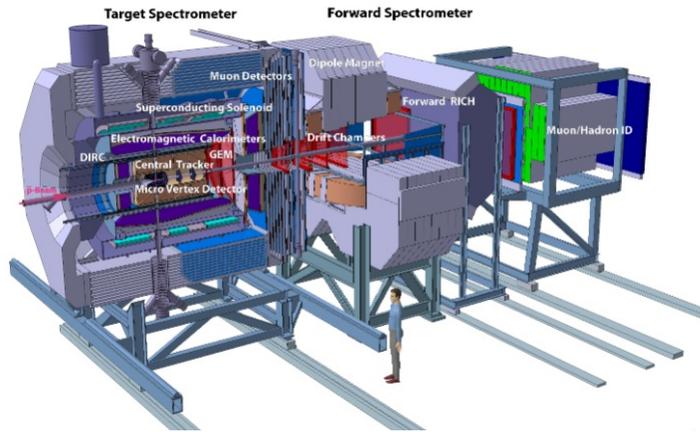


Abbildung 2: Schematische Abbildung des PANDA Detektors [CLP⁺09].

Im linken Teil der Abbildung ist das Target-Spektrometer zu sehen, im rechten Teil das Forward-Spektrometer. Da sich der Targetkern in Ruhe befindet und die Antiprotonen einen hohen Impuls haben, wird sich ein Großteil der produzierten Teilchen unter kleinen Winkeln zur Strahlachse fortbewegen.

Innerhalb beider Spektrometer wird Teilchen-Identifikation, Spurrekonstruktion sowie elektromagnetischer Kalorimetrie durchgeführt. Darüber hinaus steht eine Myonen-Identifizierung zur Verfügung. [CLP⁺09]

4.2 Charmonium

Bei Charmonium handelt es sich um gebundene Systeme aus Charm- und Anticharm-Quarks ($c\bar{c}$). Das Spektrum des Charmoniums ähnelt dem von Positronium, allerdings ist die Nomenklatur der verschiedenen Zustände anders als bei Positronium. Die erste Quantenzahl wird mit $n_{q\bar{q}} = N + 1$ angegeben, wobei N die Zahl der Knoten in der Radialwellenfunktion ist. Beim Positronium wird hingegen die Hauptquantenzahl mit $n_{\text{Atom}} = N + l + 1$ definiert.

Historisch wurden Charmonia über e^+e^- -Kollisionen entdeckt. Bei Schwerpunktsenergien von $3 - 4,5 \text{ GeV}$ entsteht ein $c\bar{c}$ -Paar über die Reaktion $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow c\bar{c}$.

Durch die Variation der Strahlenergie kommt es an bestimmten Punkten (Resonanzen) zu Erhöhungen des Wirkungsquerschnitts. Die Resonanzen werden den verschiedenen Charmoniumzuständen zugeschrieben (Abb. (3)). Dabei ist zu beachten, dass bei der Reaktion $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$ nur Zustände mit den Quantenzahlen des Photons ($J^P = 1^-$) entstehen, da das $c\bar{c}$ -Paar über ein virtuelles Photon erzeugt wird. Der 1^3S_1 -Zustand ist dabei der niedrigste Zustand mit den Quantenzahlen und wird J/Ψ genannt.

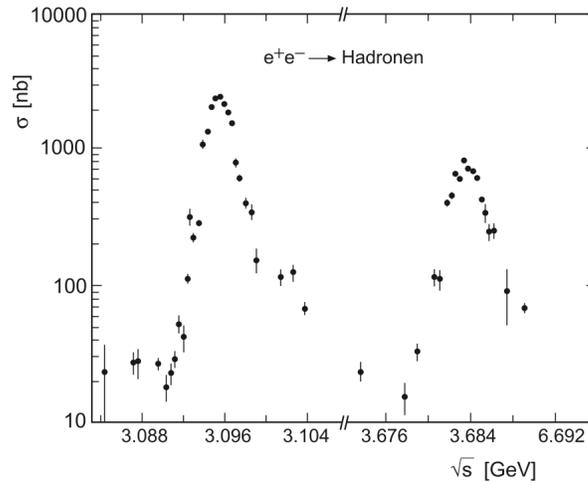


Abbildung 3: Die Abbildung zeigt die Auftragung des Wirkungsquerschnitts der Reaktion $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$ gegen die Schwerpunktsenergie. Zu sehen sind die zwei niedrigsten Charmoniumzustände J/Ψ (1^3S_1) und Ψ (2^3S_1) in den beiden Intervallen von je 25 MeV [PRSZ04]

4.3 J/Ψ

Die Resonanz die man heute J/Ψ nennt wurde 1974 fast zeitgleich in zwei unterschiedlichen Experimenten entdeckt. Zum einen in einer Proton-Proton Kollision, zum anderen in einer e^+e^- Annihilation. Die eine Arbeitsgruppe nannte es J , die andere hingegen Ψ , weshalb es heute eine Zusammensetzung aus beiden Bezeichnungen ist. Das neuartige an der entdeckten Resonanz bei einer Schwerpunktsenergie von 3097 MeV war die geringe Breite von 87 keV. Erklärt wurde dieses Phänomen, indem man es der Erzeugung eines neuen, schwereren Quarks zuschrieb. Theoretisch wurde ein weiteres Quark (c -Quark) bereits vorhergesagt.

Das J/Ψ hat eine vergleichsweise lange Lebensdauer von $\tau_{J/\Psi} = 7,21 \cdot 10^{-21}$ s, was dadurch erklärt wird, dass der durch die Zweig-Regel favorisierte Zerfall in zwei Mesonen mit je einem c beziehungsweise \bar{c} sowie einem leichten Quark aus energetischen Gründen nicht möglich ist. Eine Erklärung dafür liefert der Massenvergleich eines D-Mesons ($c\bar{u}$, $c\bar{d}$, etc) mit der halben Masse des J/Ψ .

5 Modell

In dem betrachteten Modell geht es um Mediumeffekte von Charmonium in Kernmaterie. Dabei wird das J/Ψ -Meson betrachtet. Um diese Effekte analysieren zu können, muss zunächst ein J/Ψ im Kern produziert werden.

Die Produktion erfolgt dabei über beschleunigte Antiprotonen, die auf ein Proton im Targetkern treffen. Wenn der Impuls der Antiprotonen und somit die Schwerpunktsenergie hoch genug ist, kann ein J/Ψ entstehen.

Die in der Simulation betrachteten J/Ψ entstehen alle durch eine Antiprotonen-Protonen Reaktion im Kern. Die Antiprotonen haben dabei alle den gleichen Impuls p , der in Kapitel (8.1) berechnet wird.

Im vereinfachten Modell wird das Antiproton punktförmig und der Kern als homogene Kugeln angenommen, an denen die Reaktion $\bar{p}p \rightarrow J/\Psi$ an der Kugeloberfläche stattfindet. Das entstandene J/Ψ durchquert dann den restlichen Kern (siehe Abbildung (4)).

Um das Modell realistischer zu gestalten wurden nach und nach drei Effekte implementiert. Zuerst wird berücksichtigt, dass das Antiproton in den Kern eindringen kann, bevor es mit einem Proton reagiert. Die Fälle in denen das Antiproton den Targetkern komplett durchläuft sind für die zu untersuchenden Effekte nicht von Bedeutung, weshalb sie nicht weiter beachtet werden, sondern zum nächsten Ereignis übergegangen wird.

Als nächster Effekt wurde eine Impulsänderung des entstehenden J/Ψ durch die Fermibewegung der Nukleonen berücksichtigt. Durch den Fermi-Impuls der Nukleonen ist neben der Änderung des Impulsbetrages des J/Ψ auch eine Änderung der Flugrichtung möglich. Durch einen Vergleich der Größenordnung des Antiprotonenimpulses mit dem Fermi-Impuls der Nukleonen folgt, dass die räumliche Ablenkung der Flugbahn auf der sich das J/Ψ bewegt nur wenige Grad von der des ursprünglichen Flugbahn des Antiprotons abweicht. Durch die abweichende Flugbahn ändert sich allerdings die Strecke und somit die Zeit in der sich das J/Ψ im Kern befindet. Je nach Stoßparameter und Ablenkung kann sich die Verweilzeit im Kern verlängern oder verkürzen.

Als dritter Effekt wird die Änderung des Wirkungsquerschnitts σ bei der Absorption des J/Ψ berücksichtigt. Der Effekt der Wirkungsquerschnittsänderung hängt direkt mit den Fermi-Impulsen der Nukleonen zusammen, welche die Schwerpunktsenergie verschieben. Durch die Änderung des Impulses der J/Ψ durch die Fermibewegung ändert sich direkt der Absorptionswirkungsquerschnitt. Die Rechnung dazu befindet sich in Kapitel (5.4.1)

5.1 Vereinfachtes Modell

Zuerst wird ein zufälliger Stoßparameter (an welcher Stelle des Kerns das Antiproton auftritt) mit Hilfe einer gleich verteilten Zufallszahl zwischen Null und dem Kernradius ausgewählt. Durch diese Auswahl ist sichergestellt, dass das Antiproton auf den Kern trifft und eine Antiproton-Proton Reaktion stattfinden kann. Der Kernradius kann dabei abhängig von der Nukleonenzahl und kann über den Zusammenhang $r = r_0 A^{1/3}$ [PRSZ04] angenähert werden.

Unter der vereinfachten aber üblichen Annahme, dass sowohl das Antiproton,

als auch der Kern kugelförmig sind, kann das Problem kugelsymmetrisch betrachtet werden. Egal von welcher Richtung das Antiproton auf den Kern trifft, kann immer folgender Ablauf (vgl. Abb. (4)) definiert werden. Vorerst wird angenommen, dass das auftreffende Antiproton an der Kernoberfläche zu einem J/Ψ reagiert und dieses die Bewegungsrichtung des Antiprotons beibehält.

