

In-Medium-Eigenschaften von Nukleonen und Nukleonresonanzen in einem semiklassischen Transportmodell

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Justus-Liebig-Universität Gießen
Fachbereich 7 – Mathematik, Physik, Geographie

vorgelegt von
Jürgen Lehr
aus Gießen

Gießen, 2003

D 26

Dekan: Prof. Dr. Volker Metag

I. Berichterstatter: Prof. Dr. Ulrich Mosel

II. Berichterstatter: Prof. Dr. Volker Metag

Tag der mündlichen Prüfung: 21.11.2003

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	5
2.1	Fermionische Systeme im Grundzustand	5
2.1.1	Einführung	5
2.1.2	Korrelationsfunktionen	6
2.1.3	Spektralfunktion	7
2.1.4	Selbstenergie	8
2.1.5	Spektralfunktion und Selbstenergie	11
2.1.6	Störungsentwicklung	12
2.2	Transportgleichungen	15
2.2.1	Kadanoff-Baym-Gleichungen	15
2.2.2	Gradientenentwicklung	16
2.2.3	Die Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck-(BUU)-Gleichung	20
3	Die Nukleon-Spektralfunktion in Kernmaterie	23
3.1	Überblick	23
3.2	Andere Modelle	25
3.3	Anwendung auf Kernmaterie	27
3.4	Einfluß der Selbstkonsistenz	29
3.4.1	Berechnung der Selbstenergien	29
3.4.2	Resultate	30
3.5	Einfluß der Analytizität	34
3.5.1	Selbstenergien mit Delta-Funktionen	35
3.5.2	Resultate	39
3.6	Impulsabhängigkeit des Mean-Field-Beitrags	43
3.7	Relativistische Spektralfunktion	47
4	Das BUU-Modell	51
4.1	Die BUU-Gleichung	51
4.2	Das Mean-Field-Potential	53
4.2.1	Parametrisierung	53
4.2.2	Bestimmung der Parameter	54
4.2.3	Das skalare Potential	56
4.2.4	Andere Teilchen und Potentiale	57
4.3	Lokale Dichtenäherung	57
4.3.1	Endliche Kerne	57

4.3.2	Nukleon-Spektralfunktion in endlichen Kernen	59
4.4	Teilchenarten	60
4.5	Resonanzen	61
4.5.1	Breiten	61
4.5.2	Lebensdauer der Resonanzen	64
4.6	Reaktionstypen	66
4.6.1	Baryon-Baryon-Reaktionen	66
4.6.2	Baryon-Meson-Reaktionen	67
4.6.3	Meson-Meson-Reaktionen	67
4.6.4	Reaktionen bei höheren Energien	67
4.7	Wirkungsquerschnitte	67
4.7.1	Der allgemeine Prozeß $ab \rightarrow c_1, \dots, c_n$	68
4.7.2	Das Resonanzmodell	69
4.7.3	Anpassung der Wirkungsquerschnitte	71
4.7.4	Endzustände mit instabilen Teilchen	72
4.7.5	Reaktionen mit drei Teilchen im Eingangskanal	74
4.7.6	Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitte im Resonanzbereich	75
4.7.7	Wirkungsquerschnitte für Elektron-Nukleon-Reaktionen	78
5	Numerische Implementierung	83
5.1	Die Testteilchenmethode	83
5.2	Bewegungsgleichungen	84
5.2.1	Teilchen auf der Massenschale	84
5.2.2	Offshell-Bewegungsgleichungen	84
5.2.3	Nichtrelativistischer Grenzfall	86
5.2.4	Untersuchungen im Woods-Saxon-Potential	87
5.3	Perturbative Teilchen	90
5.4	Initialisierung	91
5.4.1	Ortsraum	92
5.4.2	Implementierung der Grundzustandskorrelationen	92
5.5	Dichten und Ströme	94
5.5.1	Testteilchendichten und -ströme	94
5.5.2	Das Gitter im Ortsraum	97
5.6	Numerische Lösung der Bewegungsgleichungen	99
5.7	Numerische Stabilität	101
5.7.1	Ortraumverteilung	101
5.7.2	Energieerhaltung	103
5.7.3	Testteilchengeschwindigkeiten und skalares Potential	104
5.7.4	Zeitliche Entwicklung der Massen- und Impulsspektren	106
5.8	Der Kollisionsterm	106
5.8.1	Kollisionskriterien	107
5.8.2	Resonanzzerfall	108
5.8.3	Pauli-Blocking	109
5.9	In-Medium-Modifikationen	109
5.9.1	Wirkungsquerschnitte im Medium	110
5.10	Kinematik der auslaufenden Teilchen	111

6	In-Medium-Breiten von Nukleonen und Resonanzen	113
6.1	Stoßverbreiterung im Medium	113
6.1.1	Nukleonen	115
6.1.2	Resonanzen	116
6.2	Implementierung der Stoßverbreiterung	120
6.3	Observable Effekte	122
6.4	Modifikation der Resonanz-Zerfallsbreiten	126
7	Photon- und elektroninduzierte Reaktionen am Kern	133
7.1	Die Photon-Kern-Reaktion	133
7.2	Pion-Photoproduktion	136
7.2.1	Inklusive π^0 -Produktion	137
7.2.2	Single- π^0 -Produktion	142
7.2.3	Impulsdifferentieller Querschnitt	147
7.2.4	Subtrahierte Wirkungsquerschnitte	149
7.3	Eta-Photoproduktion am Kern	152
7.3.1	Einfluß der Kollisionsreaktionen und des Potentials	152
7.3.2	Auswirkungen der S_{11} -Lebensdauer	157
7.4	Elektroproduktion	159
7.4.1	Berechnung des Wirkungsquerschnitts	159
7.4.2	Pion- und Etaproduktion bei hohen Impulsüberträgen	163
7.5	$A(e, e'p)$ -Reaktionen und Transparenzverhältnis	170
7.5.1	Experimente und Motivation	170
7.5.2	Quasielastische Elektron-Kern-Streuung	172
7.5.3	Implementierung der quasielastischen Streuung	174
7.5.4	Resultate	175
7.5.5	Unsicherheiten in der Extraktion der Daten	181
8	Einfluß der Spektralfunktion auf die Teilchenproduktion	185
8.1	Kinematik und Proben	185
8.1.1	Photonen und Elektronen	185
8.1.2	Andere Proben	188
8.2	Einfluß auf die Photoproduktion	189
8.2.1	Reaktionen im Resonanzbereich	189
8.2.2	Pionproduktion	192
8.2.3	Etaproduktion	193
8.2.4	Einfluß der modifizierten Zerfallsbreite	194
8.2.5	Höhere Energien	196
8.3	Elektroninduzierte Prozesse	197
8.3.1	Einfluß auf den Elektron-Proton-Knockout	197
8.3.2	Etaproduktion	199
9	Zusammenfassung	209

A	Ergänzungen zu Kapitel 2	213
A.1	Greens-Funktionen und Selbstenergien	213
A.2	Normierung der Spektralfunktion	213
A.3	Der Mean-Field-Anteil zur Selbstenergie	214
A.4	Greens-Funktion, Selbstenergie und Spektralfunktion	215
B	Eigenschaften der Teilchen mit Strangeness und Charm	219
B.1	Baryonen mit $S = -1$	219
B.2	Baryonen mit $S < -1$ und/oder $C = 1$	220
B.3	Mesonen mit Strangeness und Charm	220
C	Der skalierte Wirkungsquerschnitt für $\gamma N \rightarrow X$	221

Kapitel 1

Einleitung

Es gilt heute als allgemein akzeptiert, daß die Theorie der Quarks und Gluonen (Quantenchromodynamik, QCD) der starken Wechselwirkung zugrundeliegt. Die nicht-Abelsche Struktur manifestiert sich in der Tatsache, daß die Eichfelder Ladung tragen und bestimmt die besondere Impulsabhängigkeit der Kopplungskonstanten. Während der Bereich kleiner Abstände (d.h. hoher Impulsüberträge) im Rahmen der pQCD durch perturbative Methoden behandelt werden kann und gerade diese Erfolge zur Akzeptanz der QCD geführt haben, sind die elementaren partonischen Freiheitsgrade bei größeren Skalen von etwa 1 fm durch das Confinement in farbneutralen Objekten, den Hadronen, verborgen.

Über die innere partonische Struktur der Hadronen besteht kein Zweifel. Seit die erste Klassifikation der leichten Baryonen und Mesonen von Gell-Mann und Zweig [1] durch die Einführung der Quarks Ordnung in den 'Teilchenzoo' gebracht hat, sind die Möglichkeit der Resonanzanregung, das Skalierungsverhalten und die Beobachtung von Jet-Ereignissen in der tiefinelastischen Streuung deutliche Beweise [2]. Jedoch ist die innere Struktur der Hadronen erheblich komplizierter als durch die einfache Einordnung in SU(3)-Multipletts als Drei-Quark- bzw. Quark-Antiquark-Zustände suggeriert wird. Die tiefinelastische Streuung von Elektronen an Protonen etwa zeigt, daß der totale Impuls nur zu einem Teil durch die Valenzquarks erklärt werden kann und der Rest durch weitere Quark-Antiquark-Fluktuationen (Seequarks) und Gluonen beigesteuert wird. Auch die Erklärung der Hadronmassen durch Konstituentenquarkmassen beinhaltet implizit, daß sie durch die komplizierten Wechselwirkungen der Quarks und Gluonen effektiv generiert werden.

Allerdings ist die Beschreibung hadronischer Reaktionen bei niedrigeren Energien durch die zugrundeliegende Theorie auch im Vakuum bis heute nicht möglich. Das gilt ebenso für die Frage, wie sich ein System aus Quarks und Gluonen zu Hadronen zusammenfügt. Die Formulierung der Wechselwirkung der Hadronen untereinander durch den Austausch von Mesonen hat sich bewährt [3].

Neue Aspekte ergeben sich, wenn man eine Ansammlung von Hadronen betrachtet. In Kernmaterie oder endlichen Kernen z.B. führt die Anwesenheit anderer Nukleonen zu einer Änderung der Nukleon-Selbstenergie, die sowohl die Polmasse als auch die Breite der gebundenen Nukleonen beeinflusst. Beide Eigenschaften werden durch die Spektralfunktion beschrieben. In einfachster Näherung lassen sich die Wechselwirkungen durch ein mittleres Feld verstehen, in dem sich die Nukleonen als Quasiteilchen

mit einer effektiven Masse bewegen. Es zeigt sich, daß es sich hierbei um die niedrigste Ordnung der Wechselwirkung durch Mesonaustausch handelt, wodurch aber z.B. schon die Haupteigenschaften eines Atomkerns beschrieben werden können [3]. Höhere Ordnungen dagegen haben nicht nur einen Einfluß auf die Teilchenmasse, sondern auch auf die Breite [4]. Diese Beiträge lassen sich durch Kollisionsreaktionen zwischen den Nukleonen im Medium interpretieren. Der Vakuumpropagator wird durch die Beimischung von Teilchen-Loch-Anregungen modifiziert. Das Ergebnis ist eine Aufweichung der Fermi-Kante in der Nukleon-Impulsverteilung durch die Verschiebung von Stärke in solche Konfigurationen. Dabei ist besonders die Ähnlichkeit der Hochimpulskomponente für alle Massenzahlen mit der Impulsverteilung des Deuterons im Hinblick auf die Interpretation von Interesse [5]. Die Berechnungen der Nukleon-Spektralfunktion auf der Basis aufwendiger Vielteilchenmodelle (z.B. [6, 7]) verwenden meist realistische Nukleon-Nukleon-Wechselwirkungen. Es ist eine überraschende Erkenntnis der vorliegenden Arbeit, in der einfachere transporttheoretische Methoden benutzt wurden, daß die Grundzustandskorrelationen auf die genaue Struktur der Wechselwirkung nicht sensitiv sind, sondern nur auf die globale Stärke.

Lassen sich Gleichgewichtssysteme wie Kernmaterie mit relativ einfachen Methoden beschreiben, so ist die Behandlung von Nichtgleichgewichtssystemen eine besondere Herausforderung. Seit der Formulierung des theoretischen Rahmens für solche Untersuchungen in den sechziger Jahren durch Schwinger, Kadanoff, Baym und Keldysh [8, 4, 9] und der Verwendung einer Gradientenentwicklung der Kadanoff-Baym-Gleichungen hat dieses Gebiet in letzter Zeit neuen Auftrieb erhalten: Im Rahmen von Schwerionenkollisionen wurden seit Beginn der achtziger Jahre semiklassische Transportmodelle [10, 11, 12] verwendet, die auf der Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck-(BUU)-Gleichung basieren. Eine wesentliche Annahme solcher Modelle, nämlich daß sich alle Teilchen in solchen Reaktionen wie Quasiteilchen mit fester Masse verhalten, läßt sich im Hinblick auf die oben schon erwähnte Verbindung zwischen Kollisionen und Verbreiterung nicht halten. Die ersten Anwendungen in Schwerionenkollisionen, die über dieses Bild hinausgingen, wurden durch Danielewicz [13] auf der Basis der Gradientenentwicklung der Kadanoff-Baym-Gleichungen durchgeführt. In diesem Zusammenhang bilden auch die neuerlichen Entwicklungen (z.B. [14, 15, 16, 17]), die auf den Kadanoff-Baym-Gleichungen fußen, und neue Konzepte in der Behandlung des Offshell-Transports darstellen, einen wichtigen neuen Meilenstein.

Transportmodelle erlauben die theoretische Beschreibung einer Vielzahl von Reaktionen mit Kernen. Neben den Schwerionenkollisionen [18, 19] sind hier vor allem elektromagnetische Proben zu nennen [20, 21]. Diese haben im Vergleich zu hadronischen Proben den Vorteil, daß sie den ganzen Kern ausleuchten, was sie für die Suche nach Mediummodifikationen besonders attraktiv macht. Ebenso impliziert die Tatsache, daß sie bei $T = 0$ nahe des Grundzustandes verlaufen und daher weit weniger komplex sind als Schwerionenkollisionen, daß sie einfacher zu interpretieren sind. Ein Nachteil ist allerdings, daß die maximal auftretenden Dichten von ρ_0 die Ausprägung der In-Medium-Effekte beschränken.

Der Zusammenhang zwischen Wechselwirkung und Modifikation beschränkt sich natürlich nicht auf die Nukleonen. Prinzipiell ändert jedes Hadron im Medium durch die Wechselwirkung seine Selbstenergie. In der Vergangenheit wurden hier vor allem die In-Medium-Eigenschaften der Nukleon-Resonanzen und Vektormesonen diskutiert.

Hier sind im Rahmen der Vielteilchenmethoden vor allem die Resonanz-Loch-Modelle zu nennen (z.B. [22, 23, 24, 25]). Der Einfluß der In-Medium-Breiten verschiedener Teilchen wie Nukleon-Resonanzen [26, 27], Vektormesonen [20, 28] auf photonukleare Reaktionen und Pionen [29] in Schwerionenkollisionen wurde im Rahmen des BUU-Modells bereits untersucht.

Auf der experimentellen Seite ist das Dileptonenspektrum in Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien [30] ein deutlicher Hinweis auf eine Modifikation der Rho-Spektralfunktion. Aber auch in photonuklearen Reaktionen sind Mediummodifikationen beobachtet worden. Ein Paradebeispiel ist das Verschwinden der höheren Resonanzen in der Photoabsorption am Kern, die zu Beginn der neunziger Jahre in Frascati gemessen wurde [31]. Neben den deutlichen Modifikationen im zweiten Resonanzbereich, die der $D_{13}(1520)$ [20] und dem Zwei-Pionen-Beitrag [32] zugeschrieben werden, zeigt auch die Δ -Resonanz $P_{33}(1232)$ eine deutliche Verbreiterung und Reduktion, die konsistent mit Modellrechnungen und anderen experimentellen Untersuchungen in Pion-Kern-Reaktionen ist [23, 33, 34]. Natürlich sind solch inklusive Reaktionen nur bedingt geeignet, genauere Aussagen darüber zu geben, wie die einzelnen Teilprozesse modifiziert sind. Einen wichtigen Beitrag hierzu haben die Messungen zur Eta- und Pion-Photoproduktion in Kanälen unterschiedlicher Exklusivität durch die TAPS-Gruppe in Mainz geliefert. Für die Interpretation der Ergebnisse und Untersuchung verschiedener Modifikationsszenarien leisten Transportmodelle gute Dienste [20, 35, 28], insbesondere, weil sie prinzipiell in der Lage sind zu erklären, auf welchem Weg die Resultate zustandekommen. Auf der anderen Seite dient der Vergleich mit den Daten auch immer einer Verbesserung des Modells.

Neben den schon erwähnten Experimenten sind im Bereich der Elektronstreuung besonders die Programme am DESY in Hamburg und am Jefferson Lab zu nennen. Letzteres umfaßt auch Untersuchungen im Resonanzbereich, hauptsächlich am Nukleon. In diesem Zusammenhang wären auch Experimente zur Resonanzmodifikation im Kern aufschlußreich. Bei endlichem Q^2 werden Resonanzen mit höheren Impulsen erzeugt als in der Photoproduktion, so daß durch Variation der Virtualität die ganze Massen- und Impulsabhängigkeit der wichtigen Resonanzen gemessen werden könnte.

Ziel dieser Arbeit ist es, das BUU-Transportmodell aus [20] zu erweitern und die Auswirkung verschiedener Modifikationsszenarien in photon- und elektroninduzierten Reaktionen zu untersuchen. Dazu wurde die Nukleon-Spektralfunktion in Kernmaterie berechnet und in das Transportmodell implementiert, wodurch es erstmals möglich ist, Reaktionen mit korrelierten Nukleonen in der Verbindung mit realistischen FSI zu betrachten. Für die notwendige Offshell-Propagation wurde das Verfahren aus [20, 16] verwendet, das dort schon zur Beschreibung von Schwerionenkollisionen benutzt wurde. Auch die Untersuchung der In-Medium-Eigenschaften von Resonanzen in Reaktionen am Kern auf der Grundlage der schon oben beschriebenen Vielteilcheneffekte wird hier weitergeführt.

Wir beginnen in Kapitel 2 mit der Präsentation der theoretischen Grundlagen der Quantentransporttheorie für Systeme im Grundzustand. Im folgenden zeigen wir die Ableitung einer Transportgleichung, die durch weitere Näherungen in die BUU-Gleichung überführt werden kann. Die Spektralfunktion in Kernmaterie wird in Kapitel 3 mit transporttheoretischen Methoden berechnet, wobei wir den Einfluß der Selbstkonsistenz, der Analytizität und der Impulsabhängigkeit des Mean-Fields untersuchen.

Wir vergleichen die Resultate mit aufwendigeren Vielteilchenmodellen.

Das BUU-Modell, das die Grundlage der Rechnungen am Kern bildet, wird in Kapitel 4 vorgestellt. Dabei geht es zunächst darum, Modellkonzepte wie die Behandlung des Mean-Field-Potentials und die lokale Dichtenäherung vorzustellen. Daneben gehen wir auf die Anwendung der Nukleon-Spektralfunktion in endlichen Kernen ein und geben einen Überblick über die relevanten Teilchenarten, Reaktionen und Wirkungsquerschnitte für den Energiebereich der Nukleon-Resonanzregion.

Auf die numerische Seite der Umsetzung wird in Kapitel 5 eingegangen. Es geht hier zum einen um die Implementierung der Nukleon-Spektralfunktion und die Behandlung der Offshell-Propagation der Nukleon-Testteilchen durch das einfache Modell in [20, 16]. Dabei vergleichen wir für einen Spezialfall die Unterschiede verschiedener Bewegungsgleichungen auf die Propagation. Daneben gehen wir auch auf die Initialisierung und die Umsetzung des Kollisionsterms ein.

Kapitel 6 dient der Übersicht und Zusammenstellung von Resonanz-Kollisionsbreiten, berechnet über Kollisionsraten und in Resonanz-Loch-Modellen. Ebenso diskutieren wir die auf der Basis des Kollisionsterms resultierenden Nukleon-Spektralfunktion für Prozesse oberhalb der Fermi-Energie. Ähnlich zum Resonanzzerfall in ein Rho-Meson hat auch die Nukleon-Spektralfunktion einen Einfluß auf die Zerfallsbreite im Medium. Wir zeigen hier Untersuchungen zur $S_{11}(1535)$ -Breite für verschiedene Dichten und Resonanzimpulse. Ein weiterer Punkt ist die Frage, inwieweit eine Resonanzverbreiterung im Medium überhaupt experimentell beobachtbar ist.

In Kapitel 7 diskutieren wir verschiedene photon- und elektroninduzierte Reaktionen am Kern. Hierbei kommen die vorher in Kapitel 6 behandelten Resonanzmodifikationen zum Einsatz. Die Fülle der Daten zur π^0 -Photoproduktion durch die Messungen der TAPS-Gruppe an MAMI erlaubt einen umfassenden Vergleich mit BUU-Rechnungen und gibt Aufschluß über die Güte verwendeter Modifikationen und Methoden. Die Eta-Photoproduktion in der zweiten Resonanzregion ist ein besonderer Kanal, in dem man fast ausschließlich sensitiv auf die Eigenschaften der $S_{11}(1535)$ ist. Auch hier ergeben sich durch den Vergleich mit den TAPS- und KEK-Daten neue Erkenntnisse. In elektroninduzierten Reaktionen kann man den Vorteil nutzen, daß Resonanzselbstenergien sowohl als Funktion der Masse als auch des Impulses untersucht werden können. Die Interpretation experimenteller Daten in diesem Hinblick hängt aber entscheidend von dem Einfluß der FSI ab. Dies diskutieren wir im Zusammenhang mit der Pion- und Eta-Elektroproduktion am Kern bei JLab-Energien.

Den Einfluß der Nukleon-Spektralfunktion auf photon- und elektroninduzierte Reaktionen am Kern ist das Thema von Kapitel 8. Hier gehen wir auf verschiedene Proben und kinematische Aspekte ein und untersuchen einige Reaktionen unter diesem Gesichtspunkt. Ein Hauptaugenmerk gilt dabei den elektroninduzierten Prozessen bei hohen Impulstransfers und dem Einfluß der Zerfallsbreitenmodifikation durch die Nukleon-Spektralfunktion.

Den Abschluß der Arbeit bildet eine Zusammenfassung in Kapitel 9.

Kapitel 2

Grundlagen

In diesem Kapitel wollen wir uns zunächst mit den Grundlagen der Quantentransporttheorie beschäftigen, die den theoretischen Unterbau dieser Arbeit bilden. Um die fundamentalen Konzepte und Größen einzuführen, ist es am einfachsten, zunächst ein unendlich ausgedehntes fermionisches System im Grundzustand zu betrachten. Darüberhinaus wird der Formalismus bei der Berechnung der Nukleon-Spektralfunktion in Kapitel 3 benötigt. Zur Ableitung der Transportgleichung, auf der das BUU-Modell (Kapitel 4) basiert, betrachten wir dann allgemeinere Systeme. Ausführlichere Darstellungen dieses Themengebiets lassen sich z.B. in [4, 36, 38, 13, 37, 14] finden.

2.1 Fermionische Systeme im Grundzustand

2.1.1 Einführung

Wir betrachten ein unendliches System aus Fermionen bei Temperatur $T = 0$, also z.B. Nukleonen in Kernmaterie. Im Vakuum ist der Zustand eines Teilchens mit Masse m durch die Kenntnis seines Impulses p oder seiner Energie ω bekannt; beide Größen hängen über die Dispersionsrelation

$$\omega = \frac{p^2}{2m} \quad (2.1)$$

zusammen. Die Spektralfunktion $a(\omega, p)$, das ist die Wahrscheinlichkeitsdichte, ein Teilchen der Energie ω mit dem Impuls p aufzufinden, ist demzufolge durch eine Delta-Funktion gegeben:

$$a(\omega, p) \propto \delta(\omega - p^2/2m). \quad (2.2)$$

Im Medium dagegen ist die Kenntnis von Impuls und Energie erforderlich. Die Spektralfunktion ist eine komplizierte Funktion von ω und p , die einen Peak am Onshell-Punkt (verschoben durch ein Mean-Field-Potential) $\omega = p^2/2m + U(p)$ aufweist, der im Gegensatz zum Vakuum eine endliche Breite besitzt. Die Struktur der Spektralfunktion im Medium wird in Abbildung 2.1 verdeutlicht. Jeder Punkt der (ω, p) -Ebene entspricht einem bestimmten Zustand. Per Definition ist jeder Zustand mit Energie unterhalb der Fermi-Energie ω_F besetzt. In einer Theorie ohne Wechselwirkung sind nur die Zustände, die durch die Dispersionsrelation (2.1) (durchgezogene Linie) gegeben

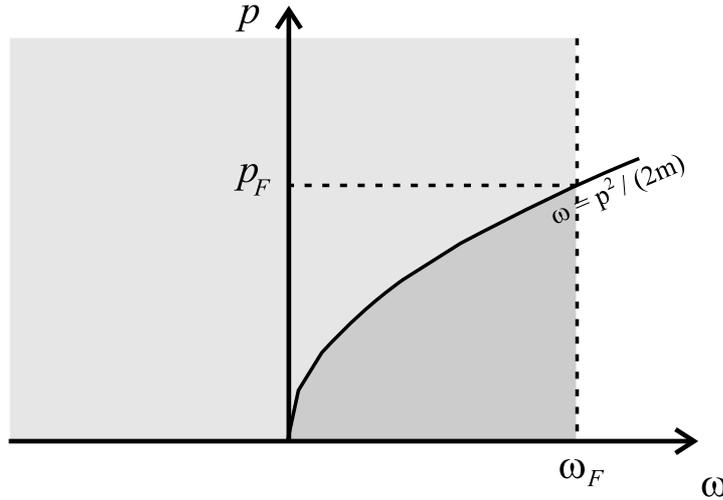


Abbildung 2.1: Veranschaulichung der besetzten und unbesetzten Zustände in einem System mit und ohne Wechselwirkung. Die durchgezogene Linie entspricht den Zuständen, die die Dispersionsrelation (2.1) erfüllen. Die grauen Flächen deuten den Bereich der besetzten Zustände in einem System mit Wechselwirkung an, der sich über den gesamten Energiebereich unterhalb der Fermi-Energie erstreckt.

sind, besetzt; mit Wechselwirkung entspricht jeder Punkt der grauen Flächen einem besetzten Zustand.

Zur Untersuchung eines solchen wechselwirkenden Systems stehen zwei Möglichkeiten zur Verfügung. Einerseits kann man ein Teilchen hinzufügen und beobachten, was mit diesem passiert. Aufgrund des Pauli-Prinzips ist das nur für $\omega > \omega_F$ möglich. Dieser Energiebereich nennt sich daher *Teilchenbereich*. Oder man kann ein vorhandenes Teilchen aus dem System herausnehmen und schauen, was mit dem erzeugten Loch passiert. Das ist natürlich nur für $\omega \leq \omega_F$ möglich, im sogenannten *Lochbereich*. Diese beiden Vorgänge müssen nun theoretisch formuliert werden.

2.1.2 Korrelationsfunktionen

Wir wenden uns nun dem Formalismus zu. Dabei verwenden wir nichtrelativistische Kinematik, wobei Variablen wie X Vierervektoren (x^0, \vec{x}) bezeichnen. In einem Vielteilchensystem ist es nützlich, Feldoperatoren $\psi(x^0, \vec{x})$ und $\psi^\dagger(x^0, \vec{x})$ in Heisenberg-Darstellung zu verwenden, die ein Teilchen am Raum-Zeit-Punkt X vernichten oder erzeugen. Für identische Zeitargumente gelten die Antikommutator-Relationen

$$\begin{aligned} \{\psi(t, \vec{x}), \psi(t, \vec{y})\} &= 0, & \{\psi^\dagger(t, \vec{x}), \psi^\dagger(t, \vec{y})\} &= 0 \\ \{\psi(t, \vec{x}), \psi^\dagger(t, \vec{y})\} &= \delta^3(\vec{x} - \vec{y}). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Eine wichtige Größe ist die zeitgeordnete Ein-Teilchen-Greens-Funktion¹. Sie ist gegeben durch den Erwartungswert (hier bezüglich des Grundzustandes)

$$ig^C(X, Y) = \langle \hat{T}^C[\psi(X)\psi^\dagger(Y)] \rangle = \begin{cases} \langle \psi(X)\psi^\dagger(Y) \rangle & \text{für } x^0 > y^0 \\ -\langle \psi^\dagger(Y)\psi(X) \rangle & \text{für } x^0 < y^0. \end{cases} \quad (2.4)$$

¹In Anhang A.1 findet sich eine Übersicht über verschiedene Greens-Funktionen.

\hat{T}^C ist der chronologische Zeitordnungsoperator. Die beiden Ausdrücke in der geschweiften Klammer entsprechen den beiden angesprochenen Möglichkeiten, das System zu untersuchen: In der oberen Zeile wird ein Teilchen am Punkt Y dem N -Teilchen-Grundzustand zugefügt. Dieser $N + 1$ -Teilchen-Zustand wird auf einen $N + 1$ -Teilchen-Zustand zur späteren Zeit x^0 am Ort \vec{x} projiziert. In der unteren Zeile wird entsprechend ein Loch erzeugt.

Mit den nicht-zeitgeordneten Korrelationsfunktionen $g^<$ und $g^>$ läßt sich die Greens-Funktion kompakt schreiben:

$$g^C(X, Y) = \Theta(x^0 - y^0)g^>(X, Y) + \Theta(y^0 - x^0)g^<(X, Y), \quad (2.5)$$

wobei die Korrelationsfunktionen demnach durch

$$-ig^<(X, Y) = \langle \psi^\dagger(Y)\psi(X) \rangle \quad (2.6)$$

$$ig^>(X, Y) = \langle \psi(X)\psi^\dagger(Y) \rangle \quad (2.7)$$

definiert sind. Im Falle $x^0 = y^0$ handelt es sich bei $-ig^<$ offenbar um die Ein-Teilchen-(1p)-Dichtematrix und bei $ig^>$ um die Ein-Loch-(1h)-Dichtematrix. Die Diagonalelemente sind die Teilchen- und Lochdichten am Ort \vec{x} .

Die Korrelationsfunktionen lassen sich als Funktion der Relativkoordinaten $U = (u^0, \vec{u}) = (x^0 - y^0, \vec{x} - \vec{y})$ und Schwerpunktskoordinaten $R = (r^0, \vec{r}) = ((x^0 + y^0)/2, (\vec{x} + \vec{y})/2)$ schreiben. Eine vierdimensionale Fourier-Transformation in den Relativkoordinaten führt uns zu der verallgemeinerten Wigner-Transformierten

$$g^{\gtrless}(\omega, \vec{p}; R) = \int d^3u du^0 e^{i(\omega u^0 - \vec{p}\vec{r})} g^{\gtrless}(U; R). \quad (2.8)$$

In einem homogenen, unendlich ausgedehnten fermionischen System (wie Kernmaterie) fällt die Abhängigkeit von R weg. Ebenso hängen alle Größen nur noch vom Betrag des Impulses \vec{p} ab. Die Korrelationsfunktionen im Viererimpulsraum können interpretiert werden als Dichte von Teilchen bzw. unbesetzten Zuständen mit Energie ω und Impuls p . Tatsächlich ist z.B. die totale Teilchendichte durch Integration über $-ig^<$ gegeben:

$$\rho = \int \frac{d^3p d\omega}{(2\pi)^4} (-ig^<(\omega, p)). \quad (2.9)$$

2.1.3 Spektralfunktion

Eine weitere zentrale Größe ist die Spektralfunktion. Sie ist definiert durch

$$a(\omega, p) = ig^>(\omega, p) + (-ig^<(\omega, p)). \quad (2.10)$$

Sie enthält als Summe der Dichten aller besetzter und unbesetzter Zustände die spektrale Information des gesamten Systems. Für festes p ist die Spektralfunktion normiert:

$$N(p) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} a(\omega, p) = 1, \quad (2.11)$$

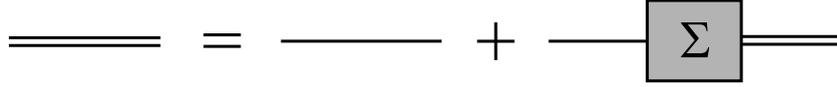


Abbildung 2.2: Dyson-Gleichung.

was in Anhang A.2 bewiesen wird. Wie eingangs schon erwähnt, ist die Spektralfunktion im Vakuum gegeben durch

$$a(\omega, p) = 2\pi \delta(\omega - p^2/2m). \quad (2.12)$$

Die Korrelationsfunktionen lassen sich über die folgende allgemeine Zerlegung durch die Spektralfunktion ausdrücken:

$$-ig^<(\omega, p) =: a(\omega, p)f(\omega, p) \quad (2.13)$$

$$ig^>(\omega, p) =: a(\omega, p)(1 - f(\omega, p)). \quad (2.14)$$

Im Gleichgewicht kann die Funktion f bei endlicher Temperatur T aufgrund der Randbedingung [4]

$$g^>(\omega, p) = -e^{(\omega-\mu)/T} g^<(\omega, p)$$

(hierbei ist μ das chemische Potential) bestimmt werden und entpuppt sich als die von p unabhängige Fermi-Verteilungsfunktion:

$$f(\omega) = \frac{1}{e^{\beta(\omega-\mu)} + 1},$$

wobei $\beta = 1/T$. Im Grenzfall $T \rightarrow 0$ wird die Verteilungsfunktion zu einer Stufenfunktion und es folgt [4]

$$\begin{aligned} -ig^<(\omega, p) &= a(\omega, p)f(\omega) = a(\omega, p)\Theta(\omega_F - \omega) \\ ig^>(\omega, p) &= a(\omega, p)(1 - f(\omega)) = a(\omega, p)\Theta(\omega - \omega_F). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Mit dieser Information kann man beispielsweise mit Gleichung (2.9) die Teilchendichte im Vakuum mit der Spektralfunktion (2.12) berechnen:

$$\rho = \int \frac{d^3p d\omega}{(2\pi)^4} \Theta(\omega_F - \omega) 2\pi \delta(\omega - p^2/2m) = \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int_0^{p_F} dp p^2 = \frac{p_F^3}{6\pi^2}$$

mit dem Fermi-Impuls $p_F = 2m\omega_F$. Daraus erhält man die bekannte Thomas-Fermi-Beziehung zwischen Dichte und Fermi-Impuls

$$p_F = (6\pi^2\rho)^{1/3}. \quad (2.16)$$

2.1.4 Selbstenergie

Die Selbstenergie stellt ein Maß für die Wechselwirkung in einem System dar. Durch den Einfluß der umgebenden Teilchen wird der Ein-Teilchen-Propagator modifiziert. Kennt man die Selbstenergie, so kann der In-Medium-Propagator mit Hilfe der Dyson-Gleichung aus dem Vakuum-Propagator iterativ berechnet werden (siehe Abbildung

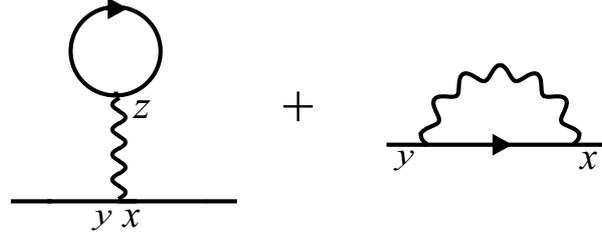


Abbildung 2.3: Selbstenergie in Hartree-Fock-Näherung.

2.2). Die Beiträge zur Selbstenergie können in Gruppen, zu denen irreduzible Diagramme bestimmter Ordnung in der Wechselwirkung gehören, aufgeteilt werden. Der einfachste Fall ist die Mean-Field- oder Hartree-Fock-Näherung. Die dazugehörigen Diagramme mit einer Wechselwirkungslinie sind in Abbildung 2.3 gezeigt.

Der Hartree-Fock-Beitrag $\Sigma_{\text{HF}}(X, Y)$ ist lokal in der Zeit (d.h. $x^0 = y^0$), denn in einer nichtrelativistischen Theorie ist die Wechselwirkung instantan. Daher ist die Selbstenergie proportional zu $\delta(x^0 - y^0)$. Daraus folgt, daß die Wigner-Transformierte $\Sigma_{\text{HF}}(p)$ nur vom Impuls, nicht aber von der Energie abhängt. Darüberhinaus ist $\Sigma_{\text{HF}}(X, Y)$ eine reelle Größe. Eine eingehendere Untersuchung des Hartree-Fock-Anteils findet sich in Anhang A.3.

Die Hartree-Fock-Näherung ersetzt die Wechselwirkung eines Teilchens mit den anderen in der Umgebung durch ein mittleres Feld, in dem sich dieses Teilchen bewegt. Daher ist die Dispersionsrelation in diesem Fall analog der im Vakuum (2.1), verschoben durch den Wert des Mean-Fields:

$$\omega = \frac{p^2}{2m} + \Sigma_{\text{HF}}(p). \quad (2.17)$$

Die Spektralfunktion ist weiterhin eine Delta-Funktion

$$a(\omega, p) = 2\pi\delta(\omega - p^2/2m - \Sigma_{\text{HF}}(p)), \quad (2.18)$$

d.h. ein Teilchen im Zustand (ω, p) hat wie im Vakuum eine unendlich große Lebensdauer.

In der nächsten Ordnung (Born-Näherung) tragen zusätzlich Diagramme bei, die in Abbildung 2.4 gezeigt werden. Sie spielen in den folgenden Kapiteln – sowohl bei der Berechnung der Nukleon-Spektralfunktion, als auch im Zusammenhang mit der Transportgleichung – eine wichtige Rolle. Diese Diagramme können mit Hilfe von Feynman-Regeln [4, 13] ausgewertet werden. Dabei wird jede innere Linie durch die Ein-Teilchen-Greens-Funktion g (in niedrigster Ordnung genauer die Vakuum-Greens-Funktion) ersetzt. Eine Wechselwirkungslinie, die von (x^0, \vec{x}) nach (y^0, \vec{y}) führt, wird mit $v(\vec{x} - \vec{y})$ bezeichnet. Integrationen über die Koordinaten an den inneren Vertizes ergeben dann den folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned} \Sigma_{\text{koll}}(X, Y) = & \int d^4z \int d^4z' (g(X, Y)g(Z, Z')g(Z', Z)v(\vec{y} - \vec{z})v(\vec{x} - \vec{z}') \\ & - g(X, Z)g(Z, Z')g(Z', Y)v(\vec{x} - \vec{z}')v(\vec{z} - \vec{y})) \end{aligned} \quad (2.19)$$

²Das gilt allerdings auch im relativistischen Fall.

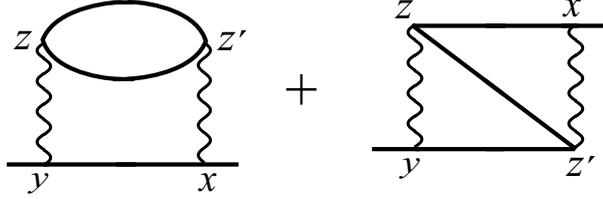


Abbildung 2.4: Diagramme zur Selbstenergie in Born-Näherung.

mit den Randbedingungen $x^0 = z'^0$ und $y^0 = z^0$. Das relative Minuszeichen rührt von dem Fermionen-Loop im linken Diagramm in Abbildung 2.4 her. Es ist ersichtlich, daß dieser Beitrag nicht zeitlich lokal ist. Es macht daher Sinn, die Selbstenergie Σ_{koll} analog der Greens-Funktion aufzuteilen:

$$\Sigma_{\text{koll}}(X, Y) = \Theta(x^0 - y^0)\Sigma^>(X, Y) + \Theta(y^0 - x^0)\Sigma^<(X, Y). \quad (2.20)$$

Für $x^0 > y^0$ z.B. ist $\Sigma_{\text{koll}}(X, Y) = \Sigma^>(X, Y)$ und die Greens-Funktionen in (2.19) können durch die Korrelationsfunktionen g^{\geq} ersetzt werden. Man kann leicht zeigen, daß die Wigner-Transformierte von $\Sigma(X, Y)$ die gleiche Struktur wie Gleichung (2.19) besitzt, wobei alle Greens-Funktionen und Wechselwirkungen durch ihre Wigner-Transformierten ersetzt werden müssen:

$$i\Sigma^>(\omega, p) = \int \frac{d^4p_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4p_3}{(2\pi)^4} \frac{d^4p_4}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \delta^4(P + P_2 - P_3 - P_4) |\mathcal{M}|^2 \quad (2.21)$$

$$\times (-ig^<(\omega_2, p_2)) ig^>(\omega_3, p_3) ig^>(\omega_4, p_4)$$

mit

$$|\mathcal{M}|^2 := \frac{1}{2} (v(p - p_3) - v(p - p_4)).$$

Gleichung (2.21) hat eine interessante Struktur. Sie enthält einmal die Teilchendichte $-ig^<$ potentieller Streupartner sowie zweimal die Dichte der offenen Zustände $ig^>$. Darüberhinaus sind mit $|\mathcal{M}|^2$ die Stärke der Wechselwirkung und eine viererimpulserhaltende Delta-Funktion sowie Integrationen über alle Teilchen- und Loch-Konfigurationen enthalten. Eine solche Größe ist in der Transporttheorie bekannt als Kollisionsrate für die Streuung eines Teilchens aus einer Konfiguration (ω, p) heraus. Für $\Sigma^<$ existiert eine entsprechende Gleichung:

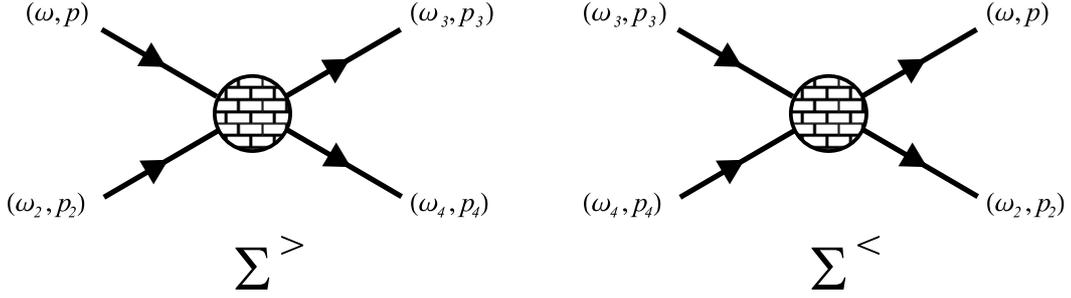
$$-i\Sigma^<(\omega, p) = \int \frac{d^4p_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4p_3}{(2\pi)^4} \frac{d^4p_4}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \delta^4(P + P_2 - P_3 - P_4) |\mathcal{M}|^2 \quad (2.22)$$

$$\times ig^>(\omega_2, p_2) (-ig^<(\omega_3, p_3)) (-ig^<(\omega_4, p_4)).$$

Die Interpretation von $-i\Sigma^<(\omega, p)$ als Kollisionsrate für die Streuung in eine Konfiguration (ω, p) hinein folgt analog. In Abbildung 2.5 sind die Interpretationsmöglichkeiten für $\pm i\Sigma^{\geq}$ graphisch dargestellt.

Für $T = 0$ folgt aufgrund der Energieerhaltung, daß für den Bereich $\omega < \omega_F$ $\Sigma^> = 0$ ist: Wegen $\omega + \omega_2 < 2\omega_F$ folgt

$$\omega_3 + \omega_4 = \omega + \omega_2 < 2\omega_F.$$

Abbildung 2.5: Kollisionsprozesse, die $i\Sigma^>$ und $-i\Sigma^<$ entsprechen.

D.h. die Energie mindestens eines auslaufenden Teilchens (Abbildung 2.5, links) ist kleiner als die Fermi-Energie und daher Pauli-geblockt. Falls $\omega > \omega_F$, so ist $\Sigma^< = 0$: Hier gilt für die Summe der Energien der einlaufenden Teilchen (Abbildung 2.5, rechts) $\omega_3 + \omega_4 \leq 2\omega_F$ und daher

$$\omega + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 \leq 2\omega_F.$$

Aufgrund der Bedingung für ω ist $\omega_2 > \omega_F$ nicht gewährleistet und der Stoß Pauli-geblockt. Es folgt, daß für $\omega = \omega_F$ sowohl $\Sigma^>$ als auch $\Sigma^<$ verschwinden. Daher hat ein solcher Zustand eine unendliche Lebensdauer.

In niedrigster Ordnung (d.h. mit Vakuum-Greens-Funktionen) spricht man im Zusammenhang mit den Kollisionsraten $\Sigma^>$ und $\Sigma^<$ von 2-Teilchen-1-Loch-(2p1h)- bzw. 1-Teilchen-2-Loch-(1p2h)-Anregungen. Diese Terminologie bezieht sich nicht auf die Struktur der Ausdrücke (2.21) und (2.22), denn $\Sigma^>$ z.B. enthält eine Teilchen- und zwei Lochdichten. Sie beschreibt also nicht die ursprüngliche Situation, sondern das Ergebnis der Kollisionswechselwirkung eines extern hinzugefügten Teilchens mit $\omega > \omega_F$, die natürlich nur zu zwei Teilchen oberhalb der Fermi-Energie und einem Loch im Fermi-See führen kann. Entsprechendes gilt für $\Sigma^<$.

2.1.5 Spektralfunktion und Selbstenergie

In diesem Abschnitt stellen wir den Zusammenhang zwischen der Spektralfunktion und der Selbstenergie her [4, 14]. Wir führen zunächst die retardierte Greens-Funktion

$$g^{\text{ret}}(X, Y) = \Theta(x^0 - y^0)[g^>(X, Y) - g^<(X, Y)] \quad (2.23)$$

und die retardierte Selbstenergie

$$\Sigma^{\text{ret}}(X, Y) = \Sigma_{\text{HF}}(X, Y) + \Theta(x^0 - y^0)[\Sigma^>(X, Y) - \Sigma^<(X, Y)] \quad (2.24)$$

ein. Nach der Wigner-Transformation ergibt sich der folgende Zusammenhang zwischen der retardierten Greens-Funktion im Medium und der retardierten Selbstenergie:

$$g^{\text{ret}}(\omega, p) = \frac{1}{\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma^{\text{ret}}(\omega, p)}. \quad (2.25)$$

Zwischen der Spektralfunktion und dem Imaginärteil der Wigner-Transformierten der retardierten Greens-Funktion besteht die Beziehung

$$a(\omega, p) = ig^>(\omega, p) + (-ig^<(\omega, p)) = -2\text{Im}g^{\text{ret}}(\omega, p). \quad (2.26)$$

Der Imaginärteil der retardierten Selbstenergie ist proportional zur Summe der Kollisionsraten $i\Sigma^>$ und $-i\Sigma^<$:

$$-2 \operatorname{Im}\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p) = i\Sigma^>(\omega, p) + (-i\Sigma^<(\omega, p)) =: \Gamma(\omega, p), \quad (2.27)$$

wobei wir die Breite Γ eingeführt haben. Mit Hilfe dieser Gleichungen nimmt die Spektralfunktion die folgende Form an:

$$a(\omega, p) = \frac{\Gamma(\omega, p)}{(\omega - \frac{p^2}{2m} - \operatorname{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p))^2 + \frac{1}{4}\Gamma(\omega, p)^2}. \quad (2.28)$$

Der Realteil der retardierten Selbstenergie enthält den reellen Hartree-Fock-Anteil sowie einen dispersiven Beitrag, der sich aus dem Imaginärteil von $\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p)$ ergibt:

$$\operatorname{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p) = \Sigma_{\text{HF}}(p) + \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{\Gamma(\omega', p)}{\omega - \omega'}. \quad (2.29)$$

Die Gleichungen (2.25), (2.27), (2.28) und (2.29) werden in Anhang A.4 bewiesen.

Im Fall $\Gamma \rightarrow 0$ wird die Spektralfunktion offensichtlich zur Deltafunktion:

$$a(\omega, p) \rightarrow 2\pi\delta(\omega - p^2/2m - \Sigma_{\text{HF}}(p)).$$

Damit ist auch klar, daß eine Verbreiterung in niedrigster Ordnung der Wechselwirkung erst durch die Kollisionsbeiträge in Abbildung 2.5 verursacht wird.

2.1.6 Störungsentwicklung

Wir gehen schließlich kurz auf die Störungsentwicklung der Ein-Teilchen-Greens-Funktion für ein System im Grundzustand ein. Eine ausführliche Herleitung ist z.B. in [13, 39] zu finden. Wir gehen dabei von dem folgenden Hamilton-Operator mit einer Zwei-Teilchen-Wechselwirkung aus:

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \int d^3x \psi^\dagger(\vec{x}) \left(-\frac{\vec{\nabla}^2}{2m} \right) \psi(\vec{x}) + \frac{1}{2} \int d^3x \int d^3y \psi^\dagger(\vec{x}) \psi^\dagger(\vec{y}) V(\vec{x} - \vec{y}) \psi(\vec{y}) \psi(\vec{x}) \quad (2.30) \\ &= \hat{H}_0 + \hat{H}'. \end{aligned}$$

Im Rahmen der Störungstheorie drückt man den Erwartungswert eines zeitabhängigen Operators $\hat{O}(t)$ bezüglich des wechselwirkenden Grundzustands durch Erwartungswerte bezüglich des nichtwechselwirkenden Grundzustands (beschrieben durch \hat{H}_0) aus. Der Operator in Heisenberg-Darstellung \hat{O} kann mit Hilfe des Zeitentwicklungsoperators $\hat{U}(t_0, t)$ in die sogenannte Wechselwirkungsdarstellung (*interaction representation*) transformiert werden:

$$\hat{O}(t) = \hat{U}(t_0, t) \hat{O}_I(t) \hat{U}(t, t_0).$$

Dabei ist \hat{U} für $t > t_0$ durch die Darstellung

$$\begin{aligned}\hat{U}(t, t_0) &= \hat{T}^C \left[\exp \left(-i \int_{t_0}^t dt' \hat{H}'_I(t') \right) \right], \\ \hat{U}(t_0, t) &= \hat{T}^A \left[\exp \left(-i \int_t^{t_0} dt' \hat{H}'_I(t') \right) \right].\end{aligned}\quad (2.31)$$

gegeben. Der antichronologische Zeitordnungsoperator \hat{T}^A ordnet die Operatoren analog der antichronologischen Reihenfolge ihrer Zeitargumente von rechts nach links an. \hat{H}'_I bezeichnet den Wechselwirkungsanteil des Hamilton-Operators (2.30) in der Wechselwirkungsdarstellung. \hat{U} ist ein unitärer Operator und besitzt die Eigenschaft

$$\hat{U}(t_0, t_1) \hat{U}(t_1, t_2) = \hat{U}(t_0, t_2).$$

Hier wird nun das Theorem von Gell-Mann und Low [36, 38, 13] ausgenutzt. Dazu betrachtet man den Fall, daß der Wechselwirkungsanteil des Hamilton-Operators adiabatisch eingeschaltet wird, d.h. den Grenzübergang $\varepsilon \rightarrow 0$ des Ausdrucks

$$\hat{H}_\varepsilon = \hat{H}_0 + \exp(-\varepsilon|t|) \cdot \hat{H}'.$$

Dabei besteht die Hoffnung, daß sich das System bei hinreichend langsamen Anwachsen der Wechselwirkung immer an die 'momentane' Situation anpassen kann und man somit in der Gegenwart den exakten Grundzustand $|\Psi\rangle$ erreicht. In diesem Limes ist der Zustand, der sich aus dem nichtwechselwirkenden Grundzustand unter Anwendung des entsprechenden Zeitentwicklungsoperators \hat{U}_ε ergibt, genauer

$$|\Psi\rangle = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\hat{U}_\varepsilon(0, -\infty)|\Phi\rangle}{\langle \Phi | \hat{U}_\varepsilon(0, -\infty) | \Phi \rangle}, \quad (2.32)$$

ein Eigenwert des Hamilton-Operators (2.30) (i.a. der Grundzustand). Ist der Grundzustand $|\Phi\rangle$ nicht entartet, so entwickelt sich der Zustand $|\Psi\rangle$ durch adiabatisches Abschalten der Wechselwirkung wieder zurück in den nichtwechselwirkenden Zustand, d.h. Gleichung (2.32) gilt auch, wenn man $-\infty$ durch $+\infty$ ersetzt. Diese Aussagen versetzen uns in die Lage, für den Grundzustandserwartungswert von $\hat{O}(t)$ zu schreiben:

$$\langle \Psi | \hat{O}(t) | \Psi \rangle = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\langle \Phi | \hat{U}_\varepsilon(\infty, t) \hat{O}(t) \hat{U}_\varepsilon(t, -\infty) | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \hat{U}_\varepsilon(\infty, -\infty) | \Phi \rangle}.$$

Dieser Ausdruck hat nun die Eigenschaft, daß alle Operatoren in einer bereits zeitgeordneten Reihenfolge stehen. Daher kann man die Zeitintegrale, die in den beiden Zeitentwicklungsoperatoren im Zähler stehen, zusammenfassen und die Zeitordnungsoperatoren vorziehen:

$$\langle \Psi | \hat{O}(t) | \Psi \rangle = \frac{\langle \Phi | \hat{T}^C [\exp(-i \int_{-\infty}^{\infty} dt' H'_I(t')) \hat{O}_I(t')] | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \hat{T}^C [\exp(-i \int_{-\infty}^{\infty} dt' H'_I(t'))] | \Phi \rangle}.$$

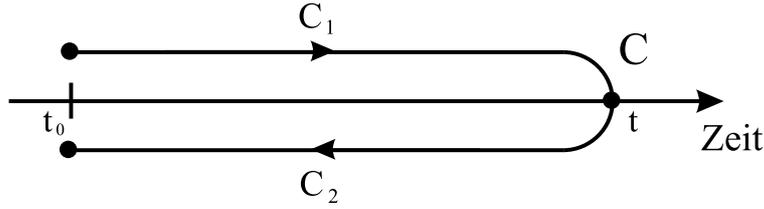


Abbildung 2.6: Die Zeitkontur C zwischen t_0 und t setzt sich aus dem chronologischen Zweig C_1 und dem antichronologischen Zweig C_2 zusammen.

Angewendet auf die zeitgeordnete Greens-Funktion liefert diese Erkenntnis einen Erwartungswert bezüglich des nichtwechselwirkenden Grundzustandes, der als Basis der Störungsentwicklung dient:

$$\begin{aligned} ig^C(x, y) &= \langle \Psi | \hat{T}^C [\psi(x) \psi^\dagger(y)] | \Psi \rangle \\ &= \frac{\langle \Phi | \hat{T}^C [\exp(-i \int_{-\infty}^{\infty} dt' H_I'(t')) \psi_I(x) \psi_I^\dagger(y)] | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \hat{T}^C [\exp(-i \int_{-\infty}^{\infty} dt' H_I'(t'))] | \Phi \rangle}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Die Feynman-Regeln für den Grundzustand lassen sich mittels der Wick-Zerlegung extrahieren (siehe z.B. [13]).

Für allgemeinere Systeme, die zum Zeitpunkt t_0 durch eine Dichtematrix spezifiziert werden, gelten die Aussagen des Gell-Mann–Low-Theorems nicht, so daß der Erwartungswert eines zeitabhängigen Operators im Heisenberg-Bild $\hat{O}(t)$ bezüglich eines solchen Zustands nicht in zeitgeordneter Reihenfolge geschrieben werden kann. Daher gilt zunächst lediglich

$$\begin{aligned} \langle \hat{O}(t) \rangle &= \langle \hat{U}(t_0, t) \hat{O}_I(t) \hat{U}(t, t_0) \rangle \\ &= \left\langle \hat{T}^A \left[\exp(-i \int_t^{t_0} dt' \hat{H}_I'(t')) \right] \hat{O}_I(t) \hat{T}^C \left[\exp(-i \int_{t_0}^t dt' \hat{H}_I'(t')) \right] \right\rangle. \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck kann in eine zu Gleichung (2.33) analoge Form gebracht werden, die dann zu einer entsprechenden Störungsentwicklung führt [13]. Dazu führt man einen Ordnungsoperator \hat{P} ein, der erkennt, ob das Zeitargument eines Operators aus dem chronologischen oder antichronologischen Teil des Erwartungswertes stammt. Daher wird eine gerichtete Kontur entlang der Zeitachse eingeführt, die auf einem chronologischen Ast C_1 von der Anfangszeit t_0 zur maximalen Zeit t führt und von dort aus auf einem antichronologischen Ast C_2 zurück zu t_0 (siehe Abbildung 2.6). Der Operator \hat{P} ordnet die Operatoren also entsprechend des Auftretens ihrer Zeitargumente auf der Zeitkontur von rechts nach links an und wird Pfadordnungsoperator genannt. Dieser Formalismus wird Schwinger-Keldysh- oder Realzeitformalismus genannt. Der Erwartungswert lautet somit

$$\langle \hat{O}(t) \rangle = \left\langle \hat{P} \left[\exp(-i \int_C dt' H_I'(t') \hat{O}(t)) \right] \right\rangle.$$

Dann kann man eine allgemeine, pfadgeordnete Greens-Funktion

$$ig(X, Y) = \langle \hat{P} [\psi(X) \psi^\dagger(Y)] \rangle$$

auf der Kontur definieren, die sich schreiben läßt als

$$ig(X, Y) = \langle \hat{P} [\exp(-i \int_C dt' \hat{H}'_I(t')) \psi_I(X) \psi_I^\dagger(Y)] \rangle. \quad (2.34)$$

Hierbei verläuft die Integration über die Kontur C von t_0 nach t_0 . Prinzipiell läßt sich die Kontur auch über t hinaus durch Einfügen entsprechender Zeitentwicklungsoperatoren ausdehnen bis $t = \infty$.

Die Greens-Funktion kann man wiederum analog zu Gleichung (2.5) durch die Korrelationsfunktionen ausdrücken:

$$g(X, Y) = \Theta_C(x^0 - y^0) g^>(X, Y) + \Theta_C(y^0 - x^0) g^<(X, Y), \quad (2.35)$$

wobei die Theta-Funktion $\Theta_C(x^0 - y^0)$ auf der Kontur definiert ist:

$$\Theta_C(x^0 - y^0) = \begin{cases} 1 & x^0 \text{ später auf } C \text{ als } y^0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Durch Festlegung der Zeitpunkte x^0 und y^0 erhält man die herkömmlichen Greens-Funktionen: Liegen x^0 und y^0 auf dem chronologischen Zweig, so ist $g(X, Y) = g^C(X, Y)$, wählt man x^0 und y^0 auf dem antichronologischen Zweig, so ist $g(X, Y) = g^A(X, Y)$. Liegt x^0 auf C_1 und y^0 auf C_2 , so erhält man $g(X, Y) = g^<(X, Y)$ und im umgekehrten Fall gilt $g(X, Y) = g^>(X, Y)$. Insbesondere der Spezialfall eines Systems im Grundzustand ist in diesem allgemeineren Formalismus enthalten.

2.2 Transportgleichungen

Wir gehen jetzt auf Bewegungsgleichungen für die Korrelationsfunktionen ein sowie auf Näherungen, wie sie für die Beschreibung von Transportprozessen gemacht werden. Dabei wird auch die (verallgemeinerte) BUU-Gleichung diskutiert, die besondere Relevanz für diese Arbeit hat.

2.2.1 Kadanoff-Baym-Gleichungen

Wie bereits erwähnt, liefert die Dyson-Gleichung (Abbildung 2.2) einen Zusammenhang zwischen der In-Medium-Greens-Funktion g , der Selbstenergie Σ und der Vakuum-Greens-Funktion g_0 . In analytischer Schreibweise lautet sie

$$g(X, Y) = g_0(X, Y) + \int d^4x' \int d^4y' g_0(X, X') \Sigma(X', Y') g(Y', Y). \quad (2.36)$$

Die Zeitintegrationen erfolgen entlang von Zeitkonturen. Die Selbstenergie ist in Analogie zu Gleichung (2.35) durch

$$\Sigma(X, Y) = \Sigma^{\text{HF}}(X, Y) + \Theta_C(x^0 - y^0) \Sigma^>(X, Y) + \Theta_C(y^0 - x^0) \Sigma^<(X, Y) \quad (2.37)$$

gegeben. Die Greens-Funktion im Vakuum g_0 erfüllt die Relation

$$\left(i \frac{\partial}{\partial x^0} + \frac{\vec{\nabla}_x^2}{2m} \right) g_0(X, Y) = \delta^4(X - Y).$$

Damit folgt für die Greens-Funktion im Medium:

$$\left(i\frac{\partial}{\partial x^0} + \frac{\vec{\nabla}_x^2}{2m}\right) g(X, Y) = \delta^4(X - Y) + \int d^4x' \Sigma(X, X') g(X', Y).$$

Durch Wahl von x^0 auf C_1 und y^0 auf C_2 oder umgekehrt erhält man Bewegungsgleichungen für die Korrelationsfunktionen:

$$\begin{aligned} \left(i\frac{\partial}{\partial x^0} + \frac{\vec{\nabla}_x^2}{2m}\right) g^{\geq}(X, Y) &= \int d^3x' [\Sigma_{\text{HF}}(X, X') g^{\geq}(X', Y)]_{x'^0=x^0} \\ &+ \int_{t_0}^{x^0} dx'^0 \int d^3x' [\Sigma^{\lessgtr}(X, X') - \Sigma^{\gtrless}(X, X')] g^{\geq}(X', Y) \\ &- \int_{t_0}^{y^0} dx'^0 \int d^3x' \Sigma^{\gtrless}(X, X') [g^{\lessgtr}(X', Y) - g^{\geq}(X', Y)]. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Diese Gleichungen sind als Kadanoff-Baym-Gleichungen bekannt [4]. Im ersten Term auf der rechten Seite wird nur über die Ortskoordinaten integriert, weil die Hartree-Fock-Selbstenergie zeitlich lokal, also proportional zu $\delta(x^0 - x'^0)$ ist. Platzsparender läßt sich (2.38) mit Hilfe der retardierten Selbstenergie und der avancierten Greens-Funktion (siehe Anhang A.1) schreiben:

$$\left(i\frac{\partial}{\partial x^0} + \frac{\vec{\nabla}_x^2}{2m}\right) g^{\geq}(X, Y) = \int d^4x' [\Sigma^{\text{ret}}(X, X') g^{\geq}(X', Y) + \Sigma^{\gtrless}(X, X') g^{\text{av}}(X', Y)]. \quad (2.39)$$

Aus diesen beiden Gleichungen kann man auch eine Bewegungsgleichung für die retardierte Greens-Funktion (A.5) konstruieren:

$$\left(i\frac{\partial}{\partial x^0} + \frac{\vec{\nabla}_x^2}{2m}\right) g^{\text{ret}}(X, Y) = \delta^4(X - Y) + \int d^4x' \Sigma^{\text{ret}}(X, X') g^{\text{ret}}(X', Y). \quad (2.40)$$

2.2.2 Gradientenentwicklung

Aus den Kadanoff-Baym-Gleichungen (2.39) lassen sich durch Näherungen Transportgleichungen für die Korrelationsfunktionen ableiten, die in Transportmodellen (siehe Kapitel 4) verwendet werden. Dies soll nun diskutiert werden.

Dabei betrachten wir Nichtgleichgewichtssysteme, in denen die Abhängigkeit der Greens-Funktionen und Selbstenergien von den Schwerpunktskoordinaten R nicht vernachlässigbar, aber doch hinreichend klein ist. In dieser Näherung wird nun eine Wigner-Transformation der Kadanoff-Baym-Gleichungen und eine Gradientenentwicklung bzgl. R durchgeführt, wobei alle Terme, in denen Schwerpunktsgradienten höher als der ersten Ordnung auftreten, vernachlässigt werden. Dies zeigen wir nun anhand der Bewegungsgleichung für $g^<$. Wir betrachten zuerst die linke Seite der Gleichung (2.39). Die

auftretenden Ableitungen werden umgeschrieben auf die Relativ- und Schwerpunktskoordinaten:

$$\frac{\partial}{\partial x^0} = \frac{\partial}{\partial u^0} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r^0}, \quad \vec{\nabla}_x^2 = \vec{\nabla}_u^2 + \vec{\nabla}_u \vec{\nabla}_r + \frac{1}{4} \vec{\nabla}_r^2.$$

Wir ersetzen $g^<(X, Y) = g^<(U, R)$ durch die Wigner-Transformierte und erhalten unter Vernachlässigung des R -Gradienten zweiter Ordnung

$$\begin{aligned} \left(i \frac{\partial}{\partial x^0} + \frac{\vec{\nabla}_x^2}{2m} \right) g^<(U, R) &= \int \frac{d^4 p'}{(2\pi)^4} \left(i \frac{\partial}{\partial x^0} + \frac{\vec{\nabla}_x^2}{2m} \right) e^{-iP'U} g^<(P', R) \\ &= \int \frac{d^4 p'}{(2\pi)^4} e^{-iP'U} \left(\omega' + \frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial r^0} - \frac{\vec{p}'^2}{2m} + i \frac{\vec{p}'}{2m} \vec{\nabla}_r \right) g^<(P', R). \end{aligned}$$

Damit gilt für die Wigner-Transformierte der linken Seite:

$$\begin{aligned} \int d^4 u e^{iPU} \left(i \frac{\partial}{\partial x^0} + \frac{\vec{\nabla}_x^2}{2m} \right) g^<(U, R) &= \\ &= \int \frac{d^4 p'}{(2\pi)^4} \int d^4 u e^{i(P-P')U} \left(\omega' + \frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial r^0} - \frac{\vec{p}'^2}{2m} + i \frac{\vec{p}'}{2m} \vec{\nabla}_r \right) g^<(P', R) \\ &= \left(\omega - \frac{\vec{p}^2}{2m} \right) g^<(P, R) - \frac{i}{2} \left[\omega - \frac{\vec{p}^2}{2m}, g^<(P, R) \right], \end{aligned}$$

wobei wir die verallgemeinerte Poisson-Klammer

$$[A, B] := \partial_{x^0} A \partial_\omega B - \partial_\omega A \partial_{x^0} B - \vec{\nabla}_x A \cdot \vec{\nabla}_p B + \vec{\nabla}_p A \cdot \vec{\nabla}_x B \quad (2.41)$$

eingeführt haben. Wir wenden uns nun der rechten Seite zu. Diese hat die Struktur (für das folgende ist es egal, um welche Greens-Funktionen und Selbstenergien es sich dabei genau handelt):

$$\Sigma(X, X') g(X', Y) = \Sigma \left(X - X', \frac{X + X'}{2} \right) g \left(X' - Y, \frac{X' + Y}{2} \right).$$

Wir drücken die Variablen durch die Schwerpunkts- und Relativkoordinaten R bzw. r bezüglich X und Y aus. Dazu definieren wir noch $V := X - X'$.

$$\begin{aligned} \frac{X + X'}{2} &= R + \frac{U - V}{2}, \quad X - X' = V \\ \frac{X' + Y}{2} &= R - \frac{V}{2}, \quad X' - Y = U - V. \end{aligned}$$

Wir führen nun eine Gradientenentwicklung bzgl. der Schwerpunktskoordinaten R durch und behalten nur Terme mit Gradienten einschließlich erster Ordnung:

$$\begin{aligned} \Sigma(X, X') g(X', Y) &= \Sigma(V, R + (U - V)/2) g(U - V, R - V/2) \\ &\approx \Sigma(V, R) g(U - V, R) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\vec{\nabla}_r \Sigma(V, R) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) g(U - V, R) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial r^0} \Sigma(V, R) (u^0 - v^0) g(U - V, R) \right. \\ &\quad \left. - \vec{\nabla}_r g(U - V, R) \cdot \vec{V} \Sigma(V, R) - \frac{\partial}{\partial r^0} g(U - V, R) v^0 \Sigma(V, R) \right). \end{aligned}$$

Die Wigner-Transformierte der rechten Seite hat die Struktur:

$$\begin{aligned} \int d^4u e^{iPU} \int d^4x' \Sigma(X, X') g(X', Y) &= \int d^4x' \int d^4u e^{iPV} e^{iP(U-V)} \Sigma(X, X') g(X', Y) \\ &= \int d^4v \int d^4w e^{iPV} e^{iPW} \Sigma(V, R + W/2) g(W, R - V/2). \end{aligned}$$

Dabei haben wir $W := U - V$ gesetzt. Wir setzen jetzt die Gradientenentwicklung ein, und es folgt:

$$\begin{aligned} \int d^4u e^{iPU} \int d^4x' \Sigma(X, X') g(X', Y) &= \int d^4v e^{iPV} \Sigma(V, R) \cdot \int d^4w e^{iPW} g(W, R) \\ &\quad + \frac{1}{2} \vec{\nabla}_r \int d^4v e^{iPV} \Sigma(V, R) \cdot \int d^4w e^{iPW} \vec{W} g(W, R) \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r^0} \int d^4v e^{iPV} \Sigma(V, R) \cdot \int d^4w e^{iPW} w^0 g(W, R) \\ &\quad - \frac{1}{2} \vec{\nabla}_r \int d^4w e^{iPW} g(W, R) \cdot \int d^4v e^{iPV} \vec{V} \Sigma(V, R) \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r^0} \int d^4w e^{iPW} g(W, R) \cdot \int d^4v e^{iPV} v^0 \Sigma(V, R). \end{aligned}$$

Da

$$\vec{v} e^{iPV} = +i \vec{\nabla}_p e^{iPV}, \quad v^0 e^{iPV} = -i \partial_\omega e^{iPV},$$

erhalten wir

$$\int d^4u e^{iPU} \int d^4x' \Sigma(X, X') g(X', Y) = \Sigma(P, R) g(P, R) - \frac{i}{2} [\Sigma(P, R), g(P, R)].$$

Das Endergebnis der Gradientenentwicklung der Kadanoff-Baym-Gleichung für $g^<$ lautet also (vgl. [14]):

$$\begin{aligned} \left(\omega - \frac{\vec{p}^2}{2m} \right) g^<(P, R) - \frac{i}{2} \left[\omega - \frac{\vec{p}^2}{2m}, g^<(P, R) \right] &= \\ &= \Sigma^{\text{ret}}(P, R) g^<(P, R) + \Sigma^<(P, R) g^{\text{av}}(P, R) \\ &\quad - \frac{i}{2} [\Sigma^{\text{ret}}(P, R), g^<(P, R)] - \frac{i}{2} [\Sigma^<(P, R), g^{\text{av}}(P, R)], \quad (2.42) \end{aligned}$$

wobei g^{av} die avancierte Greens-Funktion ist (siehe Anhang A.1). Es handelt sich um eine komplexwertige Gleichung.

Wir extrahieren nun den Realanteil. Dazu ist es notwendig zu wissen, daß $g^{\geq}(P, R)$ bzw. $\Sigma^{\geq}(P, R)$ rein imaginäre Größen sind [14]. Mit $\Sigma^{\text{ret}} = \text{Re}\Sigma^{\text{ret}} - i\Gamma/2$ erhalten wir für den reellen Anteil:

$$\begin{aligned} \left[\omega - \frac{\vec{p}^2}{2m} - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(P, R), g^<(P, R) \right] &= \Gamma(P, R) g^<(P, R) + 2 \text{Im}g^{\text{ret}}(P, R) \Sigma^<(P, R) \\ &\quad + [\Sigma^<(P, R), \text{Re}g^{\text{ret}}(P, R)]. \end{aligned}$$

Hierbei haben wir noch verwendet, daß $g^{\text{ret}*} = g^{\text{av}}$ ist [14]. Mit Hilfe von (2.26) und (2.27) ergibt sich:

$$\begin{aligned} \left[\omega - \frac{\vec{p}^2}{2m} - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(P, R), g^<(P, R)\right] + [\text{Re}g^{\text{ret}}(P, R), \Sigma^<(P, R)] = \\ i\Sigma^>(P, R)g^<(P, R) - i\Sigma^<(P, R)g^>(P, R). \end{aligned} \quad (2.43)$$

Diese Transportgleichung findet sich in [4]. In [14] wird gezeigt, daß Real- und Imaginärteil im Rahmen der Gradientenentwicklung erster Ordnung dieselben Informationen beinhalten. Dazu muß eine bestimmte Kombination von Selbstenergien und Greens-Funktionen, die auf ersten Blick von nullter Ordnung in der Gradientenentwicklung zu sein scheinen, als zur ersten Ordnung gehörend behandelt werden.

Die eben beschriebene Gradientenentwicklung kann auch für die Kadanoff-Baym-Gleichung für $g^>$ wiederholt werden und liefert dann eine entsprechende Transportgleichung für $g^>$:

$$\begin{aligned} \left[\omega - \frac{\vec{p}^2}{2m} - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(P, R), g^>(P, R)\right] + [\text{Re}g^{\text{ret}}(P, R), \Sigma^>(P, R)] = \\ -i\Sigma^>(P, R)g^<(P, R) + i\Sigma^<(P, R)g^>(P, R). \end{aligned} \quad (2.44)$$

In [14] werden aus der Gradientenentwicklung der Kadanoff-Baym-Gleichungen (2.39) und (2.40) explizite Ausdrücke für die Wigner-Transformierte der retardierten Greens-Funktion hergeleitet. Es zeigt sich, daß die Gleichungen (2.25), (2.28) und (2.29), die in Anhang A.4 für ein Gleichgewichtssystem bewiesen wurden, auch in der ersten Ordnung der Gradientenentwicklung Bestand haben. Ebenso ist die Spektralfunktion auf eins normiert.

Wir machen nun eine Näherung für die Selbstenergien. Dabei werden alle Korrelationen zwischen den Teilchen, die über Zwei-Teilchen-Kollisionen, wie sie im Rahmen der Born-Näherung beschrieben werden, hinausgehen, vernachlässigt. Damit approximieren wir Σ^{\gtrless} durch die Kollisionsraten in den Gleichungen (2.21), (2.22).

Es lohnt sich, die Struktur der Transportgleichung (2.43) zu untersuchen. Die erste Poisson-Klammer auf der linken Seite lautet ausführlich:

$$\begin{aligned} -\left[\omega - \frac{p^2}{2m} - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}, g^<\right] = \frac{\partial}{\partial r^0}g^< + \vec{\nabla}_r H \cdot \vec{\nabla}_p g^< - \vec{\nabla}_p H \cdot \vec{\nabla}_r g^< \\ + \frac{\partial}{\partial r^0}\text{Re}\Sigma^{\text{ret}} \frac{\partial}{\partial \omega}g^< - \frac{\partial}{\partial \omega}\text{Re}\Sigma^{\text{ret}} \frac{\partial}{\partial r^0}g^< \end{aligned} \quad (2.45)$$

mit einer Hamilton-Funktion $H = p^2/2m + \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}$. Die ersten drei Summanden werden als Drift-Term bezeichnet und können grob als totale zeitliche Ableitung von $g^<$ aufgefaßt werden. Die beiden verbleibenden Summanden werden durch die Energie- und Zeitabhängigkeit der Selbstenergie verursacht. Auf der rechten Seite von (2.43) treten die Kollisionsraten Σ^{\gtrless} zusammen mit den Korrelationsfunktionen g^{\gtrless} auf. Mit unserer Interpretation dieser Größen kann man die rechte Seite als Differenz eines Gewinn- und eines Verlustterms, also als Netto-Effekt der Kollisionen aus einem bzw. in ein bestimmtes Phasenraumelement bei $(\omega, \vec{p}, \vec{r})$ auf die Verteilungsfunktion auffassen. Man spricht

auch vom Kollisionsterm (oder Kollisionsintegral). Die zusätzliche Poisson-Klammer auf der linken Seite von (2.43) stellt einen Beitrag dar, der aufgrund der Annahme einer endlichen Teilchenbreite zustande kommt. Der Term hat die Tendenz, die Komponenten der Korrelationsfunktion weitab der Massenschale zu reduzieren und diejenigen nahe des Onshell-Punktes zu verstärken, wenn das Teilchen aus dem Medium läuft, d.h. es auf die Massenschale zu setzen [40]. Da bislang unklar ist, wie dieser Term numerisch umzusetzen ist, wird er entweder vernachlässigt oder im Rahmen der Testteilchenmethode (siehe Kapitel 5.1) in der Propagation der Testteilchen berücksichtigt [14, 15]. Dazu wird beobachtet, daß der Ausdruck

$$-i\Sigma^< - \left((\omega - p^2/2m - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}})^2 + \Gamma^2/4 \right) (-ig^<)$$

von erster Ordnung in der Gradientenentwicklung ist. Die zweite Poisson-Klammer auf der rechten Seite von Gleichung (2.42), in der $\Sigma^<$ auftaucht, ist demzufolge von zweiter Ordnung in der Gradientenentwicklung und kann im Rahmen unserer Näherung gemäß

$$\begin{aligned} [\text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(P, R), \Sigma^<(P, R)] = \\ [\text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(P, R), \left((\omega - p^2/2m - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(P, R))^2 + \Gamma^2(P, R)/4 \right) g^<(P, R)] \end{aligned}$$

ausgetauscht werden. Weitere Umformungen führen dann auf die Transportgleichung

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\Gamma(P, R)a(P, R) \left[\omega - \frac{\vec{p}^2}{2m} - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(P, R), g^<(P, R) \right] \\ - \frac{1}{2}a(P, R) \left[\Gamma(P, R), \left(\omega - \frac{\vec{p}^2}{2m} - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(P, R) \right) g^<(P, R) \right] = \\ i\Sigma^>(P, R)g^<(P, R) - i\Sigma^<g^>(P, R). \end{aligned} \quad (2.46)$$

Klammert man auf der linken Seite den Faktor $1/2\Gamma a$ aus, so erhält man den Drift-Term, der auch in Gleichung (2.43) auftritt. Die zusätzliche Poisson-Klammer ist nun so umgeschrieben worden, daß die Korrelationsfunktion $g^<$ auftaucht und der Term somit dem Drift-Term, der die Propagation der Testteilchen beschreibt, ähnelt. Tatsächlich stellt sich heraus, daß hierdurch die Bewegungsgleichungen der Testteilchen beeinflusst werden. Diese Diskussion verschieben wir auf Kapitel 5.2.

Um den Drift-Term auf der linken Seite wiederherzustellen, wird die Transportgleichung in [14] durch den Faktor $1/2\Gamma a$ geteilt. Das bedeutet aber, daß der Kollisionsterm auf der rechten Seite im Vergleich zu Gleichung (2.43) geändert wird. Diese Modifikation werden wir in unseren Rechnungen, die auf den im zugrundeliegenden Modell aus [20] verwendeten Wirkungsquerschnitten im Vakuum basieren, nicht berücksichtigen. Die im nächsten Abschnitt vorgestellte BUU-Gleichung enthält also denselben Kollisionsterm wie die Transportgleichung (2.43).

2.2.3 Die Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck-(BUU)-Gleichung

Wir diskutieren nun, wie man aus der Transportgleichung (2.43) die BUU-Gleichung, wie sie ursprünglich zur Modellierung nuklearer Reaktionen verwendet wurde, erhält. Dazu gehen wir in den Quasiteilchen-Limes über, d.h. ersetzen die Spektralfunktion durch $a(\omega, p) = 2\pi\delta(\omega - p^2/2m - \Sigma_{\text{HF}}(p))$. Die explizite Energieabhängigkeit wird durch Integration über ω beseitigt. Gleichzeitig muß man auf der linken Seite (aber

nicht auf der rechten!) den Kollisionsbeitrag der Selbstenergie Σ^{\geq} vernachlässigen [4], wodurch $\text{Re}\Sigma^{\text{ret}} = \Sigma_{\text{HF}}$ wird und die zweite Poisson-Klammer verschwindet. Auf der rechten Seite können wir die Energieintegrale ausführen:

$$\begin{aligned}\tilde{\Sigma}^{\geq}(\vec{p}, \vec{r}, r^0) &= \int \frac{d\omega}{2\pi} (\pm i \Sigma^{\geq}(\omega, \vec{p}, \vec{r}, r^0)) g^{\leq}(\omega, \vec{p}, \vec{r}, r^0) \\ &= \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(P + P_2 - P_3 - P_4) |\mathcal{M}|^2 \times \\ &\quad \times \begin{cases} f(\vec{p}_2, \vec{r}, r^0) (1 - f(\vec{p}_3, \vec{r}, r^0)) (1 - f(\vec{p}_4, \vec{r}, r^0)) \\ (1 - f(\vec{p}_2, \vec{r}, r^0)) f(\vec{p}_3, \vec{r}, r^0) f(\vec{p}_4, \vec{r}, r^0) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.47)$$

und wir finden mit (2.45) die BUU-Gleichung

$$\left(\frac{\partial}{\partial r^0} + \vec{\nabla}_p H_{\text{mf}} \vec{\nabla}_r - \vec{\nabla}_r H_{\text{mf}} \vec{\nabla}_p \right) f(\vec{p}, \vec{r}, r^0) = \tilde{\Sigma}^< (1 - f(\vec{p}, \vec{r}, r^0)) - \tilde{\Sigma}^> f(\vec{p}, \vec{r}, r^0) \quad (2.48)$$

mit der Mean-Field-Hamilton-Funktion

$$H_{\text{mf}} = \frac{p^2}{2m} + \Sigma_{\text{HF}}(p). \quad (2.49)$$

Der dispersive Beitrag zum Realteil der Selbstenergie wird üblicherweise außer acht gelassen. Die BUU-Gleichung beschreibt die Veränderung der Ein-Teilchen-Verteilungsfunktion f unter dem Einfluß eines Mean-Fields und Zwei-Teilchen-Kollisionen. Sie ist insbesondere nur auf Teilchen auf der Massenschale anwendbar. Das ist vor allem für Teilchen, die schon im Vakuum eine endliche Breite haben (z.B. Resonanzen) problematisch. Dasselbe gilt aufgrund der Äquivalenz zwischen Kollisionsraten und Breiten auch für im Vakuum stabile Teilchen (z.B. Nukleonen).

Bei der BUU-Gleichung handelt es sich im wesentlichen um die klassische Boltzmann-Gleichung (z.B. [41]), abgesehen von den Pauli-Faktoren im Kollisionsterm, die von Nordheim [42] und später von Uehling und Uhlenbeck [43] zur Beschreibung fermionischer Systeme eingefügt worden sind. Eine andere Herleitung über die Reduktion der Hierarchie relativistischer Dichtematrizen findet sich in [12].

Setzt man die rechte Seite der BUU-Gleichung gleich null, so erhält man die sogenannte Vlasov-Gleichung [41], die die Bewegung von nicht-wechselwirkenden Teilchen in einem mittleren Feld beschreibt.

Grob gesprochen erhält man die BUU-Gleichung, indem man auf den beiden Seiten der ursprünglichen Transportgleichung (2.43) unterschiedliche Annahmen für die Kollisionsraten macht; auf der linken Seite, die die Propagation beschreibt, werden sie vernachlässigt, auf der rechten nicht. Sie spielen jedoch auf beiden Seiten eine unterschiedliche physikalische Rolle [4]: Auf der rechten Seite beschreiben sie den dynamischen Effekt der expliziten Kollisionsprozesse, auf der linken Seite, wie die Energie-Impuls-Beziehung im Vergleich zur Mean-Field-Approximation verändert wird. Mit der BUU-Gleichung werden Teilchen beschrieben, die sich zwischen den Kollisionen als freie Teilchen (in einem mittleren Feld) bewegen. In der ursprünglichen Transportgleichung dagegen werden sie auch während der Propagation durch die Kollisionsraten beeinflusst. Die Teilchen behalten sozusagen eine gewisse Erinnerung an die Kollisionen, die sich in der Energie-Impuls-Beziehung manifestiert.

Um die Problematik mit Teilchen endlicher Breite zu umgehen, wurde das vorliegende Modell in [20, 28] durch die Anwendung einer verallgemeinerten BUU-Gleichung erweitert, die man aus (2.43) erhält, indem man einfach nur die zweite Poisson-Klammer auf der linken Seite vernachlässigt:

$$\left(\frac{\partial}{\partial r^0} + \vec{\nabla}_p H_{mf} \vec{\nabla}_r - \vec{\nabla}_r H_{mf} \vec{\nabla}_p \right) g^< = i\Sigma^< g^> - i\Sigma^> g^<. \quad (2.50)$$

Die Korrelationsfunktionen enthalten die spektralen Informationen der Teilchen. Daher ist es möglich, z.B. auch Resonanzen abseits ihrer Polmasse zu beschreiben. Im Rahmen der Zwei-Teilchen-Kollisionen findet auch die Verlagerung von Stärke zu anderen Komponenten der spektralen Verteilungsfunktion hin statt. Allerdings beschreibt die linke Seite dieser Transportgleichung keine Änderung der Teilchenenergie (siehe Diskussion der Bewegungsgleichungen in Kapitel 5.2). Diese kann lediglich auf der Basis des Kollisionsterms geändert werden. Ist die Breite eines Teilchens groß genug, so ist der Einfluß des Kollisionsterms der relevante, denn die Teilchen haben schon reagiert (und ggf. ihre Energie geändert), bevor der Einfluß der linken Seite der ursprünglichen Transportgleichung (2.43) zum Tragen kommt. Ist die Teilchenbreite besonders klein, so ist die Onshell-Beschreibung im Rahmen der gewöhnlichen BUU-Gleichung (2.48) ausreichend. Problematisch ist der Bereich zwischen diesen Extremfällen. Wir kommen darauf in Kapitel 5 zurück.

Bislang haben wir den Fall eines fermionischen Systems behandelt. Da das BUU-Modell in Kapitel 4 auch bosonische Freiheitsgrade beinhaltet, erwähnen wir kurz, daß die Transportgleichungen (2.50) und (2.48) auch für Bosonen gelten mit dem Unterschied, daß die Korrelationsfunktion $ig^> = a(1 + f)$ anstelle des Pauli-Faktors einen Bose-Faktor enthält.

Die Koordinaten \vec{r} und r^0 standen bislang für Schwerpunktskoordinaten. In unserer Herleitung haben wir uns auf Systeme beschränkt, in denen die Abhängigkeit aller relevanter Größen von diesen Koordinaten vorhanden, aber klein ist. Daher ist es gerechtfertigt, \vec{r} und r^0 als Orts- und Zeitkoordinaten, an denen wir das System betrachten, anzusehen.

Kapitel 3

Die Nukleon-Spektralfunktion in Kernmaterie

3.1 Überblick

Wir betrachten in diesem Kapitel die Spektralfunktion des Nukleons in Kernmaterie. Nukleonen sind im Vakuum (zumindest bzgl. der starken Wechselwirkung) stabile Teilchen. In Kernmaterie kommt es aufgrund der Wechselwirkung zwischen den Nukleonen zu einer Änderung der Dispersionsrelation (2.1). Die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung erfolgt durch Mesonenaustausch. Sie besitzt neben dem attraktiven Anteil, der durch die Mean-Field-Theorie hinreichend gut beschrieben wird, eine stark repulsive Komponente bei sehr kleinen Abständen. Hierdurch werden Korrelationen zwischen den Nukleonen (*short-range correlations*) verursacht, die die Mean-Field-Beschreibung nicht erfaßt. In Kapitel 2 haben wir mit den Kollisionsprozessen in Abbildung 2.5 bereits Reaktionen diskutiert, die über das Mean-Field-Bild hinausgehen.

Experimentelle Untersuchungen zu diesem kurzreichweitigen Aspekt der Nukleon-Wechselwirkung und der Spektralfunktion basieren üblicherweise auf Reaktionen, bei denen ein Proton aus dem Kern entfernt wird. Dabei handelt es sich um hadronische oder elektromagnetische 'Knock-out'-Reaktionen (z.B. $(d, {}^3\text{He})$ [44, 45] bzw. $(e, e'p)$ -Reaktionen [46, 47, 48, 49]). Letztere nutzen den Vorteil, daß elektromagnetische Proben den gesamten Kern ausleuchten, hadronische dagegen lediglich sensitiv auf die äußersten Oberflächenbereiche sind [49, 50], wo man nicht unbedingt nach In-Medium-Effekten suchen sollte. Die Spektralfunktion wird in $(e, e'p)$ -Experimenten durch die Messung des fehlenden Impulses p_m und der fehlenden Energie E_m des herausgeschlagenen Protons bestimmt. Vernachlässigt man die Endzustandswechselwirkungen (*final state interactions*, FSI), so handelt es sich dabei um den ursprünglichen Impuls des Protons vor der Reaktion und die Energie, die zum Herauslösen notwendig war. In dieser Näherung gibt die Anzahl der gemessenen Protonen in einem bestimmten (E_m, p_m) -Bin Auskunft über die Wahrscheinlichkeit, im Kern ein Proton mit bestimmtem Impuls p_m und bestimmter (Bindungs-)Energie E_m zu finden. Tatsächlich geht diese Anschaulichkeit durch die FSI verloren.

Für festen Impuls p_m liefert das Energiespektrum die zu erwartenden Spektrallinien, die den Ein-Teilchen-Energieniveaus des Kerns entsprechen. Dies ist für die Reaktion ${}^{12}\text{C}(e, e'p){}^{11}\text{B}$ in Abbildung 3.1 zu sehen. Hier ist die Spektralfunktion als Funktion der

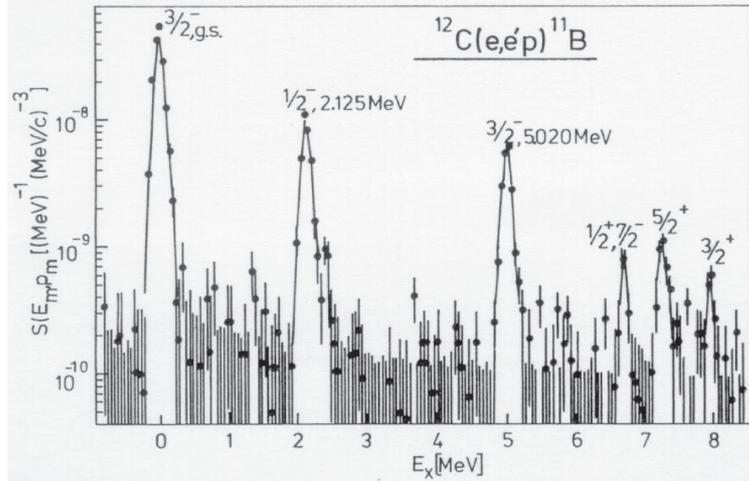


Abbildung 3.1: Spektralfunktion an Kohlenstoff aus Elektron-Kern-Reaktionen. Die Abbildung stammt aus [48].

Anregungsenergie

$$E_X = E_m - (E_C^0 - E_B^0)$$

(E_C^0 , E_B^0 Grundzustandsenergien der Kerne) des resultierenden Bor-Kerns für $p_m \approx 0.172$ MeV aufgetragen. Die drei linken Spektrallinien stammen vom Proton-Knockout aus der $1p$ -Schale und entsprechen der Vorhersage des Schalenmodells. Darüberhinaus findet sich aber auch Stärke bei anderen Energien: Z.B. stammen die Linien oberhalb von $E_X = 6$ MeV von Protonen, die in Energieniveaus saßen, die im Schalenmodell des Kohlenstoff-Kerns im Grundzustand nicht besetzt sind; es handelt sich um stark gebundene Zustände.

Die experimentellen Untersuchungen fokussieren sich auch auf die Messung der spektroskopischen Faktoren, d.h. die Stärke, mit der die vom Schalenmodell vorhergesagten Niveaus tatsächlich besetzt sind. Diese lassen sich aus dem Vergleich der gemessenen Impulsverteilungen der einzelnen Spektrallinien mit Schalenmodell-Rechnungen gewinnen. In $(e, e'p)$ -Reaktionen werden spektroskopische Faktoren extrahiert, die nur 50-80% ihres Sollwertes betragen [46, 50]. Resultate aus $(d, {}^3\text{He})$ -Experimenten dagegen sind konsistent mit dem Schalenmodell. In [50] wurde gezeigt, daß dieser scheinbare Widerspruch mit der schon angesprochenen Sensitivität hadronischer Proben auf die Kernoberfläche zusammenhängt. Eine Reanalyse der $(d, {}^3\text{He})$ -Daten unter Verwendung der aus den $(e, e'p)$ -Messungen extrahierten vollständigen gebundenen Wellenfunktion führte zu mit $(e, e'p)$ -Ergebnissen konsistenten spektroskopischen Faktoren. Die Absenkung in den erlaubten Niveaus ist ein weiterer Hinweis darauf, daß durch die Korrelationen Stärke verschoben wird.

In unendlicher Kernmaterie treten all diese Eigenschaften im Prinzip ebenfalls auf. Im Gegensatz zu endlichen Kernen sind die Ein-Teilchen-Wellenfunktionen hier auch Impuls-Eigenzustände. In einem Fermi-Gas ohne Korrelationen, dem Gegenstück zum Schalenmodell, gibt es daher bei festem Impuls ein einziges deltaförmiges Energieniveau (anstelle mehrerer Peaks wie in Abbildung 3.1). Da alle Niveaus bis zum Fermi-Impuls besetzt sind, ist die Impulsverteilung durch eine Stufenfunktion gegeben. Durch 'Anschalten' der Korrelationen werden den reinen Ein-Loch-Zuständen

komplexere Teilchen-Loch-Konfigurationen beigemischt, die in Kernmaterie zu einer kontinuierlichen Verbreiterung der deltaförmigen Peaks führen, was automatisch eine Verschmierung der Impulsverteilung in den Bereich oberhalb des Fermi-Impulses nach sich zieht. In endlichen Kernen beobachtet man die in Abbildung 3.1 sichtbaren zusätzlichen, aber *diskreten* Linien, da sie energetisch im diskreten Bereich des Spektrums angesiedelt sind.

3.2 Andere Modelle

Bevor wir uns der transporttheoretischen Berechnung der Spektralfunktion zuwenden, wollen wir kurz zwei andere Modelle vorstellen.

Wir werden unsere Ergebnisse mit dem Modell von Benhar et al. [7, 51] vergleichen. Hier wird die Spektralfunktion im Rahmen der OCB-Theorie (*orthogonal correlated basis theory*) [52, 6] berechnet. Dabei wird die Spektralfunktion im Lochbereich¹ geschrieben als

$$P(k, E) = \sum_n |\langle \bar{0} | a_k^\dagger | \bar{n} \rangle|^2 \delta(E - (E_n - E_A)). \quad (3.1)$$

Dabei handelt es sich bei $|\bar{0}\rangle$ und $|\bar{n}\rangle$ um den Grundzustand des Systems mit Eigenwert E_A bzw. die Eigenzustände des $(A - 1)$ -Teilchen-Systems mit Eigenwerten E_n . E steht für die Anregungsenergie, mit der das $(A - 1)$ -System hinterlassen wird, wenn ein Nukleon mit Impuls k entfernt wird.

Ohne jegliche Korrelationen wird in (3.1) ein Nukleon mit Impuls k aus dem Grundzustand entfernt und das restliche System mit einer Anregungsenergie $E = -k^2/2m_N$ in einem wohldefinierten Ein-Loch-Zustand hinterlassen. Aufgrund der Orthogonalität der Ein-Loch-Zustände bricht die Summe zusammen und übrig bleibt das schon bekannte Resultat für die Spektralfunktion

$$P(k, E) = \delta(E + k^2/2m_N).$$

Ein Vergleich mit (2.12) zeigt, daß die beiden Spektralfunktionen über

$$a(\omega, k) = 2\pi P(k, E)$$

zusammenhängen. Hierbei ist zu beachten, daß E die Anregungsenergie des $(A - 1)$ -Systems nach Wegnahme eines Nukleons mit Energie $\omega = -E$ ist.

Die OCB-Theorie basiert auf der Verwendung einer Basis aus orthogonalen, korrelierten Wellenfunktionen. Diese werden für Rechnungen in Kernmaterie durch Anwendung eines Korrelationsoperators auf Fermi-Gas-Zustände erzeugt. Der Korrelationsoperator beinhaltet Nukleon-Nukleon-Wechselwirkungen des Typs 'Urbana $v_{14} + \text{TNI}$ ', die aus der Zwei-Nukleon-Wechselwirkung v_{14} und einem Drei-Nukleon-Anteil (TNI) besteht. Die genaue Gestalt des Korrelationsoperators wird durch Minimierung des Erwartungswertes des vollen Hamilton-Operators bezüglich des korrelierten Grundzustandes $|0\rangle$ bestimmt. Die intermediären Ein-Loch-Zustände ($|\bar{n}\rangle$ in Gleichung (3.1)) werden zusätzlich noch orthonormiert. Die OCB-Zustände sind nur Näherungen an die tatsächlichen Eigenzustände der Theorie, die in Gleichung (3.1) auftreten. Der volle

¹Die Behandlung des Teilchensektors erfolgt entsprechend, siehe [51].

Hamilton-Operator \hat{H} wird nun aufgespalten in einen Teil \hat{H}_0 , dessen Eigenfunktionen die OCB-Zustände sind und einen restlichen 'Wechselwirkungsanteil' \hat{H}_I .

Man kann die Spektralfunktion (3.1) in der Form

$$P(k, E) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \left(\frac{\langle \bar{0} | a_k^\dagger (\hat{H} - E_0 - E - i\eta)^{-1} a_k | \bar{0} \rangle}{\langle \bar{0} | \bar{0} \rangle} \right) \quad (3.2)$$

schreiben; E_0 ist der Eigenwert des Grundzustandes. Der Operator zwischen dem Erzeugungs- und dem Vernichtungsoperator kann in eine Störungsreihe in \hat{H}_I entwickelt werden. Ebenso wird der wirkliche Grundzustand $|\bar{0}\rangle$ mittels einer ähnlichen Entwicklung in \hat{H}_I durch den OCB-Grundzustand $|0\rangle$ ausgedrückt. Setzt man diese Ausdrücke in Gleichung (3.2) ein und betrachtet nur Terme bis zur ersten Ordnung in \hat{H}_I , so erhält man ein Resultat, in dem nur noch OCB-Zustände auftreten. Damit in der Spektralfunktion nur noch Matrixelemente der beiden Operatoren \hat{H}_0 und \hat{H}_I stehen, werden mehrfach Eins-Operatoren in der OCB-Basis eingeführt, so daß neben dem OCB-Grundzustand $|0\rangle$ und den Ein-Loch-Zuständen $|n\rangle$ auch Beimischungen von np - nh - und mh - $(m-1)p$ -Zuständen auftauchen. In den Benhar-Arbeiten werden $2p$ - $2h$ - und $2h$ - $1p$ -Beimischungen berücksichtigt. Das Resultat ist eine Spektralfunktion, die von der deltaförmigen Form abweicht; es tritt wie weiter oben beschrieben für festen Impuls eine Verbreiterung in der Energie auf. Die Impulsverteilung ist nicht (wie in unkorrelierter Kernmaterie) durch eine Stufenfunktion gegeben, sondern weist eine Aufweichung der Fermi-Kante auf.

Das Modell von Benhar et al. beinhaltet neben einer realistischen und umfassenden Beschreibung der Nukleon-Wechselwirkung äußerst aufwendige Methoden der modernen Vielteilchentheorie und kann sicherlich als ein *state-of-the-art*-Modell bezeichnet werden. Als solches eignet es sich sehr gut als Benchmark für andere Modelle.

Wir wollen nun noch auf das Modell von Ciofi degli Atti et al. [5] eingehen. Es basiert auf der Beobachtung, daß der Teil der Impulsverteilungen oberhalb der Fermi-Kante für alle Massenzahlen A bis auf einen absoluten Faktor sehr ähnlich sind und dem des Deuterons gleichen. Dieser Anteil wird durch Nukleonen mit großem k und E verursacht. Im Zwei-Nukleonen-Korrelations-Modell (2NC) werden die Beiträge zu hohen E, k durch Grundzustandskonfigurationen beschrieben, bei denen ein Nukleon mit großem Impuls \vec{k} durch ein anderes Nukleon mit Impuls $\sim -\vec{k}$ fast vollständig aufgewogen wird. Der Schwerpunktsimpuls dieses korrelierten Paares ist also ungefähr null. Das restliche System aus $A-2$ Nukleonen agiert dabei als Spektatorensystem ohne weitere innere Anregung. Aufgrund der Energieerhaltung ergibt sich für die Anregungsenergie E_{A-1}^* des $(A-1)$ -Systems

$$E_{A-1}^* + \frac{k^2}{2(A-1)m_N} \sim \frac{k^2}{2m_N}$$

$$E_{A-1}^* \sim \frac{A-2}{A-1} \frac{k^2}{2m_N}.$$

In diesem Bild läßt sich die Spektralfunktion allerdings nur für diskrete Energiewerte, die den (nur von k abhängigen) Anregungsenergien entsprechen, angeben. Um eine in der Energie kontinuierliche Spektralfunktion zu berechnen, muß das 2NC-Modell erweitert werden. Hierzu nimmt man an, daß der Schwerpunktsimpuls des korrelierten Nu-

kleonpaares nicht verschwindet, aber klein ist. Das Nukleonenpaar bewegt sich im wesentlichen unabhängig vom Restkern und spürt lediglich dessen Mean-Field. Die Spektralfunktion ergibt sich als Integral über Verteilungsfunktionen, die den relativen Impuls des Nukleonenpaares und dessen Schwerpunktsimpuls beschreiben. Für den Relativimpuls nimmt man aufgrund der oben angesprochenen funktionalen A -Unabhängigkeit des Hochimpulsanteils die Deuteron-Verteilung. Die Schwerpunktsimpulsverteilung wird als Gauß-förmig angenommen. Man erhält in diesem Modell Spektralfunktionen und Impulsverteilungen für alle möglichen Massenzahlen bis hin zu Kernmaterie. In diesem Fall zeigt sich eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit dem Benhar-Modell.