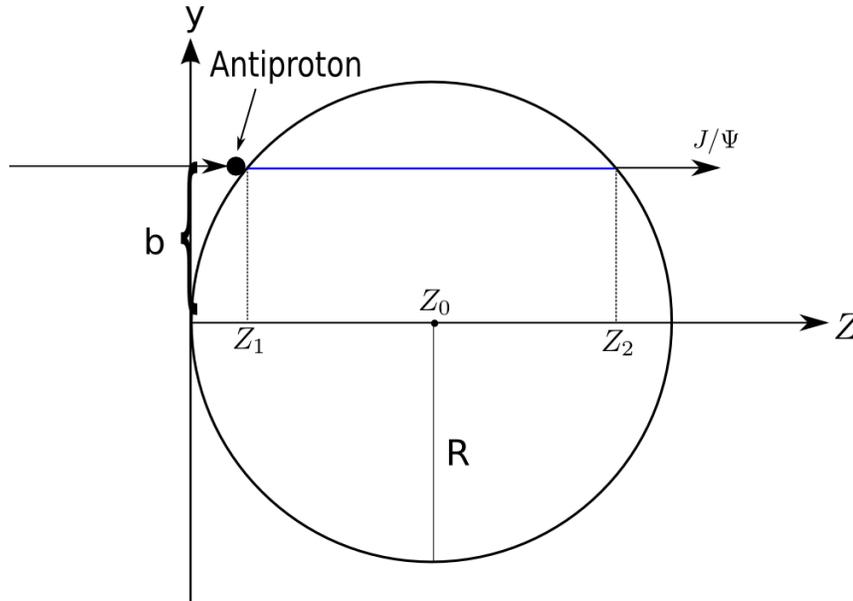


Abbildung 4: Vereinfachtes Modell an dem das Antiproton unter dem Stoßparameter b auf den Kern trifft. Das an der Kugeloberfläche entstehende J/Ψ erhält seinen Impuls von dem Antiproton und durchfliegt den Kern in z -Richtung.

Anhand der Kugelsymmetrie kann die im Kern zurückzulegende Strecke durch einfache, geometrische Betrachtungen hergeleitet werden. Eine zweidimensionale Betrachtung der Herleitung ist ausreichend, da das Koordinatensystem so gedreht werden kann, dass das eintreffende Antiproton immer nur einen Impuls in z -Richtung aufweist.

Zunächst wird die Strecke im Kern benötigt ($z_{\text{Kern}} = z_2 - z_1$), die das J/Ψ noch zurück zu legen hat. Entlang dieser Strecke ist es möglich, dass das J/Ψ absorbiert wird und gibt somit direkt Informationen über die Mediumeffekte.

Die Bestimmung von z_{Kern} folgt aus der allgemeinen Kreisgleichung in dem in der Abbildung (4) benutzten Koordinatensystem:

$$R^2 = (z - z_0)^2 + (y - y_0)^2 \quad (1)$$

Dabei ist der Punkt (z_0, y_0) der Kreismittelpunkt und R der Kreisradius.

Das Koordinatensystem wird dabei so gelegt, dass der äußere linke Rand der Kernkugel die y -Achse darstellt und die z -Achse genau durch den Kugelmittelpunkt verläuft.

Da die im Kern zurückgelegte Strecke in Abhängigkeit des Stoßparameters ($b = y$) gesucht ist, wird die Gleichung (1) nach z umgestellt. Es ergibt sich:

$$z_{1/2}(y) = z_0 \pm \sqrt{R^2 - (y - y_0)^2} \quad (2)$$

Gleichung (2) gibt Start- und Endpunkt der Strecke an, die im Kern zurück gelegt werden kann. Für die Strecke zwischen den beiden Punkten z_{Kern} in Abhängigkeit vom Stoßparameter y folgt somit:

$$z_{\text{Kern}}(y) = 2 \cdot \sqrt{R^2 - (y - y_0)^2} \quad (3)$$

Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die Antiproton-Proton Reaktion nicht ausschließlich am Rand des Kerns abläuft, sondern das Antiproton auch in den Kern eindringen kann, muss die Strecke die das J/Ψ noch im Kern zurück legen kann angepasst werden.

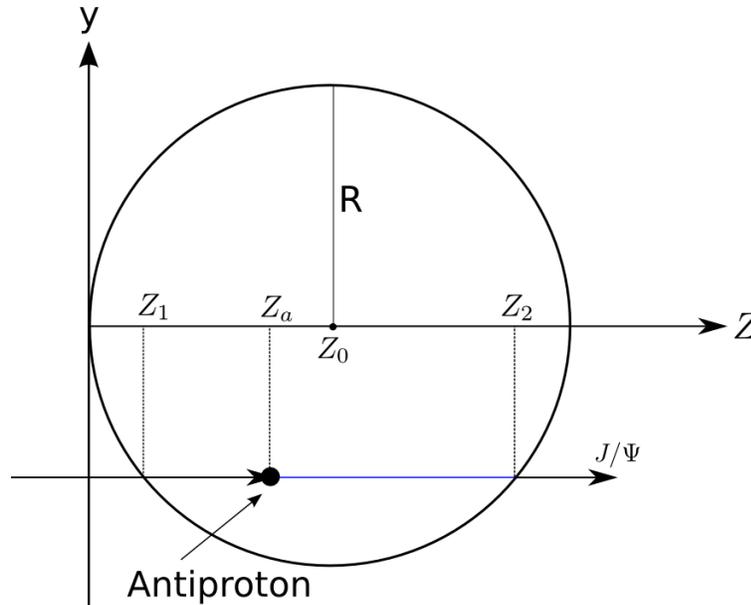


Abbildung 5: Die Skizze zeigt das Eindringen des Antiprotons in den Kern und die anschließende Flugbahn des entstehenden J/Ψ ohne Berücksichtigung des Fermi-Impulses der Nukleonen

Wie in Abbildung (5) skizziert reduziert sich z_{Kern} um die Strecke $z_{\text{AP}} = \overline{z_1 z_a} = z_2 - z_a$. Im Folgenden wird die Strecke die das J/Ψ , unter Berücksichtigung der einzelnen Effekte, noch im Kern zurück legen kann als Δz bezeichnet. Somit gilt:

$$\Delta z = z_{\text{Kern}} - z_{\text{AP}} \quad (4)$$

wobei z_{AP} der Strecke entspricht, die das Antiproton in den Kern eindringt. z_{AP} ist dabei eine exponentiell verteilte Zufallszahl (vgl. Kapitel (8.2.1)) mit den Parametern die in Kapitel (5.3) näher erläutert werden.

Da es unter Hinzunahme des Fermi-Impulses (siehe Kapitel (5.5)) der Nukleonen zu einer Impulsänderung und somit einer Flugrichtungsänderung des J/Ψ kommen kann, ist eine weitere Modifizierung von Δz notwendig.

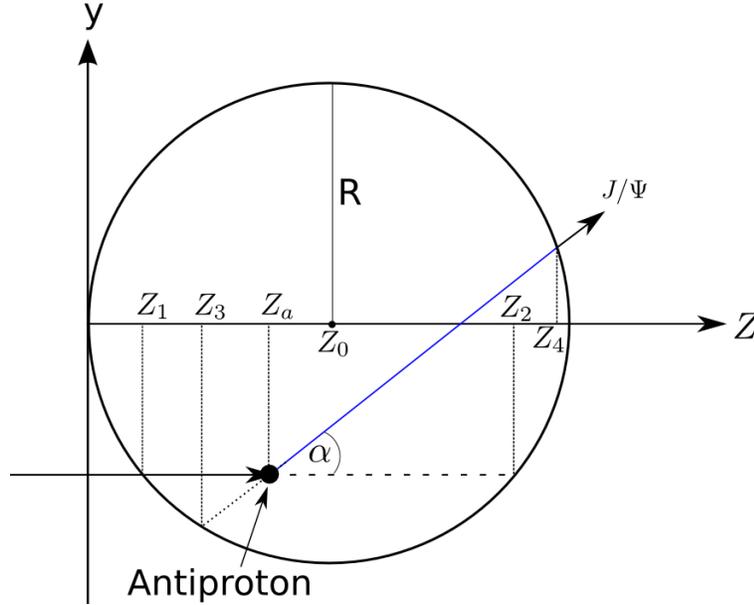


Abbildung 6: Die Skizze zeigt das Eindringen des Antiprotons in den Kern und die anschließende Flugbahn des entstehenden J/Ψ unter Berücksichtigung der Richtungsänderung durch den Fermiimpuls der Nukleonen

Die Flugbahn des J/Ψ erfolgt nun auf einer Geraden im dreidimensionalen Raum und kann allgemein über eine Geradengleichung beschrieben werden:

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{pmatrix} \quad (5)$$

Als Stützvektor wird direkt der Punkt (x_a, y_a, z_a) gewählt, an dem das J/Ψ entsteht. Der Richtungsvektor ergibt sich dabei in Kugelkoordinaten $(x_k = r \sin(\theta) \cos(\phi), y_k = r \sin(\theta) \sin(\phi), z_k = r \cos(\theta))$ über die Ablenkwinkel $(\theta$ und $\phi)$ mit denen das J/Ψ von der ursprünglichen Flugbahn des Antiprotons abgelenkt wird.

Die allgemeine Kugelgleichung ist durch folgende Relation gegeben:

$$R^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 \quad (6)$$

Anhand der Wahl der Lage des Koordinatensystems (Mittelpunkt: $M(0, 0, R)$) folgt:

$$0 = x^2 + y^2 + z^2 - 2zR \quad (7)$$

Um die Strecke die das J/Ψ im Kern zurück legen kann zu bestimmen, wird neben dem Punkt an dem das J/Ψ im Kern entsteht (x_a, y_a, z_a) der Schnittpunkt der Geraden auf der sich das J/Ψ bewegt mit dem Kern (x_4, y_4, z_4) benötigt. Durch einsetzen der Geradengleichung (5) in Gleichung (7) unter Benutzung der Kugelkoordinaten und der Bezeichnung α für den vertikalen Ablenkwinkel folgt:

$$0 = (x_a + r \sin \alpha \cos \phi)^2 + (y_a + r \sin \alpha \sin \phi)^2 + (z_a + r \cos \alpha)^2 - 2(z_a + r \cos \alpha)R \quad (8)$$

Durch auflösen der Klammern und Benutzung der Identität ($1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$) folgt mit der pq-Formel:

$$r_{1/2} = R \cos \alpha - x_a \sin \alpha \cos \phi - y_a \sin \alpha \sin \phi - z_a \cos \alpha \pm \left((x_a \sin \alpha \cos \phi + y_a \sin \alpha \sin \phi + z_a \cos \alpha - R \cos \alpha)^2 - (x_a^2 + y_a^2 + z_a^2 - 2Rz_a) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

Da die Richtungsänderung in x- und y-Richtung, gegeben durch den geringen Fermi-Impuls im Vergleich mit dem Antiprotonenimpuls, nur klein ist, ist es ausreichend die Lösung r_1 zu betrachten.