3.3 Anwendung auf Kernmaterie

Wir wenden nun die Erkenntnisse aus Kapitel 2.1 auf ein System aus Kernmaterie bei Temperatur $T = 0$ an. Eine kürzere Fassung dieses Kapitels findet sich in [53, 54]. Eine Erweiterung des Modells auf endliche Temperaturen wurde in [55] vorgenommen. Die hier beschriebene Vorgehensweise kann auch auf andere fermionische Systeme angewendet werden. So wird in [56, 57] die Quark-Spektralfunktion in Quark-Materie untersucht.

In Kapitel 2.1 wurden innere Freiheitsgrade der Teilchen wie Spin und Isospin vernachlässigt. Man kann aber entsprechend verschiedene Greens-Funktionen einführen, in denen die Feldoperatoren auf Spin und Isospin sensitiv sind. Wir interessieren uns für spin- und isospinsymmetrische Kernmaterie. Das bedeutet, daß die Greens-Funktionen für alle möglichen Kombinationen identisch sein müssen. Zur Berechnung der Dichte muß man daher lediglich Gleichung (2.9) mit dem Entartungsfaktor g multiplizieren. Im Vakuum erhält man daraus analog zu (2.16) die Thomas-Fermi-Relation

$$p_F = \left(\frac{6}{g} \pi^2 \rho \right)^{1/3}.$$

In den Selbstenergien (2.21) und (2.22) hat die spezielle Spin- und Isospinkombination der an der Kollision beteiligten Teilchen nur Einfluß auf das Matrixelement. Die totale Kollisionsrate eines Nukleons mit Spin S_1 und Isospin I_1 im einlaufenden Zustand (d.h. $i\Sigma^>$) ist die Summe über alle möglichen Spin- und Isospinkombinationen der anderen beteiligten Teilchen:

$$\Sigma_{S_1, I_1}^> = \sum_{S_2, I_2} \sum_{S_3, I_3} \sum_{S_4, I_4} \Sigma_{1+2 \rightarrow 3+4}^>.$$

Verzichtet man auf die Information über Spin und Isospin, so muß über S_1, I_1 gemittelt werden:

$$\begin{aligned} \Sigma^> &= \frac{1}{g} \sum_{S_1, I_1} \Sigma_{S_1, I_1}^> \\ &= \int \dots g^< g^> g^< \delta^4(\dots) \frac{1}{g} \sum_{S_1, I_1} \sum_{S_2, I_2} \sum_{S_3, I_3} \sum_{S_4, I_4} |\mathcal{M}|_{S_1, I_1, S_2, I_2, S_3, I_3, S_4, I_4}^2 \\ &= g \int \dots g^< g^> g^< \delta^4(\dots) \overline{|\mathcal{M}|^2}, \end{aligned}$$

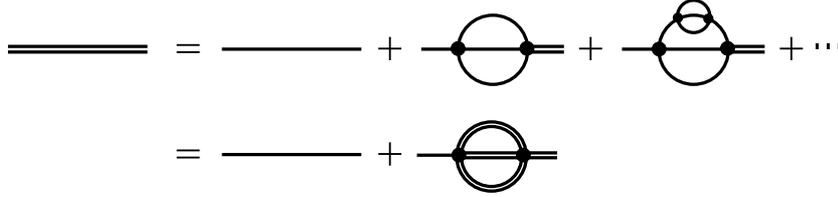


Abbildung 3.2: Diagrammatische Struktur des selbstkonsistenten Ein-Teilchen-Propagators. Die Dyson-Gleichung (untere Zeile) korrespondiert zu einer Aufsummierung aller 'sunset'-Diagramme.

wobei

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{g^2} \sum_{S_1, I_1} \sum_{S_2, I_2} \sum_{S_3, I_3} \sum_{S_4, I_4} |\mathcal{M}|_{S_1, I_1, S_2, I_2, S_3, I_3, S_4, I_4}^2$$

das über Spin und Isospin der einlaufenden Teilchen gemittelte und über Spin und Isospin der auslaufenden Teilchen summierte Matrixelement ist. Analog ergibt sich, daß man auch in Gleichung (2.22) das Matrixelement einfach durch $g\overline{|\mathcal{M}|^2}$ ersetzen muß. Wir erhalten also für die Kollisionsraten der Nukleonen in Kernmaterie den Ausdruck

$$\begin{aligned} \pm i\Sigma^{\gtrless}(\omega, p) &= g \int \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4 p_3}{(2\pi)^4} \frac{d^4 p_4}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \delta^4(p + p_2 - p_3 - p_4) a(\omega_2, p_2) a(\omega_3, p_3) a(\omega_4, p_4) \\ &\times \overline{|\mathcal{M}|^2} \begin{cases} \Theta(\omega_F - \omega_2) \Theta(\omega_3 - \omega_F) \Theta(\omega_4 - \omega_F) \\ \Theta(\omega_F - \omega_2) \Theta(\omega_F - \omega_3) \Theta(\omega_F - \omega_4). \end{cases} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Wir wollen noch einmal daran erinnern, daß bei $T = 0$ die Breite Γ entweder durch $-i\Sigma^<$ (für $\omega < \omega_F$) bzw. durch $i\Sigma^>$ (für $\omega > \omega_F$) gegeben ist.

In (3.3) taucht die Spektralfunktion auf. Andererseits geht $\pm i\Sigma^{\gtrless}$ in die retardierte Selbstenergie ein, von der wiederum die Spektralfunktion abhängt. Daher muß die Spektralfunktion selbstkonsistent berechnet werden. Dazu wählt man eine Ausgangsform der Spektralfunktion $a^{(0)}$, mit der dann die erste Näherung des Imaginärteils der Selbstenergie, also die Breite $\Gamma^{(1)}$, berechnet wird. Hieraus läßt sich dann über Dispersion der Realteil der Selbstenergie ausrechnen, und die erste Iteration der Spektralfunktion $a^{(1)}$ steht fest. Diese Iterationsprozedur wird nun solange wiederholt, bis Konvergenz erreicht ist. Tatsächlich läßt sich die selbstkonsistente Vorgehensweise auch diagrammatisch interpretieren. Während im ersten Iterationsschritt lediglich über intermediäre 2p-1h- und 2h-1p-Zustände integriert wird, werden die intermediären Nukleonenpropagatoren in der darauffolgenden Iteration selbst mit 2p-1h- und 2h-1p-Strukturen versehen. Dies führt sich in den höheren Iterationen weiter fort, so daß das konvergierte Ergebnis der Spektralfunktion einem In-Medium-Propagator entspricht, der eine Aufsummation einer ganzen Klasse von np - mh -Einschüben enthält. Dies ist in Abbildung 3.2 gezeigt.

Es bleiben nun zwei Fragen offen: Wir haben bislang überhaupt keine Aussagen über das Matrixelement in (3.3) gemacht. Im Prinzip könnte man es aus dem NN -Wirkungsquerschnitt schätzen, jedoch ist dieser nur im Vakuum, also mit Nukleonen auf der Massenschale, bekannt. Wir schlagen hier einen anderen Weg ein und machen die zunächst sehr extrem erscheinende Annahme, daß das Matrixelement nicht von

Impuls und Energie der Nukleonen in der Kollisionsreaktion abhängt. Was die Impulsabhängigkeit angeht, so entspricht diese Annahme einer deltaförmigen, also kurzreichweitigen Wechselwirkung im Ortsraum. Die verbleibende Konstante wird so angepaßt, daß die aus der iterierten Spektralfunktion berechnete Impulsverteilung (siehe Gleichung (3.6)) oberhalb der Fermi-Kante in der Höhe mit den Ergebnissen von Benhar [51] übereinstimmt. Damit haben wir (wenn auch sehr grob) die vollständigen Aspekte der Nukleon-Wechselwirkung im Medium berücksichtigt. Die zweite Frage richtet sich an die Wahl der Ausgangs-Spektralfunktion $a^{(0)}$ und wird im folgenden behandelt.

3.4 Einfluß der Selbstkonsistenz

3.4.1 Berechnung der Selbstenergien

Wir führen die Rechnungen wie in [51] mit einem Fermi-Impuls $p_F = 1.33 \text{ fm}^{-1}$ durch. Dies entspricht (in etwa) der Saturationsdichte von Kernmaterie $\rho_0 \approx 0.16 \text{ fm}^{-3}$. Wir wählen in diesem Abschnitt

$$a^{(0)}(\omega, p) = \frac{\Gamma_0}{\left(\omega - \frac{p^2}{2m_N} - U_{\text{eff}}\right)^2 + \frac{1}{4}\Gamma_0^2}$$

mit konstanter Breite $\Gamma_0 = 0.1 \text{ MeV}$. Die Wahl dieses Wertes hat keinen Einfluß auf die Ergebnisse. Wir ersetzen den Realteil der retardierten Selbstenergie durch eine Konstante U_{eff} und legen den Wert fest, indem wir fordern, daß die Energie der Nukleonen auf der Massenschale mit Fermi-Impuls p_F der Bindungsenergie pro Nukleon $\omega_F = -16 \text{ MeV}$ entspricht (Hugenholtz-van-Hove-Theorem [58], siehe auch Abschnitt 4.2.2):

$$\omega_F = \frac{p_F^2}{2m_N} + U_{\text{eff}} = -16 \text{ MeV}.$$

Daraus ergibt sich $U_{\text{eff}} = -52.6 \text{ MeV}$. Im Prinzip kann diese Konstante durch eine Umdefinierung der Energieskala $\omega \rightarrow \omega + U_{\text{eff}}$ absorbiert werden. Damit stehen die Spektralfunktionen $a_i := a(\omega_i, p_i)$, $i = 2, 3, 4$ in (3.3) für den ersten Iterationsschritt fest.

Wir müssen nun das 12(!)-dimensionale Integral in (3.3) lösen. Zunächst fallen wegen der Delta-Funktion die vier Integrale über ω_4, \vec{p}_4 weg²:

$$\pm i\Sigma = g \frac{|\mathcal{M}|^2}{(2\pi)^8} \int d\omega_2 \int d\omega_3 \int d^3p_2 d^3p_3 a_2 \Theta_2 a_3 \Theta_3 a_4 \Theta_4.$$

Wir legen die z -Achse des Koordinatensystems in Richtung des Teilchens mit Impuls p . ϑ_2 sei der Winkel zwischen \vec{p} und \vec{p}_2 . Damit liegt der totale Impuls $\vec{p}_{\text{tot}} = \vec{p} + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$ durch die Vorgabe von $p, p_2, \vartheta_2, \varphi_2$ für die innere Integration über \vec{p}_3 fest. Für diese verwenden wir \vec{p}_{tot} als z -Achse und definieren ϑ_3 als Winkel zwischen \vec{p}_{tot} und \vec{p}_3 . Die Integration über $d\cos \vartheta_3$ kann durch dp_4 ersetzt werden: Es ist

$$\begin{aligned} p_4^2 &= p_{\text{tot}}^2 + p_3^2 - 2 \cos \vartheta_3 p_{\text{tot}} p_3 \\ \Rightarrow dp_4^2 &= -2 p_{\text{tot}} p_3 d\cos \vartheta_3 \end{aligned}$$

²Der Kürze halber lassen wir die Unterschiede zwischen $\Sigma^<$ und $\Sigma^>$ weg. Beide unterscheiden sich nur durch die Argumente in den Theta-Funktionen.

mit den Grenzen

$$p_{4,\min}^2 = p_{\text{tot}}^2 + p_3^2 - 2p_{\text{tot}}p_3, \quad p_{4,\max}^2 = p_{\text{tot}}^2 + p_3^2 + 2p_{\text{tot}}p_3.$$

Die Integrale über φ_2, φ_3 sind trivial und man erhält

$$\pm i\Sigma = g \frac{|\mathcal{M}|^2}{(2\pi)^6} \int d\omega_3 \int d\omega_2 \int_0^\infty dp_2 p_2^2 \int_{-1}^1 d\cos\vartheta_2 \int_0^\infty dp_3 p_3^2 \int_{p_{4,\min}^2}^{p_{4,\max}^2} \frac{dp_4^2}{2p_{\text{tot}}p_3} a_2\Theta_2 a_3\Theta_3 a_4\Theta_4. \quad (3.4)$$

Interessant ist, daß sich $\Sigma^<$ und $\Sigma^>$ nur durch die Integrationsgrenzen für ω_2 und ω_3 unterscheiden. Diese werden durch die Theta-Funktionen bestimmt. Es gilt für $\Sigma^<$ wegen $\omega < \omega_F$ und $\omega_3 < \omega_F$

$$\begin{aligned} \omega + \omega_F < \omega + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 < \omega_3 + \omega_F, \\ \Rightarrow \quad \omega_3 \in [\omega, \omega_F] \end{aligned}$$

sowie wegen $\omega_2 > \omega_F$

$$\begin{aligned} \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 - \omega < \omega_F + \omega_3 - \omega, \\ \Rightarrow \quad \omega_2 \in [\omega_F, \omega_F - \omega + \omega_3]. \end{aligned}$$

Analog folgt für $\Sigma^>$

$$\omega_3 \in [\omega_F, \omega] \quad \text{und} \quad \omega_2 \in [\omega_3 + \omega_F - \omega, \omega_F].$$

Die Breiten werden auf einem (ω, p) -Gitter mit Schrittweite $\Delta\omega = \Delta p = 0.05$ GeV mit Begrenzungen $|\omega| \leq 0.5$ GeV und $p \leq p_{\text{max}} = 1.25$ GeV berechnet. Für Zwischenwerte von ω und p wird zweidimensional interpoliert.

3.4.2 Resultate

In Abbildung 3.3 ist die Breite für verschiedene Impulse unterhalb und oberhalb des Fermi-Impulses als Funktion der Energie ω (diese entspricht der negativen Anregungsenergie $-E$ in den Benhar-Arbeiten) zu sehen. Wie schon weiter oben ausgeführt, wurde das Matrixelement so angepaßt, daß unser Ergebnis für die Impulsverteilung das Ergebnis aus [51] gut reproduziert. Das führt zu einem Matrixelement von

$$\left(\overline{|\mathcal{M}|^2}\right)^{1/2} = 207 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3. \quad (3.5)$$

Verwendet man diese Zahl, um den Wirkungsquerschnitt für eine Zwei-Nukleonen-Streuung im Vakuum abzuschätzen, so erhält man einen Wert von $\sigma \sim 20$ mb. Das Matrixelement ist direkter vergleichbar mit der In-Medium-Streuamplitude, die in [59] im Rahmen der Landau-Migdal-Theorie mit der Zustandsgleichung für die Urbana-Wechselwirkung zu $221.0 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ bestimmt wurde. Dies und die schon oben angesprochene Tatsache, daß unser Matrixelement durch die Anpassung an [51] (gemittelte) Informationen über eine realistische Nukleon-Wechselwirkung enthält, spricht dafür, daß der von uns verwendete Wert sinnvoll ist.

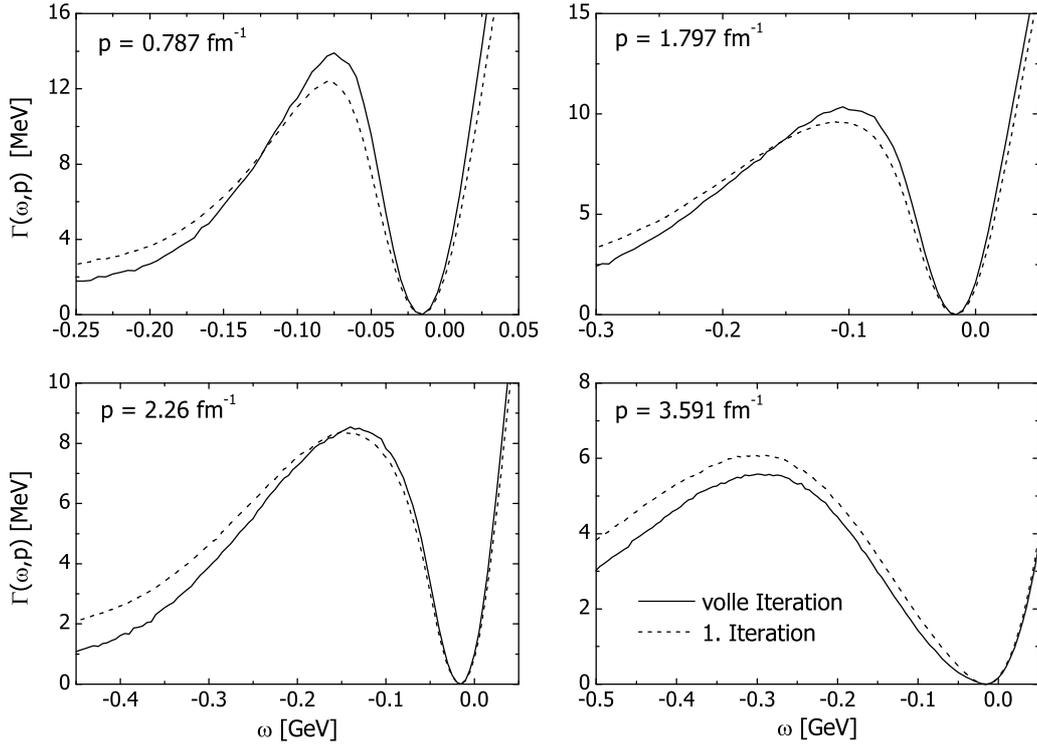


Abbildung 3.3: Nukleonbreite für verschiedene Impulse als Funktion der Energie. Gezeigt sind die Resultate nach der ersten Iteration und das voll iterierte Ergebnis.

Die gestrichelten Kurven geben das Ergebnis nach der ersten Iteration wieder, die durchgezogenen Linien zeigen die selbstkonsistenten Breiten. Die Konvergenz ist sehr schnell, und zwar schon nach der dritten Iteration erreicht. Der Unterschied zwischen beiden Kurven ist recht klein. Tendenziell liegen die voll durchiterierten Breiten im Bereich weitab der Massenschale unterhalb der Ergebnisse nach der ersten Iteration. Für $\omega = \omega_F$ verschwindet die Breite aus den in Kapitel 2.1.4 genannten Gründen. Im Teilchensektor (d.h. bei positiven Energien ω) steigen die Breiten mit zunehmender Energie an. In diesem Bereich resultiert die Breite aus Kollisionsprozessen, bei denen das Teilchen mit der Energie ω im einlaufenden Kanal auftaucht. Mit steigender Gesamtenergie im Kollisionsprozeß öffnet sich dann der Phasenraum für die auslaufenden Teilchen unbeschränkt. Hierin liegt der Grund, warum wir den Realteil der Selbstenergie durch eine Konstante U_{eff} approximieren, denn der dispersive Anteil zu $\text{Re}\Sigma^{\text{ret}}$ müßte über das Dispersionsintegral (2.29) berechnet werden. Dazu darf die Breite nicht stärker als mit ω^x mit $x < 1$ ansteigen. Selbst wenn dies erfüllt wäre, müßte die Dispersion doch über ein sehr großes ω -Intervall ausgeführt werden, um die Konvergenz des Integrals zu gewährleisten. Eine notwendige erhebliche Vergrößerung des Energie-Impuls-Gitters wäre aus numerischen Gründen nicht wünschenswert. Das Resultat im Teilchensektor ist also nicht zu gebrauchen. Die Vernachlässigung der Energie-Impuls-Abhängigkeit von $\text{Re}\Sigma^{\text{ret}}$ und die damit verbundene Verletzung der Analytizität der Selbstenergie hat natürlich Auswirkungen auf die Spektralfunktion, die im folgenden noch diskutiert werden. Ein Problem ist, daß die Spektralfunktion nicht mehr gemäß Gleichung (2.11) normiert ist.

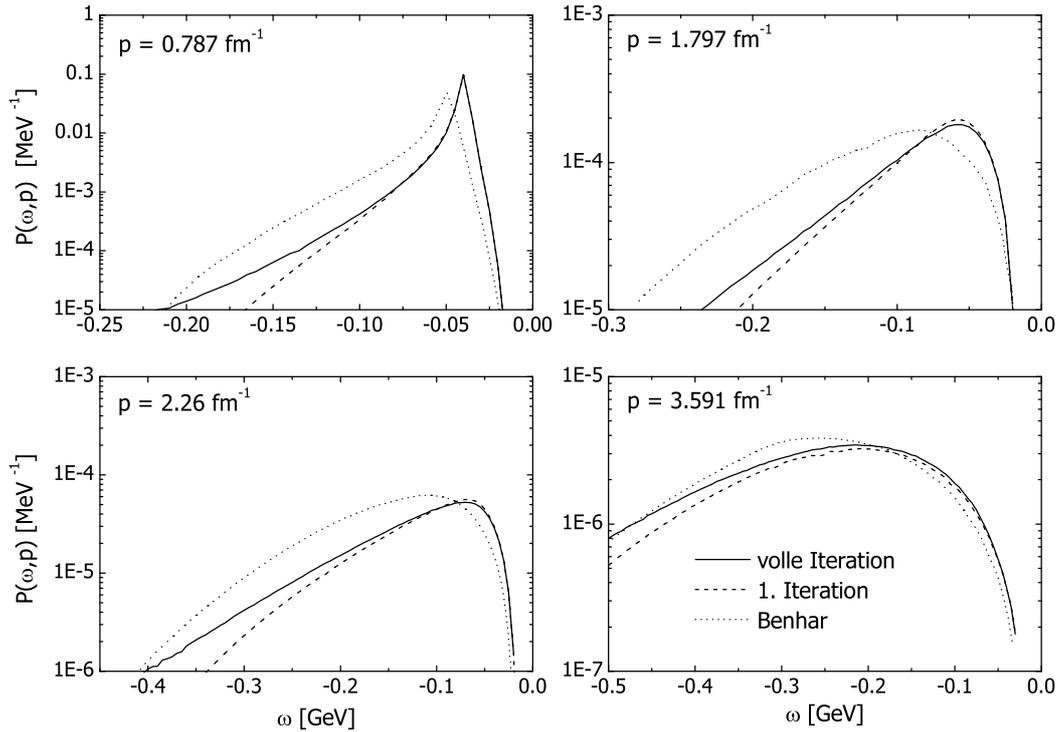


Abbildung 3.4: Impulsschnitte der Spektralfunktion. Die durchgezogenen Linien zeigen das voll iterierte Resultat, die gestrichelten die erste Iteration. Die gepunkteten Linien zeigen die Spektralfunktion aus [7, 51].

Der tiefere Grund für dieses unphysikalische Verhalten liegt in dem konstanten Matrixelement, so daß im Teilchenbereich lediglich die Phasenraumintegrale in Gleichung (3.4) maßgeblich sind. Der Vergleich mit [51] zeigt, daß die Berücksichtigung der vollen Nukleon-Wechselwirkung zu einem Absinken der Breite bei großen Energien führt, also zu einer ähnlichen Struktur wie im Lochbereich.

In Abbildung 3.4 zeigen wir Schnitte der Spektralfunktion für dieselben Impulse wie in Abbildung 3.3. Gezeigt sind wieder die Ergebnisse nach der ersten und nach der vollständigen Iteration. Der erste Impulsschnitt liegt unterhalb des Fermi-Impulses. Man sieht nun direkt den Einfluß der Korrelationen: In unkorrelierter Kernmaterie befände sich an der Onshell-Stelle $\omega = p^2/2m_N + U_{\text{eff}}$ ein deltaförmiger Peak. Dieser weist nun eine Verbreiterung auf, ist aber deutlich zu erkennen. Die Wirkung der Korrelationen ist also dahingehend, daß Stärke vom Onshell-Peak bis in Bereiche weitab der Massenschale verschoben wird. An der Fermi-Energie verschwindet die Spektralfunktion, da die Breite verschwindet³. Die anderen drei Impulsschnitte liegen oberhalb des Fermi-Impulses; der Onshell-Peak liegt hier also im nicht gezeigten Teilchensektor. Der Einfluß der Korrelationen ist so stark, daß selbst Stärke aus dem Teilchen- in den Lochbereich verschoben wird. Die spezielle Buckel-Struktur wird durch das Verschwinden der Spektralfunktion bei ω_F verursacht. Interessant ist, daß (zumindest für große Impulse) die Lage des Maximums dieser Buckel in etwa mit der Lage des dazugehörigen Onshell-Peaks korrespondiert, d.h. $\omega_{\text{onshell}} \approx -\omega_{\text{Buckel}}$. Abbildung 3.4 zeigt auch,

³Das gilt natürlich nicht für $p = p_F$.

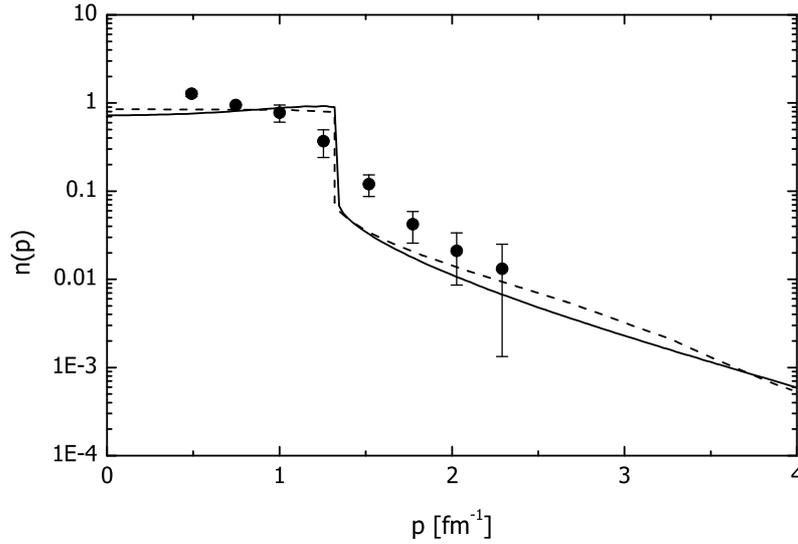


Abbildung 3.5: Impulsverteilung der Nukleonen in Kernmaterie. Die gestrichelte Linie zeigt das Resultat aus [51]. Die Datenpunkte aus der y -Scaling-Analyse stammen aus [60].

daß der Einfluß der höheren Iterationsschritte auf die Spektralfunktion sehr klein ist, nur weitab der Massenschale Auswirkungen hat und sich in einer weiteren Verschiebung von Stärke von Onshell- in den Offshell-Bereich manifestiert.

Wir vergleichen nun mit den Ergebnissen von Benhar et al. [51]. Die Übereinstimmung für alle Impulsschnitte ist angesichts der gemachten Annahmen für das Matrixelement überraschend gut. Dies führt uns zu der Folgerung, daß die Spektralfunktion im Lochsektor nicht sensitiv auf die explizite Struktur der Nukleon-Wechselwirkung ist, sondern hauptsächlich auf deren globale Stärke. Daraus folgt dann aber, daß die Struktur, also die funktionale Abhängigkeit von der Energie, hauptsächlich durch die Phasenraumintegrale in (3.4) dominiert wird. Man sollte sich nochmals vor Augen halten, daß unser transporttheoretisches Modell wesentlich einfacher ist als die komplexe Viel-Teilchen-Maschinerie, die in [7, 51] zum Einsatz kommt. Die unterschiedliche Lage der Onshell-Peaks für $p = 0.787 \text{ fm}^{-1}$ wird durch die Vernachlässigung der Impulsabhängigkeit des Realteils der retardierten Selbstenergie verursacht. Mehr dazu diskutieren wir in Abschnitt 3.6.

Mit der Spektralfunktion kann man nun die Impulsverteilung

$$n(p) = \int_{-\infty}^{\omega_F} \frac{d\omega}{2\pi} a(\omega, p) \quad (3.6)$$

berechnen, wobei über alle besetzten Zustände summiert wird. Das Ergebnis ist in Abbildung 3.5 zu sehen. Man sieht deutlich den Unterschied zu unkorrelierter Kernmaterie, in der die Impulsverteilung eine Theta-Funktion mit Stufe bei $p = p_F$ wäre. Die Korrelationen sind für die Beiträge oberhalb der Fermi-Kante verantwortlich, die sich bis weit hinaus zu großen Impulsen erstrecken. Der Vergleich mit dem Ergebnis aus [51] (gestrichelte Linie) unterstreicht nochmals unsere bisherigen Folgerungen. Die 'Daten' sind das Resultat einer y -Scaling-Analyse zur Bestimmung der Impulsverteilung in

endlichen Kernen aus $A(e, e')X$ -Experimenten [60]. Da die gezeigten Daten aus einer Extrapolation von endlichem A nach $A = \infty$ stammen, ist z.B. die charakteristische Stufe bei $p = p_F$ nicht sichtbar. In Abbildung 3.5 zeigt sich erstmals die Auswirkung der Analytizitätsverletzung in dem Anstieg der Impulsverteilung zur Fermi-Kante hin, den die Benhar-Kurve nicht aufweist. Wir werden auf den Einfluß der Analytizität im nächsten Abschnitt ausführlich zu sprechen kommen.

Eine natürliche Relation, die die Impulsverteilung erfüllen sollte, ist die Normierung

$$\int_0^\infty d^3p n(p) \stackrel{!}{=} \int_0^\infty d^3p \Theta(p_F - p) = \frac{4}{3}\pi p_F^3, \quad (3.7)$$

die zum Ausdruck bringt, daß die Korrelationen lediglich Stärke verschieben, aber nicht erzeugen oder vernichten sollten. Es sollte nicht verwunderlich sein, daß dies aufgrund der Verletzung der Analytizität in unserem Fall nicht gewährleistet ist (Abweichungen $\sim 15\%$). Für einen direkten Vergleich mit [51] haben wir daher unsere Spektralfunktion so renormiert, daß das Integral (3.7) im in Abbildung 3.5 gezeigten Impulsbereich dem über die Benhar'sche Impulsverteilung entspricht. Auf eine Neuanpassung des Matrixelements wurde verzichtet. In Abbildung 3.4 ist die gemäß Benhar renormierte Spektralfunktion $P = a(\omega, p)/2\pi$ zu sehen.

3.5 Einfluß der Analytizität

Im letzten Abschnitt haben wir gesehen, daß die Verletzung der Analytizität der Selbstenergie zu einem unphysikalischen Verhalten der Impulsverteilung (Abbildung 3.5) nahe der Fermi-Kante führt. Wir wollen unser Modell nun so erweitern, daß die Analytizität bewahrt werden kann. Dazu machen wir Gebrauch von einer weiteren Erkenntnis aus dem letzten Abschnitt, nämlich daß die Spektralfunktion bis auf geringe Unterschiede weitab der Massenschale bereits nach der ersten Iteration bestimmt ist. Im folgenden werden wir – anders als in Kapitel 3.4 – für die anfängliche Spektralfunktion eine Delta-Funktion ansetzen:

$$a^{(0)}(\omega_i, p_i) = 2\pi \delta(\omega_i - p_i^2/2m_N). \quad (3.8)$$

Dies führt dazu, daß in Gleichung (3.3) drei weitere Integrale wegfallen, so daß der gesamte Ausdruck numerisch viel einfacher zu handhaben ist. Durch die Vernachlässigung der höheren Iteration können wir auch auf die Einführung eines (ω, p) -Gitters verzichten. Bestehen bleibt dagegen das Problem, daß wir keine sinnvollen Resultate im Teilchenbereich erhalten und damit keine Dispersion zur Berechnung des Realteils der Selbstenergie durchführen können. Daher führen wir einen Formfaktor F ein, der, mit dem konstanten Matrixelement multipliziert, dafür sorgen wird, daß die Breite für große ω und/oder große p wieder abfällt. Wir wählen den Ausdruck

$$F(\omega_{\text{tot}}, \vec{p}_{\text{tot}}) = \frac{\Lambda^4}{\Lambda^4 + \left(\omega_{\text{tot}} + \frac{\vec{p}_{\text{tot}}^2}{4m_N}\right)^4} \quad (3.9)$$

mit $\omega_{\text{tot}} = \omega + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$, $\vec{p}_{\text{tot}} = \vec{p} + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$ und $\Lambda = m_N$. Der Formfaktor ist symmetrisch unter Austausch der Teilchen im Eingangs- und Ausgangskanal. Daher

kann er im Loch- und Teilchensektor in gleicher Art und Weise verwendet werden⁴. Die Struktur wurde durch Formfaktoren, wie sie im Rahmen von K -Matrix-Rechnungen (z.B. [61]) verwendet werden, motiviert. Sie spielt aber letztendlich für die Analytizität keine Rolle.

Der Realteil der retardierten Selbstenergie besteht gemäß Gleichung (2.29) aus dem Hartree-Fock-Anteil Σ_{HF} , der nur vom Impuls abhängt, und eben dem dispersiven Anteil Σ_D , um den es hier geht:

$$\text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p) = \Sigma_{\text{HF}}(p) + \Sigma_D(\omega, p). \quad (3.10)$$

Im letzten Abschnitt haben wir den dispersiven Anteil vernachlässigt, den Mean-Field-Beitrag durch ein konstantes 'effektives Potential' U_{eff} ersetzt und somit die komplette Impuls- und Energieabhängigkeit vernachlässigt. Die Energieabhängigkeit, allein durch Σ_D bestimmt, wird nun einbezogen. Der statische Mean-Field-Anteil wird weiterhin durch eine Konstante Σ_0 approximiert. Diese Konstante kann durch eine Redefinition der Energieskala $\omega \rightarrow \omega + \Sigma_0$ absorbiert werden. Relativ zu Abschnitt 3.4 ist die Skala daher um $U_{\text{eff}} = 0.0526$ GeV verschoben.

Wir fordern zunächst, daß der Realteil der Selbstenergie *auf der Massenschale* allein durch Σ_0 gegeben ist oder – auf der neuen Energieskala – verschwindet:

$$\begin{aligned} \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(p^2/2m_N, p) \stackrel{!}{=} 0 &= \Sigma_{\text{HF}}(p) + \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{\Gamma(\omega', p)}{\omega - p^2/2m_N} \\ \Leftrightarrow \Sigma_{\text{HF}}(p) &= -\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{\Gamma(\omega', p)}{p^2/2m_N - \omega'}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Es gilt also für den vollen Realteil:

$$\begin{aligned} \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p) &= \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \Gamma(\omega', p) \left(\frac{1}{\omega - \omega'} - \frac{1}{p^2/2m_N - \omega'} \right) \\ &= \left(\frac{p^2}{2m_N} - \omega \right) \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{\Gamma(\omega', p)}{(p^2/2m_N - \omega')(\omega - \omega')} \end{aligned}$$

Obige Forderung ist also gleichbedeutend mit der Verwendung einer subtrahierten Dispersionsrelation zur Bestimmung von Σ_D .

3.5.1 Selbstenergien mit Delta-Funktionen

Wir wenden uns nun der Berechnung der Selbstenergien zu und führen die Rechnung anhand von $\Sigma^<$ vor. Wir ersetzen die Spektralfunktionen in (3.3) durch die Delta-Funktionen (3.8):

$$\begin{aligned} -i\Sigma^<(\omega, p) &= \frac{g}{(2\pi)^8} (2\pi)^3 \int d^4p_2 d^4p_3 d^4p_4 \delta^4(p + p_2 - p_3 - p_4) \overline{|\mathcal{M}|^2} \\ &\quad \times \delta(\omega_2 - E_2) \Theta(\omega_2 - \omega_F) \delta(\omega_3 - E_3) \Theta(\omega_F - \omega_3) \delta(\omega_4 - E_4) \Theta(\omega_F - \omega_4) \end{aligned} \quad (3.12)$$

⁴Geht man vom Teilchen- in den Lochsektor, so werden ein- und auslaufende Impulse vertauscht, siehe Abbildung 2.5.

mit $E_i = p_i^2/2m_N + U(p_i)$. Hierbei haben wir (in weiser Voraussicht auf Kapitel 3.6) die Möglichkeit einer Erweiterung des Modells dahingehend offengelassen, daß der Realteil der Selbstenergie auf der Massenschale *nicht* verschwindet und eine Impulsabhängigkeit hat. Das Matrixelement $\overline{|\mathcal{M}|^2}$ beinhaltet nun den Formfaktor (3.9):

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = F(\omega_{\text{tot}}, \vec{p}_{\text{tot}})^2 \cdot \overline{|\mathcal{M}_0|^2}.$$

Dabei verwenden wir weiterhin den Wert $\overline{|\mathcal{M}_0|^2} = 207 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ aus dem letzten Kapitel. Wir führen zunächst die Integrationen über die Energien aus:

$$\begin{aligned} -i\Sigma^<(\omega, p) &= C \int d^3p_2 d^3p_3 d^3p_4 \delta(\omega + E_2 - E_3 - E_4) \delta^3(\vec{p} + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) F(\omega_{\text{tot}}, \vec{p}_{\text{tot}})^2 \\ &\quad \times \Theta(E_2 - \omega_F) \Theta(\omega_F - E_3) \Theta(\omega_F - E_4) \end{aligned}$$

mit der Abkürzung

$$C := \frac{g}{(2\pi)^8} (2\pi)^3 \overline{|\mathcal{M}_0|^2}.$$

Die Delta-Funktion mit dem Dreierimpuls ermöglicht die Integration über \vec{p}_2 :

$$\begin{aligned} -i\Sigma^<(\omega, p) &= C \int d^3p_3 d^3p_4 \delta(\omega - E_3 - E_4 + (\vec{p}_3 + \vec{p}_4 - \vec{p})^2/2m_N + U(|\vec{p}_3 + \vec{p}_4 - \vec{p}|)) \\ &\quad \times F(\omega_{\text{tot}}, \vec{p}_{\text{tot}})^2 \Theta(E_3 + E_4 - \omega - \omega_F) \Theta(\omega_F - E_3) \Theta(\omega_F - E_4). \end{aligned}$$

Wir führen nun Schwerpunkts- und Relativimpulse sowie geeignete Winkel ein:

$$\begin{aligned} \vec{k} &:= \frac{\vec{p}_3 + \vec{p}_4}{2} & \vec{q} &:= \vec{p}_3 - \vec{p}_4 \\ x &:= \frac{\vec{k} \cdot \vec{p}}{k \cdot p} & y &:= \frac{\vec{k} \cdot \vec{q}}{k \cdot q}, \end{aligned}$$

womit wir schreiben können

$$\begin{aligned} -i\Sigma^<(\omega, p) &= C \cdot (2\pi)^2 \int dk dq dx dy k^2 q^2 F(\omega_{\text{tot}}, \vec{p}_{\text{tot}})^2 & (3.13) \\ &\quad \times \delta\left(\omega - \frac{k^2}{m_N} - \frac{q^2}{4m_N} - U(\sqrt{k^2 + q^2/4 + kqy}) - U(\sqrt{k^2 + q^2/4 - kqy})\right. \\ &\quad \quad \quad \left. + \frac{p^2 + 4k^2 - 4pkx}{2m_N} + U(\sqrt{p^2 + 4k^2 - 4pkx})\right) \\ &\quad \times \Theta\left(\omega_F - \frac{1}{2m_N}(k^2 + \frac{1}{4}q^2 + kqy) - U(\sqrt{k^2 + q^2/4 + kqy})\right) \\ &\quad \times \Theta\left(\omega_F - \frac{1}{2m_N}(k^2 + \frac{1}{4}q^2 - kqy) - U(\sqrt{k^2 + q^2/4 - kqy})\right) \\ &\quad \times \Theta\left(\frac{1}{m_N}(k^2 + \frac{1}{4}q^2) + U(\sqrt{k^2 + q^2/4 + kqy}) + U(\sqrt{k^2 + q^2/4 - kqy}) - \omega - \omega_F\right). \end{aligned}$$

Wir haben den Potentialterm U bisher nur für die späteren Anwendungen in Kapitel 3.6 mitgenommen. Wir lassen ihn jetzt aber gemäß Gleichung (3.11) wieder weg. Dadurch

tritt eine enorme Vereinfachung ein:

$$\begin{aligned}
-i\Sigma^<(\omega, p) &= C \cdot (2\pi)^2 \int dk dq dx dy k^2 q^2 \\
&\quad \times \delta(\omega + k^2/m_N - q^2/4m_N + p^2/2m_N - 2pkx/m_N) \\
&\quad \times F(\omega_{\text{tot}}, \vec{p}_{\text{tot}})^2 \Theta(2k^2 + q^2/2 - 2m_N\omega - p_F^2) \\
&\quad \times \Theta(p_F^2 - k^2 - q^2/4 - kqy) \Theta(p_F^2 - k^2 - q^2/4 + kqy),
\end{aligned}$$

wobei wir $p_F^2 = 2m_N\omega_F$ gesetzt haben. Die verbleibende Delta-Funktion kann dazu verwendet werden, die x -Integration auszuführen. Dabei gilt

$$\delta\left(\omega + \frac{k^2}{m_N} - \frac{q^2}{4m_N} + \frac{p^2}{2m_N} - \frac{2pkx}{m_N}\right) = \frac{m_N}{2pk} \delta(x - x_0)$$

mit $x_0 = (m_N/2pk)(\omega + k^2/m_N - q^2/4m_N + p^2/2m_N)$, und es folgt aufgrund der Invarianz des Integranden unter $y \rightarrow -y$

$$\begin{aligned}
-i\Sigma^<(\omega, p) &= C \cdot 8\pi^2 \int_0^\infty dk \int_0^\infty dq \int_0^1 dy \frac{kq^2 m_N}{2p} F^2 \Theta(2k^2 + q^2/2 - 2m_N\omega - p_F^2) \quad (3.14) \\
&\quad \times \Theta(1 - x_0) \Theta(x_0 + 1) \Theta(p_F^2 - k^2 - q^2/4 + kqy) \Theta(p_F^2 - k^2 - q^2/4 - kqy).
\end{aligned}$$

Die Theta-Funktionen, in denen x_0 auftaucht, sorgen dafür, daß den Grenzen der x -Integration Rechnung getragen wird.

Die y -Integration kann ebenfalls ausgeführt werden. Dazu betrachten wir den y -abhängigen Teil des Integrals

$$\int_0^1 dy \Theta(a - by) \Theta(a + by)$$

mit $a = p_F^2 - k^2 - q^2/4$ und $b = kq$. Die Theta-Funktionen ergeben die Bedingungen $a > by$ bzw. $by > -a$. Der Integrationsbereich beschränkt $y \in [0, 1]$. Daher wird die erste Bedingung zu $a > 0$ und die zweite zu $b > -a$, was aber schon aus der ersten Bedingung und der Tatsache, daß $b = kq \geq 0$ sein muß (Integrationsbereiche von k, q), folgt. Die Theta-Funktionen sind – was die Bedingungen für die untere Grenze von a angeht – konsistent mit $\Theta(a)$. Zur Untersuchung der oberen Grenze betrachten wir die zwei Möglichkeiten $a \geq b$ und $a < b$. Im ersten Fall spielt die erste Theta-Funktion $\Theta(a - by)$ keine Rolle, da y nur bis 1 läuft. Im zweiten Fall dagegen schneidet sie den Integrationsbereich von y bei a/b ab. Es gilt also

$$\begin{aligned}
\int_0^1 dy \Theta(a - bx) \Theta(a + bx) &= \int_0^1 dy \Theta(a) [\Theta(a - b) + \Theta(b - a) \Theta(a/b - y)] \\
&= \Theta(a) \left[\int_0^1 dy \Theta(a - b) + \int_0^{a/b} dy \Theta(b - a) \right] \\
&= \Theta(a) \left[\Theta(a - b) + \frac{a}{b} \Theta(b - a) \right].
\end{aligned}$$

Damit finden wir nun

$$\begin{aligned}
-i\Sigma^<(\omega, p) &= C \cdot 8\pi^2 \int_0^\infty dk \int_0^\infty dq \frac{kq^2 m_N}{2p} F^2 \Theta(2k^2 + q^2/2 - 2m_N\omega - p_F^2) \\
&\quad \times \Theta(1 - x_0) \Theta(x_0 + 1) \Theta(p_F^2 - k^2 - q^2/4) \\
&\quad \times \left[\Theta(p_F^2 - k^2 - q^2/4 - kq) + \frac{p_F^2 - k^2 - q^2/4}{kq} \Theta(kq - p_F^2 + k^2 + q^2/4) \right].
\end{aligned}$$

Für die Theta-Funktionen in der eckigen Klammer gilt wegen

$$p_F^2 - k^2 - q^2/4 - kq = p_F^2 - (k - q/2)^2 > 0 \Leftrightarrow p_F > k - q/2$$

auch

$$\Theta(p_F^2 - k^2 - q^2/4 - kq) = \Theta(p_F - k - q/2), \quad \Theta(kq - p_F^2 + k^2 + q^2/4) = \Theta(k + q/2 - p_F),$$

womit wir das Endergebnis erhalten:

$$\begin{aligned}
-i\Sigma^<(\omega, p) &= \frac{2g}{(2\pi)^3} |\overline{\mathcal{M}_0}|^2 \int_0^\infty dk \int_0^\infty dq \frac{kq^2 m_N}{2p} F^2 \Theta(2k^2 + q^2/2 - 2m_N\omega - p_F^2) \\
&\quad \times \Theta(1 - x_0) \Theta(x_0 + 1) \Theta(p_F^2 - k^2 - q^2/4) \\
&\quad \times \left[\Theta(p_F - k - q/2) + \frac{p_F^2 - k^2 - q^2/4}{kq} \Theta(k + q/2 - p_F) \right]. \quad (3.15)
\end{aligned}$$

Günstigerweise kann man mit Hilfe der Theta-Funktionen Grenzen für k, q abschätzen. Wegen $\Theta(p_F^2 - k^2 - q^2/4)$ kann weder k noch $q/2$ den Fermi-Impuls p_F überschreiten. Damit zeigt sich sehr schön, daß der Phasenraum für die Endzustände im Lochsektor für alle ω und p beschränkt ist.

Nachdem dieselbe Rechnung auch für $\Sigma^>$ durchgeführt wurde, ergibt sich

$$\begin{aligned}
i\Sigma^>(\omega, p) &= \frac{2g}{(2\pi)^3} |\overline{\mathcal{M}_0}|^2 \int_0^\infty dk \int_0^\infty dq \frac{kq^2 m_N}{2p} F^2 \Theta(-2k^2 - q^2/2 + 2m_N\omega + p_F^2) \\
&\quad \times \Theta(1 - x_0) \Theta(x_0 + 1) \Theta(-p_F^2 + k^2 + q^2/4) \\
&\quad \times \left[\Theta(-p_F + k - q/2) - \frac{p_F^2 - k^2 - q^2/4}{kq} \Theta(-k + q/2 + p_F) \right]. \quad (3.16)
\end{aligned}$$

Die für die oberen Integrationsgrenzen von k, q relevanten Informationen stecken diesmal in der ersten Theta-Funktion:

$$2m_N\omega + p_F^2 > 2k^2 + q^2/2.$$

Hier sieht man, daß der Phasenraum mit steigender Energie ω ebenfalls ansteigt, wodurch letztenendes der Anstieg der Breite im Teilchensektor verursacht wird. Wir

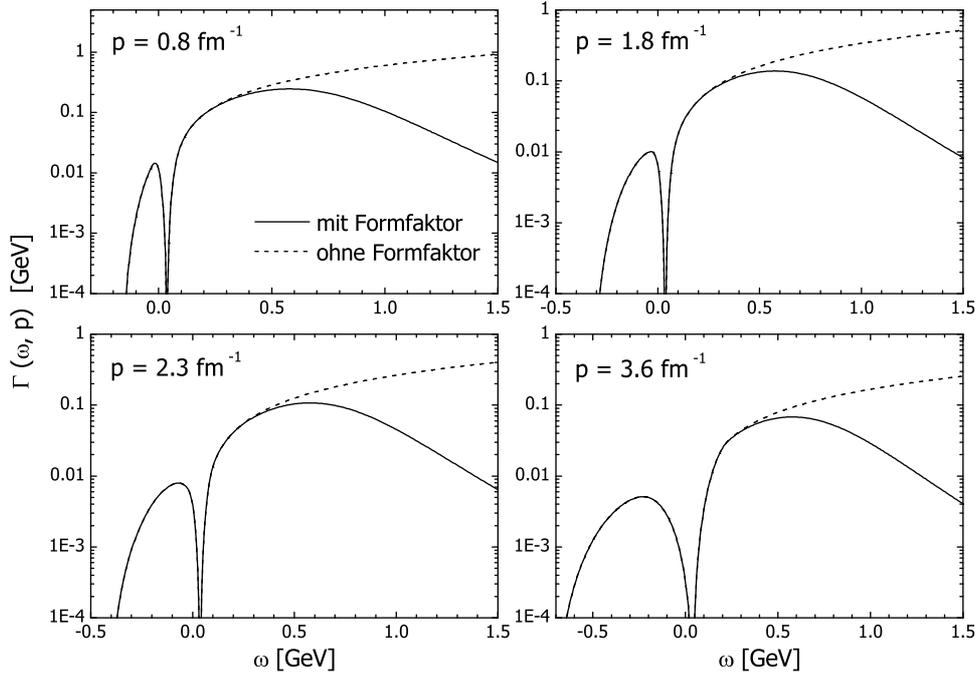


Abbildung 3.6: Nukleonbreite als Funktion der Energie für verschiedene Impulsschnitte. Gezeigt sind Rechnungen mit (durchgezogene Linien) und ohne Formfaktor (gestrichelte Linien).

müssen also hoffen, daß der Formfaktor gute Arbeit leistet. Dieser ist als Funktion von k, q gegeben durch

$$F(\omega_{\text{tot}}, \vec{p}_{\text{tot}}) = \frac{\Lambda^4}{\Lambda^4 + \left(\frac{2k^2}{m_N} + \frac{q^2}{4m_N} \right)^4}.$$

Im Vergleich zu Ausdruck (3.4) sind (3.15) und (3.16) für die erste Iteration numerisch erheblich einfacher zu handhaben. Insbesondere sind die Theta-Funktionen sehr einfach zu implementieren.