Durch einsetzen der Lösung von r_1 in Gleichung (5) ergibt sich der Schnittpunkt der Geraden mit der Kugel.

Um die Strecke zwischen dem Punkt an dem das J/Ψ entsteht zu dem Punkt an dem es den Kern verlassen würde zu bestimmen, benutzt man die Relation der Streckenberechnung im dreidimensionalen zwischen zwei Punkten:

$$s = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \quad (10)$$

Sowohl der Fermi-Impuls der Nukleonen, als auch der Impuls des eintreffenden Antiprotons werden als Vierervektoren geschrieben. Dies ermöglicht es, dass die beiden Vierervektoren addiert werden können um den Vierervektor des entstehenden J/Ψ zu erhalten. Mit Hilfe des Vierervektors des J/Ψ kann der horizontale und vertikale Ablenkwinkel aus trigonometrischen Überlegungen gewonnen werden.

Nach der Berücksichtigung der Streckenänderungen durch die einzelnen betrachteten Effekte die das J/Ψ im Kern hat um den Kern vollständig zu durchlaufen, stellt sich die Frage ob das J/Ψ im Kern absorbiert wird, im Kern zerfällt oder den Kern vollständig durchläuft und außerhalb zerfällt.

Eine Antwort auf die Absorptionswahrscheinlichkeit wird in Kapitel (5.4) diskutiert. Die Frage nach dem Ort an dem das J/Ψ zerfällt ergibt sich aus der Betrachtung der Lebensdauer des J/Ψ und wird in Kapitel (5.2) näher betrachtet.

Der letzte betrachtete Effekt der ereignisweisen Änderung des Wirkungsquerschnitts σ bei der Absorption des J/Ψ im Kern wird in Kapitel (5.4.1) näher betrachtet.

Wie stark die Auswirkung der einzelnen Effekte auf die Durchlässigkeit des Kerns für J/Ψ eingehen, wird in der Auswertung der Effekte in Kapitel (6.1) diskutiert.

Um eine Aussage über das Verbleiben der J/Ψ treffen zu können, wird für jedes Ereignis nacheinander abgefragt, ob das J/Ψ absorbiert wird. Falls nicht, unterteilt die Frage nach der Lebensdauer, und somit der Strecke die das J/Ψ zurück legen kann bevor es zerfällt, die nicht absorbierten J/Ψ nach frei zerfallenden J/Ψ beziehungsweise im Kern zerfallenden J/Ψ .

5.2 Mittlere freie Weglänge eines freies J/Ψ

Um zu bestimmen, ob das J/Ψ im Kern zerfällt, oder erst außerhalb des Kerns, wird die mittlere freie Weglänge für ein freies J/Ψ benötigt. Da in diese direkt die mittlere Lebensdauer (τ) eingeht, muss diese zunächst bestimmt werden. Dabei gilt:

$$\tau = \frac{\hbar c}{\Gamma c} \quad (11)$$

Mit $\hbar c \approx 197 \text{ MeVfm}$ und der Zerfallsbreite $\Gamma = 92,9 \text{ keV}$ [eaPDG14] folgt:

$$\tau \approx \frac{197 \text{ MeVfm}}{92,9 \text{ keVc}} \approx 7,07 \cdot 10^{-21} \text{ s} \quad (12)$$

Um aus der mittleren Lebensdauer die mittlere freie Weglänge zu erhalten, wird folgender Zusammenhang genutzt:

$$\bar{x} = \beta\gamma c\tau \quad (13)$$

Dabei gilt außerdem $\beta\gamma = \frac{p}{m}$. Da die Masse des J/Ψ bekannt ist ($m_{J/\Psi} = 3096,916 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ [eaPDG14]) und der Viererimpuls des J/Ψ bekannt ist, kann die mittlere freie Weglänge ausgerechnet werden.

Für die Simulation verschiedener Lebensdauern der einzelnen J/Ψ wird eine exponentiell Verteilte Zufallszahl der Lebensdauer (siehe Kapitel (8.2.1)) ermittelt.

Das die Verteilung tatsächlich exponentiell Verteilt ist, zeigen die beiden folgenden Histogramme:

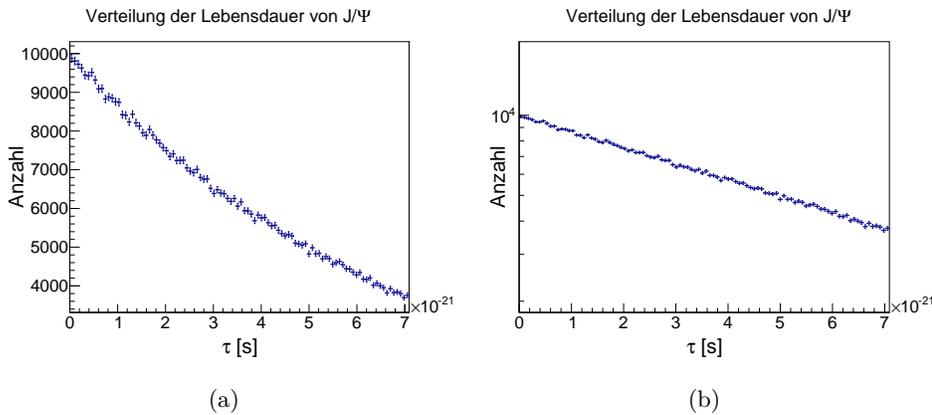


Abbildung 7:

- Exponentielle Verteilung der Lebensdauer des J/Ψ .
- Halblogarithmische Darstellung der Lebensdauerverteilung.

Mit Hilfe der berechneten Lebensdauer für das J/Ψ wird anschließend die Weglänge bestimmt, die es als freies J/Ψ zurück legen könnte. Dieser ermittelte Wert wird mit der im Kern, abhängig vom Stoßparameter, noch maximal vorhandenen Distanz verglichen.

Sollte die freie Weglänge bereits größer sein als der noch vorhandene Weg im

Kern, zerfällt das J/Ψ außerhalb des Kerns und ist für die Fragestellung in dieser Bachelorarbeit nicht weiter relevant. Die Anzahl der außerhalb des Kerns zerfallenden J/Ψ wird in der Simulation aufsummiert um am Ende eine Aussage über die Wahrscheinlichkeit zu erhalten, mit der das J/Ψ im Kern zerfällt.

5.3 Reaktion der Antiprotonen mit dem Target-Kern

Um das Modell realistischer zu gestalten, sollte berücksichtigt werden, dass die Antiproton-Proton Reaktion nicht nur an der Kernoberfläche, sondern im Kern stattfindet.

Um dies zu berücksichtigen wird die mittlere freie Weglänge des Antiprotons im Kern benötigt. Die mittlere freie Weglänge berechnet sich dabei über:

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma} \quad (14)$$

Dabei ist n die Teilchendichte, welche in der Größenordnung von $n = \frac{1}{r_0^3}$ liegt. σ ist der Wirkungsquerschnitt eines inelastischen Antiproton-Proton Stoßes und liegt bei etwa $\sigma \approx 44 \text{ mb}$ [PJM⁺82].

Die Strecke die das Antiproton in den Kern eindringt entspricht der mittleren freien Weglänge und unterliegt daher einer exponentiellen Verteilung (siehe Kapitel (8.2.1)).

Durch die Berücksichtigung der Strecke, die das Antiproton bereits im Kern zurück gelegt hat, verringert sich die Strecke im Kern die dem erzeugten J/Ψ zur Absorption mit einem weiteren Nukleon oder Zerfall zur Verfügung steht.

Für die Simulation sind die Antiprotonen, die den Kern vollständig durchlaufen nicht von Bedeutung, weshalb eine neue zufällige Weglänge des Antiprotons im Kern ausgerechnet wird, falls die zuvor ermittelte Weglänge größer ist als die Strecke die je nach Stoßparameter im Kern zur Verfügung steht.

5.4 Absorptionswahrscheinlichkeit des J/Ψ im Kern

Innerhalb der Strecke die das J/Ψ noch im Kern zurückzulegen hat, kann es vorkommen, dass es absorbiert wird, anstatt zu zerfallen.

Die Wahrscheinlichkeitsdichte für diese Absorption wird durch folgende Wahrscheinlichkeitsdichte beschrieben:

$$p(l) = \frac{e^{-l/l_0}}{l_0} \quad (15)$$

Integriert über den Bereich von 0 bis zur maximal möglichen Länge l die das J/Ψ im Kern zurück legen kann, ergibt sich die Wahrscheinlichkeit.

$$P(l) = \int_0^l \frac{e^{-l'/l_0}}{l_0} dl' \quad (16)$$

$$= \frac{1}{l_0} \cdot (-l_0) \cdot e^{-l'/l_0} \Big|_0^l \quad (17)$$

$$P(l) = 1 - e^{-l/l_0} \quad (18)$$

$P(l)$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der das J/Ψ im Wegintervall $[0;l]$ absorbiert wird.

Für die mittlere freie Weglänge l_0 kann wieder λ (vgl. Gleichung (14)) benutzt werden. Für den Wirkungsquerschnitt σ wird jetzt die Reaktionswahrscheinlichkeit von J/Ψ mit Nukleonen benötigt. Diese liegt bei der in der Simulation vorhandenen Schwerpunktsenergie bei etwa $\sigma \approx 1,3 \text{ mb}$. Der Wert für σ stammt dabei aus einer theoretischen Berechnung aus [LKL01].

Da die Schwerpunktsenergie je nach Impuls des J/Ψ variiert, variiert auch der Wirkungsquerschnitt σ .

5.4.1 Änderung des Wirkungsquerschnitts

Der Wirkungsquerschnitt σ ist über die Relation

$$\sigma = K \cdot \frac{1}{s} \cdot \left(\frac{\rho_f}{\rho_i} \right) \quad (19)$$

[CBH⁺95] gegeben und hängt von der Schwerpunktsenergie ab. K bezeichnet eine Normierungskonstante, die bestimmt werden muss und die beiden Phasenraumfaktoren ρ_i und ρ_f beinhalten die Massen der Eingangs- und Ausgangsteilchen. Sie sind gegeben durch [CBH⁺95]:

$$\rho_i = \sqrt{\left[1 - \left(\frac{m_a + m_b}{m} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{m_a - m_b}{m} \right)^2 \right]} \quad (20)$$

und

$$\rho_f = \sqrt{\left[1 - \left(\frac{m_c + m_d}{m} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{m_c - m_d}{m} \right)^2 \right]} \quad (21)$$

Die Schwerpunktsenergie wiederum hängt über die Relation

$$\sqrt{s} = \sqrt{(P_{J/\Psi} + P_N)^2} \quad (22)$$

von den Viererimpulsen der Stoßpartner ab. Die Viererimpulse der Nukleonen mit denen das J/Ψ reagiert sind wegen der Fermibewegung bei jedem Ereignis verschieden. Dies führt dazu, dass auch σ für jedes Ereignis unterschiedlich ist und neu berechnet wird.

Die Konstante K aus Gleichung (19) kann über Abbildung (8a) angenähert werden. Bei einer Schwerpunktsenergie von $s^{1/2} = 5 \text{ GeV}$ liegt ein Wirkungsquerschnitt von $\sigma \approx 1,3 \text{ mb}$ vor (entnommen aus Abbildung (8a)). Aus Gleichung (19) folgt:

$$K = 1,3 \text{ mb} \cdot 25 (\text{GeV})^2 \cdot \frac{0,5327}{0,5981} = 28,95 \text{ mb}(\text{GeV})^2 \quad (23)$$

Die Massen die in ρ_i und ρ_f einzusetzen sind entsprechen den Massen der Eingangs- und Ausgangsteilchen. Die Werte⁵ stammen aus [eaPDG14] und es gilt $m = \sqrt{s}$

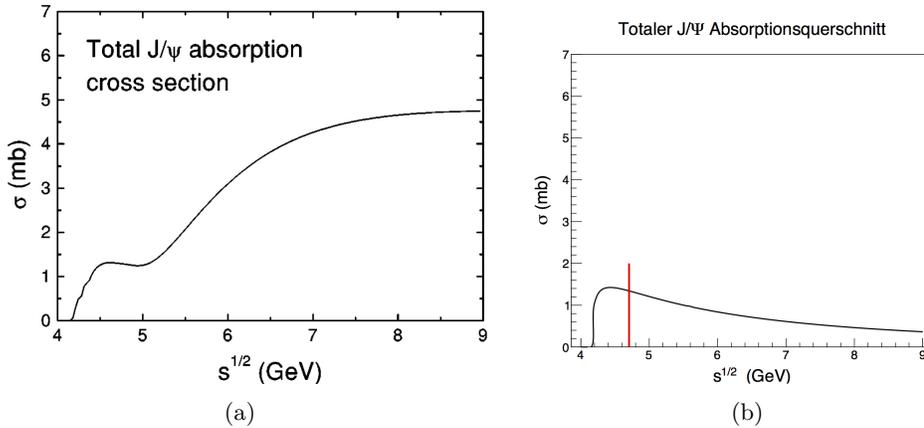


Abbildung 8:

- a) Totaler Absorptionswirkungsquerschnitt von J/Ψ mit Nukleonen [LKL01]
- b) Totaler Absorptionswirkungsquerschnitt mit der in der Simulation verwendeten Gleichung (19). In rot ist die maximale Schwerpunktsenergie eingezeichnet, die erreicht werden kann.

Abbildung (8a) ergibt sich aus den möglichen Reaktionen des J/Ψ mit einem Neutron. Je nach Energie die zur Verfügung steht ergibt sich eine Vielzahl von Reaktionsmöglichkeiten.

Die maximal mögliche Schwerpunktsenergie folgt aus dem maximalen Impuls den das J/Ψ aus der Antiproton-Proton Reaktion erhält, bei gleichzeitig maximalen Fermi-Impuls des Nukleons in entgegengesetzter Richtung zu dem Impuls der J/Ψ . Aus der Simulationsrechnung ergab sich $p_{J/\Psi_{\max}} = 4,659 \frac{\text{GeV}}{c}$ sowie $p_{N_{\max}} = 0,657 \frac{\text{GeV}}{c}$, mit den Werten folgt $\sqrt{s}_{\max} = 4,705 \text{ GeV}$.

Abbildung (9a) zeigt mögliche Reaktionen zwischen einem J/Ψ mit einem Neutron unter dem Austausch eines virtuellen Pion oder Rho-Mesons.

⁵ $m_a = m_N = 0,939 \text{ GeV}/c^2$, $m_b = m_{J/\Psi} = 3,069 \text{ GeV}/c^2$, $m_c = m_{\lambda_c} = 2,286 \text{ GeV}/c^2$, $m_d = m_{\bar{D}} = 1,864 \text{ GeV}/c^2$

Die Reaktionen auf Abbildung (9b) zeigt mögliche Reaktion mit einem D-Meson-Austausch.

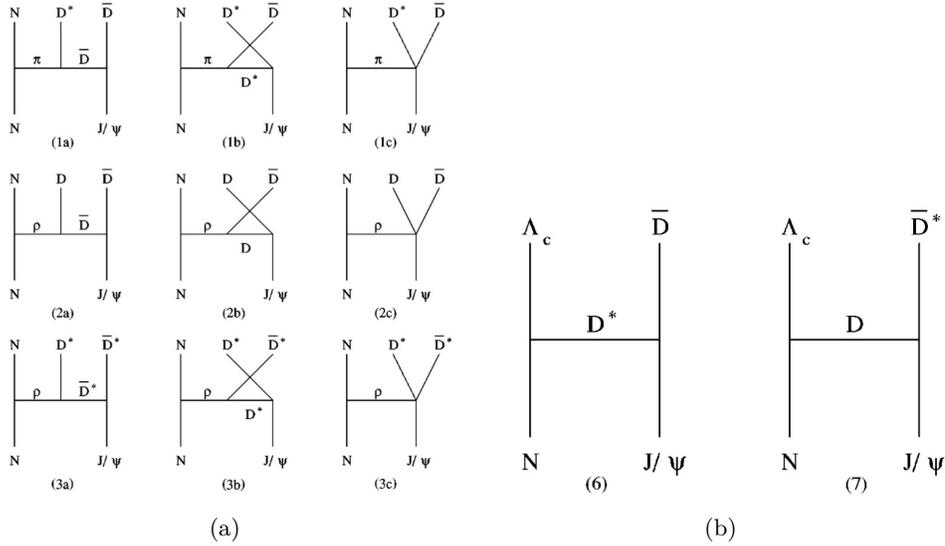


Abbildung 9:

- a) J/Ψ Absorption durch ein Nukleon mit Pion und Rho Meson Austausch. [LKL01]
- b) J/Ψ Absorption durch ein Nukleon mit D-Meson-Austausch. [LKL01]

Das die Reaktionen unter Abbildung (9a) in dem in der Bachelorarbeit betrachteten Energiebereich nicht möglich sind folgt aus den Viererimpulsen. Die Reaktionen sind in dem betrachteten Energiebereich energetisch verboten. Durch einen Vergleich der Massen ($m_{D^*} \approx 2,0 \frac{\text{GeV}}{c^2}$, $m_D = m_{\bar{D}} \approx 1,864 \frac{\text{GeV}}{c^2}$, $m_N \approx 0,9 \frac{\text{GeV}}{c^2}$ und $m_{J/\Psi} \approx 3,1 \frac{\text{GeV}}{c^2}$) [eaPDG14] auf beiden Reaktionsseiten lässt sich dies bereits vermuten.

Vergleicht man die Massen der Reaktionen auf Abbildung (9b) ($m_{\Lambda_c} \approx 2,286 \frac{\text{GeV}}{c^2}$) [eaPDG14] erkennt man, dass die Summe der Massen auf beiden Seiten der Reaktion nahezu gleich ist und die Absorption im betrachteten Energiebereich möglich ist.

Die Reaktionen aus Abbildung (9a) zeigen den zweiten Reaktionskanal in Abbildung (8a) der bei etwa $s^{1/2} = 5 \text{ GeV}$ beginnt.

5.5 Fermi-Verteilung

Beim Fermi-Gas-Modell geht man davon aus, dass der Kern als Fermigas beschrieben werden kann. Demnach können sich die einzelnen Nukleonen im Kern quasifrei bewegen, was in Abbildung (10) durch zwei Potentiale dargestellt ist. Das eine Potential gilt für die Protonen, das andere für die Neutronen. Das Nullniveau beider Potentiale ist gleich, was dazu führt, dass Protonen und Neutronen die gleiche Energie haben, wenn sie sich weit weg vom Potential befinden. Der Unterschied beider Potentiale ist durch die Coulombenergie gegeben, die dafür sorgt, dass die Potentiale unterschiedliche Formen und Tiefen aufweisen. Das Protonenpotential hat über dem Nullniveau die Coulombbarriere, was dazu führt, dass Protonen, die von außen versuchen in den Kern zu gelangen, abgestoßen werden.

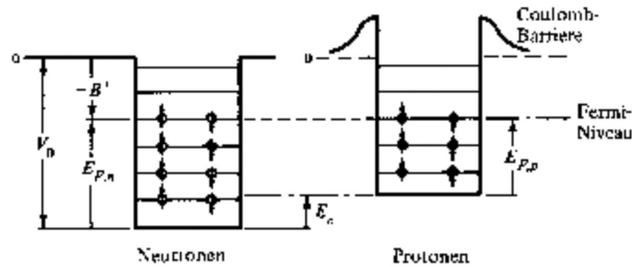


Abbildung 10: Die Abbildung zeigt das Kastenpotential von Neutronen und Protonen. [Fra99]

Jedes einzelne Nukleon trägt den Fermi-Impuls in der Größenordnung von $P_F = 250 \text{ MeV}/c$ [PRSZ04] liegt. Bei größeren Kernen ist der Fermi-Impuls nahezu identisch, während er bei sehr kleinen Kernen von der Nukleonenzahl abhängt. Die Relation:

$$P_F^2 = \frac{5}{3} \langle P^2 \rangle \quad (24)$$

[PRSZ04] liefert den Zusammenhang zwischen dem Fermi-Impuls und dem mittleren quadratischen Impuls der Verteilung.