3.5.2 Resultate

In Abbildung 3.6 zeigen wir nun die Breite für verschiedene Impulsschnitte als Funktion der Energie. Die Fermi-Energie liegt auf der verwendeten Skala bei $\omega_F = p_F^2/2m_N = 0.0366$ GeV. Das globale Verhalten gleicht dem in Abbildung 3.3. Die Wirkungsweise des Formfaktors ist deutlich erkennbar: Während der Lochsektor praktisch unbeeinflusst bleibt, wird die Breite bei großen positiven Energien heruntergedrückt. Das Verhalten im Lochbereich ist überaus begrüßenswert, denn mit den Resultaten dort waren wir recht zufrieden. Der Grund dafür findet sich in der vierten Theta-Funktion in Gleichung (3.15), die die Impulse abschneidet: Wegen $p_F^2 > k^2 + q^2/4$ gilt $2p_F^2 > 2k^2 + q^2/2 > 2k^2 + q^2/4$ und daher ist für $\omega < \omega_F$

$$F > \frac{\Lambda^4}{\Lambda^4 + (2p_F^2/m_N)^4} \approx 0.9994. \quad (3.17)$$

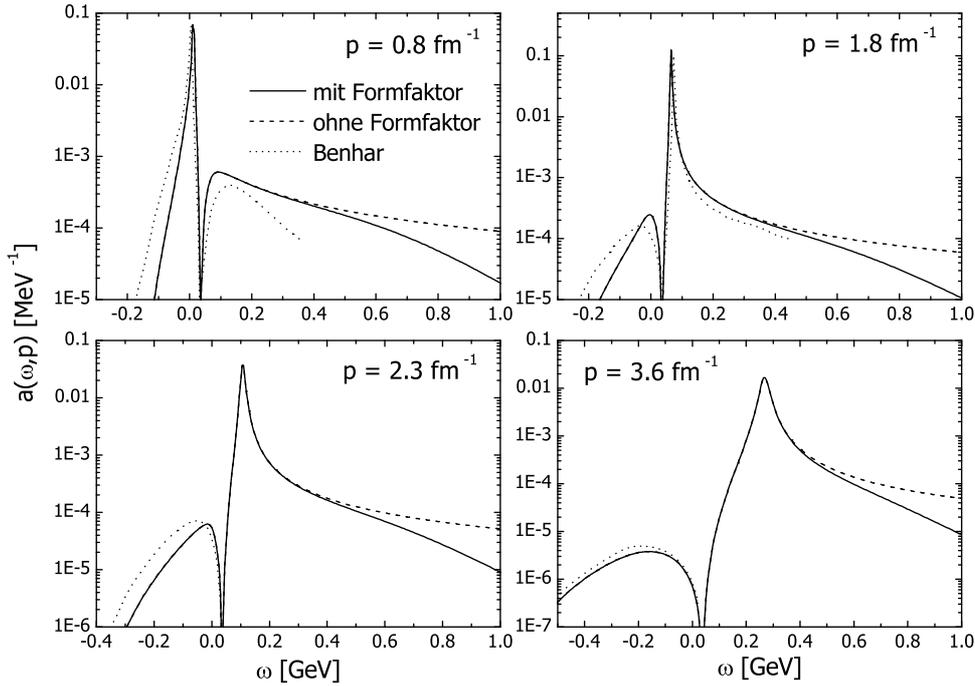


Abbildung 3.7: Teilchen- und Loch-Spektralfunktion mit (durchgezogen) und ohne (gestrichelt) Formfaktor für verschiedene Impulsschnitte. Die gepunkteten Linien stammen von Benhar et al. [7, 51].

Die maximale Breite im Teilchensektor liegt etwa eine Größenordnung oberhalb der Breite im Lochsektor. Für die Resultate von Benhar et al. [51] gilt dies nur für große Impulse, oberhalb von p_F . Unterhalb sind die maximalen Teilchen- und Lochbreiten in etwa gleich. Prinzipiell ist es natürlich möglich, den Formfaktor so zu wählen, daß die Benhar-Ergebnisse für die Breiten reproduziert werden. Da wir aber hauptsächlich am Lochsektor interessiert sind und die Spektralfunktion dort weder vom Formfaktor noch von der Analytizität der Selbstenergie stark beeinflusst wird (siehe weiter unten), verzichten wir darauf. Viel wertvoller ist die Eigenschaft (3.17) des Formfaktors.

In Abbildung 3.7 zeigen wir den Einfluß des Formfaktors auf die Spektralfunktion, berechnet ohne den Realteil⁵ der Selbstenergie. Ähnlich wie bei der Breite ändern sich die Ergebnisse mit Formfaktor für $\omega < \omega_F$ gar nicht und oberhalb von ω_F nur bei großen Energien. Die gepunkteten Linien zeigen die Ergebnisse von Benhar et al., für die beiden kleinen Impulse auch im Teilchen-Sektor. Dort zeigen sich für den Impulsschnitt bei $p = 0.8 \text{ fm}^{-1}$ ($< p_F$) wie schon angekündigt deutliche Unterschiede. Die Insensitivität der Loch-Spektralfunktion auf den Formfaktor hat natürlich zur Folge, daß auch die Impulsverteilung, berechnet gemäß (3.6) ohne $\text{Re}\Sigma$, sich nicht ändert.

Die Unterdrückung der Breite für große ω reicht aus, um das Dispersionsintegral auszurechnen. In Abbildung 3.8 zeigen wir den Real- und den Imaginärteil der retardierten Selbstenergie. Der Verlauf des Realteils sieht dem einer Breit-Wigner-Funktion sehr ähnlich, was durch den dominanten Peak in der Breite bei positiven Energien

⁵Ohne Realteil' bedeutet hier lediglich, daß gemäß (3.11) der dispersive Anteil Σ_D weggelassen wird. Aufgrund der Wahl der Energieskala führt dies aber auf das gleiche hinaus.

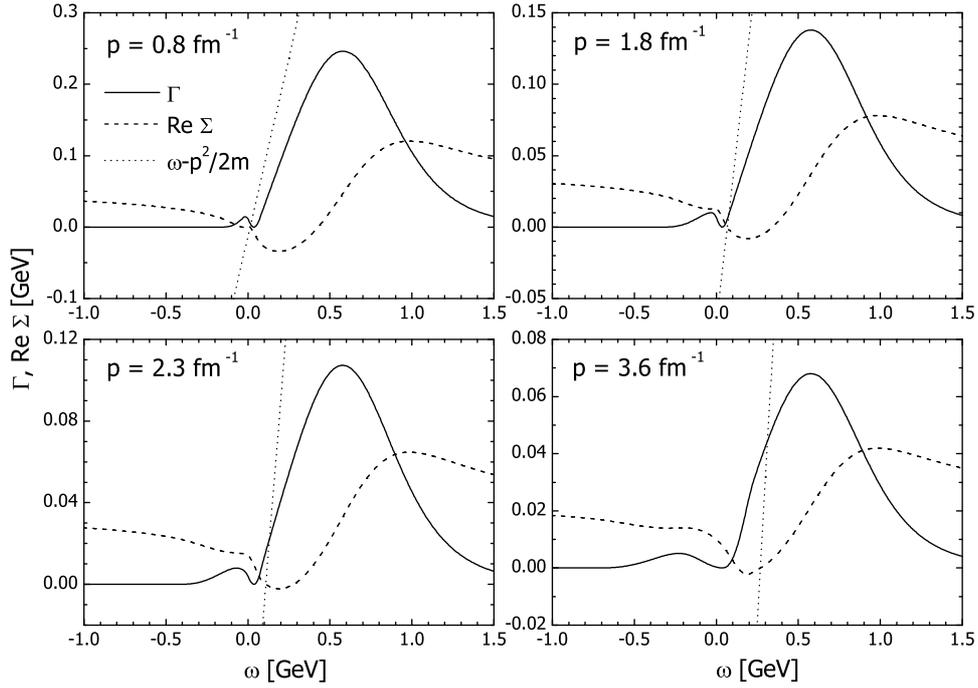


Abbildung 3.8: Real- und Imaginärteil der retardierten Selbstenergie. Die gepunkteten Linien zeigen die Offshellness $\omega - p^2/2m_N$.

hervorgerufen wird. Wie auch die Breite selbst, hängt der dispersive Realteil stark von dem Formfaktor ab. Man sieht, daß – wie gefordert – $\text{Re}\Sigma$ auf der Massenschale jeweils verschwindet.

Der Einfluß der Analytizität auf die Spektralfunktion ist in Abbildung 3.9 zu sehen. Generell sind die Auswirkungen klein. Das hängt damit zusammen, daß der Realteil der Selbstenergie in der Spektralfunktion in der Kombination $\omega - p^2/2m_N - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p)$ auftritt. Nach Konstruktion verschwindet der Unterschied der beiden Kurven, wenn die Offshellness $\omega - p^2/2m_N$ klein ist (d.h. nahe der Massenschale). Außerhalb steigt die Offshellness viel stärker an als $\text{Re}\Sigma$ (siehe gepunktete Linien in Abbildung 3.8). Es sollte betont werden, daß ein realistischeres Verhalten der Breiten im Teilchenbereich (d.h. insgesamt *kleinere* Breiten) dazu führen würde, daß auch der Realteil der Selbstenergie (betragsmäßig) kleiner wäre. Daher wird der Einfluß auf die Spektralfunktion mit realistischeren Teilchenbreiten eher kleiner sein.

Die Spektralfunktion ist also nicht besonders sensitiv auf die Analytizität. Die relevanten Größen sind hier eher integrale Größen wie die Impulsverteilung (3.6) und die Normierung (2.11). In Abbildung 3.10 zeigen wir zunächst $n(p)$ mit und ohne $\text{Re}\Sigma$. Im oberen Teil der Abbildung sieht man sehr gut das unphysikalische Ansteigen der Kurve ohne $\text{Re}\Sigma$ zur Fermi-Kante hin. Das Resultat mit analytischer Selbstenergie fällt dagegen zur Fermi-Kante hin leicht ab. Dasselbe Verhalten zeigt auch die Kurve von Benhar. Die Normierung der *Impulsverteilung* (3.7) wird durch diese beiden Kurven erfüllt, was offensichtlich eine Folge der Analytizität ist. Die Kurve ohne $\text{Re}\Sigma$ verletzt

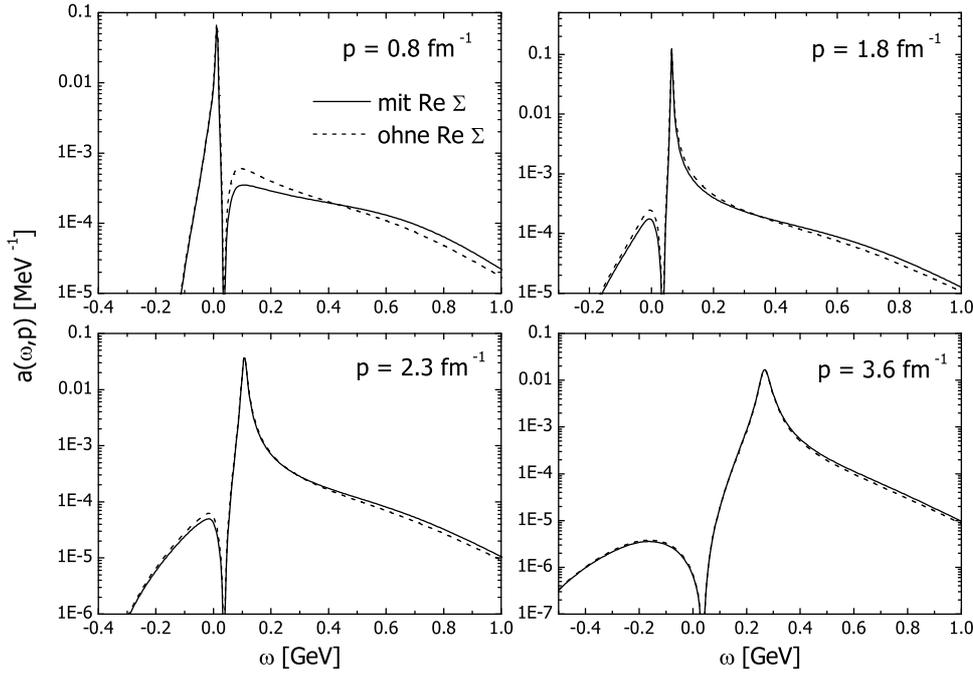


Abbildung 3.9: Einfluß der Analytizität auf die Spektralfunktion. Zu sehen sind die Impulsschnitte der Spektralfunktion mit und ohne $\text{Re}\Sigma$.

diese Vorschrift um etwa 15% (siehe Abschnitt 3.4.2). Der Einfluß auf die Normierung der *Spektralfunktion* ist im unteren Teil von Abbildung 3.10 zu sehen. Während das analytizitätsverletzende Resultat im Bereich der Fermi-Kante Abweichungen bis zu 30% aufweist, ist die volle Spektralfunktion (bis auf numerische Schwankungen) perfekt normiert.

Wir betrachten nun noch den Z -Faktor

$$Z(\omega, p) = \frac{1}{1 - \frac{\partial}{\partial \omega} \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p)} = \frac{1}{1 - \frac{\partial}{\partial \omega} \Sigma_{\text{D}}(\omega, p)}. \quad (3.18)$$

Auf der Massenschale handelt es sich hierbei um den spektroskopischen Faktor, der Auskunft über die Verlagerung von Ein-Teilchen-Stärke in komplexere Viel-Teilchen-Konfigurationen gibt. In Abbildung 3.11 zeigen wir den Z -Faktor für $\omega = p^2/2m_N$ zusammen mit dem Ergebnis aus [51]. Der Z -Faktor fällt im Bereich der Fermi-Kante ab, allerdings nicht so stark wie das Benhar-Ergebnis. Für $p = p_F$ hat der Z -Faktor auf der Massenschale noch eine andere Bedeutung: Es läßt sich zeigen [62], daß

$$Z(p_F^2/2m_N, p_F) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (n(p_F + \varepsilon) - n(p_F - \varepsilon)),$$

also gleich der Höhe des Sprungs der Impulsverteilung an der Fermi-Kante ist. Der Wert von $Z(p_F) \sim 0.76$ gibt in der Tat die Höhe der Stufe in Abbildung 3.10 wieder. Der etwas geringere Wert der Benhar-Rechnungen von $Z(p_F) \sim 0.7$ wird durch die stärkere Absenkung der Impulsverteilung knapp unterhalb von p_F verursacht.

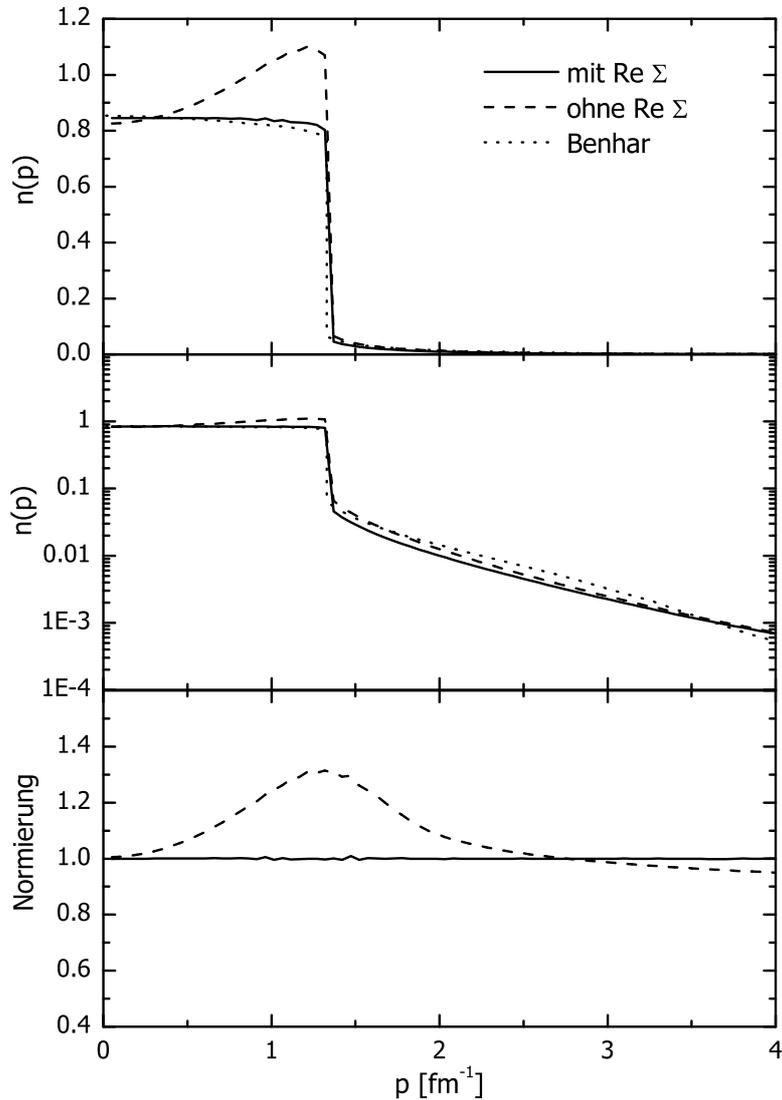


Abbildung 3.10: Oben und Mitte: Impulsverteilung mit (durchgezogen) und ohne (gestrichelt) $\text{Re}\Sigma$. Die gepunktete Kurve zeigt das Resultat von Benhar et al. [51]. Unten: Normierung der Spektralfunktion mit und ohne $\text{Re}\Sigma$.

3.6 Impulsabhängigkeit des Mean-Field-Beitrags

Bislang haben wir die Impulsabhängigkeit des Realteils der retardierten Selbstenergie nur soweit berücksichtigt, wie sie durch den dispersiven Beitrag Σ_D in Gleichung (3.10) beschrieben wird. Der Mean-Field-Beitrag wurde bislang als konstant vorausgesetzt und in der Definition der Energieskala absorbiert. Auf der Massenschale gilt für die Ein-Teilchen-Energie

$$\omega = \frac{p^2}{2m_N} + \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(p) =: \frac{p^2}{2m_N} + U(p).$$

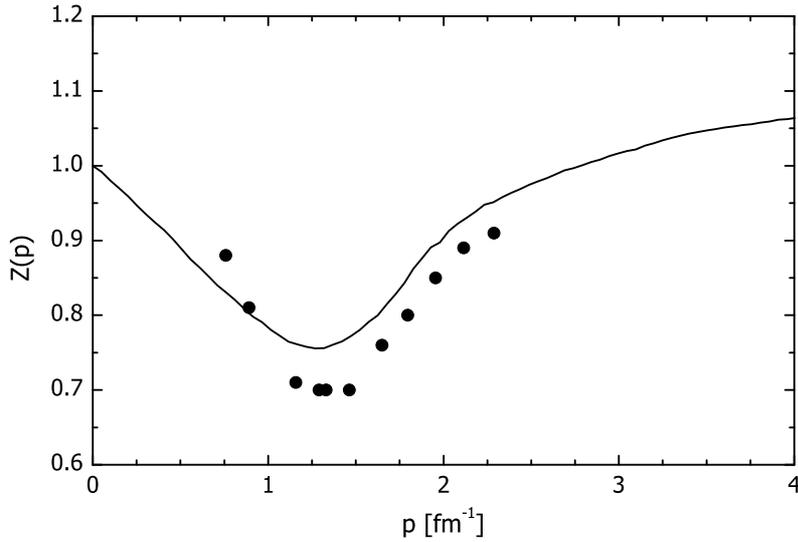


Abbildung 3.11: Z -Faktor in Kernmaterie, berechnet auf der Massenschale. Zum Vergleich werden die Resultate aus [51] (Punkte) gezeigt.

In der Literatur finden sich Parametrisierungen für die Dichte- und Impulsabhängigkeit von $U(p)$. Eine solche von Welke et al. [63] vorgeschlagene nichtrelativistische Version, die aus einem dichteabhängigen Skyrme-Anteil und einem zusätzlichen impulsabhängigen Term besteht, findet auch Anwendung im BUU-Modell und wird später noch genauer vorgestellt (Kapitel 4.2):

$$U(\vec{p}, \rho) = A \frac{\rho}{\rho_0} + B \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\tau + \frac{2C}{\rho_0} g \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \frac{\Theta(p_F(\rho) - p)}{1 + \left(\frac{\vec{p} - \vec{p}'}{L} \right)^2} \quad (3.19)$$

mit den in in Tabelle 4.1 abgebildeten Parametern A, B, C, τ, L (Parametersatz (MM)) und der Sättigungsdichte ρ_0 . Das Integral kann analytisch ausgewertet werden (siehe Kapitel 4.2) und hängt für feste Dichte nur vom Betrag des Impulses p ab.

Wir werden nun also ähnlich wie in Gleichung (3.11) fordern, daß auf der Massenschale die Bedingung

$$\text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(E, p) \stackrel{!}{=} U(p) \quad (3.20)$$

mit

$$E = \frac{p^2}{2m_N} + U(p) \quad (3.21)$$

erfüllt ist. Zunächst berechnen wir die Selbstenergien, wobei die Massenschalen-Energien in den Delta-Funktionen durch (3.21) gegeben sind. Wir können bei der Berechnung von $-i\Sigma^<$ bei Gleichung (3.13) einsteigen. Der weiteren Auswertung der Integrale steht nun ein Hindernis im Weg: In den Näherungen des letzten Abschnitts (d.h. Vernachlässigung von $U(p)$) konnten wir mit der verbliebenen Delta-Funktion die x -Integration leicht ausführen. Nun allerdings ist der Ausdruck in der Delta-Funktion eine höchst komplizierte Funktion von x (wie auch von allen anderen verbliebenen

Integrationsvariablen). Wir nutzen die Relation

$$\delta(f(x)) = \frac{1}{|f'(x_0)|} \delta(x - x_0)$$

mit $f(x_0) = 0$ aus. Es gilt

$$f(x) = \omega + \frac{k^2}{m_N} - \frac{q^2}{4m_N} + \frac{p^2}{2m_N} - U_+ - U_- - \frac{2pkx}{m_N} + U_2$$

mit

$$U_{\pm} := U(\sqrt{k^2 + q^2/4 \pm kqy}), \quad U_2 := U(\sqrt{p^2 + 4k^2 - 4pkx}).$$

Die x -Abhängigkeit tritt nur in den beiden letzten Termen auf; U_2 hängt nur über den Impuls $p_2 = \sqrt{p^2 + 4k^2 - 4pkx}$ von x ab. Daher ergibt sich

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{2pk}{m_N} - \frac{2pk}{p_2(x)} \frac{\partial U_2(p_2(x))}{\partial p_2}.$$

Die Ableitung von U_2 nach p_2 ist analytisch durchführbar (siehe Gleichung (4.10)). Die Nullstelle x_0 muß dagegen numerisch gefunden werden. Um sicherzustellen, daß x_0 sich im Integrationsbereich befindet, müssen zwei Theta-Funktionen $\Theta(x_0 + 1)\Theta(1 - x_0)$ eingefügt werden. Es verbleiben also die Ausdrücke

$$\begin{aligned} \mp i\Sigma^{\leq}(\omega, p) &= 4\pi^2 \cdot C \int_0^{\infty} dk \int_0^{\infty} dq \int_{-1}^1 dy \frac{kq^2}{2p} \left| \frac{1}{m_N} + \frac{1}{p_2(x_0)} \frac{\partial U_2(p_2(x_0))}{\partial p_2} \right|^{-1} F^2 \\ &\times \Theta \left(\pm \left(\omega_F - \frac{k^2}{2m_N} - \frac{q^2}{8m_N} - \frac{kqy}{2m_N} - U_+(k, q, y) \right) \right) \Theta(x_0 + 1) \Theta(1 - x_0) \\ &\times \Theta \left(\pm \left(\omega_F - \frac{k^2}{2m_N} - \frac{q^2}{8m_N} + \frac{kqy}{2m_N} - U_-(k, q, y) \right) \right) \\ &\times \Theta \left(\pm \left(\frac{k^2}{m_N} + \frac{q^2}{4m_N} + U_+(k, q, y) + U_-(k, q, y) - \omega - \omega_F \right) \right). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Im Vergleich zu (3.15) muß die y -Integration ebenfalls numerisch ausgeführt werden. Wir verwenden denselben Formfaktor wie im letzten Abschnitt. Der Realteil der Selbstenergie ergibt sich aus Gleichung (3.19), dem Dispersionsintegral über die Breiten und der Forderung (3.20). Der Unterschied zu (3.14) liegt vor allem in dem Faktor

$$M^* = \left| \frac{1}{m_N} + \frac{1}{p_2(x_0)} \frac{\partial}{\partial p_2} U_2(p_2(x_0)) \right|^{-1}, \quad (3.23)$$

der die Nukleonenmasse m_N ersetzt und in Abbildung 3.13 als Funktion des Impulses p_2 zu sehen ist. Da U_2 eine streng monoton steigende Funktion des Impulses ist (siehe Abbildung 4.1 unten), ist $M^* < m_N$, und wir erhalten unter Verwendung desselben Matrixelements wie im letzten Abschnitt Breiten, die kleiner sind. Dies macht eine Neuanpassung des Matrixelements um einen Faktor zwei notwendig.

Wir zeigen in Abbildung 3.12 nun die Spektralfunktion für die vier Impulsschnitte, wobei wir das ursprüngliche Matrixelement mit einem Faktor zwei multipliziert

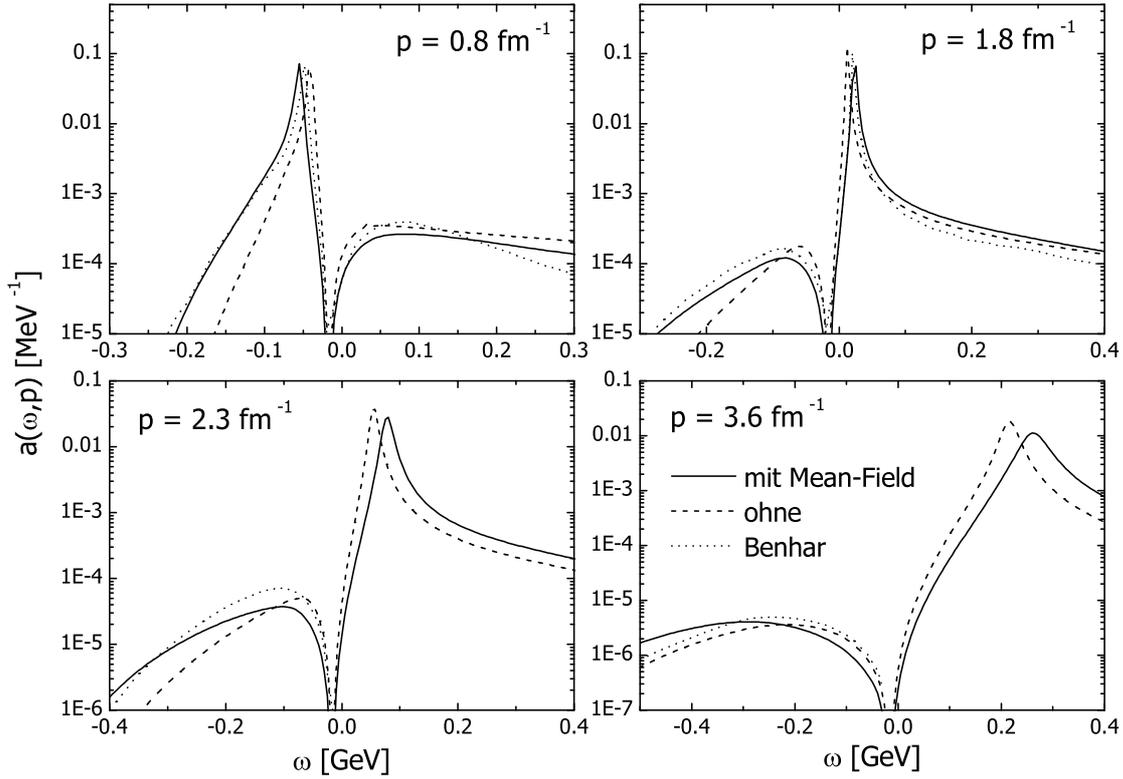


Abbildung 3.12: Spektralfunktion mit impulsabhängigem Mean-Field-Anteil im Vergleich zu den Resultaten aus Abschnitt 3.5 und aus [7, 51].

haben. Zum besseren Vergleich wurden die Spektralfunktionen aus dem letzten Abschnitt um den Potentialwert $U(p = p_F) = -0.0526$ GeV verschoben (d.h. die Fermi-Energien der beiden Energieskalen wurden aufeinander geschoben). Insgesamt sind die Unterschiede zwischen unseren beiden Rechnungen gering. Die Spektralfunktionen mit impulsabhängigem Mean-Field ragen etwas weiter zu negativen großen Energien hinaus. Auffällig sind die unterschiedlichen Peakpositionen. Die für die Impulsschnitte bei $p = 0.8$ und $p = 1.8$ fm^{-1} sichtbaren leichten Abweichungen der Peaklage zu den Benhar-Rechnungen erklären sich durch die etwas andere Impulsabhängigkeit des Realteils der Selbstenergie auf der Massenschale (vgl. Abbildung 3 in [51]).

In [55] wurde unser transporttheoretischer Ansatz zur Berechnung der Spektralfunktion auf endliche Temperaturen und Dichten größer als ρ_0 erweitert. Dazu wurde der Impulsabhängigkeit des Mean-Fields $\Sigma_{\text{HF}}(p, \rho)$ durch eine Taylor-Entwicklung um p_F

$$\Sigma_{\text{HF}}(p, \rho) \approx \Sigma_{\text{HF}}(p_F, \rho) + (p^2 - p_F^2) \Sigma'_{\text{HF}}(p_F, \rho), \quad (3.24)$$

und Einführung einer effektiven Masse

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_N} (1 + 2m_N \Sigma'_{\text{HF}}(p_F, \rho))$$

Rechnung getragen. Die Dichteabhängigkeit wurde über die Bestimmungsgleichung

$$\frac{p^2}{2m_N} + \Sigma_{\text{HF}}(p, \rho) = \frac{p^2}{2m^*} + U(\rho)$$

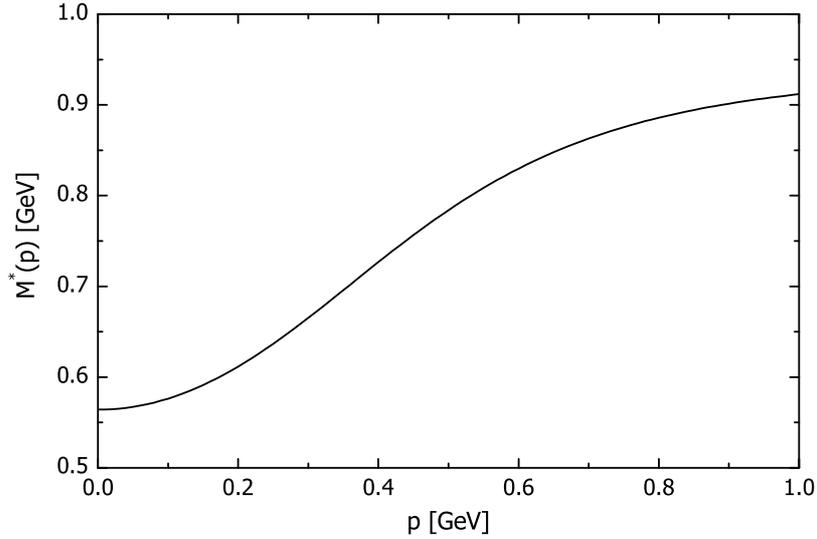


Abbildung 3.13: 'Effektive Masse' M^* als Funktion des Impulses.

generiert, wobei $U(\rho)$ eine dichteabhängige Skyrme-Parametrisierung des Mean-Fields ist. Die resultierenden Gleichungen für die Selbstenergien bei $T = 0$ sind also ein Spezialfall von (3.22). Bei dem Ausdruck M^* in Gleichung (3.23) handelt es sich genau um die effektive Masse m^* , wenn man für das Mean-Field U_2 die gleiche Näherung macht wie in (3.24). Im Vergleich zu Gleichung (3.14) wird in dem Bruch vor dem Formfaktor die Masse m_N sozusagen durch die 'effektive Masse' M^* ausgetauscht. In [55] wurde als Matrixelement der reskalierte Wert $|\overline{\mathcal{M}}_0|^2 \cdot m_N/m^*$ verwendet.

3.7 Relativistische Spektralfunktion

Bislang haben wir mit nichtrelativistischen Spektralfunktionen gearbeitet. Im BUU-Modell werden jedoch relativistische Ausdrücke verwendet. Im Hinblick auf die spätere Implementierung der Grundzustandskorrelationen ist es konsistenter, die entsprechenden Ausdrücke auch für die Nukleon-Spektralfunktion zu benutzen. In [64] findet man für den Zusammenhang zwischen der Spektralfunktion und den Korrelationsfunktionen (für relativistische Felder)

$$\bar{\mathcal{A}} = -\text{Im } g^{\text{ret}} = \frac{1}{2}(ig^> + (-ig^<)) \quad (3.25)$$

sowie die übliche Darstellung

$$\bar{\mathcal{A}}(\mu, p) = \frac{\mu\Gamma(\mu, p)}{(\mu^2 - m_N^2 - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\mu, p))^2 + \mu^2\Gamma^2(\mu, p)}. \quad (3.26)$$

Die Masse μ und die totale relativistische Energie E hängen über $E = \sqrt{\mu^2 + p^2}$ zusammen. Die Spektralfunktion beinhaltet nur Lorentz-invariante Größen. In einem beliebigen Bezugssystem ist der Ausdruck $E \cdot \Gamma$ (Teilchenenergie mal Breite) Lorentz-invariant und taucht in (3.26) im Ruhesystem des Teilchens auf. Im Quasiteilchen-Limes

nimmt \mathcal{A} die folgende Form an:

$$\bar{\mathcal{A}}(\mu, p) \rightarrow \pi \delta(\mu^2 - m_N^2) \quad (\Gamma \rightarrow 0).$$

Im nichtrelativistischen Grenzfall ($m_N \gg p, \Gamma, \text{Re}\Sigma$) gilt mit $\tilde{m}^2 := m_N^2 + \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\mu, p)$

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{A}}(\mu, p) &= \frac{\mu\Gamma}{(\mu - \tilde{m})^2(\mu + \tilde{m})^2 + \mu^2\Gamma^2} \\ &\approx \frac{m_N\Gamma}{(\mu - m_N - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}})^2 4m_N^2 + m_N^2\Gamma^2} \\ &= \frac{1}{4m_N} \frac{\Gamma}{(\mu - m_N - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}})^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2} = \frac{1}{4m_N} a(\omega, p). \end{aligned} \quad (3.27)$$

Im letzten Schritt haben wir einen Zusammenhang zwischen der nichtrelativistischen Offshell-Energie ω und der totalen Offshell-Energie E über $E := m_N + \omega$ hergestellt, wobei im nichtrelativistischen Grenzfall

$$\mu = \sqrt{E^2 - p^2} \approx m_N + \omega - p^2/2m_N. \quad (3.28)$$

In den folgenden Kapiteln werden wir uns auf [20] und die dort etwas anders definierte Spektralfunktion beziehen:

$$\mathcal{A}(\mu, p) = \frac{2\mu}{\pi} \frac{\mu\Gamma(\mu, p)}{(\mu^2 - m_N^2 - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\mu, p))^2 + \mu^2\Gamma^2(\mu, p)}, \quad (3.29)$$

wobei $\mathcal{A} = 2\mu/\pi \bar{\mathcal{A}}$. Wir erhalten in diesem Fall den Quasiteilchen-Limes

$$\mathcal{A}(\mu, p) \rightarrow \delta(\mu - m_N) \quad (\Gamma \rightarrow 0), \quad (3.30)$$

und den nichtrelativistischen Grenzfall

$$\mathcal{A}(\mu, p) \rightarrow \frac{1}{2\pi} a(\omega, p). \quad (3.31)$$

Wir wenden uns nun den relativistischen Ausdrücken für die Kollisionsraten zu. Laut [20] erhält man diese aus den nichtrelativistischen Ausdrücken (2.21) und (2.22), indem man die Korrelationsfunktionen durch eine spektrale Phasenraumverteilungsfunktion ersetzt:

$$-ig^<(\omega, p) \frac{d\omega}{2\pi} \rightarrow F(\mu, p) d\mu, \quad ig^>(\omega, p) \frac{d\omega}{2\pi} \rightarrow \bar{F}(\mu, p) d\mu \quad (3.32)$$

mit $F = f\mathcal{A}$ und $\bar{F} = (1 - f)\mathcal{A}$. Damit ergibt sich

$$\begin{aligned} \pm i\Sigma^{\gtrless}(E, p) &= \frac{g}{2E} \int \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_4}{(2\pi)^3} \frac{d\mu_2}{2E_2} \frac{d\mu_3}{2E_3} \frac{d\mu_4}{2E_4} \delta^4(p + p_2 - p_3 - p_4) \overline{|\mathcal{M}|^2} \\ &\times \mathcal{A}(\mu_2, p_2) \mathcal{A}(\mu_3, p_3) \mathcal{A}(\mu_4, p_4) \begin{cases} f_2 (1 - f_3) (1 - f_4) \\ (1 - f_2) f_3 f_4 \end{cases}, \end{aligned} \quad (3.33)$$

wobei $E_i = \sqrt{\mu_i^2 + p_i^2}$ die Ein-Teilchen-Energien sind. Hierbei ist zu beachten, daß das Matrixelement in den nichtrelativistischen Ausdrücken die Faktoren $1/2E_i$ für alle ein-

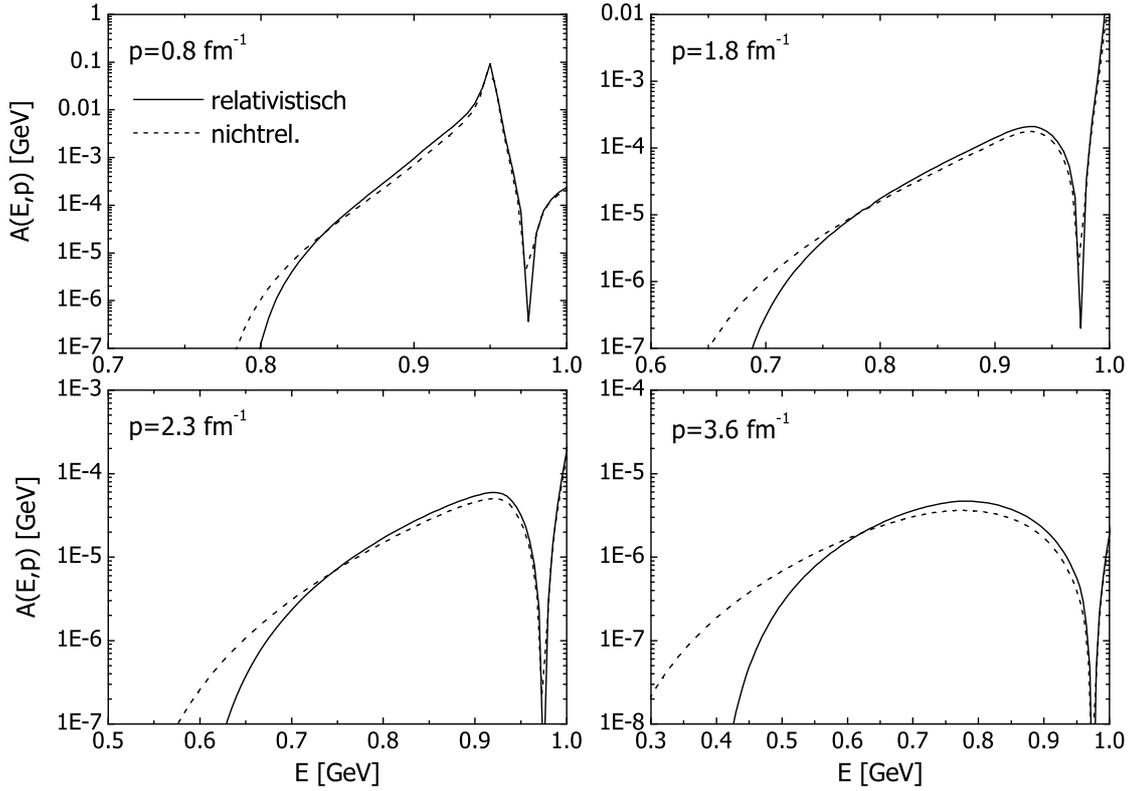


Abbildung 3.14: Vergleich zwischen relativistischer (durchgezogen) und nichtrelativistischer Spektralfunktion (gestrichelt). Erstere wurde zum Vergleich mit $4m_N$ multipliziert.

und auslaufenden Teilchen enthält, die hier explizit auftauchen. Der Zusammenhang zwischen den Kollisionsraten und der Breite im Ruhesystem des Teilchens ist durch

$$\Gamma(\mu, p) = \frac{E}{\mu} (i\Sigma^>(\mu, p) + (-i\Sigma^<(\mu, p))) \quad (3.34)$$

gegeben.

Mit (3.33) berechnen wir nun die Kollisionsraten, wobei wir die Spektralfunktionen analog zu Abschnitt 3.5.1 durch die Delta-Funktionen (3.30) ersetzen. Die Phasenraumverteilungsfunktionen f sind durch Theta-Funktionen $\Theta(E_F - E_i)$ bzw. $\Theta(E_i - E_F)$ mit den relativistischen Offshell-Energien E_i und der Fermi-Energie $E_F = \sqrt{m_N^2 + p_F^2}$ gegeben. Wir verwenden auch jetzt wieder einen Formfaktor

$$F(E, p) = \frac{\Lambda^4}{\Lambda^4 + (s - 2m_N^2)^4}$$

mit der Schwerpunktsenergie $s = (p + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2$. Der Einfluß auf die Loch-Spektralfunktion ist ähnlich wie im nichtrelativistischen Fall gering. Wir erhalten für

die Selbstenergien

$$\begin{aligned} \pm i\Sigma^{\geq}(E, p) &= \frac{1}{2E} \frac{2g|\overline{\mathcal{M}}_0|^2}{8(2\pi)^3} \int_0^\infty dk \int_0^\infty dq \int_0^1 dy \frac{kq^2}{E_1 E_2 p} F(\sqrt{s})^2 \\ &\quad \times \Theta(\pm(E_F - E_2)) \Theta(\pm(E_3 - E_F)) \Theta(\pm(E_4 - E_F)) \\ &\quad \times \Theta(4kp - m_N^2 - 4k^2 - p^2 + E_2^2) \Theta(m_N^2 + 4k^2 + p^2 + 4kp - E_2^2) \end{aligned}$$

mit $E_3 = \sqrt{m_N^2 + k^2 + q^2/4 + kqy}$, $E_4 = \sqrt{m_N^2 + k^2 + q^2/4 - kqy}$ und $E_2 = E_3 + E_4 - E$.

Im nichtrelativistischen Grenzfall beinhalten die Theta-Funktionen dieselben Informationen wie die in den nichtrelativistischen Ausdrücken (3.14) enthaltenen. Ebenso geht der verbleibende Integrand abgesehen vom Formfaktor bis auf eine Konstante, die in das Matrixelement gezogen werden kann, in den in (3.14) über. Die Konstante $|\overline{\mathcal{M}}_0|^2$ wird so angepaßt, daß die relativistische und die nichtrelativistische Spektralfunktion für kleine Impulse in etwa übereinstimmen, also z.B. gemäß (3.27) gilt

$$4m_N \frac{\mu\Gamma_{\text{rel}}}{(\mu - m_N - \text{Re}\Sigma_{\text{rel}}^{\text{ret}})^2 + \mu^2\Gamma_{\text{rel}}^2} \approx \frac{\Gamma_{\text{rel}}}{(\omega - \frac{p^2}{2m_N} - \text{Re}\Sigma_{\text{rel}}^{\text{ret}})^2 + \frac{1}{4}\Gamma_{\text{rel}}^2}. \quad (3.35)$$

Für die Impulsabhängigkeit des Realteils der Selbstenergie machen wir dieselben Annahmen wie in Abschnitt 3.5. Der Realteil der Selbstenergie folgt aus dem Dispersionsintegral⁶

$$\text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(E, p) = (E^{\text{onshell}} - E) \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dE'}{2\pi} \frac{\Gamma(E', p)}{(E^{\text{onshell}} - E')(E - E')}.$$

In Abbildung 3.14 vergleichen wir die relativistische Spektralfunktion (genauer $\mathcal{A} \cdot 4m_N$ wie in (3.35)) mit der nichtrelativistischen Spektralfunktion aus Abbildung 3.7 als Funktion der totalen Energie E . Für den kleinsten Impuls $p = 0.8 \text{ fm}^{-1}$ ist eine gute Übereinstimmung zu sehen. Bei höheren Impulsen stimmt die Höhe der Kurven in etwa überein, jedoch reichen die nichtrelativistischen Spektralfunktionen weiter zu kleineren Energien hinaus.

Die Impulsverteilung ergibt sich im relativistischen Fall durch [64, 56]

$$n(p) = \int \frac{dE}{\pi} E \bar{\mathcal{A}}(E, p). \quad (3.36)$$

In den folgenden Kapiteln werden wir die hier berechnete relativistische Spektralfunktion verwenden, um die Offshell-Masse zu bestimmen. Da wir angenommen haben, daß der Mean-Field-Anteil zum Realteil der Selbstenergie konstant ist (oder was auf dasselbe hinausläuft, daß er verschwindet), liefert die Spektralfunktion nur eine Offshell-Masse μ' , die kein Mean-Field enthält. Genauer dazu findet sich in Kapitel 4.2.3.

⁶Der Mean-Field-Anteil wird wieder als konstant angesehen.

Kapitel 4

Das BUU-Modell

In diesem Kapitel stellen wir das BUU¹-Modell vor. Solche Transportmodelle werden seit Beginn der achtziger Jahre auch in der Kernphysik verwendet, ursprünglich zur Beschreibung von Schwerionenkollisionen [10, 11], und fußen auf der eigentlichen BUU-Gleichung (2.48). Das vorliegende Modell wurde zur Untersuchung von Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien entwickelt und erfolgreich angewendet [18, 19]. Es hat sich in der Zwischenzeit herausgestellt, daß es auch hervorragend zur Beschreibung nuklearer Reaktionen mit elementareren Proben wie Photonen [26, 20, 28], Pionen [65, 35] und Elektronen [66, 21] geeignet ist. Gerade im Bereich der elektromagnetischen Proben hat sich das Modell im Zusammenhang mit wichtigen Experimenten und Kollaborationen der letzten und kommenden Jahre im Resonanzbereich (TAPS [20, 35], JLab (Kapitel 7.2,7.3,7.4)) und bei hohen Energien (JLab [67], HERMES [68, 69]) bewährt. Der energetische Anwendungsbereich erstreckt sich von Einschußenergien von wenigen hundert MeV bis zu vielen GeV und erlaubt daher die Untersuchung verschiedener physikalischer Aspekte und Phänomene der Kern- und Hadronenphysik. Trotz der großen Anzahl an Parametern zeichnet sich das Modell durch die ungewöhnliche Vielzahl an Reaktionen, die simultan beschrieben werden können, aus.

Ein besonders wichtiger Aspekt unseres semiklassischen Modells ist die Beschreibung der Endzustandswechselwirkungen (*final state interactions*, FSI). Dabei ist der Vielfalt möglicher Prozesse prinzipiell keine Grenze gesetzt, was zu einem entscheidenden Vorteil gegenüber anderen Modellen (z.B. Glauber-Modelle), die lediglich absorptive FSI beinhalten, führt.

4.1 Die BUU-Gleichung

Bis vor kurzem war eine entscheidende Annahme aller Transportmodelle, daß sich die Nukleonen auf der Massenschale befinden, also ihre Spektralfunktion durch eine Delta-Funktion gegeben ist. Diese Annahme ist angesichts der mitunter hohen Anzahl von Kollisionen, die die Nukleonen im Laufe einer Reaktion erleben, und gemäß Kapitel 2 zu einer endlichen Breite führen, fragwürdig. Wie schon in Kapitel 2.2.3 erwähnt, basiert das Modell auf der verallgemeinerten BUU-Gleichung (2.50), so daß es möglich ist, auch den Nukleonen eine Masse ungleich der Polmasse von $m_N = 0.938$ GeV zuzuordnen.

¹BUU=Boltzmann, Uehling, Uhlenbeck

Dort haben wir auch schon das Problem angesprochen, daß die Teilchenmasse nicht in der Propagation, sondern nur durch den Kollisionsterm geändert werden kann. Das ist insbesondere für Teilchen, die im Vakuum stabil sind (z.B. Nukleonen), unrealistisch. Bei der numerischen Lösung der Transportgleichung durch die Testteilchenmethode in Kapitel 5.2 werden wir ein in [20, 16] eingeführtes Verfahren vorstellen, das es erlaubt, die Nukleonen auch offshell zu propagieren.

Aufgrund der Anwendbarkeit des Modells bis zu hohen Energien ist es sinnvoll, wie in Kapitel 3.7 relativistische Kinematik zu verwenden. Wir substituieren also gemäß Gleichung (3.32)² und die Transportgleichung hat die Form

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{\nabla}_p H_{\text{mf}} \vec{\nabla}_r - \vec{\nabla}_r H_{\text{mf}} \vec{\nabla}_p \right) F = (-i\Sigma^<) \mathcal{A}(1 \mp f) - i\Sigma^> \mathcal{A} f \quad (4.1)$$

mit der spektralen Verteilungsfunktion $F = f\mathcal{A}$ und der relativistischen Hamilton-Funktion

$$H_{\text{mf}} = \sqrt{(\mu + U_S)^2 + p^2}. \quad (4.2)$$

Hier wird mit U_S das skalare Mean-Field-Potential bezeichnet (siehe Abschnitt 4.2). Aufgrund des Umstandes, daß die in Kapitel 2.1.5 für das Gleichgewicht dargestellten Zusammenhänge zwischen Selbstenergie und Spektralfunktion sowie deren explizite Darstellung auch nach der Gradientenentwicklung Bestand haben³, gilt weiterhin

$$\mathcal{A}(\mu, p) = \frac{2}{\pi} \frac{\mu^2 \Gamma(\mu, p)}{(\mu^2 - m_N^2 - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\mu, p))^2 + \mu^2 \Gamma^2(\mu, p)}. \quad (4.3)$$

Im Falle eines Systems aus Nukleonen sind die Kollisionsraten in (4.1) entsprechend durch die Ausdrücke in (3.33) gegeben. Sind die Einschußenergien hoch genug, so sind die Nukleonen nicht mehr die einzigen Freiheitsgrade des Modells; für jede vorhandene Teilchensorte (Übersicht in Abschnitt 4.4) muß eine BUU-Gleichung aufgestellt werden. Die Selbstenergien der Nukleonen beschränken sich nicht mehr auf die bisher diskutierten Nukleon-Nukleon-Stöße, sondern beinhalten alle Prozesse, an die die Nukleonen koppeln (siehe Abschnitt 4.6) und für die eine Kollisionsrate ähnlich (3.33) aufgestellt werden kann. Dasselbe gilt natürlich für alle anderen Teilchenarten. Für eine allgemeine Mehr-Teilchen-Streuung des Typs $a_1, \dots, a_n \rightarrow b_1, \dots, b_m$ ist der Verlustterm für die Teilchensorte a_1 durch

$$\begin{aligned} i\Sigma_{a_1}^> &= \frac{1}{2E_{a_1}} \int \left(\prod_{i=2}^n g_{a_i} \frac{d^3 p_{a_i}}{(2\pi)^3} \frac{d\mu_i}{2E_{a_i}} \mathcal{A}_{a_i}(\mu_{a_i}, p_{a_i}) f_{a_i} \right) \left(\prod_{j=1}^m \frac{d^3 p_{b_j}}{(2\pi)^3} \frac{d\mu_{b_j}}{2E_{b_j}} \mathcal{A}_{b_j}(\mu_{b_j}, p_{b_j}) \overline{f_{b_j}} \right) \\ &\times (2\pi)^4 \delta^4 \left(\sum_{i=2}^n p_{a_i} - \sum_{j=1}^m p_{b_j} \right) S_{a_2, \dots, a_n} S_{b_1, \dots, b_m} \overline{|\mathcal{M}_{a_1, \dots, a_n \rightarrow b_1, \dots, b_m}|^2} \quad (4.4) \end{aligned}$$

und der Gewinnterm durch

$$\begin{aligned} -i\Sigma_{a_1}^< &= \frac{1}{2E_{a_1}} \int \left(\prod_{i=1}^n g_{a_i} \frac{d^3 p_{a_i}}{(2\pi)^3} \frac{d\mu_i}{2E_{a_i}} \mathcal{A}_{a_i}(\mu_{a_i}, p_{a_i}) f_{a_i} \right) \left(\prod_{j=2}^m \frac{d^3 p_{b_j}}{(2\pi)^3} \frac{d\mu_{b_j}}{2E_{b_j}} \mathcal{A}_{b_j}(\mu_{b_j}, p_{b_j}) \overline{f_{b_j}} \right) \\ &\times (2\pi)^4 \delta^4 \left(\sum_{i=2}^n p_{a_i} - \sum_{j=1}^m p_{b_j} \right) S_{a_2, \dots, a_n} S_{b_1, \dots, b_m} \overline{|\mathcal{M}_{b_1, \dots, b_m \rightarrow a_1, \dots, a_n}|^2} \quad (4.5) \end{aligned}$$

²Im Fall von Bosonen ist $\bar{F} = \mathcal{A}(1 + f)$.

³Das gilt auch im relativistischen Fall.

gegeben [20]. Die Faktoren S sind Symmetriefaktoren, die das Auftreten identischer Teilchen im Ein- und Ausgangskanal berücksichtigen, z.B.

$$S_{b_1, \dots, b_m} = \prod_{i=1}^m \frac{1}{m_{b_i}!}, \quad (4.6)$$

wobei m_{b_i} die Teilchenmultiplizität ist. Die auslaufenden Teilchen erhalten einen Pauli- oder Bose-Faktor $\bar{f} := 1 \pm f$ je nach dem, ob es sich um ein Fermion oder ein Boson handelt. Im letzteren Fall wird dieser üblicherweise aufgrund der geringen Multiplizitäten vernachlässigt.

In unserem Modell wird die Ladung der Teilchen im allgemeinen explizit berücksichtigt. Insbesondere wird für jeden Isospinzustand eines Teilchens eine Transportgleichung gelöst. Dagegen berücksichtigen wir den Spin nicht als expliziten Freiheitsgrad, schon aufgrund fehlender experimenteller Informationen in Form von gemessenen Wirkungsquerschnitten. Die Matrixelemente in den Transportgleichungen sind als über die Spins der einlaufenden Teilchen gemittelt und über die Spins der auslaufenden Teilchen summiert zu verstehen. Bei den Faktoren g_i in den Gleichungen (4.4) und (4.5) handelt es sich somit nur um die Spin-Entartungsfaktoren (entgegen der Gewohnheit in Kapitel 3).

Insgesamt erhalten wir ein nichttriviales System aus gekoppelten Integro-Differentialgleichungen des Typs (4.1):

$$\begin{aligned} DF_N &= I_{\text{koll}}(F_N, F_{P_{33}(1232)}, \dots, F_\pi, \dots) \\ DF_{P_{33}(1232)} &= I_{\text{koll}}(F_{P_{33}(1232)}, F_N, \dots, F_\pi, \dots) \\ &\dots \\ DF_\pi &= I_{\text{koll}}(F_N, F_{P_{33}(1232)}, \dots, F_\rho, \dots) \\ &\dots \end{aligned} \quad (4.7)$$

wobei D für den Operator auf der linken Seite der BUU-Gleichung steht, der auf die Phasenraumdichte wirkt, und I_{koll} das Kollisionsintegral bezeichnet. Die Kopplung erfolgt dabei zum einen über die Verteilungsfunktionen anderer Teilchensorten, die im Kollisionsintegral auftreten und über die Baryonendichte, die in das Mean-Field und damit in die Hamilton-Funktion eingeht. Die Lösung erfolgt über die Diskretisierung der spektralen Verteilungsfunktionen F , d.h. der Einführung sogenannter Testteilchen. Auf diese Methode kommen wir ausführlich in Kapitel 5.1 zu sprechen. Hier sei nur kurz erwähnt, daß dadurch ein Übergang von der Beschreibung der Dynamik der (abstrakteren) Verteilungsfunktion F zur anschaulicheren Bewegung einzelner (semi)klassischer Teilchen unter dem Einfluß der Hamilton-Funktion (4.2) stattfindet.

4.2 Das Mean-Field-Potential

4.2.1 Parametrisierung

In der Spektralfunktion (4.3) taucht der Realteil der Selbstenergie auf, der nach Kapitel 2 durch einen Mean-Field- und einen dispersiven Anteil gegeben ist. Ersterer beschreibt die Einflüsse der Nukleonen untereinander als effektives Potential, in dem

sich die einzelnen Nukleonen (frei) bewegen. Wir verwenden für dieses Mean-Field-Potential eine von Welke et al. [63] vorgeschlagene Parametrisierung, die aus einem rein dichteabhängigen Skyrme-Anteil und einem zusätzlichen, impulsabhängigen Anteil besteht:

$$U(\vec{r}, \vec{p}) = A \frac{\rho(\vec{r})}{\rho_0} + B \left(\frac{\rho(\vec{r})}{\rho_0} \right)^\tau + \frac{2C}{\rho_0} g \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \frac{f(\vec{r}, \vec{p}')}{1 + \left(\frac{\vec{p} - \vec{p}'}{\Lambda} \right)^2}. \quad (4.8)$$

Der Skyrme-Beitrag enthält zu ρ und ρ^τ proportionale Terme, die aus Zwei- bzw. Mehr-Teilchen-Wechselwirkungen herrühren. Der impulsabhängige Term kann interpretiert werden als Integration eines nichtrelativistischen Propagators skalarer Austauschmesonen über die Phasenraumdichte der Nukleonen [18]. Im BUU-Modell wird der impulsabhängige Teil aus Gründen der numerischen Einfachheit durch die Approximation der Phasenraumdichte

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \Theta(p_F(\vec{r}) - |\vec{p}|) \quad (4.9)$$

mit dem Fermi-Impuls $p_F(\vec{r})$ aus Gleichung (4.18) analytisch berechnet:

$$\int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \frac{\Theta(p_F(\vec{r}) - p')}{1 + \left(\frac{\vec{p} - \vec{p}'}{\Lambda} \right)^2} = \frac{\Lambda^3}{8\pi^2} \left[\frac{p_F^2(\vec{r}) + \Lambda^2 - p^2}{2p\Lambda} \ln \frac{(p + p_F(\vec{r}))^2 + \Lambda^2}{(p - p_F(\vec{r}))^2 + \Lambda^2} + \frac{2p_F(\vec{r})}{\Lambda} - 2 \left(\arctan \frac{p + p_F(\vec{r})}{\Lambda} - \arctan \frac{p - p_F(\vec{r})}{\Lambda} \right) \right]. \quad (4.10)$$

Diese Näherung entspricht der Phasenraumverteilung im Falle von lokaler unkorrelierter Kernmaterie im Grundzustand (Temperatur $T = 0$), siehe Gleichung (2.15). In der vorliegenden Arbeit betrachten wir nur photoninduzierte Reaktionen, bei denen der Kern im wesentlichen im Grundzustand bleibt (siehe Kapitel 5.3). Daher ist davon auszugehen, daß die Näherung sinnvoll ist.

4.2.2 Bestimmung der Parameter

Zur Anpassung der Parameter A, B, C, τ, Λ betrachten wir die Energiedichte der Nukleonen:

$$\varepsilon(\vec{r}) = g \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \sqrt{m_N^2 + p^2} f(\vec{r}, \vec{p}) + v(\vec{r}), \quad (4.11)$$

wobei die potentielle Energiedichte v mit U über eine Funktionalableitung nach der Phasenraumdichte f zusammenhängt:

$$U(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{(2\pi)^3}{g} \frac{\delta v(\vec{r})}{\delta f(\vec{r}, \vec{p})}.$$

Somit finden wir

$$v(\vec{r}) = \frac{A}{2} \frac{\rho^2}{\rho_0} + \frac{B}{\tau + 1} \frac{\rho^{\tau+1}}{\rho_0^\tau} + \frac{C}{\rho_0} g^2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \frac{f(\vec{r}, \vec{p}) f(\vec{r}, \vec{p}')}{1 + (\vec{p} - \vec{p}')^2}. \quad (4.12)$$

Aus der Energiedichte ergibt sich die Zustandsgleichung (*equation of state*, EOS) der Kernmaterie (hier gilt Gleichung (4.9) exakt), die die Bindungsenergie pro Nukleon als Funktion der Dichte liefert:

$$\frac{E}{A} = \frac{\varepsilon}{\rho} - m_N.$$

EOS	K [MeV]	A [MeV]	B [MeV]	C [MeV]	τ	Λ [fm $^{-1}$]
S	215	-287.0	233.7	0	1.23	-
H	380	-124.3	71.0	0	2.00	-
SM	215	-108.6	126.8	-63.6	1.26	2.13
MM	290	-29.3	57.2	-63.5	1.76	2.13
HM	380	-10.0	38.0	-63.6	2.40	2.13

Tabelle 4.1: Parameter für das Mean-Field-Potential aus Gleichung (4.8).

Zur Bestimmung der Parameter fordern wir [18]

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \rho}(\rho = \rho_0) &\stackrel{!}{=} 0 \\ \frac{E}{A}(\rho = \rho_0) &\stackrel{!}{=} -16 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Die (In-)Kompressibilität K der EOS (d.h. die Schnelligkeit des Anstiegs nach dem Minimum) kann durch

$$9\rho \frac{\partial^2 E}{\partial \rho^2}(\rho = \rho_0) \stackrel{!}{=} K$$

festgelegt werden. Für die Impulsabhängigkeit von U werden die Eigenschaften

$$\begin{aligned} U(p = 0, \rho = \rho_0) &\stackrel{!}{=} -75 \text{ MeV} \\ U(p = 800 \text{ MeV}, \rho = \rho_0) &\stackrel{!}{=} 0 \\ U(p = \infty, \rho = \rho_0) &\stackrel{!}{=} 30.5 \text{ MeV} \end{aligned}$$

gefordert [63]. In Tabelle 4.1 sind verschiedene solcher Sätze für verschiedene Kompressibilitäten und Impulsabhängigkeiten aufgeführt. Wir beschränken uns aber im folgenden auf die harte, impulsunabhängige EOS (H) und die mittlere, impulsabhängige EOS (MM). In Abbildung 4.1 wird das Potential U als Funktion der Dichte ρ (oben) und als Funktion des Impulses p (unten) gezeigt.

Es sollte betont werden, daß die Eigenschaften des Mean-Field-Potentials an Kernmaterie aus Onshell-Nukleonen angepaßt sind. Z.B. geht in die Berechnung der Ein-Teilchen-Energiedichte (4.11) nur die gewöhnliche Verteilungsfunktion f , d.h. keine spektrale Informationen ein. In [70] wurde der Einfluß der Nukleon-Spektralfunktion auf die EOS untersucht. Die Berechnung der Nukleon-Spektralfunktion erfolgt ähnlich unserem Modell auf selbstkonsistente Weise; für die NN -Wechselwirkung wurde die T -Matrix-Näherung verwendet. Das Ergebnis ist eine EOS, die eine weniger starke Bindung aufweist und härter ist. Wir vernachlässigen solche Effekte. Zum einen muß für unser Modell hauptsächlich gewährleistet sein, daß der Kern zeitlich stabil ist. Die Frage der genauen Bindungsenergie ist von geringerer Relevanz, weil wir photoinduzierte Reaktionen bei Energien von mehreren hundert MeV betrachten und es somit keine Rolle spielt, ob die Nukleonen um wenige MeV stärker oder schwächer gebunden sind. Weiterhin verlaufen photonukleare Reaktionen bei Kerndichten, die die Satturdensdichte ρ_0 nicht übersteigen. Daher sollte der Einfluß der Härte der EOS, die erst bei höheren Dichten als ρ_0 zum Tragen kommt, klein sein.

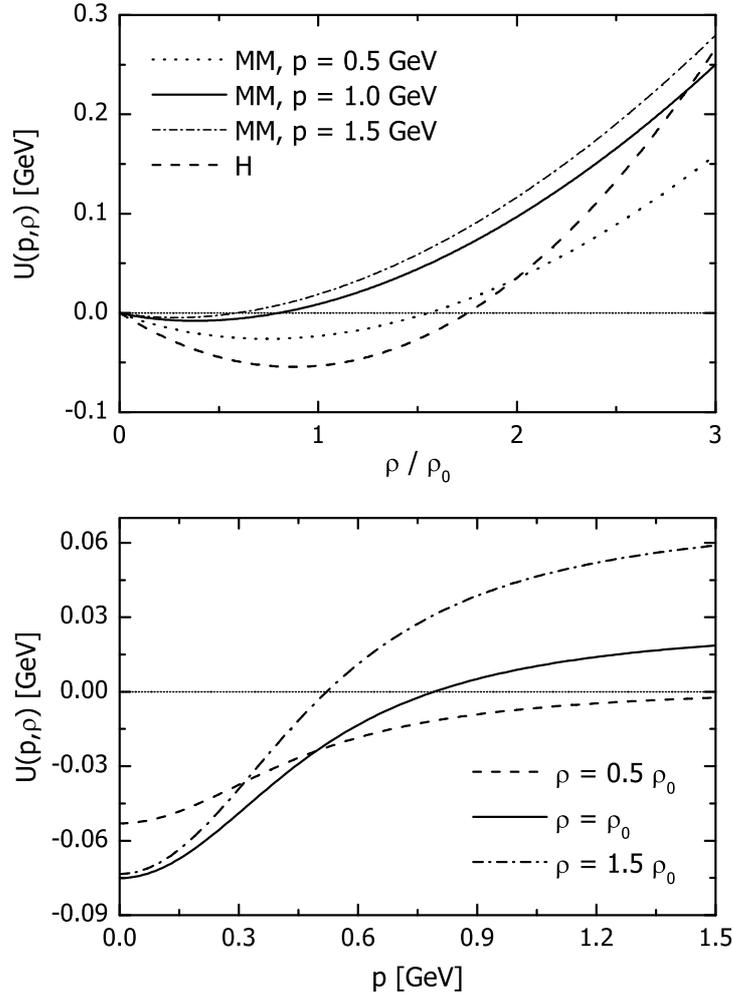


Abbildung 4.1: Oben: Dichteabhängigkeit des Mean-Field-Potentials für die Parametersätze (H) und (MM) für verschiedene Impulse. Unten: Impulsabhängigkeit der Parameterisierung (MM) für verschiedene Dichten.

4.2.3 Das skalare Potential

Wir wollen nun beschreiben, wie das Potential U aus Gleichung (4.8) mit dem Potential U_S in der Hamilton-Funktion (4.2) zusammenhängt. Wir betrachten zunächst den Fall eines Onshell-Nukleons. Der allgemeine relativistische Ausdruck für die Ein-Teilchen-Energie lautet

$$H = \sqrt{(m_N + S)^2 + (\vec{p} - \vec{V})^2} + V_0 \quad (4.13)$$

mit dem skalaren Potential S und dem Viererpotential (V_0, \vec{V}) . Dem gegenüber steht die nichtrelativistische Parametrisierung U . Zur Vereinfachung betrachten wir das lokale Ruhesystem (*local rest frame*, LRF) der Kernmaterie, d.h. das System an einem Ort \vec{r} , in dem der Baryonenstrom verschwindet. In diesem System verschwinden die räumlichen Komponenten des Viererpotentials, da die vektorielle Selbstenergie proportional

zum Baryonenstrom ist [18]. Das nichtrelativistische Potential U wird (willkürlich) als nullte Komponente des Viererpotentials im LRF aufgefaßt und $S = 0$ gesetzt:

$$H_{\text{LRF}} = \sqrt{m_N^2 + p_{\text{LRF}}^2} + U(\rho, p_{\text{LRF}}). \quad (4.14)$$

Daraus definieren wir ein skalares Potential

$$U_S := \sqrt{(\sqrt{m_N^2 + p_{\text{LRF}}^2} + U(\rho, p_{\text{LRF}}))^2 - p_{\text{LRF}}^2} - m_N, \quad (4.15)$$

das als solches auch in allen anderen Systemen verwendbar ist.

Wir verwenden denselben Ausdruck für U_S auch für Offshell-Nukleonen. Die Offshell-Masse μ , die in der vollen Spektralfunktion auftritt, berücksichtigt im Prinzip auch den Realteil der Selbstenergie (so wie im Onshell-Fall die effektive Masse $m_{\text{eff}} = m_N + U_S$ das skalare Potential beinhaltet). Wir bezeichnen im folgenden μ' als den Anteil der Offshell-Masse, in dem das skalare Potential U_S (stellvertretend für den gesamten Mean-Field-Beitrag der Selbstenergie) *nicht* enthalten ist. Die 'effektive' Offshell-Masse (das Gegenstück zu m_{eff}), d.h. die Masse, die in die Spektralfunktion eingeht, erhält man also über $\mu = \mu' + U_S$.

Prinzipiell ist hier auch der Ausdruck

$$\tilde{U}_S = \sqrt{(\sqrt{\mu'^2 + p_{\text{LRF}}^2} + U(\rho, p_{\text{LRF}}))^2 - p_{\text{LRF}}^2} - \mu', \quad (4.16)$$

denkbar. Allerdings enthält das skalare Potential dann eine explizite Abhängigkeit von der Offshell-Masse. Für kleine Massen μ' ist das Potential \tilde{U}_S erheblich attraktiver als U_S und kann zu numerischen Problemen führen (siehe Kapitel 5.7.3).

4.2.4 Andere Teilchen und Potentiale

Wir verwenden für alle Baryonen das gleiche Potential wie für die Nukleonen mit Ausnahme der Delta-Resonanzen (Isospin 3/2). Hier benutzen wir, motiviert durch den phänomenologischen Wert des Delta-Potentials von -30 MeV bei Dichte ρ_0 aus [22], den Ausdruck

$$U_\Delta = \frac{2}{3}U, \quad (4.17)$$

wobei U die Parametrisierung (4.8) ist. Mesonen spüren in unserem Modell keinerlei hadronische Potentiale.

Wir verwenden kein Coulomb-Potential, da der Einfluß auf die hier diskutierten Ergebnisse vernachlässigbar ist.

4.3 Lokale Dichtenäherung

4.3.1 Endliche Kerne

Viele bisherige Resultate wurden in Kernmaterie formuliert. Zur Anwendung in endlichen Kernen bedient man sich gerne der lokalen Dichtenäherung (*local density approximation*, LDA). Hier geht man davon aus, daß sich der Kern lokal durch Kernmaterie

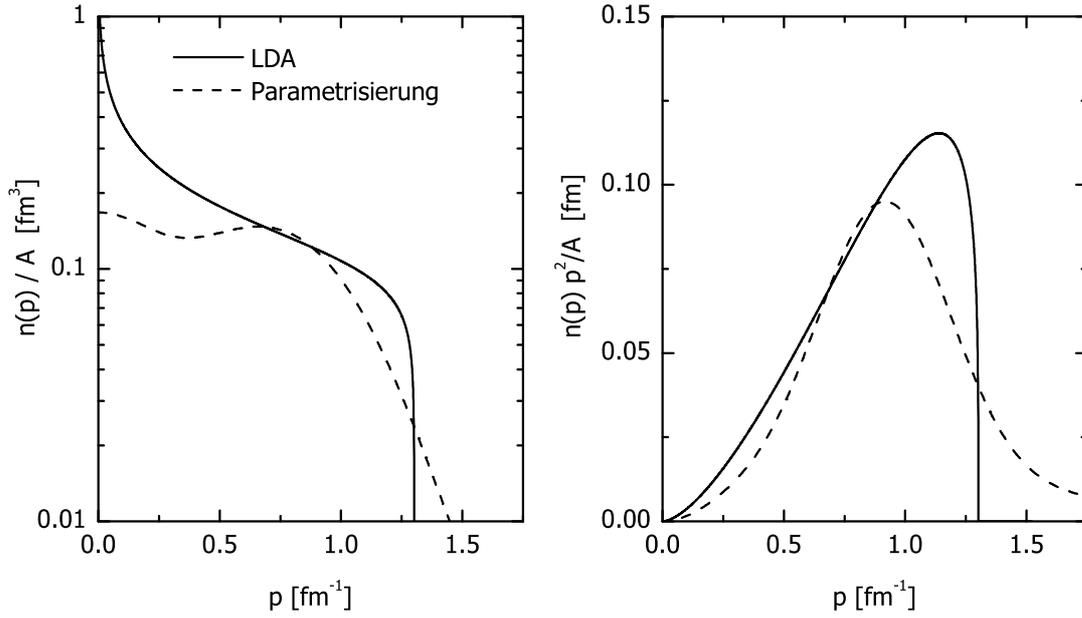


Abbildung 4.2: Impulsverteilung der Nukleonen in Blei. Verglichen werden die Resultate der lokalen Dichtenäherung und die Parametrisierung [5] der Viel-Teilchen-Rechnung von [72].

annähern läßt, d.h. daß an jedem Ort \vec{r} alle Zustände bis zum lokalen Fermi-Impuls

$$p_F(\rho(\vec{r})) = \left(\frac{6}{g} \pi^2 \rho(r) \right)^{1/3} \quad (4.18)$$

(g : Entartungsfaktor) besetzt und die oberhalb liegenden frei sind. Die Güte dieser Näherung hängt davon ab, wie sich das Potential (d.h. vor allem die Dichte) an einem Ort ändert. Es ist klar, daß die LDA besonders für große Kerne (im Grenzfall $A \rightarrow \infty$ ist die LDA trivialerweise gültig) und dort besonders im Inneren gut ist. Die lokale Dichtenäherung wirkt sich besonders auf die Impulsverteilung der Nukleonen aus, die aufgrund der Eigenschaft, daß in einem Fermi-Gas die Wellenfunktionen Impulseigenfunktionen sind, lediglich eine Superposition aus Stufenfunktionen ist [71]:

$$n(p)_A = \frac{1}{2\pi^3} \int d^3r \Theta(p_F(\rho(r)) - p),$$

wobei $\rho(\vec{r})$ das Dichteprofil des Kerns ist. Das führt dazu, daß sich die Impulsverteilung auch bei großem A von der 'echter' endlicher Kerne unterscheidet. Diese Verteilung ist auf die Massenzahl A normiert, wenn das Dichteprofil auf A normiert ist. In Abbildung 4.2 zeigen wir die aus der lokalen Dichtenäherung resultierende Impulsverteilung für einen Blei-Kern, wobei wir für das Dichteprofil $\rho(\vec{r})$ die Woods-Saxon-Verteilung (Gleichung (5.15)) verwenden. Die gestrichelte Kurve zeigt eine Parametrisierung [5] der Viel-Teilchen-Resultate von [72].

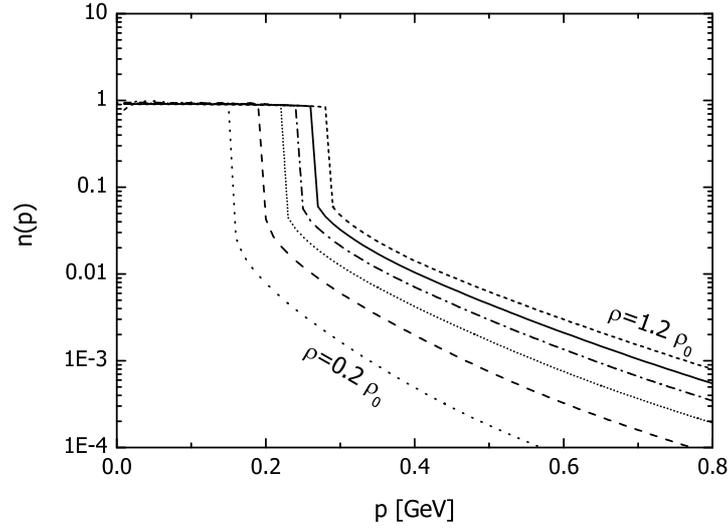


Abbildung 4.3: Impulsverteilungen in Kernmaterie mit Grundzustandskorrelationen für verschiedene Dichten von $\rho = 0.2\rho_0$ bis $\rho = 1.2\rho_0$.

4.3.2 Nukleon-Spektralfunktion in endlichen Kernen

In Kapitel 3 haben wir die Nukleon-Spektralfunktion in Kernmaterie bei Sättigungsdichte ρ_0 studiert. Für Rechnungen in endlichen Kernen ist sie nicht einsetzbar, denn der Einfluß der Korrelationen sollte mit kleiner werdender Dichte, also zur Kernoberfläche hin, immer geringer werden. Die Information über die Dichte ging über den Fermi-Impuls $p_F(\rho_0) = 1.33 \text{ fm}^{-1}$ ein. Es ist leicht, die Rechnungen für Kernmaterie auch bei anderen Dichten zu wiederholen, indem man entsprechend andere Fermi-Impulse gemäß (4.18) vorgibt. Daraus erhalten wir eine Nukleon-Spektralfunktion für endliche Kerne, indem wir von der lokalen Dichtenäherung Gebrauch machen. Dazu nehmen wir für die Nukleonen an einem bestimmten Ort \vec{r} die für die lokale Dichte $\rho(\vec{r})$ zuständige Spektralfunktion $\mathcal{A}(\mu, p, \rho)$ an. Es handelt sich daher um eine mit dem bisherigen Onshell-Modell konsistente Erweiterung. Natürlich muß auch hier beachtet werden, daß die LDA Impulsverteilungen generiert, die Unterschiede zu Viel-Teilchen-Rechnungen aufweisen. In Abbildung 4.3 zeigen wir die Impulsverteilungen $n(p)$, die wir aus den relativistischen Spektralfunktionen (siehe Kapitel 3.7) für die Dichte ρ gemäß der Relation (3.36) berechnen.

Der Effekt der Korrelationen wird mit sinkender Dichte immer weniger ausgeprägt. Es ist deutlich zu sehen, daß die Fermi-Kanten gemäß Gleichung (4.18) mit $\rho^{1/3}$ skalieren, so daß diese für verschiedene ρ durch jeweilige Umdefinierung der Impulsskala

$$p(\rho) \rightarrow p(\rho) \cdot \frac{p_F(\rho_0)}{p_F(\rho)} = p(\rho) \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{1/3}$$

übereinandergelegt werden können. Daraus ergibt sich die folgende dichteabhängige Parametrisierung der Impulsverteilung⁴, die wir im folgenden noch häufig verwenden

⁴Die Parameter wurden für den Ausdruck $n(p) \cdot p^2$ angepaßt.

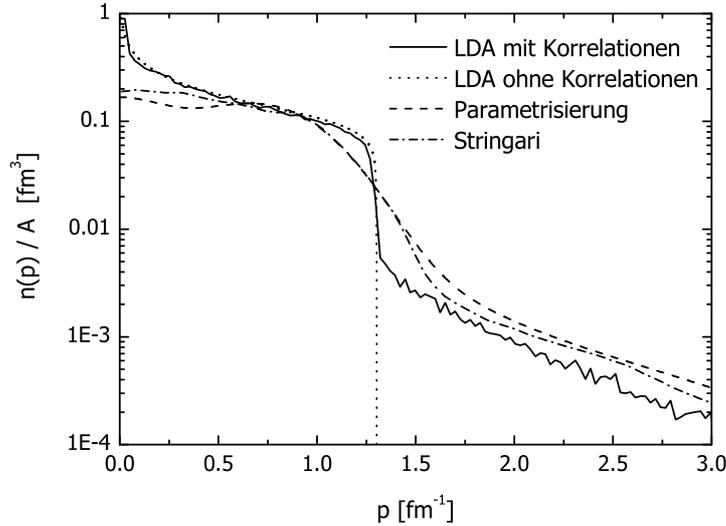


Abbildung 4.4: Impulsverteilung für Blei. Zu sehen sind die Resultate mit und ohne Korrelationen in LDA sowie die Parametrisierung der vollen Rechnung in [72] aus [5]. Die strichgepunktete Kurve zeigt das Ergebnis aus der Arbeit von Stringari et al. [71].

werden:

$$n(p, \rho) = n(\tilde{p}, \rho_0) \cdot \begin{cases} (\rho/\rho_0)^{-0.04} & \text{für } \tilde{p} < p_F \\ (\rho/\rho_0)^{0.37} & \text{für } \tilde{p} > p_F \end{cases} \quad (4.19)$$

mit $\tilde{p} = p \cdot (\rho_0/\rho)^{1/3}$. In der LDA können wir nun über

$$n(p)_A \sim \int d^3r n(p, \rho)$$

eine Impulsverteilung für endliche Kerne generieren, die in Abbildung 4.4 als durchgezogene Linie gezeigt wird.

Die strichgepunktete Kurve zeigt eine Rechnung von Stringari et al. [71], in der die LDA angewendet wurde, um den Hochimpulsteil der Impulsverteilung basierend auf der Lowest-Order-Cluster-Näherung zu bestimmen. Bei diesem Modell handelt es sich daher um eine direkte Vergleichsmöglichkeit. Man sieht, daß beide LDA-Modelle etwas unterhalb des Resultats aus [72] verlaufen. Dabei liegt unsere Rechnung etwa um einen Faktor 1.2-1.5 unter der strichgepunkteten Kurve. Bei kleinen Impulsen beinhaltet das Stringari-Modell einen mit der Rechnung aus [72] vergleichbare Viel-Teilchen-Impulsverteilung. Damit läßt sich auch der Unterschied in diesem Bereich zu unserem Modell erklären; insbesondere auch, warum der Verlauf im Bereich der Fermi-Kante ähnlich sanft verläuft wie in [72].

4.4 Teilchenarten

Neben dem Nukleon beinhaltet unser Modell eine Vielzahl anderer Teilchen. Im Energiebereich bis zu invarianten Massen von 2 GeV sind hier die Nukleon- (Isospin 1/2)-

und Delta-Resonanzen (Isospin $3/2$) von besonderer Relevanz und in Tabelle 4.2 aufgeführt. Wir diskutieren die Resonanzen ausführlich in Kapitel 4.5. Oberhalb der Strangeness-Schwelle berücksichtigen wir auch Hyperon-Resonanzen (Tabelle B.1). Weitere wichtige Freiheitsgrade sind die leichten Mesonen (Tabelle 4.3), die hauptsächlich zur Kopplung zwischen den Nukleonen/Hyperonen und den Resonanzen beitragen.

Aufgrund der für die betrachteten Reaktionen relevanten typischen Zeitskala der starken Wechselwirkung berücksichtigen wir üblicherweise nur die starken Zerfälle der Resonanzen. Davon abweichend besteht die Möglichkeit der Berücksichtigung des schwachen Zerfalls des η -Mesons in Pionen, der z.B. maßgeblich zur inklusiven Pion-Photo-Produktion am Kern beitragen kann (siehe Kapitel 7.2).

Darüberhinaus beinhaltet das BUU-Modell Teilchen mit höherem Strangeness- und Charm-Inhalt, die in Reaktionen bei hohen Energien eine Rolle spielen. Die Eigenschaften der Teilchen im Strangeness- und Charm-Sektor sind in Anhang B zu finden.

4.5 Resonanzen

4.5.1 Breiten

Im Sektor der Nukleonen- und Delta-Resonanzen verwenden wir einen konsistenten Satz von 30 Resonanzen, deren Parameter, Verzweigungsverhältnisse sowie Zerfallskanäle der Analyse experimenteller Daten zu $\pi N \rightarrow \pi N, \pi\pi N$ von Manley und Saleski [73] entnommen sind. In Tabelle 4.2 sind die wichtigsten Resonanzeigenschaften aufgeführt. Die Breiten bzw. Verzweigungsverhältnisse beziehen sich auf die Polmassen M_R . Als Zerfallskanäle wurden $N\pi, N\eta, \Lambda K, N\omega, \Delta\pi, N\sigma, N\rho, P_{11}(1440)\pi$ und $\Delta\rho$ berücksichtigt. Der Zerfall in Kanäle mit mehr als zwei Teilchen, z.B. $R \rightarrow N\pi\pi$ erfolgt in unserem Modell also in Zweistufenprozessen, z.B. $R \rightarrow N\rho \rightarrow N\pi\pi$. Die verwendeten Parameter sind modellabhängig und weichen mitunter von den Werten der Particle Data Group [74] ab.

Die Parametrisierung der Energieabhängigkeit der Zerfallsbreiten im Vakuum übernehmen wir ebenfalls aus [73]. Für den Prozeß $R \rightarrow ab$ wird angesetzt:

$$\Gamma_{ab}(\mu) = \Gamma_{ab}^0 \frac{\rho_{ab}(\mu)}{\rho_{ab}(M_R)}, \quad (4.20)$$

wobei Γ_{ab}^0 die Zerfallsbreite der Resonanz R in den Kanal ab an der Polmasse (in Tabelle 4.2 auf Seite 62 aufgeführt), M_R die Polmasse der Resonanz und μ die invariante Masse ist. Weiterhin ist

$$\rho_{ab}(\mu) = \int d\mu_a d\mu_b \mathcal{A}_a(\mu_a) \mathcal{A}_b(\mu_b) \frac{p_{ab}}{\mu} B_{l_{ab}}^2(p_{ab}R). \quad (4.21)$$

Hier stehen l_{ab} für den relativen Bahndrehimpuls von a und b , R für den Wechselwirkungsradius, für den wir einen Wert von 1 fm annehmen, und p_{ab} für den Schwerpunktsimpuls der Teilchen a und b . Die B_l sind die sogenannten Blatt-Weisskopf-Funktionen [75], die für kleine Impulse p_{ab} proportional zu p_{ab}^l sind und für die niedrigsten Drehimpulse l in Tabelle 4.4 aufgeführt sind. Im Gegensatz zu [73] werden relativistische Spektralfunktionen verwendet. Dieser Unterschied wirkt sich jedoch nicht auf die Wirkungsquerschnitte aus, so daß tatsächlich der gesamte Parametersatz aus [73] übernommen wurde und nicht neu angepaßt werden mußte [20]. In Abbildung 4.5 zeigen wir

Resonanz	M_R [MeV]	Γ_0 [MeV]	*	Zerfallswahrscheinlichkeit in %								
				$N\pi$	$N\eta$	$N\omega$	$K\Lambda$	$\Delta\pi$	$N\rho$	$N\sigma$	$N^*\pi$	$\Delta\rho$
$N(938)$	938	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{33}(1232)$	1232	118	4	100	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{11}(1440)$	1462	391	4	69	0	0	0	22	0	9	0	0
$S_{11}(1535)$	1534	151	4	51	43	0	0	0	3	1	2	0
$S_{11}(1650)$	1659	173	4	89	3	0	0	2	3	2	1	0
$S_{11}(2090)$	1928	414	1	10	0	0	0	6	49	5	30	0
$D_{13}(1520)$	1524	124	4	59	0	0	0	20	21	0	0	0
$D_{13}(1700)$	1737	249	1	1	0	0	0	84	13	2	0	0
$D_{13}(2080)$	1804	447	1	23	0	0	0	24	26	27	0	0
$D_{15}(1675)$	1676	159	4	47	0	0	0	53	0	0	0	0
$G_{17}(2190)$	2127	547	4	22	0	49	0	0	29	0	0	0
$P_{11}(1710)$	1717	478	1	9	0	0	37	49	3	2	0	0
$P_{11}(2100)$	1885	113	1	15	0	0	2	24	27	32	0	0
$P_{13}(1720)$	1717	383	1	13	0	0	0	0	87	0	0	0
P_{13}	1879	498	3	26	0	30	0	0	44	0	0	0
$F_{15}(1680)$	1684	139	4	70	0	0	0	11	7	12	0	0
$F_{15}(2000)$	1903	494	1	8	0	0	0	12	75	5	0	0
$F_{17}(1990)$	2086	535	2	6	94	0	0	0	0	0	0	0
$S_{31}(1620)$	1672	154	2	9	0	0	0	62	29	0	0	0
$S_{31}(1900)$	1920	263	3	4	0	0	0	16	38	0	6	0
$D_{33}(1700)$	1762	599	1	14	0	0	0	78	8	0	0	0
$D_{33}(1940)$	2057	460	1	18	0	0	0	47	35	0	0	0
$D_{35}(1930)$	1956	526	2	18	0	0	0	0	0	0	0	82
$D_{35}(2350)$	2171	264	2	2	0	0	0	0	0	0	0	98
P_{31}	1744	299	1	8	0	0	0	0	0	0	28	64
$P_{31}(1910)$	1882	239	4	23	0	0	0	0	10	0	67	0
$P_{33}(1600)$	1706	430	3	12	0	0	0	22	0	0	20	0
$P_{33}(1920)$	2014	152	1	2	0	0	0	83	0	0	15	0
F_{35}	1752	251	1	2	0	0	0	76	22	0	0	0
$F_{35}(1905)$	1881	327	3	12	0	0	0	1	87	0	0	0
$F_{37}(1950)$	1945	300	4	38	0	0	0	18	0	0	0	44

Tabelle 4.2: Baryonenresonanzsatz aus der Manley-Analyse [73]. Aufgeföhrt sind die Polmassen M_R , die Breite an der Polmasse Γ_0 , die Klassifizierung, sowie die Verzweigungsverhältnisse der einzelnen Zerfallskanäle.

exemplarisch Breiten der Resonanzen $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$ und $S_{11}(1535)$. Für große Resonanzmassen μ gehen die Breiten gegen eine Konstante.

Die Breiten (4.20) beziehen sich auf den Resonanzzerfall. Für den umgekehrten Prozeß der Resonanzformation $ab \rightarrow R$ können wir eine 'In'-Breite aufschreiben:

$$\Gamma_{ab}^{\text{in}}(\mu) = C_{ab}^{I_R} \Gamma_{ab}^0 \frac{p_{ab} B_{lab}(p_{ab}R)}{\mu \rho_{ab}(M_R)}, \quad (4.22)$$

Meson	M_0 [MeV]	Γ_0 [MeV]	J	I	S	Zerfallskanäle
π	138	0	0	1	0	
η	547	$1.2 \cdot 10^{-3}$	0	0	0	$\gamma\gamma$ (40%), $\pi^+\pi^-\pi^0$ (28%), $3\pi^0$ (32%)
ρ	770	151	1	1	0	$\pi\pi$
σ	800	800	0	0	0	$\pi\pi$
ω	782	8.4	1	0	0	$\pi\pi$ (2%), $\pi^0\gamma$ (9%), $\pi^+\pi^-\pi^0$ (89%)
η'	958	0.2	0	0	0	$\rho^0\gamma$ (31%), $\pi\pi\eta$ (69%)
ϕ	1020	4.4	1	0	0	$\rho\pi$ (13%), $K\bar{K}$ (84%), $\pi^+\pi^-\pi^0$ (3%)
K	496	0	0	1/2	1	
\bar{K}	496	0	0	1/2	-1	
K^*	892	50	1	1/2	1	$K\pi$
\bar{K}^*	892	50	1	1/2	-1	$\bar{K}\pi$

Tabelle 4.3: Eigenschaften der berücksichtigten leichten Mesonen.

l	$B_l(x)$
0	1
1	$x/(x+x^2)^{1/2}$
2	$x^2/(9+3x^2+x^4)^{1/2}$
3	$x^3/(225+45x^2+6x^4+x^6)^{1/2}$

Tabelle 4.4: Blatt-Weisskopf-Funktionen.

wobei $C_{ab}^{I_R}$ der Clebsch-Gordan-Koeffizient für die Kopplung der Isospins der Teilchen a, b zum Resonanzisospin I_R bezeichnet. In diesem Fall stehen die Massen der einlaufenden Teilchen a und b fest, so daß im Gegensatz zur 'Out'-Breite (siehe Gleichung (4.21)) keine Gewichtung mit den Spektralfunktionen $\mathcal{A}_a, \mathcal{A}_b$ eingeht. Im Falle stabiler Teilchen a, b sind die 'In'- und 'Out'-Breiten (bis auf $C_{ab}^{I_R}$) identisch. Allgemein gilt der Zusammenhang

$$\frac{d\Gamma_{ab}^{\text{out}}(\mu)}{d\mu_a d\mu_b} = \Gamma_{ab}^{\text{in}}(\mu_a, \mu_b, \mu) \mathcal{A}_a(\mu_a) \mathcal{A}_b(\mu_b). \quad (4.23)$$

Wir verwenden dieselbe Breitenparametrisierung für alle anderen Hyperonen- und Meson-Resonanzen. Für die Hyperon-Resonanzen existiert keine zu [73] analoge Analyse, die Parameter werden daher von der Particle Data Group [74] übernommen. Unser Modell beinhaltet alle dort mit vier Sternen und eine Großteil der mit drei Sternen eingestuft Resonanzen. Die Teilchen $\Lambda(1116)$ und $\Sigma(1189)$ werden als stabil angesehen, da sie nur einen schwachen Zerfall aufweisen. Im Mesonensektor (Tabelle 4.3) verwenden wir für die Endzustände mit drei Teilchen eine massenunabhängige Breite, da die totalen Breiten der zugehörigen Resonanzen ($\eta, \omega, \eta', \phi$) insgesamt sehr klein sind.

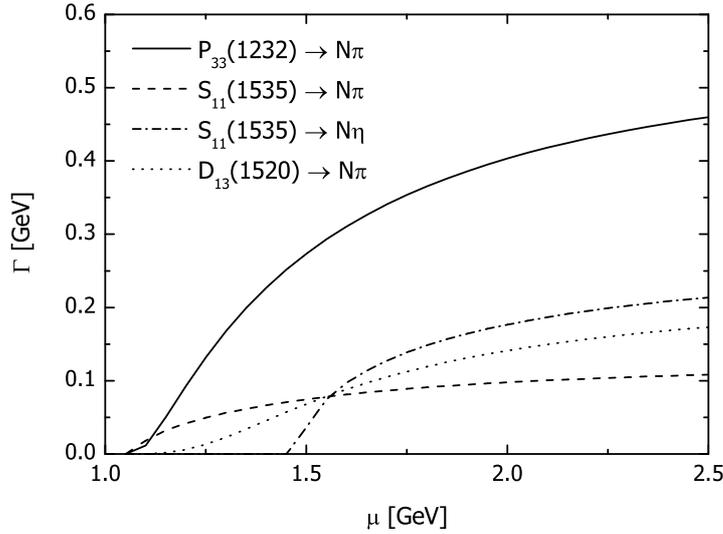


Abbildung 4.5: Partialbreiten der Resonanzen $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$ und $S_{11}(1535)$ im Vakuum gemäß Gleichung (4.20).

4.5.2 Lebensdauer der Resonanzen

Die Lebensdauer der Resonanzen im Ruhesystem bestimmen wir mit dem in Transportmodellen üblichen Ausdruck

$$\tau_1 = \frac{1}{\Gamma}, \quad (4.24)$$

wobei Γ die totale Breite der Resonanz in deren Ruhesystem ist. Aufgrund des verschwindenden Phasenraums ist die Breite an der Schwelle gleich null und die Lebensdauer der Resonanz unendlich groß. Durch die Ausbildung einer Kollisionsbreite im Medium (siehe Kapitel 6.1.2), die auch an der Schwelle von null verschiedene Werte annimmt, bleibt die Lebensdauer endlich (siehe Abbildung 4.6).

In [76] wird ein anderer Ausdruck für die Lebensdauer hergeleitet, der der Zeitverzögerung der an einem Potential gestreuten Welle durch die Resonanzausbildung als Ableitung der Streuphase nach der Energie entspricht:

$$\tilde{\tau} = \frac{\partial \delta}{\partial E}, \quad \tan \delta = \frac{\sqrt{s}\Gamma}{M_R^2 - s}. \quad (4.25)$$

Eine entsprechende Form der Lebensdauer folgt auch aus der Transportgleichung (2.46) [14, 64]: Betrachtet man ein Ensemble aus Resonanzen, die nur zerfallen, aber nicht miteinander wechselwirken, so läßt sich (2.46) reduzieren zu

$$-\frac{1}{2}\Gamma a \frac{\partial}{\partial t}(-ig^<) = i\Sigma^>(-ig^<).$$

Da es keine Resonanzformation gibt, ist die Breite des Teilchens bereits durch $-i\Sigma^>$ gegeben, und die zeitliche Ableitung der Korrelationsfunktion lautet

$$-\frac{\partial}{\partial t}(-ig^<) = \frac{2}{a}(-ig^<),$$

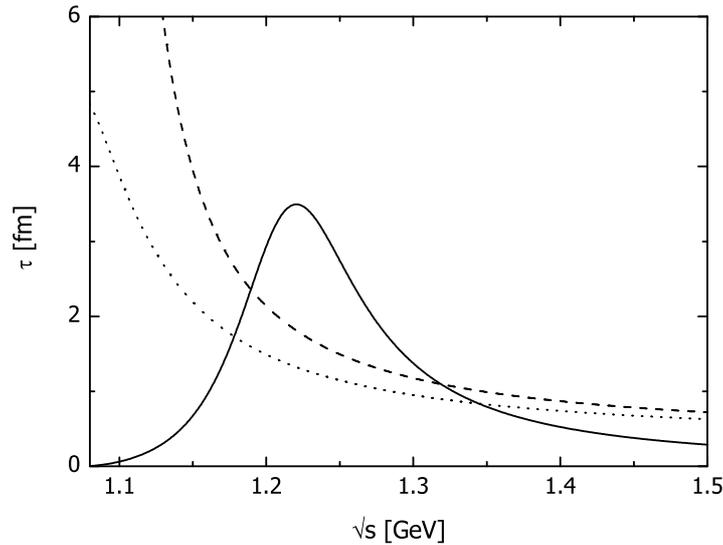


Abbildung 4.6: Lebensdauer der $P_{33}(1232)$ -Resonanz gemäß Gleichung (4.24) (gestrichelt) und Gleichung (4.25) (durchgezogen) im Ruhesystem. Die gepunktete Linie ergibt sich aus Gleichung (4.24), wenn eine zusätzliche Kollisionsbreite von 40 MeV (entspricht der P_{33} -Kollisionsbreite bei halber Kerndichte, siehe Kapitel 6.1.2) berücksichtigt wird.

so daß die Lebensdauer direkt abgelesen werden kann:

$$\tau = \frac{a}{2}.$$

Dieser Ausdruck entspricht im nichtrelativistischen Fall Gleichung (4.25). Der relativistische Ausdruck für die Lebensdauer lautet [64]:

$$\tau_2 = 2E\mathcal{A},$$

wobei E die Energie des Teilchens im betrachteten System ist. In [64] wird betont, daß Gleichung (4.24) für schmale Resonanzen im Sinne einer über die Spektralfunktion gemittelten Größe Gültigkeit hat.

Wie in Abbildung 4.6 zu sehen ist, hat diese Lebensdauer eine vollkommen andere Energieabhängigkeit, insbesondere verschwindet die Lebensdauer an der Schwelle und ist auf der Polmasse um einen Faktor zwei größer.

In [77] wurden die Auswirkungen der Berücksichtigung der verwendeten Lebensdauern anhand der $P_{33} \leftrightarrow N\pi$ -Dynamik in πA -Reaktionen untersucht. Neben dem Zerfall der Delta-Resonanz besteht im Medium die Möglichkeit der Absorption durch Reaktionen wie $P_{33}N \rightarrow NN$, $P_{33}N \rightarrow P_{33}N$ etc., also die Ausbildung einer zusätzlichen Kollisionsbreite. Die Lebensdauer $\tilde{\tau}$ wird mit einer modifizierten totalen Zerfallsbreite über $\tilde{\Gamma} = 1/\tilde{\tau}$ in Zusammenhang gebracht. Die modifizierten Partialbreiten ergeben sich durch die Forderung, daß die Verweignungsverhältnisse erhalten bleiben sollen:

$$\tilde{\Gamma}_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma} \cdot \tilde{\Gamma} = \frac{\Gamma_i}{\Gamma \cdot \tilde{\tau}}.$$

Es wurde gezeigt, daß konsistenterweise die Modifikation der Lebensdauern mit einer Modifikation der in das Modell eingehenden Wirkungsquerschnitte zur Berücksichtigung der zusätzlichen Absorptionsprozesse, d.h. einer Division durch den Faktor $\Gamma \cdot \tilde{\tau}$, einhergehen muß. Das Resultat für die Pion-Absorption am Kern zeigt, daß einerseits der Wirkungsquerschnitt durch die Modifikation der Lebensdauer im Bereich des Polbereichs der $P_{33}(1232)$ vergrößert wird, da hier die Resonanz länger lebt und es wahrscheinlicher ist, daß sie über die Kollisionsreaktionen absorbiert wird. Die zusätzliche Berücksichtigung der Modifikation der Wirkungsquerschnitte für ebendiese Absorptionsmechanismen führt zu einer Reduktion der P_{33} -Absorption, so daß sich beide Effekte gegenseitig aufheben und die Kurven den Rechnungen mit der Lebensdauer in Gleichung (4.24) entsprechen. Während die Endresultate gleich sind, gilt dies nicht für die dynamischen Prozesse, über die diese zustande gekommen sind.