Der Impuls der Nukleonen der durch die Fermibewegung entsteht, wird in der Simulation über eine Fermi-Impuls-Verteilung (entnommen aus [Fri14]) beschrieben und den einzelnen Ereignissen zugewiesen. Der Impulsbetrag der Nukleonen wurde zufällig unter Berücksichtigung der Fermi-Impuls-Verteilung bestimmt und anschließend mit zufällig verteilten Winkeln über den ganzen Raum zu einem vollständigen Impuls zusammen gesetzt. Anhand der Ruhemasse der Nukleonen kann der Vierervektor aufgestellt werden, mit dessen Hilfe der Vierervektor des entstehenden J/Ψ aufgestellt werden kann. Mit den Komponenten des Vierervektors des entstehenden J/Ψ kann dessen Ablenkung zur Strahlachse bestimmt werden.

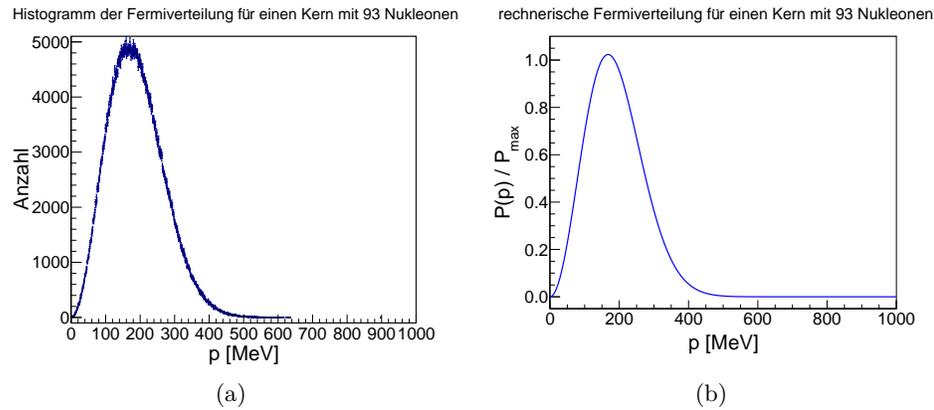


Abbildung 11:

- a) Histogramm über die Fermiverteilung für 93 Nucleonen
- b) Rechnerische Fermiverteilung der Verteilungsfunktion aus [Fri14] für 93 Nucleonen.

Wie in Abbildung (11) zu erkennen ist, folgt die Verteilung über die zufällig ermittelten Impulse der Verteilungsfunktion aus [Fri14].

Folgende Abbildung (12) zeigt die Verteilungsfunktion für Deuterium:

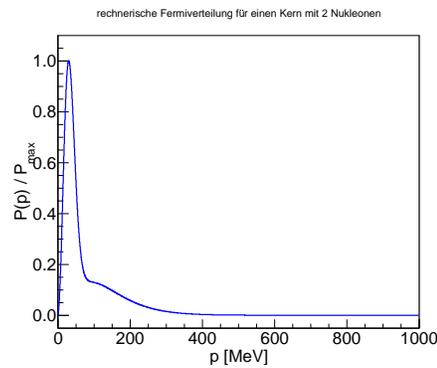


Abbildung 12: Rechnerische Fermiverteilung der Verteilungsfunktion aus [Fri14] für 2 Nucleonen.

5.5.1 Resultate aus dem Fermi-Impuls der Nukleonen

Der Fermi-Impuls der Nukleonen beeinflusst das J/Ψ entscheidend. Neben der Impulsänderung in Flugrichtung des J/Ψ kommt es zusätzlich zu einer Transversalimpulsänderung. Da der Fermi-Impuls im Vergleich zum Antiprotonenimpuls klein ist, ist auch die Transversalimpulsänderung klein aber dennoch wichtig.

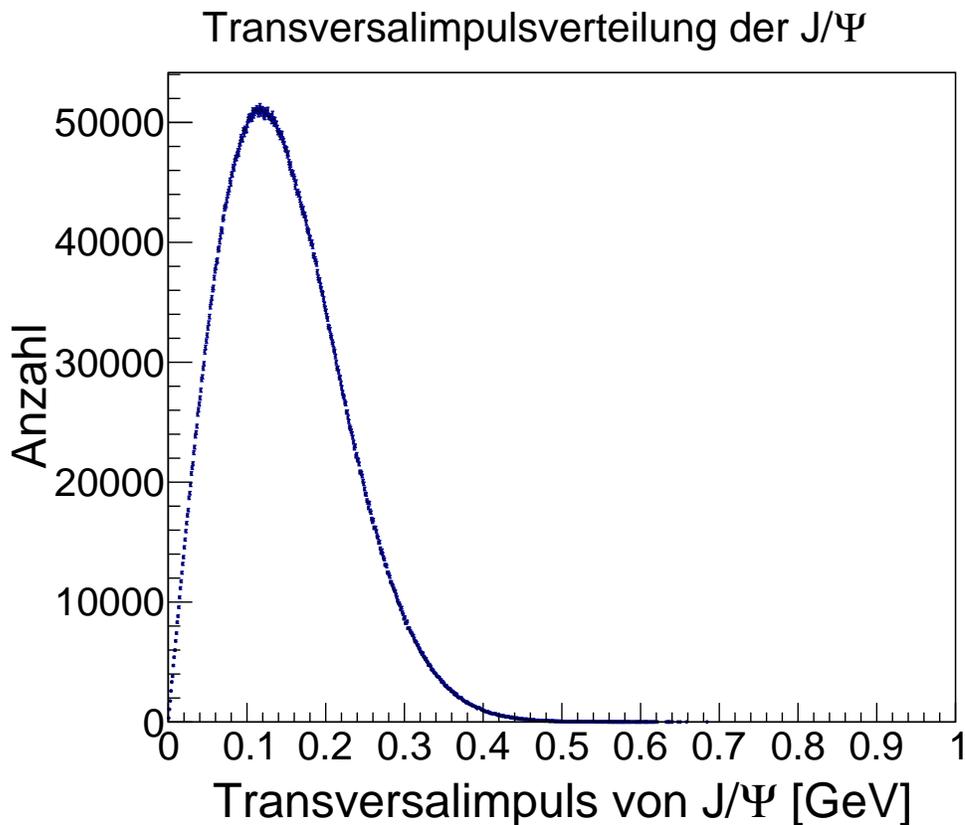


Abbildung 13: Transversalimpulsverteilung der J/Ψ

Die Transversalimpulsverteilung entspricht im wesentlichen der Fermi-Impulsverteilung der Nukleonen. Physikalisch macht dies Sinn, da sich der J/Ψ Impuls aus der Addition der Vierervektoren von Antiproton und Proton ergibt.

Der Transversalimpuls geht zum einen direkt in die Wegstreckenänderung bedingt durch die Flugbahn des J/Ψ ein, zum anderen ist die Information über den Transversalimpuls für Folgerechnungen wie die Teilchenrekonstruktion wichtig. Neben der Transversalimpulsänderung bewirkt der Fermi-Impuls auch eine Longitudinalimpulsänderung. Folgende Abbildung zeigt die Longitudinalimpulsverteilung die durch den Fermi-Impuls der Nukleonen entsteht.

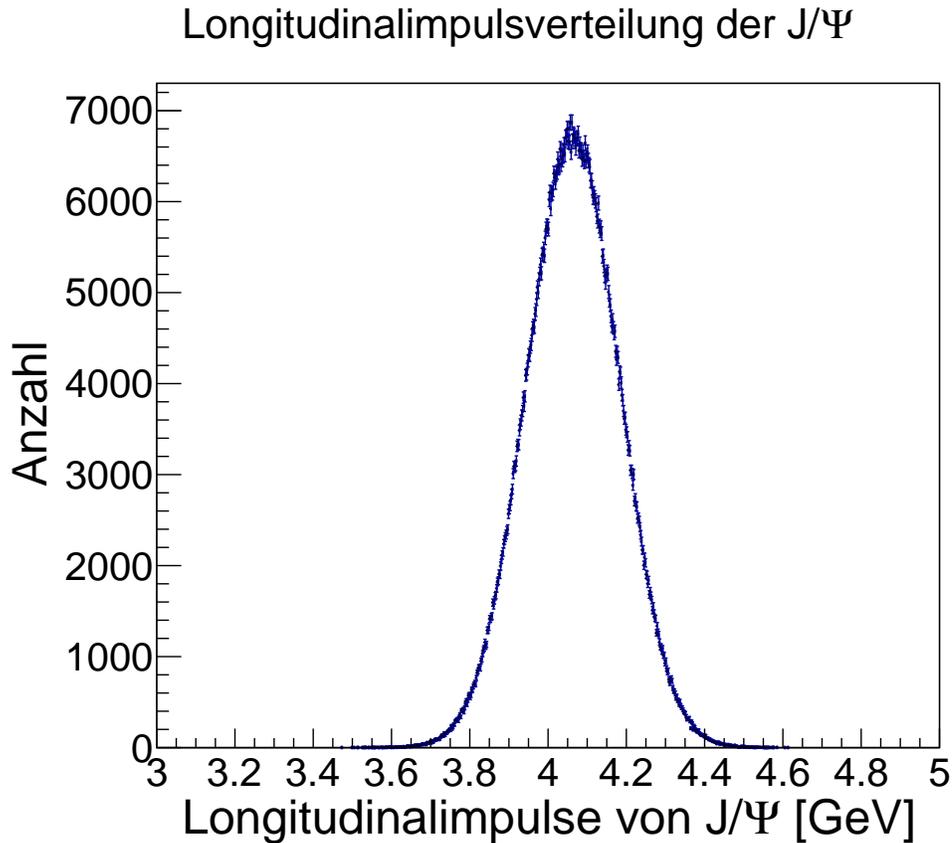


Abbildung 14: Longitudinalimpulsverteilung der J/Ψ

Die Verteilung entspricht der Erwartung einer Gleichverteilung um den Antiprotonenimpuls, der den wesentlichen Bestandteil des Longitudinalimpulses ausmacht.

6 Ergebnis

An den ermittelten Kennzahlen lässt sich deutlich erkennen, dass die Zahl der absorbierten J/Ψ sowie die Zahl der im Kern zerfallenden J/Ψ zunimmt, je größer der Kern ist.