In Kapitel 7.3.2 untersuchen wir den Einfluß der Lebensdauer auf die Photoproduktion von Eta-Mesonen. Ansonsten verwenden wir die Lebensdauer aus Gleichung (4.24).

4.6 Reaktionstypen

Die Wechselwirkungen verschiedener Teilchensorten sind ein ganz wesentlicher Bestandteil unseres Modells. Die Güte der Beschreibung verschiedener Prozesse bestimmt letztendlich, ob die Endzustandswechselwirkungen, die sich auf die betrachteten Reaktionen auswirken, sinnvoll sind oder nicht. Die Kollisionsraten (4.4), (4.5) gelten für Prozesse mit beliebigen Teilchenzahlen im Eingangs- und Ausgangskanal. Die tatsächlich im BUU-Modell berücksichtigten Wechselwirkungen sind neben dem Resonanzzerfall im wesentlichen auf binäre Prozesse beschränkt. Die Ausnahmen von dieser Regel besprechen wir in Kapitel 4.7.5. Wir führen nun alle Reaktionen auf, die in unserem Modell berücksichtigt werden.

4.6.1 Baryon-Baryon-Reaktionen

- $NN \rightarrow NN$
- $NN \leftrightarrow NR$
- $NN \leftrightarrow \Delta\Delta$
- $NN \leftrightarrow NN\pi$
- $NN \rightarrow NN\omega$
- $NR \rightarrow NR'$
- $BB \rightarrow NYK$
- $BB \rightarrow NY^*K$
- $BB \rightarrow NNK\bar{K}$

4.6.2 Baryon-Meson-Reaktionen

- $mB \leftrightarrow R$
- $\pi N \rightarrow \pi N$
- $\pi N \leftrightarrow \omega N$
- $\pi N \rightarrow \pi\pi N$
- $\pi N \rightarrow \pi\omega N$
- $\pi N \leftrightarrow \eta\Delta$
- $\omega N \rightarrow \omega N$
- $\pi N \leftrightarrow \Phi N$
- $\pi N \leftrightarrow K\Lambda$
- $\pi\Delta \rightarrow K\Lambda$
- $\bar{K}N \rightarrow \bar{K}N$
- $KN \leftrightarrow KN$
- $\Phi N \rightarrow \pi\pi N$
- $\pi N \leftrightarrow K\Sigma N$
- $\pi\Delta \leftrightarrow K\Sigma$
- $\bar{K}N \leftrightarrow \pi\Lambda$
- $KN \rightarrow K\pi N$
- $\Phi N \rightarrow \Phi N$
- $\pi N \leftrightarrow K\bar{K}N$
- $\pi\Delta \rightarrow K\bar{K}N$
- $\bar{K}N \leftrightarrow \pi\Sigma$

4.6.3 Meson-Meson-Reaktionen

Das BUU-Modell beinhaltet an Meson-Meson-Reaktionen neben der Resonanzanregung $mm \leftrightarrow M^*$ auch den Untergrundprozeß $\pi\pi \leftrightarrow K\bar{K}$. In der hier benutzten numerischen Realisierung (siehe Kapitel 5.3 über die Methode der perturbativen Teilchen) finden sie aber keine Anwendung.

4.6.4 Reaktionen bei höheren Energien

Bei höheren Energien nimmt die Anzahl der möglichen Endkanäle schnell zu. Daher verwenden wir zur Bestimmung der Teilchen im Endzustand aufgrund fehlender Daten und Modellrechnungen das Stringmodell FRITIOF [78]. Hier wird angenommen, daß in der hochenergetischen Reaktion zweier Hadronen Strings angeregt werden, die dann beim Auseinanderfliegen der Quarks und Antiquarks zu neuen Hadronen fragmentieren. Als Energieschwelle verwenden wir $\sqrt{s} = 2.6$ GeV für Baryon-Baryon-Stöße, $\sqrt{s} = 2.2$ GeV für Baryon-Meson-Stöße und $\sqrt{s} = 2.1$ GeV für die Photon-Nukleon-Reaktion. In die Rechnungen geht eine Formationszeit von 0.8 fm/ c ein, innerhalb der die neu produzierten Teilchen nicht wechselwirken, die aber auf die sogenannten 'Leading Hadrons' [20] nicht angewendet wird.

4.7 Wirkungsquerschnitte

Soweit möglich, verwenden wir für die im letzten Abschnitt vorgestellten Prozesse Vakuum-Wirkungsquerschnitte, um zu entscheiden, ob und wie die Teilchen wechselwirken. Wir parametrisieren die Wirkungsquerschnitte im Rahmen des Resonanzmodells, d.h. wir nehmen an, daß die Reaktionen wie z.B. $\pi N \rightarrow X$ oder $NN \rightarrow NN\pi$

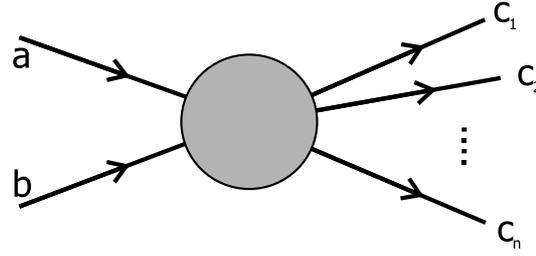


Abbildung 4.7: Allgemeiner Streuprozess $ab \rightarrow c_1, c_2, \dots, c_n$.

hauptsächlich über Resonanzbildung verlaufen. Im betrachteten Energiebereich mit invarianten Energien bis zu 2 GeV ist dies sinnvoll. Die Unterschiede zwischen den resonanten Beiträgen und den Daten werden als Untergrundprozesse, d.h. direkte Reaktionen behandelt. Es stellt sich heraus, daß der Untergrund in den meisten Kanälen klein ist.

Zum anderen sollen die Resonanzen explizit propagiert werden. Für Prozesse wie z.B. $NN \rightarrow NR$ gibt es natürlich keine direkten Daten. Im Resonanzmodell ist es aber möglich, Wirkungsquerschnitte für solche Resonanzproduktionsprozesse zu formulieren. Wir betrachten zunächst den allgemeinen Prozeß mit zwei Teilchen im Eingangskanal. In Abschnitt 4.7.2 gehen wir auf das Resonanzmodell ein.

4.7.1 Der allgemeine Prozeß $ab \rightarrow c_1, \dots, c_n$

Wir betrachten nun ausführlicher den allgemeinen Streuprozess mit zwei Teilchen im Eingangskanal $ab \rightarrow c_1, c_2, \dots, c_n$ (Abbildung 4.7). Der differentielle Wirkungsquerschnitt lautet (siehe z.B. [74, 2]):

$$d\sigma_{ab \rightarrow c_1, \dots, c_n} = (2\pi)^4 S_f \frac{|\overline{\mathcal{M}}_{ab \rightarrow c_1, \dots, c_n}|^2}{j} d\Phi_n, \quad (4.26)$$

wobei j der Flußfaktor der einlaufenden Teilchen a, b und $d\Phi_n$ der invariante Phasenraum für n Teilchen ist. Der Symmetriefaktor S_f ist durch Gleichung (4.6) gegeben. Für den Lorentz-invarianten Phasenraum gilt die Relation [74]

$$d\Phi_n(P; p_{c_1}, \dots, p_{c_n}) = \delta^4(P - (p_{c_1} + \dots + p_{c_n})) \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_{c_i}}{(2\pi)^3 2E_{c_i}} \quad (4.27)$$

mit dem totalen Viererimpuls $P = p_a + p_b$. Der Flußfaktor ist allgemein durch

$$j = 4\sqrt{(p_a \cdot p_b)^2 - m_a^2 m_b^2}$$

gegeben. Im Schwerpunktsystem der Teilchen a, b gilt

$$j = 4p_{ab}\sqrt{s}$$

mit dem Schwerpunktsimpuls p_{ab} und der Schwerpunktsenergie \sqrt{s} . Aus diesem Ausdruck erhält man – vorausgesetzt man kennt das Matrixelement – alle gewünschten totalen und differentiellen Querschnitte, indem man über den ganzen oder Teile des Phasenraums integriert.

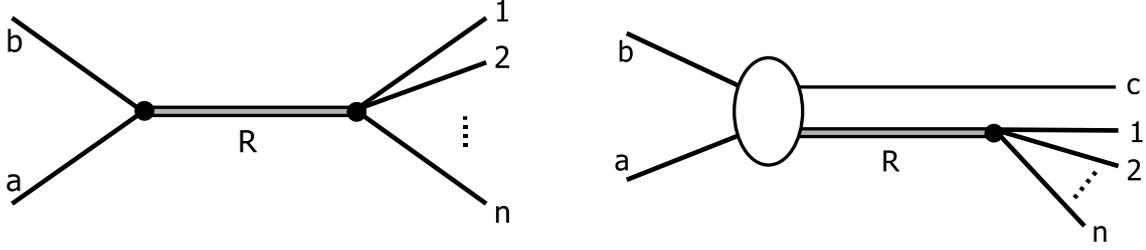


Abbildung 4.8: Streuprozesse mit Resonanzen.

4.7.2 Das Resonanzmodell

Zur Parametrisierung der elementaren Wirkungsquerschnitte im Rahmen des Resonanzmodells brauchen wir im wesentlichen die in Abbildung 4.8 gezeigten Reaktionen. Das linke Diagramm trägt zu Baryon-Meson-, das rechte zu Baryon-Baryon-Reaktionen bei. Der wesentliche Aspekt des Resonanzmodells ist, daß die Resonanzen im Transportmodell wie reale Teilchen propagiert werden. Die in Abbildung 4.8 gezeigten Prozesse enthalten Resonanzen nur als intermediäre Teilchen. Wir brauchen jedoch Wirkungsquerschnitte für die Formation oder Produktion von Resonanzen. Dazu nehmen wir an, daß die Matrixelemente faktorisieren und man somit die gezeigten Reaktionen als mehrstufige Prozesse Resonanzproduktion \rightarrow Resonanzpropagation \rightarrow Resonanzzerfall auffassen kann. Üblicherweise werden in der Herleitung die Resonanzen wie spinlose Teilchen behandelt [18].

Wir betrachten zuerst den linken Prozeß in Abbildung 4.8. Das faktorisierte Matrixelementquadrat lautet

$$|\mathcal{M}_{\pi N \rightarrow R \rightarrow \pi N}|^2 = |\mathcal{M}_{\pi N \rightarrow R}|^2 |P_R|^2 |\mathcal{M}_{R \rightarrow \pi N}|^2 \quad (4.28)$$

mit dem Resonanzpropagator (für spinlose Teilchen)

$$P_R = \frac{1}{M_R^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{\text{tot}}}, \quad (4.29)$$

wobei M_R die Polmasse der Resonanz und Γ_{tot} die totale Breite in deren Ruhesystem ist. Die totale Breite ist die Summe über alle Partialbreiten für den Zerfall in die Endzustände f :

$$\Gamma_{\text{tot}} = \sum_f \Gamma_{R \rightarrow f}.$$

Wir haben in Gleichung (4.29) den Realteil der Selbstenergie vernachlässigt. Im Ruhesystem der Resonanz erhalten wir

$$d\sigma_{ab \rightarrow R \rightarrow f} = \frac{(2\pi)^4 S_f}{4p_{ab}\sqrt{s}} \frac{|\mathcal{M}_{ab \rightarrow R}|^2 |\mathcal{M}_{R \rightarrow f}|^2}{(s - M_R^2)^2 + s\Gamma_{\text{tot}}} d\Phi_n. \quad (4.30)$$

Die Matrixelemente lassen sich mit Zerfallsbreiten in Verbindung bringen (siehe z.B. [74]):

$$\Gamma_{R \rightarrow f} = \frac{(2\pi)^4}{2\sqrt{s}} S_f \int |\mathcal{M}_{R \rightarrow f}|^2 d\Phi_n. \quad (4.31)$$

Damit gilt für den Zerfall $R \rightarrow ab$:

$$\begin{aligned}\Gamma_{R \rightarrow ab} &= \frac{1}{8(2\pi)^2} \frac{1}{2\sqrt{s}} S_{ab} \int \frac{d^3 p_a}{E_a} \frac{d^3 p_b}{E_b} \overline{|\mathcal{M}_{R \rightarrow ab}|^2} \delta^4(P - p_a - p_b) \\ &= \frac{p_{ab}}{8\pi s} S_{ab} \overline{|\mathcal{M}_{R \rightarrow ab}|^2} \\ &= \frac{p_{ab}}{8\pi s} S_{ab} \frac{(2J_a + 1)(2J_b + 1)}{(2J_R + 1)} \overline{|\mathcal{M}_{ab \rightarrow R}|^2}.\end{aligned}$$

Im zweiten Schritt haben wir unter der Annahme, daß das gemittelte Matrixelement nicht vom Raumwinkel abhängt, den Ausdruck im Schwerpunktsystem ausgewertet und für den Zwei-Teilchen-Phasenraum

$$d\Phi_2(P; p_a, p_b) = \frac{p_{ab}}{4(2\pi)^6 \sqrt{s}} d\Omega \quad (4.32)$$

verwendet. Im letzten Schritt haben wir das Matrixelement für den Zerfall $R \rightarrow ab$ in das Matrixelement für die Resonanzformation $ab \rightarrow R$ umgeschrieben. Dabei stehen J_a, J_b, J_R für die totalen Drehimpulse der Teilchen. Wir können den totalen Wirkungsquerschnitt also in der Form schreiben:

$$\sigma_{ab \rightarrow R \rightarrow f} = \frac{4\pi}{p_{ab}^2} \frac{(2J_R + 1)}{(2J_a + 1)(2J_b + 1)} \frac{s\Gamma_{R \rightarrow ab}\Gamma_{R \rightarrow f}}{(s - M_R^2)^2 + s\Gamma_{\text{tot}}^2}. \quad (4.33)$$

Summieren wir über alle Zerfallskanäle, so erhalten wir den totalen Wirkungsquerschnitt zur Resonanzformation *im Vakuum*:

$$\sigma_{ab \rightarrow R} = \sum_f \sigma_{ab \rightarrow R \rightarrow f} = \sigma_{ab \rightarrow R \rightarrow f} \cdot \frac{\Gamma_{\text{tot}}}{\Gamma_{R \rightarrow f}} \quad (4.34)$$

Die invariante Masse der Resonanz ist durch die Kinematik der einlaufenden Teilchen eindeutig festgelegt. Für den Fall, daß a und b instabile Teilchen sind, erhält man denselben Ausdruck (4.33), allerdings ist statt der 'Out'-Breite $\Gamma_{R \rightarrow ab}$ die 'In'-Breite (4.22) zu verwenden [20].

Wir wenden uns nun dem rechten Prozeß in Abbildung 4.8 zu. Im Gegensatz zur Resonanzformation wird hier die Resonanzmasse nicht durch die einlaufende Kinematik bestimmt. Daher ist ein Ausdruck für den massendifferentiellen Wirkungsquerschnitt für die Resonanzproduktion von Interesse. Der Ausgangspunkt ist

$$d\sigma_{ab \rightarrow cR \rightarrow cf} = \frac{(2\pi)^4}{4p_{ab}\sqrt{s}} S_{cf} \overline{|\mathcal{M}_{ab \rightarrow cR \rightarrow cf}|^2} d\Phi_{n+1}.$$

Wir nehmen wieder an, daß das Matrixelement faktorisiert (für den Fall, daß f zu c identische Teilchen enthält, gilt hier die zusätzliche Annahme, daß alle Interferenzterme wegfallen. Der auftretende Symmetriefaktor hebt sich gegen die Anzahl der Diagramme auf, die denselben Beitrag liefern [20].):

$$\overline{|\mathcal{M}_{ab \rightarrow cR \rightarrow cf}|^2} = \overline{|\mathcal{M}_{ab \rightarrow cR}|^2} |P_R|^2 \overline{|\mathcal{M}_{R \rightarrow f}|^2}.$$

Der $(n + 1)$ -Teilchen-Phasenraum kann über die Relation [74]

$$d\Phi_{n+1}(P; p_c, p_1, \dots, p_n) = d\Phi_n(p_R; p_1, \dots, p_n) d\Phi_2(P; p_R, p_c) (2\pi)^3 dp_R^2 \quad (4.35)$$

zerlegt werden in den Phasenraum des Zwei-Teilchen-Zwischenzustands cR und den Phasenraum des Zerfalls der Resonanz in n Teilchen. Mit (4.32) und der invarianten Masse der Resonanz μ erhalten wir

$$d\Phi_{n+1}(P; p_c, p_1, \dots, p_n) = \frac{p_{cR} \mu}{16\pi^3 \sqrt{s}} d\mu d\Omega d\Phi_n,$$

wobei p_{cR} den Schwerpunktsimpuls der Teilchen c und der Resonanz R bezeichnet. Bereits in Gleichung (3.29) haben wir die relativistische Spektralfunktion \mathcal{A} eingeführt, die (unter Vernachlässigung des Realteils der Selbstenergie) mit dem Resonanzpropagator in (4.29) über

$$\mathcal{A}_R(\mu) = \frac{2\mu}{\pi} \text{Im} P_R = \frac{2\mu^2 \Gamma_{\text{tot}}}{\pi} |P_R|^2$$

zusammenhängt. Unter Ausnutzung von (4.31) erhalten wir mit dieser Beziehung den massendifferentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cR \rightarrow cf}}{d\mu} = \tilde{\sigma}_{ab \rightarrow cR}(\mu) \mathcal{A}_R(\mu) \frac{\Gamma_{R \rightarrow f}}{\Gamma_{\text{tot}}}, \quad (4.36)$$

wobei

$$\tilde{\sigma}_{ab \rightarrow cR}(\mu) = \frac{1}{64\pi^2 s p_{ab}} \int d\Omega p_{cR} |\overline{\mathcal{M}_{ab \rightarrow cR}}|^2. \quad (4.37)$$

Der massendifferentielle Wirkungsquerschnitt zur Resonanzproduktion ergibt sich wieder über die Summation über alle Endzustände der Resonanz:

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cR}}{d\mu}(\mu) = \sum_f \frac{d\sigma_{ab \rightarrow cR \rightarrow cf}}{d\mu}(\mu).$$

Der Querschnitt in Gleichung (4.37) entspricht dem Ausdruck für die Streuung der Teilchen a, b in Teilchen c und ein *stabiles* Teilchen R mit Masse μ . Aus diesem ergibt sich der massendifferentielle Querschnitt für die instabile Resonanz R einfach durch die Gewichtung mit der Spektralfunktion.

4.7.3 Anpassung der Wirkungsquerschnitte

Wir beschreiben nun kurz, wie die Querschnitte für die in Abschnitt 4.6 aufgeführten Reaktionen angepaßt werden. Für eine ausführliche Beschreibung und Angabe der verschiedenen Parametrisierungen, ggf. mit entsprechenden Literaturhinweisen, sei auf [20] verwiesen.

Für die elastische NN -Streuung verwenden wir die Parametrisierung von Cugnon et al. [79]. Die Prozesse $NN \rightarrow NR$, $\Delta\Delta$ werden im Rahmen des Resonanzmodells beschrieben und die Matrixelemente, die als konstant angenommen werden, an Daten zu $NN \rightarrow NN\pi$, $NN \rightarrow NN\pi\pi$, $NN \rightarrow NN\rho$, $NN \rightarrow NN\eta$, $pp \rightarrow X$ angepaßt. Für die Reaktion $NN \rightarrow N\Delta$ verwenden wir das Ein-Pionen-Austauschmodell aus [80], das eine sehr gute Beschreibung winkel- und massendifferenzierender Querschnitte liefert. Der Untergrundprozeß $NN \rightarrow NN\pi$ ergibt sich aus der Differenz des Resonanzmodells (d.h. die inkohärente Summe der Beiträge aller Resonanzen) und der experimentellen Daten. Für $NN \rightarrow NN\omega$ verwenden wir eine Parametrisierung. Für die Reaktionen

$NR \rightarrow NN$, $NR \rightarrow NR$, $NR \rightarrow NR'$, $\Delta\Delta \rightarrow NN$, $\pi NN \rightarrow NN$ werden die Matrixelemente der entsprechenden umgekehrten Prozesse verwendet.

In der Strangeness-Produktion in BB -Stößen wird ein Wirkungsquerschnitt gemäß der Gleichung (4.26) angesetzt; für die Matrixelemente wird eine energieabhängige Parametrisierung gewählt, die an Daten zu $pp \rightarrow NYK$ angepaßt wird und von der Art des Hyperons Y abhängt. Diese Matrixelemente werden auch für die Reaktionen mit den entsprechenden Hyperon-Resonanzen, d.h. $BB \rightarrow NY^*K$ benutzt. Der massendifferentielle Querschnitt enthält analog zu Gleichung (4.36) die Spektralfunktion der Resonanz. Für $BB \rightarrow NKK\bar{K}$ wird auf eine Parametrisierung zurückgegriffen.

Die Baryon-Meson-Prozesse werden wieder durch das Resonanzmodell (d.h. inkohärente Summe der Resonanzbeiträge) beschrieben. Im Kanal $\pi^-N \rightarrow X$ wird der Beitrag der mit nur einem Stern bewerteten Resonanzen vernachlässigt, da ansonsten die Daten überschätzt werden. Für die Reaktion $\pi^+N \rightarrow X$ wird dieser Beitrag als nichtresonanter Untergrund behandelt. Abweichungen zu den Daten in beiden Kanälen bei großen invarianten Masse werden als direkte Reaktion $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ aufgefaßt. Für die Reaktionen $\pi N \rightarrow \omega N$, $\pi N \rightarrow \pi\omega N$, $\omega N \rightarrow \omega N$, $\omega N \rightarrow \pi\pi N$, $\pi N \rightarrow \Phi N$, $\Phi N \rightarrow \Phi N$, $\Phi N \rightarrow \pi\pi N$ und $\pi N \rightarrow \eta\Delta(1232)$ werden Parametrisierungen verwendet, im Falle von Reaktionen mit zwei Teilchen im Endzustand auch zur Bestimmung der Querschnitte der Rückreaktionen herangezogen. Auch die Prozesse $\pi N \rightarrow YK$, $\pi\Delta \rightarrow YK$ und deren Rückreaktionen beschreiben wir durch entsprechende Parametrisierungen.

Im Falle von Kaon-Nukleon-Streuung reicht das Resonanzmodell insbesondere nahe der Schwelle nicht aus, um die experimentellen Daten für $K^-N \rightarrow K^-N, \pi Y$ zu beschreiben. Hier wird die Differenz wieder als direkter Prozeß aufgefaßt. Die Prozesse mit einlaufenden Kaonen (die ein \bar{s} -Quark enthalten) erfolgen nicht durch Resonanzanregung und werden parametrisiert.

Für hochenergetische Prozesse, die gemäß Kapitel 4.6.4 über das FRITIOF-Modell ablaufen, benutzen wir Parametrisierungen der totalen BB -, BM -Querschnitte aus [74].

Wir verwenden im allgemeinen Vakuum-Wirkungsquerschnitte. Wie diese an die veränderten Bedingungen im Medium angepaßt werden, diskutieren wir in Kapitel 5.9.1.

4.7.4 Endzustände mit instabilen Teilchen

Wir betrachten erneut den allgemeinen Streuprozeß in Abbildung 4.7. Die meisten in unserem Modell berücksichtigten Reaktionen bei niedrigen Energien enthalten Endzustände mit einem (Resonanzformation), zwei oder drei Teilchen. Auch in den letzten beiden Fällen kann es vorkommen, daß einige der auslaufenden Teilchen als instabil angesehen werden (z.B. Resonanzen, Offshell-Nukleonen), so daß wir auch hier differenzielle Querschnitte verwenden müssen, die z.B. Auskunft über die Massen der auslaufenden Teilchen geben.

Zwei Teilchen: $ab \rightarrow cd$

Wir starten mit der Formel (4.26) für den differentiellen Querschnitt im Schwerpunktsystem der Teilchen a, b :

$$d\sigma_{ab \rightarrow cd \rightarrow fcfd} = \frac{(2\pi)^4}{4p_{ab}\sqrt{s}} S_f \overline{|\mathcal{M}_{ab \rightarrow cd \rightarrow fcfd}|^2} d\Phi_{n+m}(P; p_{c_1}, \dots, p_{c_n}, p_{d_1}, \dots, p_{d_m})$$

Hierbei sollen $f_c = c_1, \dots, c_n$ und $f_d = d_1, \dots, d_m$ die Endzustände der instabilen Teilchen c, d andeuten. $P = p_a + p_b = p_c + p_d$ ist der totale Viererimpuls der Reaktion. Ähnlich wie in Gleichung (4.35) zerlegen wir den Phasenraum:

$$d\Phi_{m+n}(P; p_{c_1}, \dots, p_{c_n}, p_{d_1}, \dots, p_{d_m}) = d\Phi_n(p_c; p_{c_1}, \dots, p_{c_n}) d\Phi_m(p_d; p_{d_1}, \dots, p_{d_m}) \\ \times d\Phi_2(P; p_c, p_d) (2\pi)^6 dp_c^2 dp_d^2$$

Wir nehmen wiederum an, daß das Quadrat des Matrixelements faktorisiert⁵:

$$\overline{|\mathcal{M}_{ab \rightarrow c_1, \dots, c_n; d_1, \dots, d_m}|^2} = \overline{|\mathcal{M}_{ab \rightarrow cd}|^2} |P_c|^2 |P_d|^2 \overline{|\mathcal{M}_{c \rightarrow c_1, \dots, c_n}|^2} \overline{|\mathcal{M}_{d \rightarrow d_1, \dots, d_m}|^2},$$

so daß wir analog zum Prozeß $ab \rightarrow cR \rightarrow cf$ den differentiellen Querschnitt

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd \rightarrow fcfd}}{d\mu_c d\mu_d d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_{cd}}{p_{ab}} \mathcal{A}_c \mathcal{A}_d \overline{|\mathcal{M}_{ab \rightarrow cd}|^2} \frac{\Gamma_{c \rightarrow f_c}}{\Gamma_{\text{tot}}^c} \frac{\Gamma_{c \rightarrow f_d}}{\Gamma_{\text{tot}}^d}.$$

erhalten. Summation über alle möglichen Endzustände f_c, f_d ergibt dann wieder den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Produktion der Teilchen c, d mit Massen μ_c, μ_d :

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}}{d\mu_c d\mu_d d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_{cd}}{p_{ab}} \mathcal{A}_c \mathcal{A}_d \overline{|\mathcal{M}_{ab \rightarrow cd}|^2}. \quad (4.38)$$

Im Gegensatz zu Gleichung (4.36) wurde nicht über den Raumwinkel Ω der auslaufenden Teilchen c, d integriert. Wir haben schon in Kapitel 3 gesehen, daß die In-Medium-Breiten der Nukleonen (das gilt z.B. auch für Resonanzen) von deren Impuls abhängen. Die Spektralfunktionen hängen also von den Impulsen der Teilchen c, d ab, die wiederum Funktionen des Streuwinkels sind. Gleichung (4.38) dient für feste Kinematik der einlaufenden Teilchen a, b (d.h. \sqrt{s} und p_{ab} sind fest) als Maß für die simultane Wahrscheinlichkeit, daß die Teilchen c, d mit Massen μ_c, μ_d und Streuwinkel ϑ produziert werden. Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist also durch die Massen- und Impulsabhängigkeit der rechten Seite von (4.38), d.h. im wesentlichen durch

$$p_{cd} \mathcal{A}_c \mathcal{A}_d \overline{|\mathcal{M}_{ab \rightarrow cd}|^2}$$

gegeben. Diese Erkenntnis ist wichtig, um die Eigenschaften allgemeiner Zwei-Teilchen-Endzustände (d.h. mit Offshell-Massen), wie z.B. $NN \rightarrow NN$ oder $NN \rightarrow NR$ in der BUU-Simulation richtig zu bestimmen (siehe Kapitel 5.4.2). Gleichung (4.38) gilt auch, wenn eines (oder beide) Teilchen im Endzustand als stabil angesehen wird (z.B. in dem nichtresonanten Prozeß $\pi N \rightarrow \omega N$). Dann sind die entsprechenden Spektralfunktionen durch Delta-Funktionen (siehe Gleichung (3.30)) zu ersetzen und die Integration über die Teilchenmasse ist auszuführen.

⁵Wie bei der Reaktion $ab \rightarrow cR$ vernachlässigen wir alle Interferenzen für den Fall, daß f_c und f_d identische Teilchen enthält.

Drei Teilchen: $ab \rightarrow cde$

Eine entsprechende Gleichung kann auch für drei instabile Teilchen c, d, e formuliert werden. Die Teilchen zerfallen später in n, m bzw. k Teilchen, so daß wir den Phasenraum wie folgt zerlegen:

$$d\Phi_{n+m+k}(P; p_{c_1}, \dots, p_{c_n}, p_{d_1}, \dots, p_{d_m}, p_{e_1}, \dots, p_{e_k}) = d\Phi_n(p_c; p_{c_1}, \dots, p_{c_n}) d\Phi_m(p_d; p_{d_1}, \dots, p_{d_m}) \\ \times d\Phi_k(p_e; p_{e_1}, \dots, p_{e_k}) d\Phi_3(P; p_c, p_d, p_e) (2\pi)^9 dp_c^2 dp_d^2 dp_e^2$$

mit $P = p_a + p_b = p_c + p_d + p_e$ und dem Drei-Teilchen-Phasenraum $d\Phi_3$, den wir im Schwerpunktsystem ($\vec{P} = 0, P^0 = \sqrt{s}$) auswerten:

$$d\Phi_3 = \frac{1}{8(2\pi)^9} \delta(\sqrt{s} - E_c - E_d - E_e) \delta^3(\vec{p}_c + \vec{p}_d + \vec{p}_e) \frac{d^3p_c}{E_c} \frac{d^3p_d}{E_d} \frac{d^3p_e}{E_e}.$$

Die dreidimensionale Delta-Funktion über die Dreierimpulse kann verwendet werden, um z.B. die Integration über \vec{p}_e auszuführen (d.h. $\vec{p}_e = -\vec{p}_c - \vec{p}_d$). Ist der in d^3p_d auftretende Polarwinkel ϑ gleich dem Zwischenwinkel von \vec{p}_c und \vec{p}_d , so kann die verbliebene Delta-Funktion verwendet werden, um diesen zu eliminieren ($x := \cos \vartheta$):

$$\sqrt{s} - E_c - E_d - E_e = \sqrt{s} - E_c - E_d - \sqrt{\mu_e^2 + \vec{p}_c^2 + \vec{p}_d^2 + 2|\vec{p}_c||\vec{p}_d|x}.$$

Also gilt

$$\delta(\sqrt{s} - E_c - E_d - E_e) = \frac{E_e}{|\vec{p}_c||\vec{p}_d|} \delta(x - x_0), \quad x_0 = \frac{E_3^2 - \mu_3^2 - |\vec{p}_c|^2 - |\vec{p}_d|^2}{2|\vec{p}_c||\vec{p}_d|}.$$

Analoge Schritte wie im Fall $ab \rightarrow cd$ ergeben dann den differentiellen Querschnitt

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cde}}{d\mu_c d\mu_d d\mu_e dp_c d\Omega_c dp_d d\phi_d} = \frac{1}{p_{ab}\sqrt{s}} \frac{1}{8(2\pi)^5} \frac{|\vec{p}_c||\vec{p}_d|}{E_c E_d} \mathcal{A}_c \mathcal{A}_d \mathcal{A}_e |\overline{\mathcal{M}_{ab \rightarrow cde}}|^2. \quad (4.39)$$

Das bedeutet, daß im Medium, wenn die \mathcal{A}_i von den Teilchenimpulsen p_i abhängen, neben den drei Massen auch fast die vollständigen Dreierimpulse der Teilchen c, d simultan festgelegt werden müssen, da \vec{p}_e von diesen abhängt. Die Gleichung behält auch dann Gültigkeit, wenn einige der Teilchen c, d, e stabil sind. Damit ist sie auf alle Drei-Teilchen-Endzustände anwendbar.

4.7.5 Reaktionen mit drei Teilchen im Eingangskanal

Wir haben schon betont, daß wir im allgemeinen Prozesse mit mehr als zwei Teilchen im Eingangskanal nicht berücksichtigen, da solche zum einen experimentellen Messungen nicht zugänglich sind und zum anderen numerisch nicht einfach zu implementieren sind. Andererseits enthält das Modell auch unterhalb der Stringschwelle schon Prozesse, bei denen drei Teilchen produziert werden, z.B. den Untergrund zu $NN \rightarrow \pi NN$. Es ist daher wünschenswert, auch den umgekehrten nichtresonanten Prozeß zu berücksichtigen.

In [20] wurde ein Verfahren zur Simulation solcher Prozesse entwickelt, wobei die Kenntnis der Matrixelemente vorausgesetzt wird. Wir haben schon in Kapitel 3 die

Interpretation der Selbstenergien als Kollisionsraten von Nukleon-Streuprozessen ausgenutzt. Gleichung (4.4) gibt angewendet auf die Reaktion $\pi NN \rightarrow NN$ z.B. die Verlustrate des Pions. Interpretiert als Kollisionsbreite ist sie somit ein Maß für die Lebensdauer dieses Teilchens bezüglich dieser Reaktion. Über den 'Zerfall' der einlaufenden Teilchen wird dann mit einem exponentiellen Zerfallsgesetz (Gleichung (5.24)) entschieden (siehe auch Kapitel 6.2). Diese Methode wird für die Reaktion $\pi NN \rightarrow NN$ angewendet; das Matricelement wird aus dem umgekehrten Prozeß abgeleitet. Bei anderen Reaktionen, die zu einem Drei-Teilchen-Endzustand führen (z.B. $\omega NN \rightarrow NN$) kann aufgrund der geringen Multiplizität der Teilchen auf eine Implementierung verzichtet werden.

4.7.6 Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitte im Resonanzbereich

Wir betrachten in dieser Arbeit photon- und elektroninduzierte Prozesse an Kernen. Bislang haben wir die Wirkungsquerschnitte betrachtet, die für die Endzustandswechselwirkungen solcher Reaktionen relevant sind. Im Falle der Photon-Nukleon- bzw. Elektron-Nukleon-Reaktion in der Resonanzregion geht man in ähnlicher Weise vor.

Der Prozeß γN wurde in [26, 20] parametrisiert und ausführlich beschrieben. Wir erläutern hier nur kurz die Vorgehensweise. Für den betrachteten Energiebereich sind die relevanten Kanäle $\gamma N \rightarrow N\pi$, $N\pi\pi$ und $N\eta$. Wie auch bei den FSI müssen die Wirkungsquerschnitte in resonante und Untergrundanteile zerlegt werden.

Für die Ein-Pion-Produktion existiert eine Partialwellenanalyse von Arndt et al. [81]. Der Wirkungsquerschnitt kann durch Partialwellenamplituden A , B dargestellt werden:

$$\sigma = 4\pi \frac{q}{k} \sum_{l=0}^{\infty} \left[(l+1)(|A_{l+}|^2 + |A_{(l+1)-}|^2) + \frac{1}{4} l(l+1)(l+2)(|B_{l+}|^2 + |B_{(l+1)-}|^2) \right]; \quad (4.40)$$

dabei sind q und k die CM-Impulse des Pions und des Photons. Für $\sqrt{s} < 2$ GeV reicht es aus, hier die Beträge zu berücksichtigen, die durch die Resonanzen $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$, $S_{11}(1535)$ und $F_{15}(1680)$ geliefert werden. Für jede der vier Resonanzen wird eine Amplitude angesetzt, deren Betragsquadrat einer Breit-Wigner-Funktion entspricht. Der Anteil einer Resonanz R zum Wirkungsquerschnitt in Gleichung (4.40) ist gegeben durch:

$$\sigma_{\gamma N \rightarrow R \rightarrow N\pi} = \left(\frac{k_0}{k} \right)^2 \frac{s\Gamma_\gamma \Gamma_{R \rightarrow N\pi}}{(s - M_R^2)^2 + s\Gamma_{R \rightarrow X}^2} \frac{2m_N}{M_R \Gamma_0} (|A_{1/2}^R|^2 + |A_{3/2}^R|^2), \quad (4.41)$$

was Gleichung (4.33) entspricht. Hier ist $k_0 = k(M_R)$ der CM-Impuls des Photons auf der Resonanzmasse. Die Helizitätsamplituden $A_{1/2}^R$ und $A_{3/2}^R$ bestimmen die Kopplung des Photons an die Resonanz R . Die verwendeten Werte sind in [20] zu finden. Die Größe Γ_γ ist proportional zur Zerfallsbreite $R \rightarrow \gamma N$. Hier gebrauchen wir die in [82] vorgeschlagene Parametrisierung (siehe [20]). Für die Breiten in Zähler und Nenner verwenden wir wieder die in Kapitel 4.5.1 vorgestellten Parametrisierungen. Γ_0 schließlich ist die totale Vakuumbreite von R auf der Resonanz.

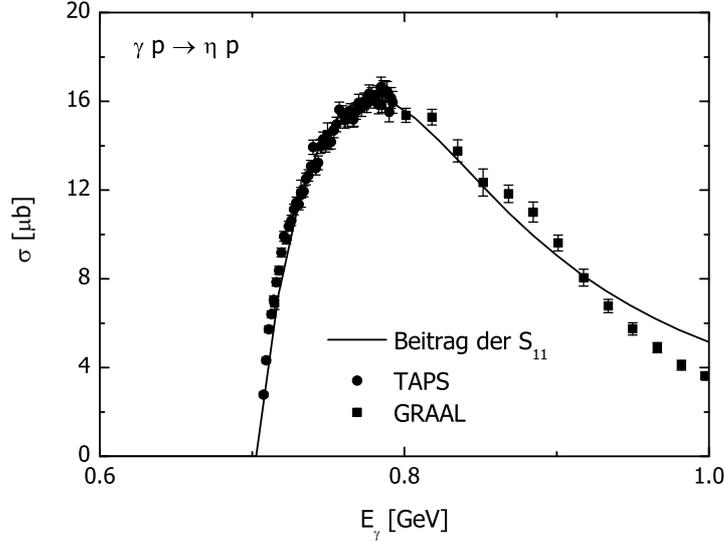


Abbildung 4.9: Parametrisierung des Wirkungsquerschnitts $\gamma p \rightarrow \eta p$ durch den Resonanzbeitrag der $S_{11}(1535)$ analog zu Gleichung (4.42).

Durch die Subtraktion der Resonanzamplituden von den totalen Partialwellen aus [81] wird ein Untergrund bestimmt. Es wurde in [26] betont, daß Interferenzeffekte zwischen Resonanz- und Untergrundbeiträgen wichtig sind. Daher führt eine inkohärente Summe der Resonanzquerschnitte (4.41) und der entsprechend berechneten Untergrundquerschnitte $\sigma_{\gamma N \rightarrow N\pi}^{\text{bg}}$ zu keiner guten Beschreibung der Daten der einzelnen exklusiven Ein-Pion-Kanäle. Andererseits benötigen wir in BUU Querschnitte für die Prozesse $\gamma N \rightarrow R$ und $\gamma N \rightarrow N\pi$ (Untergrund), da die Resonanzen explizit propagiert werden. Daher ist auch der kohärent berechnete Wirkungsquerschnitt auf der Basis der Amplituden ohne praktischen Nutzen. In [26] wurden daher skalierte Wirkungsquerschnitte eingeführt, die eine Aufteilung in die Prozesse $\gamma N \rightarrow R$ und $\gamma N \rightarrow N\pi$ erlauben, aber dennoch in der Summe die Daten beschreiben. Details dazu finden sich in Anhang C, da dies später Relevanz auf die Rechnungen mit der Nukleon-Spektralfunktion hat.

Eine Ausnahme bildet hier die $S_{11}(1535)$, die wichtig für die Eta-Produktion ist. Die skalierten Wirkungsquerschnitte werden später zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit benutzt, mit der das Photon am Nukleon eine S_{11} anregt. Da die S_{11} in ein Eta-Meson zerfallen kann, würde der Ein-Pion-Untergrund über die Skalierung in die Berechnung des Eta-Produktionsquerschnittes eingehen. Der Wirkungsquerschnitt für $\gamma N \rightarrow S_{11}(1535)$ ist daher direkt über

$$\sigma_{\gamma N \rightarrow S_{11}} = \left(\frac{k_0}{k}\right)^2 \frac{s\Gamma_\gamma \Gamma_{S_{11} \rightarrow X}}{(s - M_{S_{11}}^2)^2 + s\Gamma_{S_{11} \rightarrow X}^2} \frac{2m_N}{M_{S_{11}}\Gamma_0} |A_{1/2}|^2 \quad (4.42)$$

gegeben. Der Beitrag der S_{11} zur Ein-Pion-Produktion ist durch Gleichung (4.41) gegeben und wird von dem totalen Querschnitt $\gamma N \rightarrow N\pi$ abgezogen, bevor der skalierte

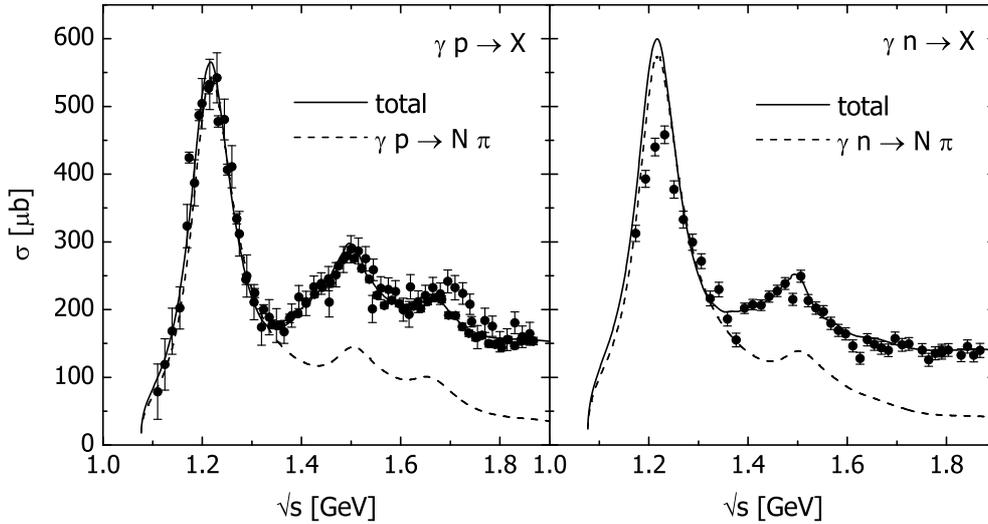


Abbildung 4.10: Parametrisierung des Wirkungsquerschnittes $\gamma N \rightarrow N\pi, X$ im Vergleich zu den Daten (siehe [20]). Zur Diskussion der Diskrepanz zwischen der Parametrisierung und den Daten am Neutron sei auf [26] verwiesen.

te Wirkungsquerschnitt für die anderen Resonanz- und Untergrundbeiträge bestimmt wird.

In Kapitel 7.3 gehen wir auf die Eta-Photoproduktion am Kern ein. Die wichtigste Quelle sind dabei die in Eta-Mesonen zerfallenden S_{11} -Resonanzen, die in der γN -Reaktion produziert werden. Es ist also essentiell, diesen Prozeß gut zu beschreiben. Messungen des Prozesses $\gamma p \rightarrow \eta p$ durch die TAPS-Gruppe an MAMI [83] bei Energien von der Schwelle bis zu $E_\gamma = 800$ MeV und an GRAAL bei höheren Energien bis $E_\gamma = 1$ GeV [84] lassen sich durch den Ansatz in Gleichung (4.42) parametrisieren, wobei die totale Zerfallsbreite $S_{11} \rightarrow X$ im Zähler durch die Partialbreite für $N\eta$ auszutauschen ist. Der Vergleich mit den Daten ist in Abbildung 4.9 zu sehen. Es ist zu beachten, daß die Energieabhängigkeit des Querschnitts stark durch die Breitenparametrisierungen beeinflusst wird. Am Proton übernehmen wir für $A_{1/2}^p$ den in [83] extrahierten Wert von $0.109 \text{ GeV}^{-1/2}$. Wir nehmen an, daß die Eta-Produktion am Nukleon im betrachteten Energiebereich alleine durch die Anregung einer $S_{11}(1535)$ bestimmt wird und keine Untergrundbeiträge vorhanden sind. Dies ist eine übliche und durch das Experiment gestützte Annahme, die darüberhinaus auch durch aufwendigere Coupled-Channel-Analysen der Daten bestätigt wird [85].

Informationen über der Querschnitt $\gamma n \rightarrow \eta n$ gibt es nur indirekt durch Eta-Produktion am Deuteron [86]. Hier wird für die Helizitätsamplitude des Neutrons der Zusammenhang $A_{1/2}^n = \sqrt{3/2} A_{1/2}^p$ gefunden, der auch in unsere Rechnungen eingeht.

Während der Hauptbeitrag zu den Kanälen $N\pi$ und $N\eta$ resonanter Natur ist, gilt dies nicht für die Wirkungsquerschnitte der einzelnen Isospin-Kanäle zur Zwei-Pion-Produktion. In [26] wurde ein inkohärenter Ansatz gewählt, so daß die Differenz zwi-

schen den Daten und den Resonanzbeiträgen als Untergrund $\gamma N \rightarrow N\pi\pi$ aufgefaßt wird. Die Querschnitte für $\gamma N \rightarrow R \rightarrow N\pi\pi$ erhält man aus Gleichung (4.41), wenn die Ein-Pion-Breiten $\Gamma_{R \rightarrow N\pi}$ durch die effektiv zur Zwei-Pionen-Produktion führenden Zerfallsbreite $\Gamma_{N\pi\pi} = \Gamma_{N\rho} + \Gamma_{N\sigma} + \Gamma_{\Delta\pi} + \Gamma_{N^*\pi}$ ersetzt wird.

Aufwendigere Arbeiten, in denen verschiedene Feynman-Diagramme zu den verschiedenen Isospinkanälen $\gamma N \rightarrow N\pi\pi$ ausgewertet wurden [87, 32], zeigen in der Tat, daß Interferenzen zwischen verschiedenen Beiträgen für die Struktur dieses Querschnitts essentiell sind.

In Abbildung 4.10 zeigen wir die vorgestellte Parametrisierung für den Ein-Pionen- und totalen Wirkungsquerschnitt an Proton und Neutron im Vergleich zu den Daten.

4.7.7 Wirkungsquerschnitte für Elektron-Nukleon-Reaktionen

Die Elektron-Nukleon-Reaktion wird im allgemeinen in der Näherung behandelt, daß zwischen beiden Teilchen ein einzelnes virtuelles Photon ausgetauscht wird (*one-photon exchange approximation*, siehe z.B. [2]). Daher kann dieser Prozeß formal analog zur Reaktion mit reellen Photonen behandelt werden. Als wichtiger Unterschied ergibt sich jedoch, daß man über die zusätzlichen Freiheitsgrade der longitudinalen Polarisation und der Unabhängigkeit von Photonenergie und -impuls verfügen kann. Der Wirkungsquerschnitt σ_{γ^*N} wird daher nicht nur durch die invariante Masse des Photon-Nukleon-Paares bestimmt, sondern zusätzlich noch durch den Polarisationsparameter ε und das negative Viererimpuls-Quadrat des Photons $Q^2 = -q^2 = (\vec{p}_\gamma + \vec{p}_N)^2 - (E_\gamma + E_N)^2$. Die experimentell gemessene Größe ist natürlich der Wirkungsquerschnitt der Elektron-Nukleon-Reaktion $d\sigma/(d\Omega dE')$. Dabei ist Ω der Streuwinkel im Laborsystem (d.h. Ruhesystem des Nukleons) und E' die Energie des auslaufenden Elektrons. Der Querschnitt hängt daneben auch von der Energie E des einlaufenden Elektrons ab. Mit den das Elektron charakterisierenden Variablen lassen sich die Eigenschaften des virtuellen Photons berechnen (dabei wird die Masse des Elektron vernachlässigt):

$$E_\gamma = E - E', \quad Q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\vartheta}{2}, \quad \varepsilon = \left(1 + \tan^2 \frac{\vartheta}{2} \left(1 + \frac{E_\gamma^2}{Q^2} \right) \right)^{-1}. \quad (4.43)$$

Die gängige Definition eines Querschnitts für die Reaktion γ^*N aus dem gemessenen eN -Querschnitt ist die Hand-Konvention [88, 2]. Hier erhält man

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \Gamma \cdot \sigma_{\gamma^*N} = \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{E'}{E} \frac{s - m_N^2}{2m_N} \frac{1}{Q^2(1 - \varepsilon)} \cdot \sigma_{\gamma^*N}, \quad (4.44)$$

wobei die Größe Γ als Flußfaktor der einlaufenden Elektronen interpretiert werden kann. Der hieraus resultierende Querschnitt σ_{γ^*N} läßt sich direkt mit dem für reelle Photonen vergleichen; es kann gezeigt werden, daß

$$\lim_{Q^2 \rightarrow 0} \sigma_{\gamma^*N} = \sigma_{\gamma N}$$

gilt [2]. Üblicherweise wird σ_{γ^*N} in eine transversale und eine longitudinale Komponente zerlegt:

$$\sigma_{\gamma^*N} = \sigma_{\gamma^*N}^T + \varepsilon \cdot \sigma_{\gamma^*N}^L. \quad (4.45)$$

Aufgrund der Tatsache, daß der Wirkungsquerschnitt σ_{γ^*N} von drei statt von einer Größe abhängt, ist die Datenlage erheblich schlechter als in der Photoproduktion. Der Großteil der Daten bezieht sich auf den inklusiven Prozeß $ep \rightarrow e'X$. Die in den siebziger Jahren durchgeführten Messungen wurden in [89] zusammengestellt und in einer Parametrisierung für den Bereich der Resonanzregion bis $Q^2 \sim 6 \text{ GeV}^2$ verarbeitet. Die exklusiven Kanäle decken dagegen keinen durchgehenden kinematischen Bereich ab und sind zum Großteil auf $Q^2 \leq 1 \text{ GeV}^2$ eingeschränkt. In diesem Bereich wurde in [66, 21] der Wirkungsquerschnitt der verschiedenen Kanäle der Reaktion $ep \rightarrow e'X$ parametrisiert, der im Resonanzbereich durch dieselben exklusiven Prozesse und Resonanzen bestimmt wird wie die Photoproduktion. Daher konnte das in Kapitel 4.7.6 vorgestellte Verfahren verallgemeinert werden.