Das Verhältnis der Zahl der absorbierten J/Ψ zu der Gesamtzahl der erzeugten J/Ψ ist auffallend gering und beträgt für einen mittleren Kern nur etwa 0,5%. Da experimentell über die Zerfallsprodukte des J/Ψ die Zahl der zerfallenden J/Ψ gemessen wird und keine Angabe über die Gesamtzahl der erzeugten J/Ψ zur Verfügung steht, ist das Durchlässigkeitsverhältnis eines Kerns (transparency ratio) für J/Ψ von Interesse. Normiert wird dabei auf einen kleinen Kern, da es experimentell einfacher ist ein Verhältnis anzugeben, als absolute Zahlen. Für die grafische Darstellung des Durchlässigkeitsverhältnis wurde dabei auf drei verschiedene Kerne normiert. Neben Deuterium wurde auf Kohlenstoff und Kalzium normiert, allerdings sind auch andere Elemente denkbar.

Das Durchlässigkeitsverhältnis ergibt sich zu:

$$R = \frac{(\text{Anzahl im Kern zerfallener } J/\Psi + \text{Anzahl frei zerfallener } J/\Psi)_{\text{betrachteter Kern}}}{(\text{Anzahl im Kern zerfallener } J/\Psi + \text{Anzahl frei zerfallener } J/\Psi)_{\text{Normierungskern}}} \quad (25)$$

In der Simulation wurden zehn Kerne betrachtet, deren Massenzahl A in der Tabelle (1) und (2) aufgelistet sind.

Da sich das Durchlässigkeitsverhältnis aus zwei fehlerbehafteten Größen berechnet, ist es sinnvoll diese Fehler abzuschätzen und anzugeben. Der Fehler wird wie im Anhang unter Kapitel (8.3) beschrieben berechnet und als Fehlerblaken mit in die Abbildung aufgenommen. Die Massenzahl der Kerne wurde als fehlerfrei angenommen.

6.1 Auswirkungen der implementierten Effekte

Um eine Aussage über die in die Simulation implementierten Effekte und deren Auswirkungen auf das Durchlässigkeitsverhältnis treffen zu können, wurde die Simulationsrechnung im einfachen Modell durchgeführt.

Nach der sehr geringen Absorptionsrate bei Berücksichtigung der Effekte ist zu erwarten, dass die Absorptionsrate steigt und somit das Durchlässigkeitsverhältnis sinkt.

Die aus der Simulationsrechnung bestimmten Kennzahlen sind in Tabelle (1) und (1) zusammengefasst. Die Normierung erfolgte auf Deuterium, Kohlenstoff und Kalzium.

A	Anteil absorbierter J/Ψ [10^{-3}]	Anteil im Kern zerfallener J/Ψ [10^{-3}]	Anteil frei zerfallener J/Ψ [10^{-2}]
2	1,459	0,937	99,7604
12	2,792	1,656	99,5552
40	4,238	2,617	99,3145
93	5,385	3,238	99,1377
101	5,663	3,436	99,0901
137	6,183	3,691	99,0126
178	6,728	4,052	98,9220
196	7,015	4,095	98,8890
207	7,055	4,193	98,8752
238	7,455	4,442	98,8103

Tabelle 1: Kennzahlen im einfachen Modell.

Die im Kapitel (5) beschriebenen Effekte wurden alle in einem Computerprogramm implementiert. Dabei wurden eine Millionen J/Ψ simuliert die durch eine Antiproton-Proton Reaktion entstehen um eine ausreichend hohe Statistik zu bekommen. Das simulierte Verhalten der J/Ψ wurde in drei Kennzahlen zusammengefasst. Es ergaben sich dabei folgende Werte:

A	Anteil absorbierter J/Ψ [10^{-3}]	Anteil im Kern zerfallener J/Ψ [10^{-3}]	Anteil frei zerfallener J/Ψ [10^{-2}]
2	1,053	0,612	99,8335
12	2,035	1,057	99,6908
40	3,084	1,680	99,5236
93	4,090	2,059	99,3851
101	4,242	2,208	99,3550
137	4,715	2,401	99,2884
178	5,114	2,660	99,2226
196	5,279	2,712	99,2009
207	5,369	2,782	99,1849
238	5,675	2,934	99,1391

Tabelle 2: Kennzahlen im Modell mit den Effekten.

Transparency Ratio für verschiedene Normierungen

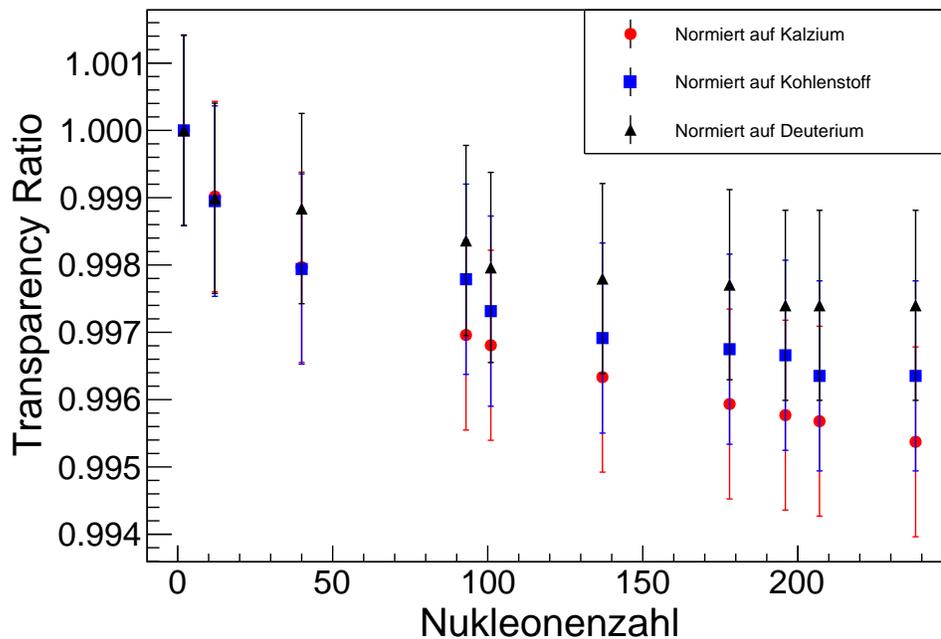


Abbildung 15: Durchlässigkeitsverhältnis unter Berücksichtigung der genannten Effekte unter verschiedenen Normierungen. Die Ereigniszahl beträgt eine Millionen Ereignisse.

Wie durch die Kennzahlen aus Tabelle (2) zu erahnen, ist das Durchlässigkeitsverhältnis der betrachteten Kerne für J/Ψ sehr hoch.

Um der Frage nachzugehen, ob eine deutlich höhere Ereigniszahl das Ergebnis verändert, wurde eine zweite Simulation mit zehn Millionen Ereignissen gestartet. Dabei wurden die gleichen Effekte im Modell, betrachtete Kerne und Normierungen des Durchlässigkeitsverhältnisses wie zuvor verwendet. Die sich

ergebenden Kennzahlen wurden direkt über das Durchlässigkeitsverhältnis grafisch dargestellt.

Da eine höhere Ereigniszahl in direktem Zusammenhang mit der Messzeit im Experiment steht um die Ereigniszahl zu erreichen, wird die Messzeit weiter unten (vgl. Kapitel (6.2)) abgeschätzt.

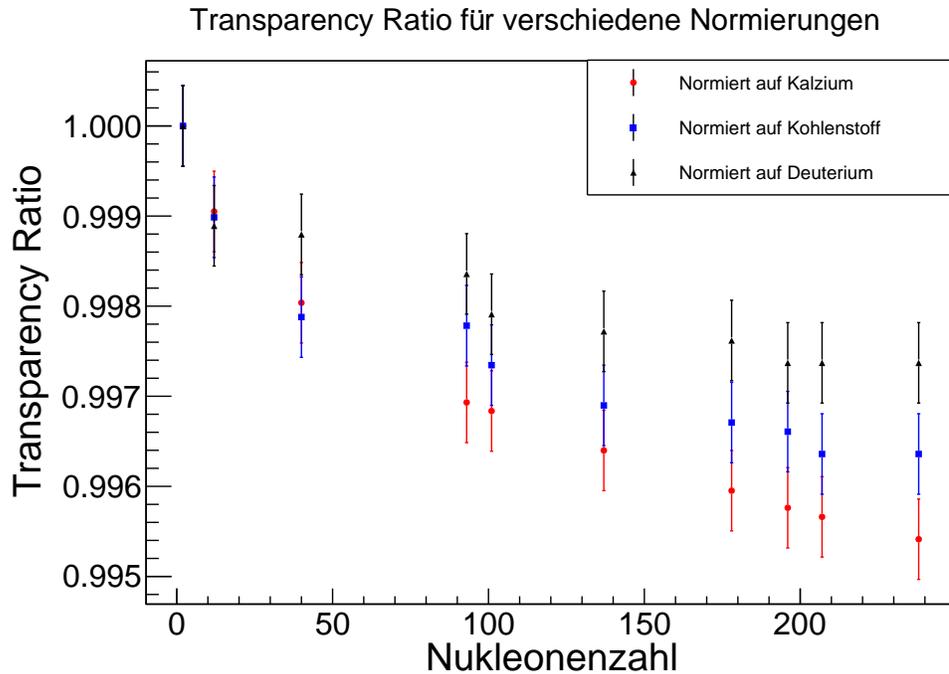


Abbildung 16: Die Abbildung zeigt die Kerndurchlässigkeit für J/Ψ . Aufgetragen ist dabei die Nucleonenzahl gegen Wert der Durchlässigkeit des Kerns unter verschiedenen Normierungen. Die Ereigniszahl beträgt in dieser Abbildung zehn Millionen Ereignisse.

Aus der Abbildung wird deutlich, dass eine Erhöhung der Ereigniszahl mit einem deutlich erkennbaren kleineren Fehler für das Durchlässigkeitsverhältnis einhergeht. Die Änderung des Durchlässigkeitsverhältnisses schwankt hingegen in Abhängigkeit des betrachteten Kerns. Bei kleineren Kernen ist die Abweichung größer als bei großen Kernen.

Abbildung (17) zeigt eine direkte Gegenüberstellung des Durchlässigkeitsverhältnisses bei dem vollen Modell wo alle implementierten Effekte Berücksichtigt werden mit dem einfachsten Modell.

Vergleich des vollen mit dem einfachsten Modell

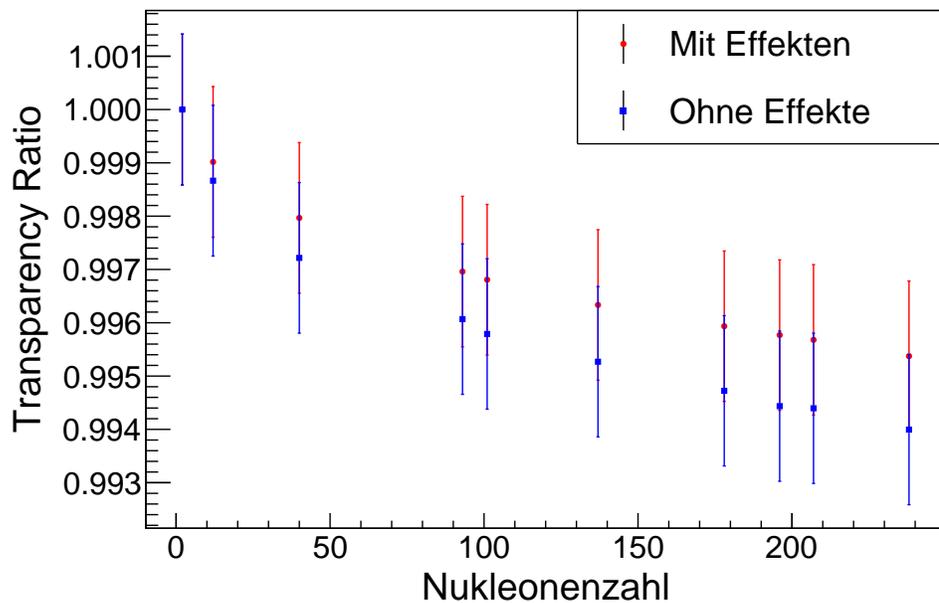


Abbildung 17: Auf Kalzium normiert

Die direkte Gegenüberstellung zeigt den deutlichen Unterschied der Berücksichtigung der implementierten Effekte.

6.2 Notwendige Messzeit an $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$ für die simulierte Ereigniszahl

Bei der Simulation wurde mit einer Ereigniszahl von eine Millionen erzeugten J/Ψ gerechnet. Ob diese Größenordnung später im Experiment in realisierbaren Zeiten erzielt werden kann, lässt sich mit Hilfe einer Rechnung prüfen. Um eine zeitliche Abschätzung für die Messzeit treffen zu können, kann die Zahl der zu erzielenden Ereignisse durch die zu erwartende Ereignisrate geteilt werden.

$$t_{\text{Messung}} = \frac{\text{Anzahl der Ereignisse die gemessen werden soll}}{\dot{N}} \quad (26)$$

Für die zu erwartende Ereignisrate gilt:

$$\dot{N} = \sigma L \quad (27)$$

mit dem Wirkungsquerschnitt σ für einen inelastischen Stoß zwischen Antiproton und Proton, sowie der Luminosität L .

Die maximale Luminosität ist bei $\bar{\text{P}}\text{ANDA}$ mit $L = 2 \cdot 10^{32} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ angegeben.

Mit Hilfe der Breit-Wigner-Näherung kann der Wirkungsquerschnitt für eine Antiproton-Proton Reaktion bei der ein J/Ψ entsteht abgeschätzt werden. Die Relation [Jä09] ist wie folgt gegeben:

$$\sigma_{\text{R}}(s) = \frac{4\pi\hbar^2 c^2}{s - 2m_p^2 c^4} \cdot \frac{B_{\text{in}} B_{\text{out}}}{1 + (2(\sqrt{s} - M_{\text{R}} c^2)/\Gamma_{\text{R}})^2} \quad (28)$$

Betrachtet wird dabei das Maximum der Resonanz ($\sqrt{s} = 3096,916 \frac{\text{MeV}}{c^2}$). Außerdem werden die beiden Relationen $\hbar c = 197 \text{ MeVfm}$ und $10 \text{ mb} = (\text{fm})^2$ genutzt um Gleichung (28) wie folgt umzuformen:

$$\sigma_{\text{R}}(s) = \frac{4\pi \cdot 197^2 \cdot 10 \text{ mb}}{3096,916^2 - 2 \cdot 938^2} \cdot B_{\text{in}} \cdot B_{\text{out}} \quad (29)$$

B_{in} ist dabei die Breite $\Gamma_{\bar{p}p} = 2,120 \cdot 10^{-3}$ [eaPDG14] für die Reaktion $J/\Psi(1S) \rightarrow \bar{p}p$ und B_{out} ist dabei die Breite $\Gamma_{ee} = 5,94 \cdot 10^{-2}$ [eaPDG14] für die Reaktion $J/\Psi(1S) \rightarrow e^+e^-$. Für B_{out} kann auch die Breite $\Gamma_{\mu\mu} = 5,93 \cdot 10^{-2}$ [eaPDG14] die zur Reaktion $J/\Psi(1S) \rightarrow \mu^+\mu^-$ gehört betrachtet werden.

Durch einsetzen folgt für den Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_{\text{R}} = 7,842 \cdot 10^{-5} \text{ mb} = 78,42 \text{ nb} \quad (30)$$

Durch einsetzen alle Größen in Gleichung (26) folgt für die Messzeit:

$$t_{\text{Messung}} = \frac{1.000.000}{78,42} \text{ nb} \cdot 2 \cdot 10^{32} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad (31)$$

$$= \frac{1.000.000 \text{ s}}{15,684} \quad (32)$$

$$= 63759,25 \text{ s} \hat{=} 17,7 \text{ h} \quad (33)$$

Eine Messzeit von circa 18h je Kern für eine Ereigniszahl von einer Millionen Ereignissen liegt in einem realisierbaren Bereich.

Zu berücksichtigen ist, dass nicht alle Ereignisse im Experiment detektiert werden können. Da die Detektion über Rekonstruktion des Zerfallsprodukts über die einfache Reaktion $J/\Psi \rightarrow e^+e^-$ beziehungsweise $J/\Psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ erfolgt ist der Anteil der nicht detektierbaren Ereignisse gering. Aus vorherigen Simulationen ergab sich ein Anteil von etwa 75% der erfolgten Ereignisse.

Auch unter Berücksichtigung des Anteils der Ereignisse die detektiert werden können, ist die simulierte Ereigniszahl im Experiment realisierbar.

Zur Fehlerbetrachtung wurde eine weitere Simulation mit zehn Millionen Ereignissen durchgeführt. Da der Faktor der Ereigniszahl direkt in die zu messende Zeit eingeht, ist eine Messzeit von circa 177 h \approx 7 d pro betrachteten Kern zu erwarten.

7 Fazit

Drei Effekte wurden in der Simulation berücksichtigt. Die Fermibewegung der Nukleonen verleiht dem entstehenden J/Ψ nicht nur eine Longitudinal- und Transversalimpulsänderung, sondern verändert auch die Verweilzeit des J/Ψ im Kern über die Ablenkung.

Dass die eintreffenden Antiprotonen in den Kern eindringen und die J/Ψ somit auch im Kern und nicht nur an der Kernoberfläche erzeugt werden, ist der stärkste der berücksichtigten Effekte. Durch die kürzere Strecke, die im Kern in Strahlrichtung verbleibt, sinkt die Wahrscheinlichkeit, dass das J/Ψ absorbiert wird deutlich. Die Wegstreckenänderung der J/Ψ , die aus dem Fermi-Impuls der Nukleonen entsteht, ist im Wesentlichen vernachlässigbar. Durch den deutlich höheren Antiprotonenimpuls im Vergleich zu dem Fermi-Impuls der Nukleonen kommt es nur zu einer transversalen Ablenkung um wenige Grad. Die daraus resultierende Wegänderung ist auf die kurze Distanz im Kern sehr gering.

Der Vorteil der Berücksichtigung des Effekts ist allerdings der Informationsgewinn für weitere Rechnungen. Das Modell kann unter kleiner Anpassung in das Simulationsframework unter PandaRoot eingebunden werden um das Experiment vollständig zu simulieren. Dazu gehören Untergrundeffekte, die als systematischer Fehler zu sehen sind. Neben den J/Ψ entstehen auch andere Teilchen, die in e^+e^- oder $\mu^+\mu^-$ zerfallen und über die Rekonstruktion fälschlicherweise für J/Ψ gehalten werden könnten und somit den Wert des Durchlässigkeitsverhältnisses verfälschen.

Um das Modell noch realistischer zu machen, sollte der J/Ψ Produktionsquerschnitt berücksichtigt werden. Denkbar ist außerdem, dass Experiment bei höheren Antiprotonenimpulsen durchzuführen, damit man im Bereich eines höheren Absorptionswirkungsquerschnitts messen kann. Der Effekt des sich Ereignisweise ändernden Absorptionswirkungsquerschnitt wurde berücksichtigt, allerdings ist die Variation im betrachteten Energiebereich gering.

In der Fehlerrechnung wurden nur statistische Fehler berücksichtigt, da dies die einzigen Fehler in einer Simulationsrechnung sind.

Da das berechnete Durchlässigkeitsverhältnis klein Abweichend von eins ist, wird eine statistisch hohe Zahl an Ereignissen benötigt um Signifikant zu messen. Eine experimentelle Messung mit genügend hoher Ereigniszahl ist in angemessener Zeit durchführbar bei Vernachlässigung des Untergrunds. Eine Simulationsstudie im PandaRoot Framework sollte durchgeführt werden um Beimengungen des hadronischen Untergrunds abschätzen zu können.

8 Anhang

8.1 Schwerpunktsenergie

Damit ein J/Ψ Meson entstehen kann, wird eine gewisse Schwerpunktsenergie zur Produktion benötigt. Die Energie kommt dabei von dem Impuls des auf den Targetkern treffenden Antiprotons. Um den benötigten Impuls des Antiproton abschätzen zu können, kann folgende Rechnung mit Vierervektoren durchgeführt werden.