Betrachtet man nur den Beitrag der Resonanzen, so ist der longitudinale Anteil σ_L vernachlässigbar [90]. Der verbleibende transversale Anteil σ_T kann dann in derselben Form wie (4.41) geschrieben werden. Die transversale Helizitätsamplitude $|A_T| = (|A_{1/2}|^2 + |A_{3/2}|^2)^{1/2}$ ist nun allerdings keine Zahl, sondern eine Funktion von Q^2 , die für jede Resonanz verschieden ist. Tatsächlich ist hier die gesamte Q^2 -Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts enthalten. A_T ist für alle Resonanzen eine monoton fallende Funktion von Q^2 . In [90] werden die Helizitätsamplituden für die Resonanzen $P_{33}(1232)$, $S_{11}(1535)$ und $F_{15}(1680)$ diskutiert. In [66, 21] haben wir die Q^2 -Abhängigkeit als Formfaktoren der Resonanzen durch Fits an die vorhandenen Daten kontinuierlich bis $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ bestimmt. Eine Ausdehnung in den Bereich oberhalb dieses Werts ist aufgrund der angesprochenen Datensituation sehr schwierig. Die Formfaktoren können lediglich – wie weiter unten geschehen wird – punktuell an bestimmte Experimente angepaßt werden.

Das Resultat der Q^2 -Abhängigkeit ist, daß die Resonanzbeiträge zum totalen Querschnitt mit steigendem Q^2 im Vergleich zum Untergrund an Wichtigkeit verlieren und der Wirkungsquerschnitt an resonanter Ausprägung verliert. Der unterschiedliche Abfall der Resonanzamplituden wirkt sich besonders in der zweiten Resonanzregion aus: Während bei $Q^2 = 0$ vor allem die $D_{13}(1520)$ dominiert und die $S_{11}(1535)$ nur eine Nebenrolle spielt (Verhältnis 2:1), ändert sich die Wichtigkeit mit steigendem Q^2 . Ab $Q^2 \sim 1.5 \text{ GeV}^2$ liefern beide Resonanzen gleiche Beiträge, und ab $Q^2 = 3 \text{ GeV}^2$ ist die $D_{13}(1520)$ mit einem Verhältnis von 1:7 zur $S_{11}(1535)$ vernachlässigbar (siehe Abbildung 8 in [91]).

In Kapitel 7.4.2 betrachten wir Eta-Elektroproduktion am Kern bei höheren Q^2 als in [66]. Dazu machen wir Gebrauch von den Messungen zur Reaktion $\gamma p \rightarrow \eta p$ in der zweiten Resonanzregion bei $Q^2 = 2.4$ und 3.6 GeV^2 am JLab [92]. Auch in der Elektroproduktion ist diese Reaktion durch die Anregung der $S_{11}(1535)$ dominiert; Untergrundbeiträge können auch hier vernachlässigt werden [92]. Daher setzen wir zur Parametrisierung des Prozesses analog zu Gleichung (4.42) an:

$$\sigma_{\gamma^*p \rightarrow S_{11} \rightarrow p\eta} = \left(\frac{k_0}{k}\right)^2 \frac{s\Gamma_\gamma\Gamma_{S_{11} \rightarrow N\eta}}{(s - M_{S_{11}}^2)^2 + s\Gamma_{S_{11} \rightarrow X}^2} \frac{2m_N}{M_{S_{11}}\Gamma_0} |A_T(Q^2)|^2. \quad (4.46)$$

Die transversale Helizitätsamplitude wird durch Anpassung an die Daten für beide Q^2 -Werte angepaßt. Hier erhalten wir die in Tabelle 4.5 gegebenen Werte, die im Bereich dessen liegen, was in [92] mit einer etwas anderen Parametrisierung extrahiert wurde.

Q^2 [GeV ²]	$A_T(P_{33})$ [GeV ^{-1/2}]	$A_T(S_{11})$ [GeV ^{-1/2}]	$A_T(F_{15})$ [GeV ^{-1/2}]
2.4	0.0688	0.0569	0.0674
3.6	0.0316	0.0401	0.0512

Tabelle 4.5: Transversale Helizitätsamplituden der Resonanzen für verschiedene Werte von Q^2 .

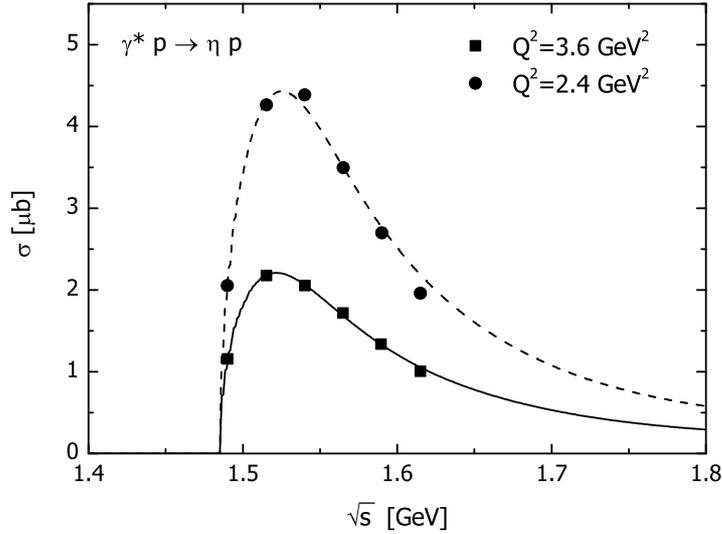


Abbildung 4.11: Parametrisierung des Wirkungsquerschnitts $\gamma^* p \rightarrow \eta p$ für $Q^2 = 2.4$ und 3.6 GeV² gemäß Gleichung 4.46. Die Daten stammen aus [92].

In Abbildung 4.11 zeigen wir unsere Parametrisierung im Vergleich zu den Daten aus [92]. Die Beschreibung der Daten ist in beiden Fällen sehr gut.

Aufgrund der FSI können theoretisch auch andere Prozesse der $\gamma^* N$ -Reaktion zur Eta-Produktion am Kern beitragen. Daher reicht es nicht aus, nur den direkten Prozeß in Betracht zu ziehen. Auch bei endlichem Q^2 sind die relevanten Prozesse in der Resonanzregion dieselben wie in der Photoproduktion. Aufgrund der Q^2 -Abhängigkeit der Helizitätsamplituden können wir aber – wie schon weiter oben beschrieben – für die betrachtete Kinematik auf den Beitrag der $D_{13}(1520)$ verzichten. Allerdings ergibt sich das Problem, daß wir außer dem inklusiven Querschnitt $\gamma^* p \rightarrow X$ durch die Brasse-Parametrisierung [89] und den eben beschriebenen Eta-Daten $\gamma^* p \rightarrow \eta p$ keine weiteren exklusiven Kanäle kennen. Daher ist es unmöglich, die restlichen Beiträge eindeutig zu bestimmen. Wir schreiben anders als in [66] den totalen inklusiven Querschnitt der Einfachheit halber als inkohärente Summe

$$\sigma_{\gamma^* N \rightarrow X} = \sigma_{\gamma^* N \rightarrow P_{33}(1232)} + \sigma_{\gamma^* N \rightarrow S_{11}(1535)} + \sigma_{\gamma^* N \rightarrow F_{15}(1680)} + \sigma_{\gamma^* N \rightarrow N\pi} + \sigma_{\gamma^* N \rightarrow N\pi\pi},$$

wobei der Beitrag der S_{11} schon über Gleichung (4.46) bekannt ist. Für die verbleibenden Resonanzbeiträge machen wir entsprechende Ansätze, wobei nur die Helizitätsamplituden angepaßt werden müssen. Für die beiden Untergrundbeiträge $N\pi$ und $N\pi\pi$

verwenden wir funktionale Formen, die denen in der Photoproduktion ähneln. Im Zwei-Pionen-Kanal z.B. steigt der Querschnitt an der Schwelle an und wird bei höheren invarianten Massen in erster Näherung konstant. Die vier noch unbekanntenen Beiträge werden an den inklusiven Wirkungsquerschnitt angepaßt. Dabei ist zu beachten, daß wir hier für $\sigma_{\gamma^*p \rightarrow X}$ nur die Resultate aus [89] für das Bin $\varepsilon \geq 0.9$ verwenden. Dagegen stammen die Eta-Daten von Armstrong et al. [92] aus einem Bereich $\varepsilon \sim 0.5 - 0.6$. Es wird in [92] ausgeführt, daß die ε -Abhängigkeit von $\sigma_{\gamma^*p \rightarrow \eta p}$ sehr klein ist (das ist auch aufgrund der weiter oben beschriebenen Tatsache, daß alle Resonanzbeiträge einen verschwindenden longitudinalen Beitrag haben, klar). Weiterhin weichen auch die Parametrisierungen verschiedener ε -Bins zu $\sigma_{\gamma^*p \rightarrow X}$ aus [89] nicht stark voneinander ab. Daher vernachlässigen wir die ε -Abhängigkeit aller auftretenden Wirkungsquerschnitte im betrachteten kinematischen Bereich völlig.

Die transversalen Helizitätsamplituden für die P_{33} und die F_{15} sind in Tabelle 4.5 aufgeführt. Während die Werte für die P_{33} recht gut mit den aus anderen Experimenten extrahierten und in [90] zusammengestellten Resultaten übereinstimmen, sind für die F_{15} im Vergleich zu [90] viel größere Amplituden notwendig (ungefähr ein Faktor zwei), um die gesamte resonante Struktur, die in den inklusiven Daten zu sehen ist, zu absorbieren. Dies ist durch die unterschiedlichen funktionalen Formen des Untergrundes zu erklären. Eine Verwendung der Amplituden aus [90] hätte zur Folge, daß ein Teil der resonanten Struktur als Untergrund behandelt würde. Die genauen Details der Aufteilung in resonante und Untergrundbeiträge ist aber von sekundärer Bedeutung, da in der dritten Resonanzregion (besonders bei endlichem Q^2) bei Reaktionen am Kern die Verschmierung durch die Fermi-Bewegung erheblich ist.

In Abbildung 4.12 zeigen wir den totalen Querschnitt für den γ^*p -Prozess im Vergleich zu den Daten aus [89] für beide Q^2 -Werte. Zusätzlich werden auch die verschiedenen Beiträge präsentiert. Der starke Anstieg des Zwei-Pionen-Untergrundes bei Energien oberhalb von $\sqrt{s} = 1.6$ GeV kommt dadurch zustande, daß noch vorhandene Stärke in diesen Kanal hineingesteckt wurde. Oberhalb von invarianten Massen von 2 GeV setzen wir den Wirkungsquerschnitt in Ermangelung an Daten konstant.

Bislang haben wir nur den elementaren Querschnitt am Proton betrachtet. Da es am Neutron überhaupt keine Daten gibt, verwenden wir hier dieselben Querschnitte wie am Proton. Eine Ausnahme bildet der Kanal $\gamma^*n \rightarrow \eta n$, wo wir wie in der Photoproduktion

$$\sigma_{\gamma^*n \rightarrow \eta n} = \frac{2}{3} \sigma_{\gamma^*p \rightarrow \eta p}$$

benutzen.

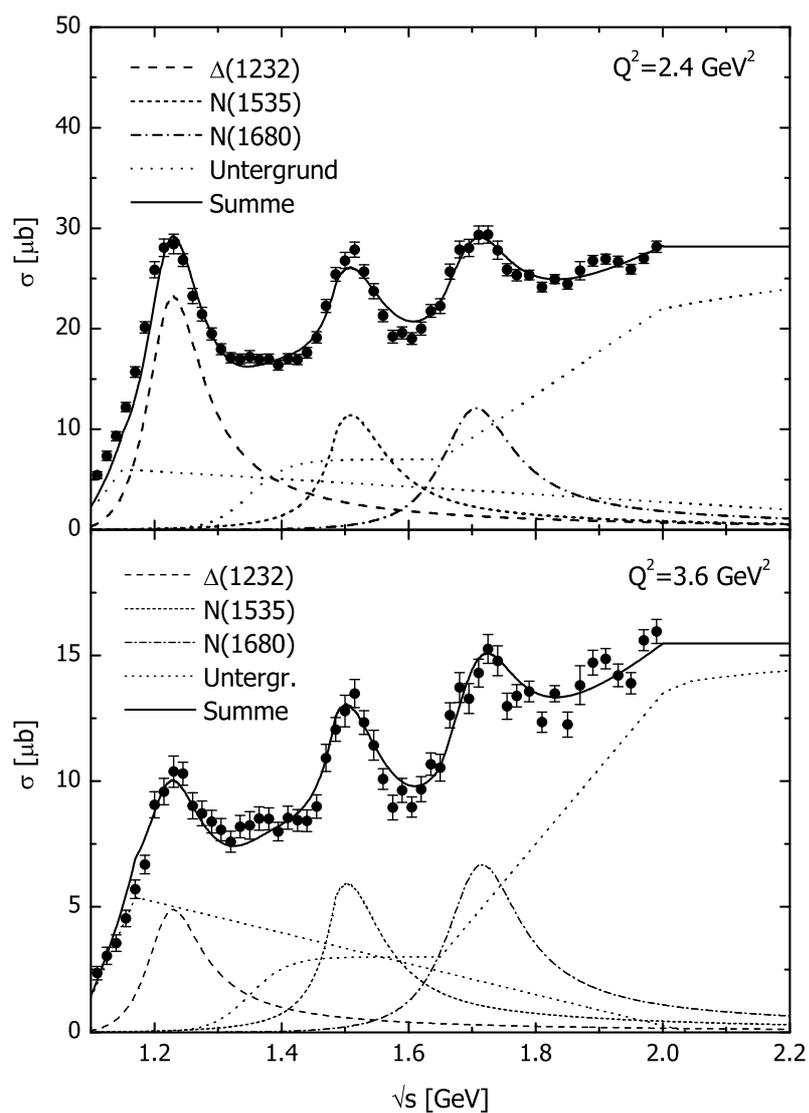


Abbildung 4.12: Parametrisierung des Wirkungsquerschnitts $\gamma^*p \rightarrow X$ für $Q^2 = 2.4$ und 3.6 GeV^2 und Aufteilung in die einzelnen Kanäle. Die Daten stammen aus [89].

Kapitel 5

Numerische Implementierung

In diesem Kapitel beschäftigen wir uns mit der numerischen Implementierung des BUU-Modells. Ausgehend vom Lösungsansatz des Systems von BUU-Gleichungen (4.7) über die Testteilchenmethode diskutieren wir die daraus resultierenden Bewegungsgleichungen, insbesondere für die Propagation von Teilchen abseits der Massenschale. Das ist für die Implementierung der Grundzustandskorrelationen natürlich von besonderem Interesse. Danach kommen wir auf Aspekte der numerischen Initialisierung und Stabilität sowie die Implementierung der in Kapitel 3 berechneten Nukleon-Spektralfunktion zu sprechen. Weiterhin beschreiben wir die Umsetzung des Kollisionsterms auf der Grundlage der im letzten Kapitel besprochenen Wirkungsquerschnitte für die Endzustandswechselwirkungen.

5.1 Die Testteilchenmethode

Das System aus gekoppelten BUU-Gleichungen (4.7) wird durch die Testteilchenmethode gelöst. Dabei wird die spektrale Phasenraumdichte $F(\vec{r}, \vec{p}, \mu; t)$ einer bestimmten Teilchensorte durch ein diskretes Ensemble sogenannter Testteilchen ersetzt:

$$F(\vec{r}, \vec{p}, \mu; t) = \frac{1}{N} \frac{(2\pi)^3}{g} \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t)) \delta(\vec{p} - \vec{p}_i(t)) \delta(\mu - \mu_i(t)). \quad (5.1)$$

Dabei sind $\vec{r}_i, \vec{p}_i, \mu_i$ Ort, Impuls und Masse des Testteilchens i zur Zeit t . Betrachten wir ein System, das nur aus Nukleonen besteht (z.B. bei der Initialisierung), dann wird jedes Nukleon im Kern durch eine bestimmte Anzahl N von Testteilchen ersetzt. In der hier angewendeten Parallel-Ensemble-Methode werden die vorhandenen Testteilchen in N verschiedene Ensembles eingeteilt, die sich gegenseitig nicht beeinflussen. Die Baryondichte wird davon abweichend als Mittel über alle Ensembles gebildet, siehe Kapitel 5.5. Somit werden N verschiedene Reaktionen nebeneinander simuliert, die aufgrund unterschiedlicher Initialisierung und unterschiedlicher Trajektorien der Testteilchen im Verlauf der Reaktion für hinreichend große N den Zeitverlauf der Nukleon-Phasenraumdichte approximieren.

Neben der Parallel-Ensemble-Methode gibt es auch die sogenannte Full-Ensemble-Methode, bei der jedes Nukleon durch seine N Testteilchen ersetzt wird, d.h. jedes Testteilchen $1/N$ des Nukleons, also $1/N$ der Masse, der Ladung usw. ausmacht. Hier

dürfen alle Testteilchen miteinander wechselwirken, allerdings nur mit $1/N$ des Wirkungsquerschnitts. In [20] werden beide Methoden miteinander verglichen.

Im Falle stabiler Teilchen (d.h. Lösung der eigentlichen BUU-Gleichung (2.48)) wird für die normale Verteilungsfunktion f , die keine explizite Energieabhängigkeit enthält, angesetzt:

$$f(\vec{r}, \vec{p}; t) = \frac{1}{N} \frac{(2\pi)^3}{g} \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t)) \delta(\vec{p} - \vec{p}_i(t)). \quad (5.2)$$

5.2 Bewegungsgleichungen

5.2.1 Teilchen auf der Massenschale

Setzt man den Ansatz (5.2) in die linke Seite der BUU-Gleichung ein, so sieht man, daß der Ausdruck verschwindet (d.h. die Vlasov-Gleichung erfüllt ist), wenn die folgenden Gleichungen erfüllt sind:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \vec{r}_i(t) &= \vec{\nabla}_{p_i} H_{\text{mf}} \\ \frac{d}{dt} \vec{p}_i(t) &= -\vec{\nabla}_{r_i} H_{\text{mf}} \\ \frac{d}{dt} \mu_i(t) &= 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

Das bedeutet, daß sich die Testteilchen zwischen den Kollisionen (wenn die Vlasov-Gleichung gilt) gemäß der Hamilton'schen Bewegungsgleichungen bewegen. Dieselben Gleichungen erhält man, wenn man den Testteilchenansatz (5.1) in den Vlasov-Term der verallgemeinerten BUU-Gleichung (4.1) einsetzt [20]. Dies zeigt, wie schon in Kapitel 2.2.3 erwähnt, daß sich die Teilchenmasse aufgrund der Propagation nicht ändert.

5.2.2 Offshell-Bewegungsgleichungen

Basierend auf dem Kadanoff-Baym-Formalismus wurden inzwischen Erweiterungen der üblichen Onshell-Propagation auf die Offshell-Propagation vorgeschlagen (z.B. [14, 20, 16, 15, 93]).

In [14] wurde nichtrelativistische Kinematik verwendet. Setzt man den Testteilchenansatz (5.1) in die Transportgleichung (2.46) ein, so findet man die Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \vec{r}_i &= \frac{\vec{p}_i}{m_N} + \vec{\nabla}_{p_i} \text{Re}\Sigma_i^{\text{ret}} + \frac{\Delta E_i}{\Gamma_i} \vec{\nabla}_{p_i} \Gamma_i \\ \frac{d}{dt} \vec{p}_i &= - \left(\vec{\nabla}_{r_i} \text{Re}\Sigma_i^{\text{ret}} + \frac{\Delta E_i}{\Gamma_i} \vec{\nabla}_{r_i} \Gamma_i \right) \\ \frac{d}{dt} (\Delta E_i) &= \frac{\Delta E_i}{\Gamma_i} \frac{d}{dt} \Gamma_i \end{aligned} \quad (5.4)$$

mit $\Delta E_i = \omega_i - p_i^2/2m_N - \text{Re}\Sigma_{\text{ret}}^i$. Dabei ist ω_i die nichtrelativistische Energie aus Kapitel 3. Die Energie (oder entsprechend die Masse) des Testteilchens ändert sich also mit

der Zeit, abhängig von der zeitlichen Entwicklung der Teilchenbreite. Gradienten der Teilchenbreite gehen auch in die anderen Bewegungsgleichungen ein. Tatsächlich läßt sich der Ursprung dieser Terme zurückverfolgen und in der zweiten Poisson-Klammer auf der linken Seite von Gleichung (2.46) bzw. in der zweiten Poisson-Klammer auf der linken Seite von Gleichung (2.43) lokalisieren.

Die Arbeit von [15, 93] liefert die relativistischen Bewegungsgleichungen:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \vec{r}_i &= \frac{\vec{p}_i}{E_i} + \frac{1}{2E_i} \vec{\nabla}_{p_i} \text{Re}\Sigma_i^{\text{ret}} + \frac{\mu_i'^2 - m_N^2}{\Gamma_i} \frac{1}{2E_i} \vec{\nabla}_{p_i} \Gamma_i \\ \frac{d}{dt} \vec{p}_i &= - \left(\frac{1}{2E_i} \vec{\nabla}_{r_i} \text{Re}\Sigma_i^{\text{ret}} + \frac{\mu_i'^2 - m_N^2}{\Gamma_i} \frac{1}{2E_i} \vec{\nabla}_{r_i} \Gamma_i \right) \\ \frac{d}{dt} \mu_i'^2 &= \frac{\mu_i'^2 - m_N^2}{\Gamma_i} \frac{d}{dt} \Gamma_i\end{aligned}\quad (5.5)$$

mit $E_i = \sqrt{\mu_i'^2 + p_i^2 + \text{Re}\Sigma_i^{\text{ret}}(\vec{r}_i, \vec{p}_i, E_i)}$.

Wir verwenden für die Propagation die in [20, 16] entwickelte Methode, die auf der Einführung eines Offshell-'Potentials' beruht. Dazu wird die Masse eines Offshell-Teilchens (z.B. Nukleon) geschrieben als

$$\mu = \mu' + U_S = m_N + \Delta\mu + U_S, \quad (5.6)$$

wobei U_S das in Gleichung (4.15) eingeführte skalare Potential ist. $\Delta\mu$ gibt die Abweichung von der Polmasse an, die über den 'trivialen' Mean-Field-Anteil hinausgeht. Diese Schreibweise ermutigt uns, die Offshellness $\Delta\mu$ als skalares Offshell-Potential aufzufassen, so daß die gesamte (effektive) Offshell-Masse durch

$$\mu = m_N + S, \quad S := \Delta\mu + U_S \quad (5.7)$$

gegeben ist. Das totale skalare Potential S besteht also aus einem 'echten' Offshell-Anteil, den wir mit Hilfe der Spektralfunktion bestimmen werden, und dem in Gleichung (4.15) definierten skalaren Mean-Field-Potential. Für die Orts- und Impulsvektoren verwenden wir nun die Bewegungsgleichungen aus Gleichung (5.3) mit dem Unterschied, daß in die Mean-Field-Hamilton-Funktion das totale skalare Potential S eingeht:

$$H_{\text{mf}} = \sqrt{(m_N + S)^2 + p^2}. \quad (5.8)$$

Dadurch beeinflußt die Offshellness direkt die zeitliche Veränderung von \vec{r}_i und \vec{p}_i , ähnlich wie in den Bewegungsgleichungen (5.4) und (5.5). Der dispersive Realteil der Selbstenergie wird aus den in Abschnitt 3.5.2 genannten Gründen vernachlässigt.

Für die Zeitabhängigkeit der Masse μ machen wir den folgenden Ansatz: Wir betrachten den Zeitpunkt $t = 0$, an dem das Teilchen erzeugt (also z.B. den Zeitpunkt einer Kollision oder der Initialisierung) und die Offshellness $\Delta\mu(t = 0)$ bestimmt wird. Wir gehen davon aus, daß die Offshellness in der Folgezeit (bis zur nächsten Kollision) proportional zur In-Medium-Breite des Teilchens ist. Die Anfangsbedingung wird durch den Ausdruck

$$\Delta\mu(t) = \Delta\mu(t = 0) \cdot \frac{\Gamma_{\text{tot}}(t)}{\Gamma_{\text{tot}}(t = 0)} \quad (5.9)$$

erfüllt. Wir machen in unseren späteren Rechnungen immer die vereinfachende Annahme, daß die Kollisionsbreite proportional zur Baryonendichte ist:

$$\Delta\mu(t) = \Delta\mu(t=0) \cdot \frac{\rho(t)}{\rho(t=0)}. \quad (5.10)$$

Durch diesen Ansatz wird im übrigen auch sichergestellt, daß die Nukleonen ihre Onshell-Masse erreichen, wenn sie ins Vakuum propagieren. Dies war die ursprüngliche Motivation zur Einführung des Offshell-Potentials in [28]. Numerisch gesehen unterscheidet sich die Offshell-Propagation in diesem Modell bis auf die Bestimmung des totalen skalaren Potentials S nicht von der Onshell-Propagation.

Wir müssen nun untersuchen, inwieweit die hier verwendeten Bewegungsgleichungen mit denen in (5.4) und (5.5) zusammenhängen.

5.2.3 Nichtrelativistischer Grenzfall

Wir betrachten zunächst den nichtrelativistischen Grenzfall (dazu zählen wir auch die Annahme, daß die Offshellness $\Delta\mu$ nicht zu groß ist). Die Hamilton-Funktion (5.8) lautet dann

$$H = m_N + \frac{p^2}{2m_N} + S = m_N + \frac{p^2}{2m_N} + \Delta\mu + U_S. \quad (5.11)$$

Für alle Orts-, Impuls- und Zeitableitungen gilt wegen (5.9)

$$\frac{d}{d\dots} \Delta\mu(\vec{r}, \vec{p}; t) = \frac{\Delta\mu(t=0)}{\Gamma(t=0)} \frac{d}{d\dots} \Gamma(\vec{r}, \vec{p}; t) = \frac{\Delta\mu(t)}{\Gamma(t)} \frac{d}{d\dots} \Gamma(\vec{r}, \vec{p}; t). \quad (5.12)$$

Also folgt

$$\vec{\nabla}_p H = \frac{\vec{p}}{m_N} + \vec{\nabla}_p U_S + \vec{\nabla}_p (\Delta\mu) = \frac{\vec{p}}{m_N} + \vec{\nabla}_p U_S + \frac{\Delta\mu}{\Gamma} \vec{\nabla}_p \Gamma$$

und

$$-\vec{\nabla}_r H = -(\vec{\nabla}_r U_S + \frac{\Delta\mu}{\Gamma} \vec{\nabla}_r \Gamma).$$

Laut Gleichung (5.6) ist die Offshellness durch $\Delta\mu = \mu' - m_N$ definiert, enthält also kein Mean-Field. Mit Gleichung (3.28) für den Zusammenhang zwischen der Masse μ' und der nichtrelativistischen Energie folgt:

$$\begin{aligned} \Delta\mu &= \mu' + U_S - U_S - m_N \\ &= m_N + \omega - \frac{p^2}{2m_N} - U_S - m_N \\ &= \omega - \frac{p^2}{2m_N} - U_S = \Delta E. \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck entspricht ΔE in Gleichung (5.4) und damit stimmen die nichtrelativistischen Bewegungsgleichungen für \vec{r} und \vec{p} überein. Die Bewegungsgleichung für ΔE ist wegen (5.12) ebenfalls erfüllt. Soweit haben wir die Gewißheit, daß die Einführung eines Offshell-Potentials im nichtrelativistischen Grenzfall Rechtfertigung besitzt.

5.2.4 Untersuchungen im Woods-Saxon-Potential

Es ist nicht möglich, ein Offshell-Potential einzuführen, das die relativistischen Bewegungsgleichungen (5.5) erfüllt. Wir diskutieren nun, inwieweit sich die Bewegungsgleichungen, die wir für die Propagation der Offshell-Nukleonen verwenden, von den relativistischen Bewegungsgleichungen (5.5) quantitativ unterscheiden. Für die Berechnung photonuklearer Reaktionen mittels der Methode der perturbativen Teilchen (Kapitel 5.3) ist es wichtig, wie die Testteilchen über längere Zeiträume propagieren.

Wir nähern nun den Kern durch ein statisches Woods-Saxon-Dichteprofil (5.15) an. Daraus folgt dann über Gleichung (4.8) das lokale skalare Potential. Wir lassen einzelne Testteilchen mit unterschiedlichen Anfangsbedingungen (Ort, Impuls, Masse) durch dieses Potential propagieren, jeweils unter Verwendung der Offshell-Potential-Methode und der Bewegungsgleichungen (5.5). Wir gehen dabei davon aus, daß für die Nukleonenbreite in beiden Fällen

$$\Gamma(\vec{r}, \vec{p}, \mu; t) \propto \rho(\vec{r}(t))$$

gilt. Damit haben wir die folgenden Bewegungsgleichungen zu lösen:

- Offshell-Potential-Methode (Modell A):

$$\frac{d}{dt} \vec{r} = \vec{\nabla}_p H, \quad \frac{d}{dt} \vec{p} = -\vec{\nabla}_r H$$

mit $H = \sqrt{(m_N + S)^2 + p^2}$. Die Masse zur Zeit t ist durch die Offshellness $\Delta\mu$ zur Zeit $t = 0$ und die lokale Dichte gegeben:

$$\mu'(t) = m_N + \frac{\mu'(t=0) - m_N}{\rho(t=0)} \cdot \rho(t).$$

- relativistische Bewegungsgleichungen (Modell B):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \vec{r} &= \frac{1}{2E} (2\vec{p} + \vec{\nabla}_p \text{Re}\Sigma_{\text{ret}}) \\ \frac{d}{dt} \vec{p} &= -\frac{1}{2E} \left(\vec{\nabla}_r \text{Re}\Sigma_{\text{ret}} + \frac{\mu'^2 - m_N^2}{\rho} \vec{\nabla}_r \rho \right) \\ \frac{d}{dt} \mu'^2 &= \frac{\mu'^2 - m_N^2}{\rho} \vec{\nabla}_r \rho \cdot \dot{\vec{r}} \end{aligned}$$

Für das skalare Potential verwenden wir die impulsunabhängige EOS (Parametersatz (H) aus Tabelle 4.1).

Die numerische Lösung der Bewegungsgleichungen z.B. für den Ortsvektor (siehe dazu auch Kapitel 5.6) beinhaltet eine Zeitschrittweite Δt :

$$\vec{r}(t + \Delta t) = \vec{r}(t) + \Delta t \cdot \begin{cases} \vec{\nabla}_p H(t) & \text{Modell A} \\ \frac{1}{2E(t)} (2\vec{p}(t) + \vec{\nabla}_p \text{Re}\Sigma_{\text{ret}}(t)) & \text{Modell B.} \end{cases} \quad (5.13)$$

Wir haben gefunden, daß Δt in Modell B erheblich kleiner gewählt werden muß als in Modell A ($\Delta t_B = 0.05$ fm/c im Vergleich zu $\Delta t_A = 0.5$ fm/c), um stabile Resultate zu erhalten.

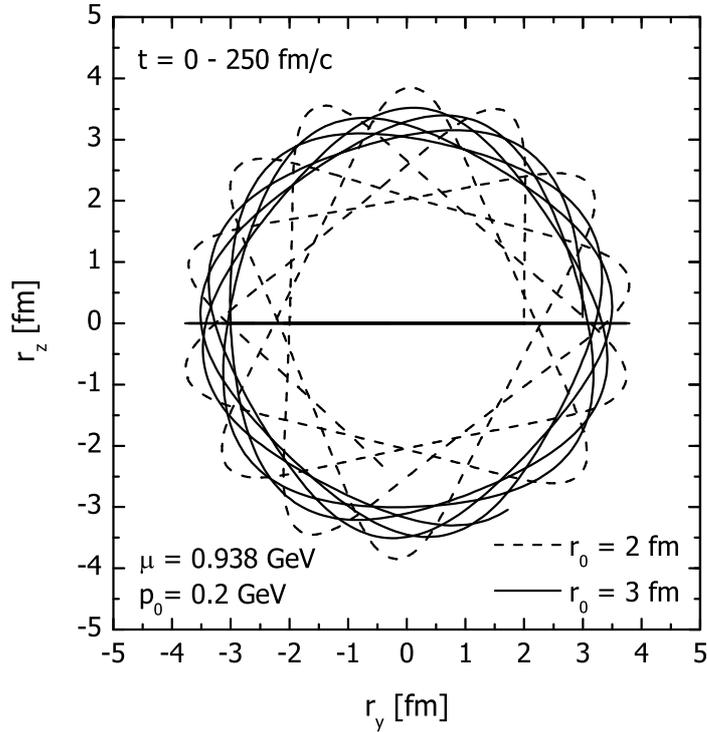


Abbildung 5.1: Onshell-Testteilchenbahnen für verschiedene Anfangsbedingungen mit Anfangsimpuls $p_0 = 0.2$ GeV im statischen Calcium-Kern.

Wir betrachten kurz den Onshell-Fall, in dem beide Modelle einander entsprechen. Die Form der Testteilchenbahn hängt von den Anfangsbedingungen ab. Der eine Extremfall ist dabei, daß $\vec{r}(t=0)$ und $\vec{p}(t=0)$ parallel sind. Hier wirken die Gradienten nur entlang der durch die Vektoren definierten Linie und die Propagation erfolgt ebenfalls entlang dieser Linie mitten durch den Kern. Das Testteilchen durchläuft also verschiedene Dichteregionen. Im anderen Extremfall ist $\vec{r}(t=0) \perp \vec{p}(t=0)$. Hier findet die Bewegung in der durch \vec{r} und \vec{p} vorgegebenen Ebene statt und zwar auf einer mehr oder weniger kreisähnlichen Bahn. Die Exzentrizität hängt dabei von $|\vec{r}(t=0)|$ ab. Dies ist in Abbildung 5.1 veranschaulicht. Die Gerade entlang der y -Achse entspricht dabei dem ersten Extremfall. Die beiden anderen Kurven zeigen, daß im zweiten Extremfall die Abweichung von einer Kreisbahn umso kleiner ist, je größer der anfängliche Abstand von Ursprung ist.

Wir untersuchen nun verschiedene Beispiele für die Offshell-Propagation der Testteilchen in beiden Modellen für den Fall $\vec{r} \parallel \vec{p}$ und $|\vec{r}(t=0)| = 2$ fm. Im anderen Extremfall ergibt sich nichts Neues, ebenso für Initialisierungen weiter außerhalb.

Die Resultate für $|\vec{r}(t)|$, $|\vec{p}(t)|$ und $\mu(t)$ sind in Abbildung 5.2 und 5.3 zu sehen. In der gewählten Projektion stellt die zeitliche Entwicklung aller Größen eine Schwingung dar. Zunächst sind die Unterschiede zwischen den Modellen für kleine Offshellness sehr klein – das ist aufgrund der Diskussion in Kapitel 5.2.3 klar. Bei größerer Offshellness und/oder großen Anfangsimpulsen sind die Kurven im Hinblick auf die Amplituden

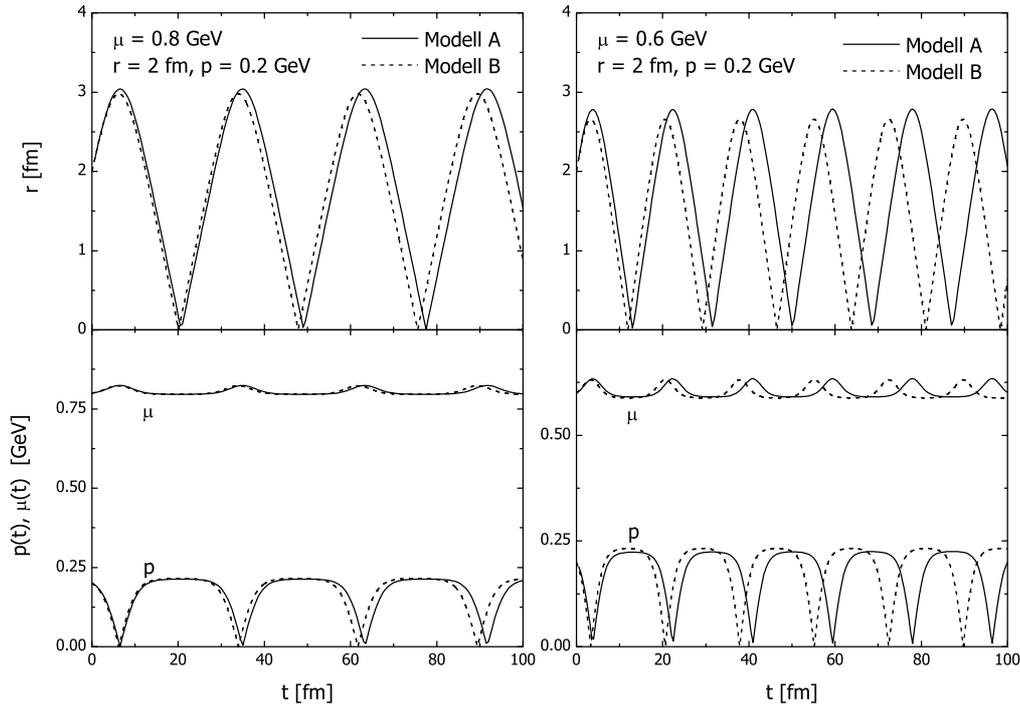


Abbildung 5.2: Vergleich der Zeitabhängigkeit von Ort, Impuls und Masse durch Lösung der Bewegungsgleichung von Modell A bzw. Modell B. Die Testteilchen wurden bei $r = 2 \text{ fm}$, $p = 0.2 \text{ GeV}$ und $\mu = 0.8, 0.6 \text{ GeV}$ initialisiert.

ebenfalls sehr ähnlich. Der Hauptunterschied, der zu beobachten ist, besteht darin, daß die Kurven aus Modell A eine kleinere 'Schwingungsfrequenz' haben als die in Modell B, aber für alle Größen r, p, μ, \dots gleich ist. Die Frequenzdifferenz steigt mit wachsender Offshellness.

Die Unterschiede in den Amplituden sind erstaunlich klein. Das Problem der unterschiedlichen Frequenzen ist vermutlich schwerwiegender, da sich hierdurch die Testteilchen in beiden Modellen zu gleichen Zeiten an verschiedenen Orten aufhalten. Da die Frequenzunterschiede massenabhängig sind, werden in beiden Modellen in einer Simulation mit mehreren Testteilchen verschiedene Szenarien beschrieben, da Stöße, die in Modell B zur Zeit t stattfinden, in Modell A nicht stattfinden, weil sich einer der beiden Stoßpartner nicht am Kollisionsort befindet. Ob dieser Unterschied allerdings zu observablen Effekten in den Reaktionen führt, ist eher unwahrscheinlich. Da die mittlere freie Weglänge der Nukleonen (je nach Energie) nur wenige fm/c beträgt, findet schon ein neuer Stoß statt, bevor die Frequenzunterschiede richtig zum Tragen kommen.

Das Problem könnte prinzipiell gelöst werden, indem man die Zeitschrittweite Δt_A in Gleichung (5.13) so umskaliert, daß die Frequenz der in Modell B entspricht. In der Praxis läßt sich dies nicht so einfach umsetzen, da die Frequenzunterschiede von der Anfangsmasse, -ort und -impuls der Testteilchen abhängen. Davon abgesehen be-

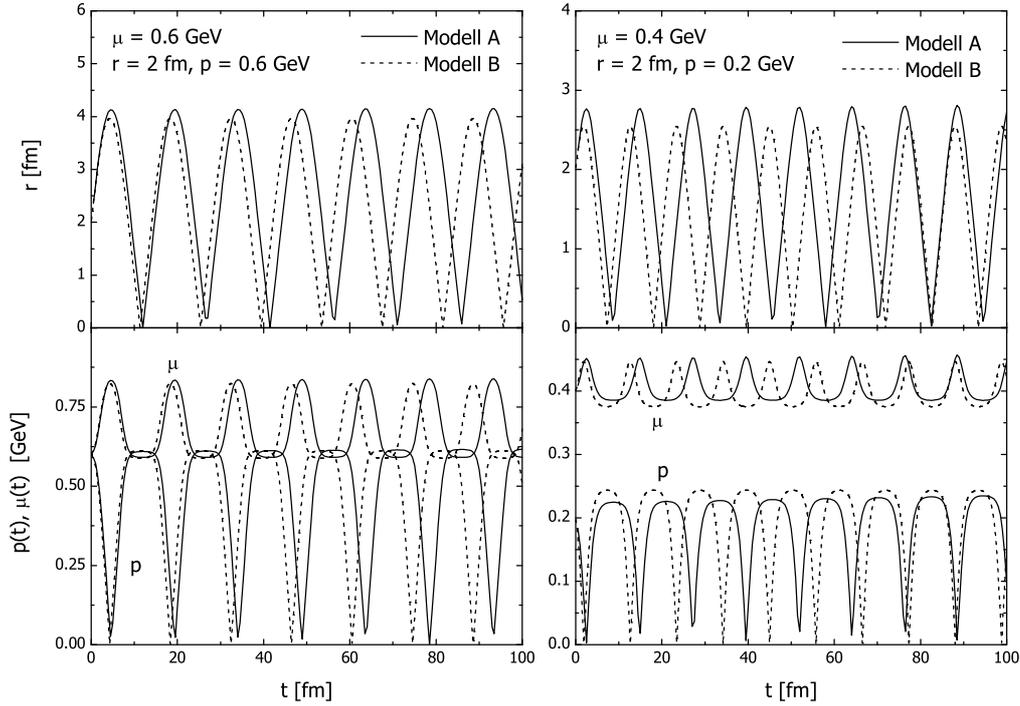


Abbildung 5.3: Vergleich der Zeitabhängigkeit von Ort, Impuls und Masse durch Lösung der Bewegungsgleichung von Modell A bzw. Modell B. Die Testteilchen wurden bei $r = 2 \text{ fm}$, $p = 0.6 \text{ GeV}$, $\mu = 0.6 \text{ GeV}$ bzw. $r = 2 \text{ fm}$, $p = 0.2 \text{ GeV}$, $\mu = 0.4 \text{ GeV}$ initialisiert.

trachten wir hier eine statische Woods-Saxon-Verteilung. Wie wir in Kapitel 5.5 sehen werden, verwenden wir im BUU-Modell dynamische Teilchendichten und -ströme, die zu jeder Zeit t aus den tatsächlich vorhandenen Teilchenverteilungen berechnet werden. Weiterhin weicht das berechnete Dichteprofil schon zur Initialisierung von der Woods-Saxon-Verteilung ab, da zur Dichteberechnung ein Verschmierungsalgorithmus für die (deltaförmigen) Nukleonendichten verwendet werden muß.

5.3 Perturbative Teilchen

Zusätzlich zur Parallel-Ensemble-Methode verwenden wir in den hier vorgestellten Rechnungen die Methode der perturbativen Teilchen. Diese wird in Transportmodellen häufig zur Berechnung der Produktion seltener Teilchen, die dementsprechend nur einen geringen Einfluß auf weitere Teilchen der eigenen und anderer Sorten haben, verwendet [94, 65]. Perturbative Teilchen sind Testteilchen, die in der Propagation und in der Wechselwirkung über Kollisionen von den reellen Teilchen beeinflusst werden; umgekehrt werden die reellen Teilchen in keiner Weise von den perturbativen Teilchen beeinflusst.

Die Produktionswahrscheinlichkeit für *reelle* Teilchen eines Endzustands f z.B. in

einer Kollision der Teilchen a und b ist durch das Verhältnis $\sigma_{ab \rightarrow f} / \sigma_{ab}^{\text{tot}}$ gegeben. Die auslaufenden Testteilchen erhalten ein statistisches Gewicht von 1. Die Produktion *perturbativer* Teilchen findet in jeder Reaktion zwischen reellen Teilchen a und b statt. Um die Überproduktion auszugleichen, wird jedem Teilchen ein statistisches Gewicht von $\sigma_{ab \rightarrow f} / \sigma_{ab}^{\text{tot}} < 1$ zugewiesen. Perturbative Teilchen können nur mit anderen reellen Teilchen reagieren; dabei wird das ursprüngliche statistische Gewicht weitervererbt.

In [20] wurde dieses Verfahren auf photoninduzierte Reaktionen erweitert. Im Unterschied zur üblichen Vorgehensweise ohne perturbative Teilchen (z.B. [26]), wo in jedem der N Ensembles *eine* Photon-Nukleon-Reaktion simuliert wird (also insgesamt N Reaktionen), wird nun in jedem Ensemble die Reaktion γN an jedem Nukleon initialisiert, also insgesamt $N \cdot A$ Reaktionen. Hierbei werden die Reaktionsprodukte als perturbativ angesehen. Im betrachteten Energiebereich innerhalb der Resonanzregion kann man in guter Näherung davon ausgehen, daß die Wahrscheinlichkeit, daß das einlaufende Photon an einem bestimmten Nukleon absorbiert wird, für alle Nukleonen im Kern gleich ist. Deshalb erhalten die perturbativ produzierten Teilchen der elementaren Reaktion ein statistisches Gewicht von $1/A$.

Die beschriebene Verfahrensweise entspricht der Annahme, daß der Kern während der Reaktion im wesentlichen im Grundzustand bleibt, d.h. für die Phasenraumdichte der Nukleonen gilt

$$f_N(\vec{r}, \vec{p}; t) = \text{const} \quad (|\vec{p}| < p_F(\vec{r})). \quad (5.14)$$

Da die Multiplizitäten anderer Teilchensorten klein sind, ist auch in γA -Reaktionen die Annahme, daß sich die Reaktionsprodukte im Verlauf der Reaktion nicht nochmals begegnen und wechselwirken, gerechtfertigt.

Eine häufig verwendete Konsequenz aus Gleichung (5.14) ist, daß zu Beginn der Rechnung die Dichten und Ströme einmal berechnet werden, auf die Aktualisierung nach jedem Zeitschritt aber verzichtet wird. Für photonukleare Rechnungen mit On-shell-Nukleonen wirkt sich dies nicht auf die Resultate aus [20] und spart erheblich an Rechenzeit. Berücksichtigen wir dagegen die Grundzustandskorrelationen, so wirkt sich diese Vorgehensweise destabilisierend auf den Kern aus, so daß wir in diesem Fall die Dichten nach jedem Zeitschritt aktualisieren.

Die Folge dieser numerischen Implementierung ist, daß es einen Kern aus reellen Nukleonen gibt, in dem sich die anderen in der photonuklearen und nachfolgenden Reaktionen produzierten Teilchen, die allesamt perturbativ sind, bewegen. Der reelle Kern selber bleibt unbeeinflusst von der Reaktion, und die Nukleonen bewegen sich lediglich gemäß der Bewegungsgleichungen. Daher ist es wichtig, daß der initialisierte Grundzustand des Kerns über den gesamten Zeitraum der Reaktion numerisch stabil ist. Das diskutieren wir im nächsten Abschnitt.

5.4 Initialisierung

Zum Zeitpunkt der Initialisierung haben wir es nur mit der Phasenraumdichte der Nukleonen zu tun. Alle weiteren Teilchensorten werden erst im Verlaufe der Reaktion erzeugt. Gemäß des von uns verwendeten Parallel-Ensemble-Algorithmus besteht die Initialisierung darin, in allen N Ensembles die Anfangsbedingungen $\vec{r}_i(t=0)$, $\vec{p}_i(t=0)$, $\mu_i(t=0)$ für die jeweils A Testteilchen festzulegen. Zur Festlegung der Ein-Teilchen-

	r_0 [fm]	α [fm]	ρ_0 [fm ⁻³]
C	2.328	0.479	0.160
Ca	3.719	0.479	0.159
Fe	4.220	0.477	0.158
Nb	5.092	0.477	0.155
Au	6.691	0.476	0.150
Pb	6.826	0.476	0.149

Tabelle 5.1: Parameter für die Woods-Saxon-Dichte in Gleichung (5.15).

Energien ist die Kenntnis der Nukleonendichte notwendig. Diese wird dynamisch zu jedem Zeitpunkt der Simulation aus der tatsächlichen Ortsraumverteilung der Nukleonen bestimmt (siehe Kapitel 5.5).

5.4.1 Ortsraum

Zur Initialisierung der Nukleon-Testteilchen im Ortsraum wird die Woods-Saxon-Dichte

$$\rho(\vec{r}) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-r_0}{\alpha}\right)} \quad (5.15)$$

verwendet. Die Parameter ρ_0, r_0, α stammen aus einer Hartree-Fock-Rechnung für stabile Kerne [18] und sind für die in dieser Arbeit betrachteten Kerne in Tabelle 5.1 aufgeführt. Hieraus ergibt sich durch Integration die Massenzahl

$$A = 4\pi \int dr r^2 \rho(r),$$

d.h. die Testteilchen werden gemäß der Dichtefunktion $r^2 \rho(r)$ verteilt. Wir verwenden Gleichung (5.15) isospinunabhängig für Protonen und Neutronen.