Dabei gilt im Laborsystem folgender Zusammenhang:

$$\begin{pmatrix} E_{\bar{p}} \\ \vec{p}_{\bar{p}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_p \\ \vec{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{J/\Psi} \\ \vec{p} \end{pmatrix} \quad (34)$$

Im Schwerpunktsystem gilt dabei:

$$\begin{pmatrix} E_{\bar{p}} \\ \vec{p}_{\bar{p}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_p \\ -\vec{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{J/\Psi} \\ \vec{0} \end{pmatrix} \quad (35)$$

wobei $\vec{p} = \vec{p}_{\bar{p}}$ gelten muss.

Aus der unter Lorentztransformationen invarianten Masse \sqrt{s} ergibt sich:

$$s = \left(\left(\begin{pmatrix} E_p \\ \vec{p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_p \\ \vec{0} \end{pmatrix} \right) \right)^2 \quad (36)$$

sowie im Schwerpunktsystem:

$$s = \left(\left(\begin{pmatrix} E_p \\ \vec{p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_p \\ -\vec{p} \end{pmatrix} \right) \right)^2 = \left(\begin{pmatrix} m_{J/\Psi} \\ \vec{0} \end{pmatrix} \right)^2 \quad (37)$$

Durch Gleichsetzen und Auflösen der Gleichung, sowie unter Nutzung der Relation $E_p = \sqrt{m_p^2 + p^2}$ folgt:

$$(E_p + m_p)^2 - |\vec{p}|^2 = m_{J/\Psi}^2 \quad (38)$$

$$E_p^2 + m_p^2 + 2E_p m_p - p^2 = m_{J/\Psi}^2 \quad (39)$$

$$p = \sqrt{\left(\frac{m_{J/\Psi}^2 - 2m_p^2}{2m_p} \right)^2 - m_p^2} \quad (40)$$

Mit den bekannten Werten von $m_p = 938,272 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ [Moh10] und $m_{J/\Psi} = 3096,916 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ [eaPDG14] ergibt sich dann:

$$p = 4,064 \frac{\text{GeV}}{c} \quad (41)$$

Da der Targetkern nicht wie in der vereinfachten Rechnung angenommen komplett ruht, sondern zumindest die in Kapitel (5.5) betrachtete Fermi-Verteilung eine Rolle spielt, kann J/Ψ -Produktion bereits bei geringfügig geringeren Antiprotonimpulsen stattfinden.

8.2 Zufallszahlen

Für die Simulation selbst werden an mehreren Stellen der Berechnungen Zufallszahlen benötigt. Zufallszahlen können dabei unterschiedlich erzeugt werden und unterliegen verschiedenen Verteilungen.

Da ein Computer streng deterministisch arbeitet, sind auch die berechneten Zufallszahlen nicht wirklich zufällig, sondern pseudozufällig. Das heißt, dass sie vorhergesagt werden können.

Der im Programm implementierte Zufallsgenerator wird mit einer sogenannten Saatzzahl initialisiert, anhand derer die erzeugten Zufallszahlen reproduzierbar sind.

Der Vorteil der Reproduzierbarkeit ist dabei die Möglichkeit der Aufteilung der Rechnung auf mehrere Computer bei größeren Simulationen.

8.2.1 Exponentiell verteilte Zufallszahlen

Für diese Simulationsrechnung wird das Modell der Exponentialverteilung von Zufallszahlen verwendet, da dieses eine gute Antwort auf die Frage der Dauer von zufällig verteilten Zeitintervallen liefert.

Die Wahrscheinlichkeitsdichte der die Zufallszahlen unterliegen sieht dabei wie folgt aus:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}, & \text{für } t \geq 0 \\ 0, & \text{für } t < 0 \end{cases} \quad (42)$$

[Bra13]. Aus der Wahrscheinlichkeitsdichte kann durch Integration die Verteilungsfunktion berechnet werden:

$$x = F(t) = \frac{1}{\tau} \int_0^t f(t') dt' = 1 - e^{-t/\tau} \quad (43)$$

Der Vorfaktor $\frac{1}{\tau}$ ergibt sich dabei durch die Normierung $\int_0^\infty f(t') dt' \stackrel{!}{=} 1$. Die Normierung ist dabei notwendig, da eine Wahrscheinlichkeit zwischen 0 und 1 liegt.

x ist somit die benötigte Zufallszahl, die zwischen 0 und 1 gleich verteilt ist.

Durch Invertierung von Gleichung (43) ergibt sich die Zufallszahl t , die der Wahrscheinlichkeitsdichte $f(t)$ unterliegt.

$$t = -\tau \ln(1 - x) \quad (44)$$

Da x eine gleich verteilte Zufallszahl zwischen 0 und 1 ist, ist die Differenz $(1 - x)$ ebenso eine gleichverteilte Zufallszahl zwischen 0 und 1.

Gleichung (44) lässt sich somit vereinfacht zusammenfassen zu:

$$t = -\tau \ln(x) \quad (45)$$

8.3 Fehlerfortpflanzung

Da sich das Durchlässigkeitsverhältnis aus zwei voneinander unabhängigen fehlerbehafteten Größen berechnet, kommt das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz [Bra13] zum Tragen.

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2\right)^2} \quad (46)$$

Die Gleichung zur Berechnung des Durchlässigkeitsverhältnisses hat die Form $y = \frac{x_1}{x_2}$. Es folgt somit:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{1}{x_2} \quad (47)$$

und

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = \frac{-x_1}{x_2^2} \quad (48)$$

Δx_1 und Δx_2 ergeben sich aus der Standardabweichung. Diese berechnet sich bei N Ereignissen aus \sqrt{N} .

Für den Fall des Durchlässigkeitsverhältnisses gilt:

$N = (\text{Anzahl im Kern zerfallener J}/\Psi + \text{Anzahl frei zerfallener J}/\Psi)$.

Abbildungsverzeichnis

1	GSI Darmstadt	6
2	Schematische Abbildung des $\bar{\text{PANDA}}$ Detektors [CLP ⁺ 09].	7
3	Wirkungsquerschnitt der Reaktion $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$	8
4	Skizze des vereinfachten Modells	10
5	Skizzierter Ablauf des Eindringens des Antiprotons in den Kern	11
6	Skizzierter Ablauf des Eindringens der Antiprotons in den Kern unter Berücksichtigung des Fermi-Impulses	12
7	a) Exponentielle Verteilung der Lebensdauer des J/Ψ . b) Halb-logarithmische Darstellung der Lebensdauer-Verteilung.	14
8	a) Totaler Absorptionswirkungsquerschnitt von J/Ψ mit Nukleonen. b) Totaler Absorptionswirkungsquerschnitt mit der in der Simulation verwendeten Gleichung	17
9	a) J/Ψ Absorption durch ein Nukleon mit Pion und Rho Meson Austausch. [LKL01] b) J/Ψ Absorption durch ein Nukleon mit D-Meson-Austausch. [LKL01]	18
10	Kastenpotential von Neutronen und Protonen	19
11	a) Fermiverteilung für 93 Nukleonen. b) Rechnerische Fermiverteilung für 93 Nukleonen.	20
12	Rechnerische Fermiverteilung der Verteilungsfunktion aus [Fri14] für 2 Nukleonen.	20
13	Transversal Impulsverteilung der J/Ψ	21
14	Longitudinale Impulsverteilung der J/Ψ	22
15	Durchlässigkeitsverhältnis unter Berücksichtigung der implementierten Effekte	24
16	Durchlässigkeitsverhältnis mit zehn Millionen Ereignissen	25
17	Vergleich des vollen mit dem einfachsten Modell	26

Tabellenverzeichnis

1	Kennzahlen im einfachen Modell.	23
2	Kennzahlen im Modell mit den Effekten.	24

Literatur

- [Bra13] S. Brandt. Datenanalyse für Naturwissenschaftler und Ingenieure: Mit statistischen Methoden und Java-Programmen. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [CBH⁺95] S. U. Chung, J. Brose, R. Hackmann, E. Klempt, S. Spanier, and C. Strassburger. Partial wave analysis in k-matrix formalism. Annalen der Physik, 507(5):404–430, 1995.
- [CLP⁺09] Panda Collaboration, M. F. M. Lutz, B. Pire, O. Scholten, and R. Timmermans. Physics Performance Report for PANDA: Strong Interaction Studies with Antiprotons. March 2009.
- [eaPDG14] K.A. Olive et al. (Particle Data Group). Review of particle physics*. 2014.
- [Fra99] Henley. Frauenfelder. Teilchen und Kerne : die Welt der subatomaren Physik. R. Oldenbourg Verlag München Wien 1999, 1999.
- [Fri14] Stefan Friedrich. Experimental constraints on the real part of the ω -nucleus optical potential. 2014.
- [Jä09] R. Jäkel. Resolution studies for the micro vertex detector of the panda experiment and the reconstruction of charmed mesons for specific hadronic channels. 2009.
- [LKL01] W. Liu, C. M. Ko, and Z. W. Lin. Cross section for charmonium absorption by nucleons. Phys. Rev. C, 65:015203, Dec 2001.
- [Moh10] P.J. Mohr. 1. physical constants, 2010.
- [PJM⁺82] G.D. Patel, P. Johnson, P. Mason, P. Michaelides, C. Michaelidou, et al. GENERAL FEATURES OF ANTI-P P INTERACTIONS AT 7.3-GEV/C, 1982.
- [PRSZ04] Bogdan Povh, Klaus Rith, Christoph Scholz, and Frank Zetsche. Teilchen und Kerne. Eine Einführung in die physikalischen Konzepte. Springer-Verlag GmbH, sixth edition, 2004.

Danksagung

Zuerst möchte ich mich bei Prof. Brinkmann bedanken, der mir dieses interessante Thema für die Thesis angeboten und mich herzlich in die Arbeitsgruppe aufgenommen hat.

Darüber hinaus möchte ich mich besonders bei meinem Betreuer Andreas Pitka bedanken, der jederzeit mit Rat und Tat und einem offenen Ohr zur Seite stand und die Arbeit Korrektur gelesen hat. Vielen Dank auch an alle anderen aus dem Büro und der Arbeitsgruppe, die Fragen beantworten konnten, egal ob physikalisch, technisch oder formal, ebenfalls Korrektur gelesen haben- besonderen Dank an dieser Stelle noch an Till, Stefan und Robert.

Im II. physikalischen Institut habe ich mich immer sehr wohl gefühlt.

Des Weiteren noch vielen Dank an Freunde und Familie für die private Unterstützung neben der Arbeit.