5.4.2 Implementierung der Grundzustandskorrelationen

Die Wahrscheinlichkeitsdichte, ein Nukleon mit Impuls p und Masse μ' zu finden, ist durch die Spektralfunktion gegeben. Zur Initialisierung im Viererimpulsraum machen wir Gebrauch von der lokalen Dichtenäherung, die wir in Kapitel 4.3 besprochen haben: Nachdem der Ort \vec{r} des Nukleons und damit die lokale Dichte bestimmt worden ist, werden Impuls und Masse gemäß der lokalen Spektralfunktion $\mathcal{A}(\mu', p, \rho)$, die für verschiedene Dichtebins berechnet wurde (Kapitel 4.3.2), ausgewürfelt. Die Integration über die Impulsverteilung,

$$\int d^3p n(p, \rho),$$

ist ein Maß für die Gesamtanzahl der Nukleonen. Mit Gleichung (3.36) folgt, daß dann die Dichtefunktion zur Bestimmung von Impuls und Energie (oder äquivalent Masse)

$$\frac{dN}{dE dp} \sim p^2 E \mathcal{A}(E, p, \rho) \quad (5.16)$$

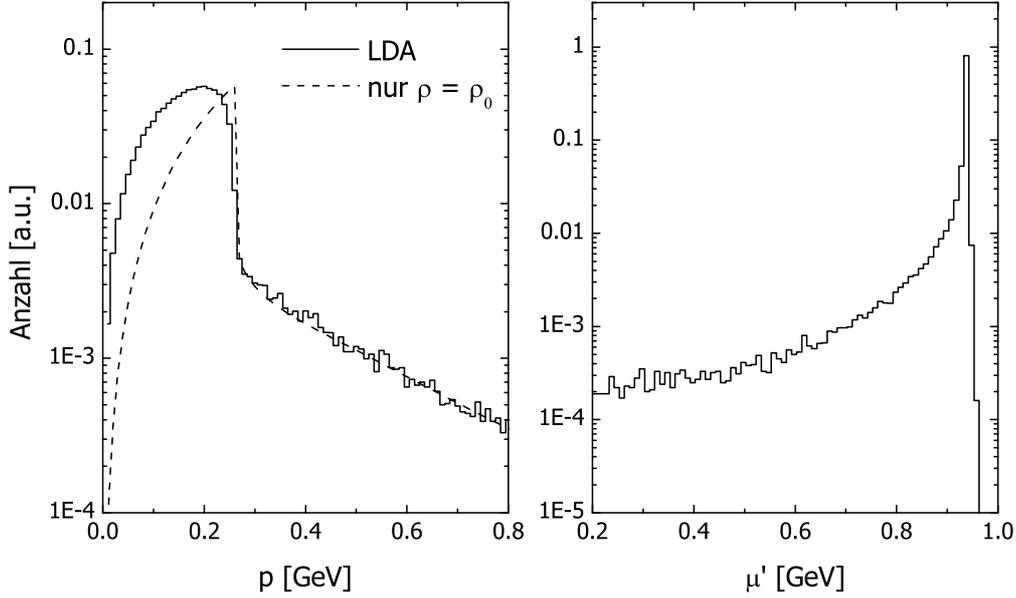


Abbildung 5.4: Impulsspektrum (links) und Massenspektrum (rechts) der Nukleonen in ^{40}Ca nach Gleichung (5.16).

ist. Diese Vorgehensweise ist problematisch, denn wenn die Spektralfunktion nur für diskrete Werte der Dichte und somit diskrete Fermi-Impulse gegeben ist, erhält man eine Impulsverteilung des Kerns, die eine Stufenstruktur (verursacht durch die jeweiligen Fermi-Kanten) aufweist.

Ein kontinuierliches Impulsspektrum wie in Abbildung 4.2 erhält man auf einem anderen Weg: Die Impulsverteilung ist die über die Energie integrierte, eindimensionale Randverteilung der Dichtefunktion in (5.16). Aus der Monte-Carlo-Theorie ist bekannt, daß man zwei gemäß (5.16) verteilte Zufallsvariable E, p erhält, indem man zuerst einen Impuls p_1 gemäß der über E integrierten Randfunktion (also $p^2 n(p)$) bestimmt und dann mit diesem Wert p_1 und der Dichtefunktion $E\mathcal{A}(E, p_1, \rho)$ die Energie E festlegt. Dabei ist die Obergrenze $E \leq E_F(\rho)$ mit der lokalen Fermi-Energie E_F zu berücksichtigen. Diese Methode erlaubt es, die in der Dichte kontinuierliche Parametrisierung der Impulsverteilung aus Gleichung (4.19) zu verwenden, um den Impuls zu bestimmen. Damit verhindert man die Stufenbildung.

Wir betonen, daß wie in Kapitel 3.7 hier die Energie E durch $E = \sqrt{\mu'^2 + p^2}$ gegeben ist und (ebenso wie die daraus folgende Masse μ') *kein* Mean-Field enthält. Die volle In-Medium-Masse μ erhält man durch die Addition von U_S . Wir haben in Kapitel 3.6 eine Spektralfunktion berechnet, die das verwendete Mean-Field U_S explizit enthält und uns anstelle von μ' sofort die effektive Masse μ liefern würde. Die Unterschiede zur hier verwendeten Spektralfunktion waren allerdings sehr klein. Außerdem müßte die Spektralfunktion für jedes verwendete Potential neu berechnet werden. Daher verzichten wir auf die potentialabhängige Spektralfunktion.

In Abbildung 5.4 zeigen wir die gemäß (5.16) erzeugten Impuls- und Massenspek-

tren für μ' in einem Calcium-Kern. Zum Vergleich findet sich die Impulsverteilung für korrelierte Kernmaterie. Deutlich zu sehen ist die Ausschmierung der Fermi-Kante durch das Dichteprofil des Kerns. Das Massenspektrum zeigt den stark dominierenden Onshell-Peak. Es ist deutlich, daß der Hauptbeitrag der Spektralfunktion Massen mit $\mu' \leq m_N$ entspricht. Im gezeigten Beispiel befinden sich im Onshell-Peak (in einem Massenbereich von $m_N \pm 5$ MeV) 81% der Nukleonen. 18% der Nukleonen haben eine Masse $\mu' < m_N$ und lediglich 1% der Nukleonen hat eine Masse größer als m_N . Die Asymmetrie ist leicht zu verstehen: In Abbildung 2.1 entspricht die durchgezogene Linie der Massenschale, also $\mu' = m_N$. Mit Hilfe von Gleichung (3.28) wird deutlich, daß die Zustände in der hellgrauen Fläche der Bedingung $\mu' < m_N$ genügen; die dunkelgraue Fläche dagegen beinhaltet die besetzten Zustände mit $\mu' > m_N$, die aber deutlich in der Unterzahl sind.

Abweichend von den hier präsentierten Resultaten fordern wir in den späteren Rechnungen aus numerischen Gründen für die Nukleonenmasse

$$\mu'_{\min} = 0.4 \text{ GeV}, \quad (5.17)$$

um zu verhindern, daß die Nukleonenmasse während der Propagation negativ wird (siehe Kapitel 5.7.3).

Für Rechnungen mit Onshell-Nukleonen wird die Initialisierung analog vorgenommen. Hier ist die Impulsverteilung einfach eine Kastenfunktion $\Theta(p_F(\rho) - p)$ mit Fermi-Impuls p_F . Damit reduziert sich die Dichtefunktion auf den Ausdruck p^2 mit der Randbedingung $p \leq p_F(\rho)$.

5.5 Dichten und Ströme

5.5.1 Testteilchendichten und -ströme

Zur Lösung der Bewegungsgleichungen für die Baryonen benötigen wir die Dichte am Teilchenort, die in die Parametrisierung des Mean-Field-Potentials (4.8) eingeht. Die Berechnung des skalaren Potentials im lokalen Ruhesystem (Gleichung (4.15)) erfordert auch die Kenntnis des Stroms. Dichten und Ströme werden auf einem dreidimensionalen Gitter mit Knotenabstand d berechnet. Tragen die Testteilchen gemäß (5.1) als deltaförmige Teilchen bei, werden Dichten erzeugt, die auch bei hinreichend großer Testteilchenanzahl starken numerischen Fluktuationen unterworfen sind, was sich negativ auf die Berechnung der Gradienten in den Bewegungsgleichungen auswirkt. Um dies zu verhindern, verwenden wir einen Verschmierungsalgorithmus. Hier wird jedem Testteilchen ein Gauß-Gewicht zugeordnet. Außerdem wird zur Berechnung des Viererstroms ein Mittel über alle Nukleonen, Nukleon- und Deltaresonanzen in *allen* Ensembles verwendet.

$$\begin{aligned} j_{\text{TT}}^\mu(\vec{r}) &= \frac{1}{(2\pi\Delta^2)^{3/2}} \int d^3r' j^\mu(\vec{r}') \exp\left(-\frac{(\vec{r} - \vec{r}')^2}{2\Delta^2}\right) \\ &= \frac{1}{N(2\pi\Delta^2)^{3/2}} \sum_i \frac{p_i^\mu}{p_i^0} \exp\left(-\frac{(\vec{r} - \vec{r}_i)^2}{2\Delta^2}\right) \end{aligned} \quad (5.18)$$

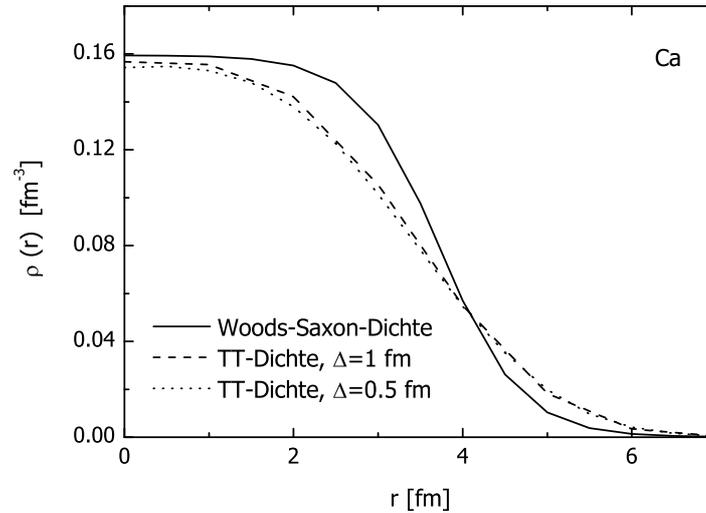


Abbildung 5.5: Vergleich der Woods-Saxon- und verschiedener Testteilchendichten für einen Calcium-Kern.

Die Breite des Gitterabstands d und der Gauß-Funktion Δ werden so gewählt, daß die Propagation der Nukleonen ohne Kollisionen im dynamischen (d.h. dem mit der Testteilchendichte berechneten) Mean-Field-Potential zeitlich stabil ist und hängt daher davon ab, ob wir die Bewegungsgleichungen (5.3) mit oder ohne Offshell-Potential lösen. Für Onshell-Rechnungen verwenden wir $d = 1$ fm und $\Delta = 1$ fm, für Offshell-Rechnungen $d = 0.5$ fm und $\Delta = 1.5$ fm. Genauere Untersuchungen finden sich in Kapitel 5.7.1.

Ein Nachteil dieser Methode ist, daß die resultierende und für alle dichteabhängigen Größen relevante Testteilchendichte nicht mit der 'experimentellen' Woods-Saxon-Dichte übereinstimmt. Das ist in Abbildung 5.5 für einen Calcium-Kern veranschaulicht. Hier sind neben der Woods-Saxon-Dichte auch die Testteilchendichten auf den Gitterpunkten entlang der z -Achse zu sehen. Letztere weisen eine deutlich flachere Oberfläche auf. Der Einfluß des Gitterabstands d und des Gauß-Parameters Δ ist dagegen sehr klein.

Die Bestimmung einer zeitabhängigen Testteilchendichte ist von besonderer Relevanz in Schwerionenkollisionen, in denen sich die Dichten an festen Orten im Verlauf der Reaktion stark ändern. Betrachtet man dagegen Reaktionen mit elementaren Proben, so bleibt hier der Kern im wesentlichen über die gesamte Reaktionszeit im Grundzustand (in dem Sinn, daß sich die lokalen Dichten nicht wesentlich ändern), so daß prinzipiell die Einführung einer Testteilchendichte gar nicht notwendig ist. Die Dichten können über die Woods-Saxon-Verteilung bestimmt werden. Damit konsistent ist, die Stromdichte an jedem Ort gleich null zu setzen: Im Grundzustand wird in der LDA angenommen, daß an jedem Ort die Fermi-Kugel vollständig besetzt ist. Damit heben sich die Beiträge zur Stromdichte auf. Ergeben sich in der Berechnung des Testteilchenstroms endliche Werte, so ist dies ein Artefakt endlicher Testteilchenanzahlen. Tatsächlich ergeben sich in einem Calcium-Kern mit 500 Testteilchen im Kerninne-

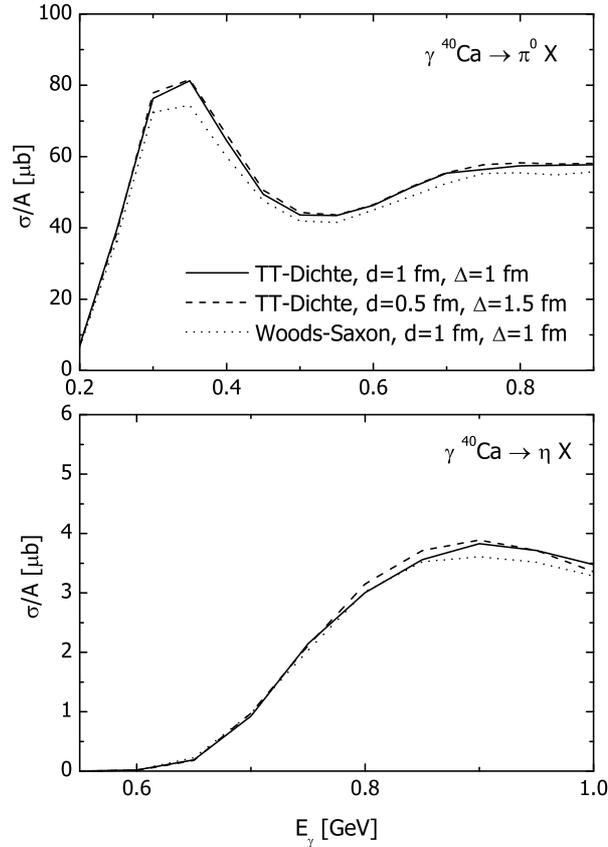


Abbildung 5.6: Einfluß des Gitters und der Dichte auf Pion- und Eta-Photoproduktion.

ren typische Stromdichten von $|\vec{j}_{TT}| \lesssim 0.001\text{ fm}^{-3}$, die vernachlässigbar sind. Die hier beschriebene Vereinfachung wurde in [20] im Zusammenhang mit der Methode der perturbativen Teilchen (siehe Kapitel 5.3) erfolgreich angewendet. Wir untersuchen nun, inwieweit sich die Verwendung der Testteilchendichte auf photonukleare Reaktionen auswirkt. Dazu betrachten wir Pion- und Eta-Photoproduktion im Resonanzbereich. Insbesondere die Eta-Produktion könnte sensitiv auf die elementare γN -Reaktion sein, da der Hauptteil der detektierten Etas aus dem Zerfall von $S_{11}(1535)$ -Resonanzen, die in der primären Reaktion erzeugt wurden, stammt [35]. In Abbildung 5.6 zeigen wir die Resultate für eine Rechnung an ${}^{40}\text{Ca}$ für verschiedene Onshell-Szenarien: Die durchgezogenen und gestrichelten Kurven entsprechen Rechnungen mit der herkömmlichen Testteilchendichte mit den Gitterparametern $d = 1\text{ fm}$, $\Delta = 1\text{ fm}$ bzw. $d = 0.5\text{ fm}$, $\Delta = 1.5\text{ fm}$. Beide Kurven liegen im wesentlichen übereinander. Für die gepunkteten Kurven wurde die statische Woods-Saxon-Dichte verwendet. In beiden Produktionskanälen ist eine Reduktion der Querschnitte zu verzeichnen, besonders stark im Bereich der Resonanzmaxima der $P_{33}(1232)$ - bzw. $S_{11}(1535)$ -Resonanz.

Zusammenfassend betonen wir, daß also zwei Dichten unterschieden werden müssen: Die Woods-Saxon-Dichte aus Gleichung (5.15), die am ehesten dem Experiment entspricht, dient zur Initialisierung der Nukleonen im Ortsraum, d.h. zur Bestimmung der

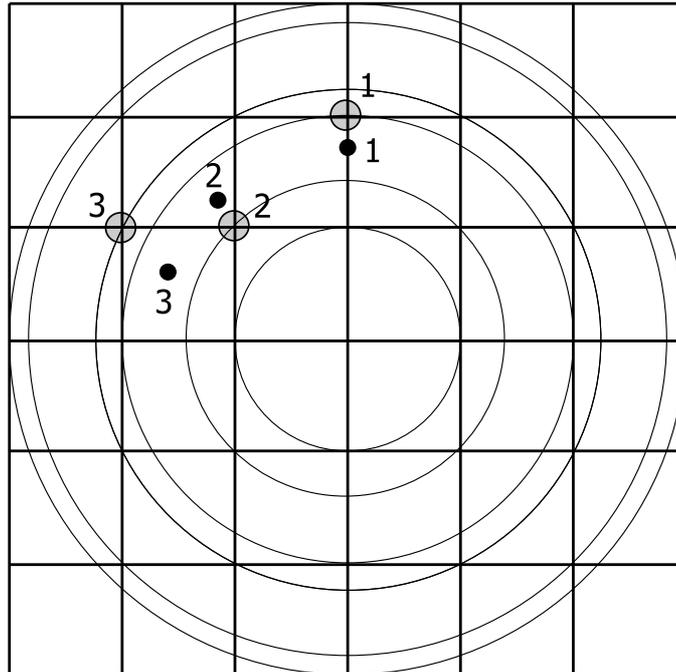


Abbildung 5.7: Gitter, auf dem die Dichten und Ströme berechnet werden. Gezeigt ist ein Schnitt durch den Mittelpunkt des Kerns. Die Kreise bezeichnen (im Idealfall eines symmetrischen Kerns) Punkte identischer Dichte, auf denen die Gitterpunkte liegen. Die drei eingezeichneten Testteilchen (schwarze Punkte) liegen auf einem Kreis um den Mittelpunkt. Die grauen Punkte bezeichnen die Gitterpunkte, deren Dichten den Testteilchen zugeordnet werden (siehe Numerierung).

Vektoren $\vec{r}_i(t = 0)$ und hat für den weiteren Verlauf der Simulation keine Relevanz mehr. Die Testteilchendichte in (5.18) dagegen ist die in alle physikalisch relevanten Größen (Mean-Field, Bewegungsgleichungen, In-Medium-Breiten, Boost in LRF, Pauli-Blocking) einfließende Dichte.

5.5.2 Das Gitter im Ortsraum

Wie schon beschrieben, wird die Baryonendichte auf einem Gitter bestimmt. Dabei wird einem bestimmten Testteilchen die Dichte an dem nächstliegenden Gitterpunkt zugeordnet. Dies hört sich zunächst vernünftig an, bringt aber Probleme mit sich. Um diese zu verdeutlichen, betrachten wir einen Schnitt durch die Mitte des Kerns. Aufgrund der Kugelsymmetrie sollten alle Punkte auf einem Kreis (bzw. Ring mit endlicher Breite) um das Kernzentrum dieselbe Dichte aufweisen. Dies sollte zumindest der Fall sein, wenn die Testteilchenanzahl sehr groß ist. Wir betrachten nun Abbildung 5.7, in der die Situation veranschaulicht ist. Eingezeichnet sind die Gitterpunkte sowie konzentrische Kreise, die die unterschiedlichen Dichteregionen markieren, und auf denen Gitterpunkte liegen. Weiterhin sind drei Testteilchen (schwarze Punkte) zu sehen, die sich auf einem Kreis befinden und somit in derselben Dichtezone liegen sollten. Diesen Testteilchen wird nun die Dichte am nächsten Gitterpunkt zugeordnet (numerierte graue Punkte), die aber zu drei *unterschiedlichen* Dichtezonen gehören. Obwohl die

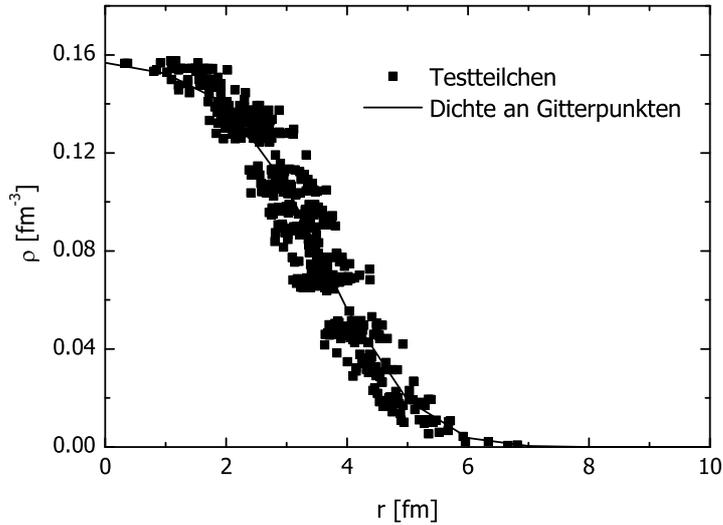


Abbildung 5.8: Dichten, die den Testteilchen zugeordnet werden, am Beispiel von 500 Testteilchen in Calcium. Die durchgezogene Kurve ist die interpolierte Dichte auf den Gitterpunkten.

drei Testteilchen den gleichen Abstand vom Kernmittelpunkt haben, wird ihnen eine unterschiedliche Dichte zugewiesen. Das Resultat ist in Abbildung 5.8 zu sehen, wo die den Nukleonen mit bestimmtem Abstand r vom Ursprung zugewiesenen Dichten zu sehen sind. Durch dieses Verfahren wird also effektiv (was die Dichte betrifft) ein Kern mit diffuser Oberfläche erzeugt. Die Lücken zwischen den einzelnen Bändern läßt sich durch den unterschiedlichen großen Abstand zwischen den Dichtekreisen, auf denen sich die Gitterpunkte befinden (siehe Abbildung 5.7), erklären.

Das Modell wurde ursprünglich für die Beschreibung von Schwerionenkollisionen entwickelt. Hier hat die genaue Beschaffenheit der Oberfläche keinen großen Einfluß. Allerdings sind Reaktionen mit elementareren Proben, bei denen der Kern in während der gesamten Reaktion im wesentlichen im Grundzustand bleibt, viel sensitiver auf die Beschaffenheit der Dichte an der Oberfläche.

Um zu überprüfen, ob sich die beschriebene Verfahrensweise zur Bestimmung der Dichten auf die Ergebnisse auswirkt, haben wir eine neue Methode entwickelt, die – anders als die bisherige – für große Testteilchenzahlen den Testteilchen die korrekte Dichte zuweist. Wir betrachten dazu Abbildung 5.9. Wir unterteilen den Kern in verschiedene Dichtezonen, indem wir die Gitterpunkte, die auf derselben Kugelschale liegen, zusammenfassen. Wir ordnen jeder dieser Dichtezonen eine Dichte zu, die wir durch Mittelung über die Dichten an den zugehörigen Gitterpunkten (insgesamt sechs) berechnen.

Im Grenzfall vieler Testteilchen sind die Dichten an den Gitterpunkten bereits im wesentlichen gleich. Den einzelnen Testteilchen wird nun nicht die Dichte des nächstgelegenen Gitterpunktes, sondern die der nächstgelegenen Dichtezone zugeordnet. Damit erhalten – anders als zuvor – alle Testteilchen gleichen Abstands vom Mittelpunkt die-

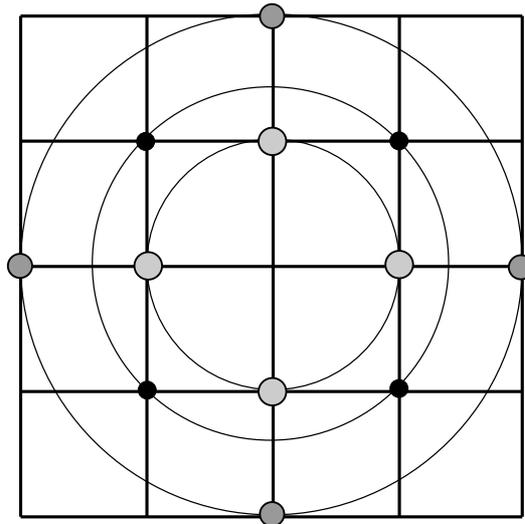


Abbildung 5.9: Neue Methode zur Bestimmung der Dichte der einzelnen Testteilchen. Alle identisch markierten Gitterpunkte gehören derselben Dichtezone an und tragen durch Mittelung zur Dichte, die der entsprechenden Zone zugeordnet wird, bei.

selbe Dichte. Die Dichte auf den Gitterpunkten ist (zumindest bei hinreichend großen Testteilchenzahlen) dieselbe wie vorher, so daß die Propagation durch die neue Methode nicht verändert wird.

In Abbildung 5.10 zeigen wir den Einfluß auf die Photoproduktion von Pionen und Etas (durchgezogene und gestrichelte Linien). Es zeigt sich, daß beide Vorgehensweisen dasselbe Ergebnis liefern. Wir bleiben daher bei allen späteren Rechnungen bei der Wahl des nächsten Gitterpunkts zur Bestimmung der Dichte, insbesondere weil die hier vorgestellte modifizierte Methode nur auf Reaktionen mit Kernen im Grundzustand anwendbar ist.

5.6 Numerische Lösung der Bewegungsgleichungen

Die Bewegungsgleichungen für Ort und Impuls werden numerisch gelöst. Dabei verwenden wir das sogenannte Prädiktor-Korrektor-Verfahren, welches wir nun kurz beschreiben. Zunächst berechnen wir die sogenannten Prädiktorwerte:

$$\begin{aligned}\vec{r}_P &= \vec{r}(t) + \Delta t \cdot \vec{\nabla}_p H(\vec{r}(t), \vec{p}(t), \mu(t)) \\ \vec{p}_P &= \vec{p}(t) - \Delta t \cdot \vec{\nabla}_p H(\vec{r}(t), \vec{p}(t), \mu(t)).\end{aligned}$$

Hier ist H die Hamilton-Funktion aus Gleichung (5.8), ggf. mit Offshell-Potential. In die Berechnung der Korrektorwerte gehen die Gradienten der mit den Prädiktorwerten auf den neuen Stand gebrachten Hamilton-Funktion ein

$$\begin{aligned}\vec{r}_K &= \vec{r}(t) + \Delta t \cdot \vec{\nabla}_p H(\vec{r}_P, \vec{p}_P, \mu_P) \\ \vec{p}_K &= \vec{p}(t) - \Delta t \cdot \vec{\nabla}_p H(\vec{r}_P, \vec{p}_P, \mu_P).\end{aligned}$$

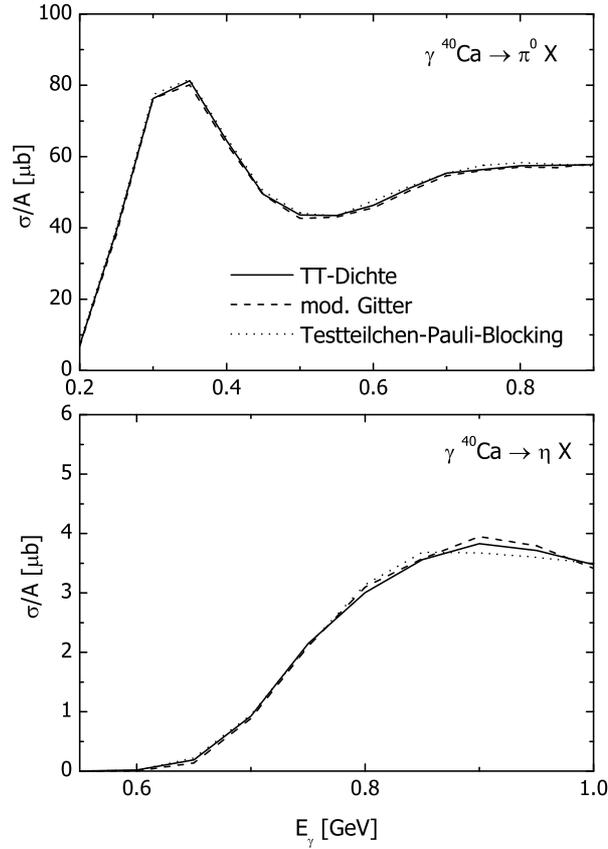


Abbildung 5.10: Einfluß der modifizierten Bestimmung der Testteilchendichte und des Pauli-Blockings auf die Photoproduktion von Pionen und Etas mit Onshell-Nukleonen. Die durchgezogene Kurve entspricht der üblichen Bestimmung der Dichte und dem Pauli-Blocking in Gleichung (5.26). Die gestrichelte Kurve beinhaltet die modifizierte Dichte-Bestimmung wie in Abbildung 5.9 gezeigt. Die gepunktete Kurve zeigt eine Rechnung mit dem Testteilchen-Pauli-Blocking laut Gleichung (5.25).

Insgesamt gilt für die Orts- und Impulsvektoren im neuen Zeitschritt

$$\begin{aligned}\vec{r}(t + \Delta t) &= \vec{r}(t) + \frac{1}{2}\Delta t(\vec{\nabla}_p H(\vec{r}_P, \vec{p}_P, \mu_P) + \vec{\nabla}_p H(\vec{r}_K, \vec{p}_K, \mu_K)) \\ \vec{p}(t + \Delta t) &= \vec{p}(t) + \frac{1}{2}\Delta t(\vec{\nabla}_r H(\vec{r}_P, \vec{p}_P, \mu_P) + \vec{\nabla}_r H(\vec{r}_K, \vec{p}_K, \mu_K)).\end{aligned}$$

Die Massen $\mu_P, \mu_K, \mu(t + \Delta t)$ hängen nur von den Ortsvektoren ab und werden gemäß Gleichung (5.10) berechnet. Die Zeitschrittweite beträgt $\Delta t = 0.5 \text{ fm}/c$.

Die Gradienten der Hamilton-Funktion werden numerisch auf einem Gitter ausgewertet. Im Ortsraum benutzen wir das in Abschnitt 5.5 beschriebene Gitter, da hier die Dichten und Ströme berechnet werden. Ist (x_k, y_k, z_k) der dem Ortsvektor \vec{r} am nächsten liegende Gitterpunkt, so gilt z.B.

$$\frac{\partial}{\partial x} H(\vec{r}, \vec{p}, \mu) = \frac{H((x_{k+1}, y_k, z_k), \vec{p}, \mu) - H((x_{k-1}, y_k, z_k), \vec{p}, \mu)}{2d}$$

mit den in Kapitel 5.5 aufgeführten Werten für die Gitterkonstante d . Im Impulsraum gilt entsprechend z.B.

$$\frac{\partial}{\partial p_x} H(\vec{r}, \vec{p}, \mu) = \frac{H(\vec{r}, \vec{p} + dp \cdot \vec{e}_x, \mu) - H(\vec{r}, \vec{p} - dp \cdot \vec{e}_x, \mu)}{2dp}.$$

Hier verwenden wir $dp = 10$ MeV.

Die Berechnung der Ein-Teilchen-Energie zur Zeit t , die in die Berechnung der Gradienten eingeht, ist durch die Gleichung

$$H = \sqrt{(m_N + S(\vec{r}_{\text{LRF}}(t), \vec{p}_{\text{LRF}}(t)))^2 + p_{\text{LRF}}(t)^2} \quad (5.19)$$

gegeben. Dabei ist zu beachten, daß das totale skalare Potential S im LRF berechnet wird. In den Lorentz-Boost vom Laborsystem ins LRF geht allerdings die Energie des Teilchen selber ein, so daß Gleichung (5.19) iterativ gelöst werden muß. Dies geschieht mit einem Regula-Falsi-Verfahren [20]. Wie schon in Kapitel 5.5 angesprochen, kann, solange man einen Kern im Grundzustand betrachtet, der Unterschied zwischen Laborsystem und LRF in guter Näherung auch vernachlässigt werden.

5.7 Numerische Stabilität

5.7.1 Ortraumverteilung

Die in Kapitel 5.4.2 diskutierte numerische Implementierung der Nukleon-Spektralfunktion zur Berücksichtigung der Grundzustandskorrelationen ist nicht trivial, weil es sich bei den Nukleonen um *den* relevanten Freiheitsgrad handelt, auf dem das gesamte Modell fußt. Im Gegensatz zu anderen Teilchenarten muß darauf geachtet werden, daß der Kern über längere Zeiträume numerisch stabil bleibt, was a priori nicht gewährleistet ist; man denke z.B. an die Hochimpulskomponente der Impulsverteilung. Dazu kommt, daß eine Initialisierung der Testteilchen im Ortsraum gemäß der Woods-Saxon-Verteilung (5.15) nicht zum energetischen Grundzustand führt, so daß es mitunter zu erheblichen Dichteschwankungen kommt. Dies wird ausführlich in [20] diskutiert, wo für ^{40}Ca und ^{208}Pb Dichteverteilungen berechnet wurden, die dem Grundzustand entsprechen.

Es zeigt sich, daß die Implementierung der Grundzustandskorrelationen diese Probleme verschärft, solange man nicht simultan den Verschmierungsalgorithmus zur Berechnung der Testteilchendichte anpaßt. In Abbildung 5.11 zeigen wir die Zeitentwicklung des mittleren quadratischen Radius

$$\langle r^2 \rangle(t) = \frac{1}{A} \int d^3r r^2 \rho^{\text{TT}}(\vec{r}, t) \quad (5.20)$$

sowie der Testteilchendichte im Innern eines Kerns $\rho^{\text{TT}}(\vec{r} = 0, t)$ für ^{40}Ca über einen Zeitraum von 120 fm/c für Rechnungen mit und ohne Grundzustandskorrelationen. Es wurde stets das impulsunabhängige Mean-Field-Potential (H) aus Tabelle 4.1 verwendet. Für den Parametersatz (MM) ergeben sich ähnliche Ergebnisse. In der Standardrechnung werden neben der Woods-Saxon-Initialisierung die Gitterkonstanten $d =$

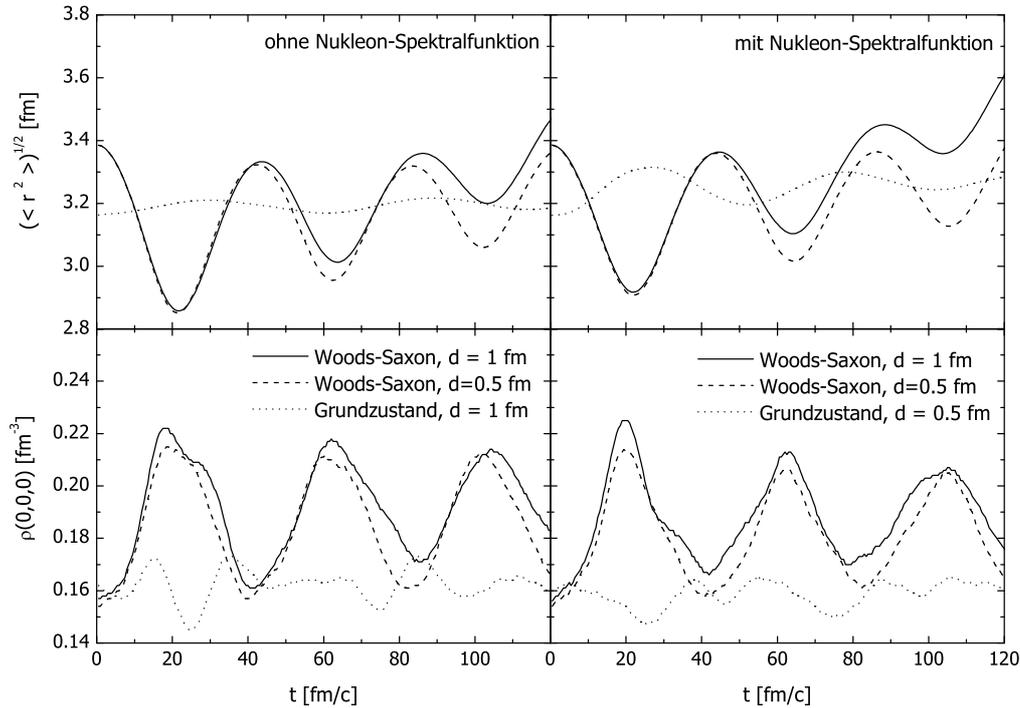


Abbildung 5.11: Zeitentwicklung des mittleren quadratischen Radius und der zentralen Dichte eines ^{40}Ca -Kerns mit und ohne Nukleon-Spektralfunktion mit unterschiedlichen Modell-Parametern. Die durchgezogenen und gestrichelten Linien entsprechen der Ortsrauminitialisierung mit der Woods-Saxon-Verteilung gemäß Gleichung (5.15) und unterschiedlichen Gitterparametern. Die gepunktete Linie entspricht der Initialisierung des exakten Grundzustands aus [20].

1 fm und $\Delta = 1$ fm verwendet, hier repräsentiert durch die durchgezogenen Linien. Die Grundzustandskorrelationen führen dazu, daß der Kern etwas instabiler wird. Die Schwankungen führen zu Maxima in der zentralen Dichte, die dem 1.4-fachen des ursprünglichen Werts entsprechen. Die Wahl der Gitterparameter $d = 0.5$ fm und $\Delta = 1.5$ fm wirkt sich in beiden Fällen stabilisierend aus (gestrichelte Linien) und hat sich für die Rechnungen mit Grundzustandskorrelationen als beste Parameterwahl herausgestellt. Man kann sehen, daß in diesem Falle sogar ein stabileres Verhalten erzielt wird als in der Standardrechnung ohne Korrelationen. Die Schwankungen in der zentralen Dichte sind nicht mehr ganz so stark ausgeprägt. Die gepunkteten Kurven entsprechen der Initialisierung mit der in [20] berechneten Grundzustandskonfiguration für die Ortsraum-Initialisierung der Nukleonen. Man sieht hier, daß die Oszillationen sehr stark eingeschränkt sind. Jedoch erfordert die Verwendung dieser Dichteprofile eine neue Berechnung für jeden Kern und jedes Potential und ergibt für leichte Kerne (z.B. Kohlenstoff) keine stabilen Ergebnisse. Aufgrund der einfacheren und vielseitigeren Anwendbarkeit verwenden wir in unseren Rechnungen daher die Woods-Saxon-Parametrisierung und die Gitterkonstanten $d = 0.5$ fm und $\Delta = 1.5$ fm.

Wir haben bereits in Abbildung 5.6 gesehen, daß sich die Wahl der Gitterparameter d und Δ nicht auf die Resultate photonuklearer Reaktionen auswirken. In [20] wurde der Einfluß der Ortsraum-Initialisierung (Woods-Saxon bzw. stationärer Grundzustand) auf die Pion-Photoproduktion untersucht. Es wurden in der Resonanzregion nur geringe Unterschiede festgestellt.

5.7.2 Energieerhaltung

Mit den von uns gemachten Annahmen für die Nukleonenbreite gewährleistet die Lösung der Bewegungsgleichungen die Energieerhaltung für einzelne Nukleonen in einem statischen Potential wie in Abschnitt 5.2.4. In einem System, das aus Nukleonen aufgebaut ist, ist dies nicht der Fall. Da das Offshell-Potential eines bestimmten Nukleons durch die Nukleonen in dessen Umgebung erzeugt wird, muß, um auch hier Energieerhaltung zu gewährleisten, die Rückkopplung des Offshell-Potentials auf diese Nukleonen berücksichtigt werden. Dies wurde ausführlich in [20] diskutiert. Das Rückkopplungspotential wurde dort durch den Ausdruck

$$R(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \langle \mu'(\vec{r}, t) - m_N \rangle = \frac{1}{2} \frac{\int d^3p d\mu' (\mu'(\vec{r}, t) - m_N) F(\vec{r}, \vec{p}, \mu', t)}{\int d^3p d\mu' F(\vec{r}, \vec{p}, \mu', t)}$$

definiert. Das Offshell-Potential ist nun durch

$$\Delta\tilde{\mu}(\vec{r}, t) = (\mu'(t_0) - m_N - R(\vec{r}_0, t_0)) \frac{\rho(\vec{r}, t)}{\rho(\vec{r}_0, t_0)}$$

und die Masse durch

$$\mu'(\vec{r}, t) = m_N + \Delta\tilde{\mu}(\vec{r}, t) + R(\vec{r}, t) \quad (5.21)$$

gegeben. Mit dieser Gleichung folgt die Energieerhaltung, da $R(\vec{r}, t)$ am Ort \vec{r} der Mittelwert des Offshell-Potentials ist, also

$$\langle \Delta\tilde{\mu}(\vec{r}, t) \rangle = \langle \mu'(\vec{r}, t) - m_N - R(\vec{r}, t) \rangle = \frac{1}{2} \langle \mu'(\vec{r}, t) - m_N \rangle = R(\vec{r}, t).$$

D.h. jedes Nukleon übt auf die Nukleonen in der Umgebung im Mittel dasselbe Potential aus, wie es durch diese Nukleonen selbst spürt.

Bei der Initialisierung der Massen wird die Offshellness $\Delta\mu_i = \mu'_i - m_N$ bestimmt. Bei einer Rechnung mit Rückkopplungspotential ist die Offshell-Masse μ'_i aber durch (5.21) gegeben und nicht durch $\mu'_i = m_N + \Delta\mu_i$. Addiert man daher zu diesem Ausdruck das Rückkopplungspotential, so verschiebt sich das resultierende Massenspektrum (insbesondere der Onshell-Peak) um den mittleren Wert des Rückkopplungspotentials. Andererseits können wir nicht einfach $\Delta\tilde{\mu}_i$ gemäß der Dichtefunktion (5.16) bestimmen, da die $\Delta\tilde{\mu}_i$ der Testteilchen zur Berechnung des Rückkopplungspotentials schon bekannt sein müssen. Wir gehen daher wie folgt vor: Zunächst wird $\Delta\mu_i$ gemäß der Spektralfunktion für jedes Testteilchen i wie bisher bestimmt. Um zu gewährleisten, daß am Ende die Offshell-Masse (5.21) die richtige Verteilung hat, fordern wir für jedes Testteilchen:

$$\Delta\tilde{\mu}_i + R_i(\{\Delta\mu_j, j = 1, \dots, A \cdot N\}) \stackrel{!}{=} \Delta\mu_i. \quad (5.22)$$

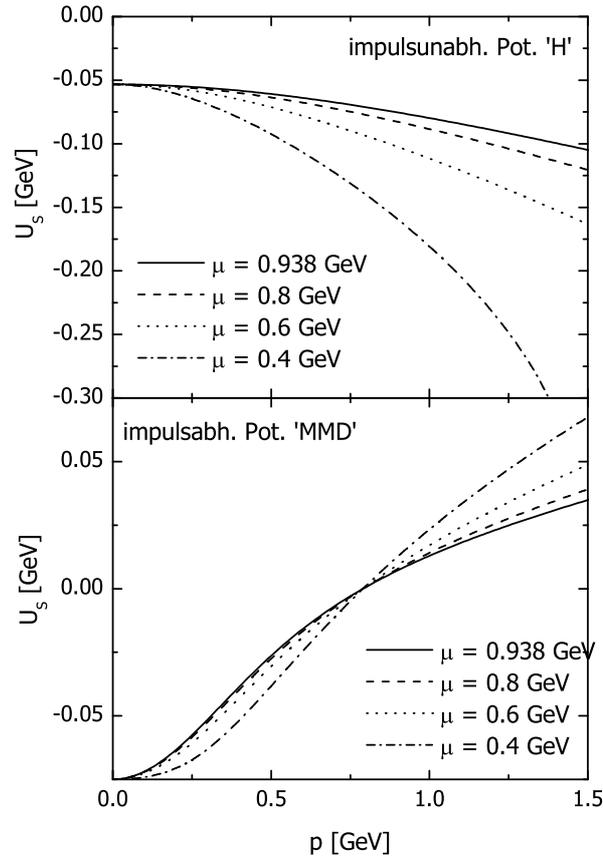


Abbildung 5.12: Skalares Potential für Offshell-Nukleonen unterschiedlicher Masse aus den Gleichungen (4.15) und (4.16) für den impulsunabhängigen (oben) und impulsabhängigen (unten) Parametersatz aus Tabelle 4.1 bei $\rho = \rho_0$.

Dies ist ein höchst nichttriviales Gleichungssystem der Ordnung, die der Anzahl der Nukleon-Testteilchen (in Calcium mindestens 20.000), die über das Rückkopplungspotential gekoppelt sind, entspricht. Dieses Gleichungssystem wird iterativ gelöst.

Unabhängig von der Behandlung der Nukleonen als On- oder Offshell-Teilchen ist die Energieerhaltung im Modell insgesamt gut erfüllt. Betrachtungen in [18] und [20] für Schwerionenkollisionen haben gezeigt, daß die Energiedifferenzen des Gesamtsystems der Nukleonen vor und nach der Reaktion kleiner sind als 1%. In den vorliegenden Rechnungen erhalten wir für die reellen Nukleonen dieselben Werte.

5.7.3 Testteilchengeschwindigkeiten und skalares Potential

Wir kommen nun auf Probleme in der Testteilchenpropagation zu sprechen, die drei miteinander verknüpfte Aspekte umfassen: Testteilchengeschwindigkeiten $v > c$, negative Massen und die Impulsabhängigkeit des skalaren Potentials.

In Gleichung (4.15) haben wir das skalare Potential für Offshell-Nukleonen definiert. Damit ist U_s für alle Nukleonenmassen gleich. Wie schon darlegt, verwenden wir die

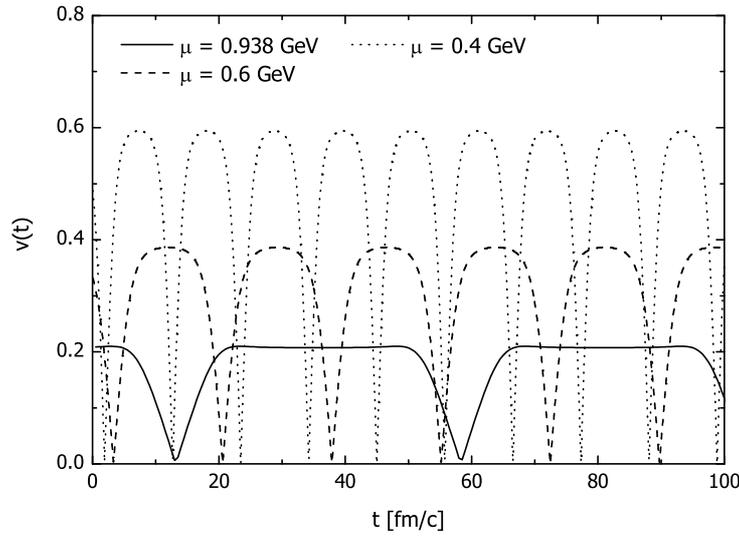


Abbildung 5.13: Geschwindigkeit von Nukleonen unterschiedlicher Masse für $\vec{r}(t=0) = (0, 0, 2)$ fm und $\vec{p}(t=0) = (0, 0, 0.2)$ GeV.

andere Möglichkeit aus Gleichung (4.16) nicht, da dies bei impulsunabhängigem Potential U (siehe Gleichung (4.8), Parametersatz (H)) dazu führt, daß U_S für Nukleonen mit kleiner Masse sehr attraktiv wird. Das ist in Abbildung 5.12 (oben) für $\rho = \rho_0$ zu sehen. Die durchgezogene Linie entspricht U_S für Onshell-Nukleonen (nach Gleichung (4.15)), daneben ist $U_S(\mu')$ nach Gleichung (4.16) für verschiedene Nukleonenmassen als Funktion des Impulses zu sehen. Das Resultat ist, daß die effektive Offshell-Masse $\mu = \mu' + U_S(\mu')$ bei kleinem μ' schnell negativ werden kann. Bei kleineren Impulsen stimmen beide Vorschriften überein.

Das Problem ist bei impulsabhängigen Potentialen (Parametersatz (MM) aus Tabelle 4.1) nicht vorhanden. In Abbildung 5.12 (unten) sieht man, daß beide Vorschriften für alle Nukleonenmassen im wesentlich dieselben skalaren Mean-Field-Potentiale liefern. Für eine konsistente Handhabung verwenden wir für alle Potentiale die Vorschrift (4.15).

Wir haben in Abbildung 5.4 gesehen, daß weitaus die meisten Teilchen mit Massen kleiner als der Vakuummasse der Nukleonen initialisiert werden. Diese Teilchen haben eine höhere Geschwindigkeit als Onshell-Nukleonen gleichen Impulses. Um dies zu demonstrieren, kommen wir der Einfachheit halber auf die Modellrechnungen aus Kapitel 5.2.4 zurück. In Abbildung 5.13 zeigen wir die Geschwindigkeiten von Testteilchen mit identischer Ortsraum- und Impulsinitialisierung, aber unterschiedlicher Masse. Die Maximalgeschwindigkeit steigt mit kleiner werdender Masse an.

Da die Geschwindigkeit der Testteilchen direkt in das Kollisionskriterium eingeht (Kapitel 5.8.1), hat die Offshellness direkten Einfluß auf die Endzustandswechselwirkungen.

Die Verwendung des impulsunabhängigen Potentials garantiert, daß die Testteilchengeschwindigkeiten kleiner sind als eins. Dazu muß gewährleistet sein, daß die ef-

fektive Offshell-Masse $\mu = \mu' + U_S$ nicht kleiner wird als null. Da diese Möglichkeit während der Propagation der reellen Testteilchen durch den Kern durchaus besteht, z.B. wenn das Nukleon bei kleiner Dichte mit relativ großer Offshellness initialisiert wurde und dann in Zonen größerer Dichte läuft, haben wir die minimal mögliche Nukleonenmasse bei der Initialisierung oder Produktion auf 0.4 GeV gesetzt. Diese Grenze wirkt sich nicht auf unsere Resultate aus. Für die wenigen Ausnahmefälle, bei denen die Propagation dennoch zu negativen Massen führt, setzen wir die Massen per Hand auf 50 MeV.

Die Verwendung des impulsabhängigen Potentials dagegen kann neben negativen Massen auch direkt zu Testteilchengeschwindigkeit größer als eins führen. Das gilt übrigens unabhängig von den Bestimmungsweise des skalaren Potentials. Die Problemzone ist allerdings auf Offshell-Massen kleiner als ~ 150 MeV beschränkt. Falls also $v > c$ ist für ein Testteilchen, so ersetzen wir den Impulsgradienten (und damit die Geschwindigkeit) durch den von der Impulsabhängigkeit des skalaren Mean-Field-Potential unabhängigen Wert $\vec{p}/\sqrt{\mu'^2 + p^2}$. Allerdings tritt auch dieser Fall aufgrund der geforderten minimalen Masse von 0.4 GeV nur sehr selten ein.

5.7.4 Zeitliche Entwicklung der Massen- und Impulsspektren

Die Methode der perturbativen Teilchen beruht wesentlich auf der Annahme, daß die Phasenraumdichte der Nukleonen konstant bleibt. Wir haben in Kapitel 5.7.1 schon gesehen, daß die (über alle Ensembles gemittelte) initialisierte Ortsraumverteilung zeitlich hinreichend stabil bleibt. Wir zeigen nun noch kurz, daß das auch für die Impuls- und Massenverteilungen gilt.

Zunächst ist klar, daß die in den üblichen Rechnungen auftretenden Dichteoszillationen sich auch auf die zeitliche Entwicklung der Impulse und Massen auswirken, im ersteren Fall indirekt durch die Bewegungsgleichungen, im zweiten direkt über die Proportionalität der Offshellness zur Dichte. Propagiert also ein Nukleon mit bestimmter Offshellness $\Delta\mu$ in eine Zone größerer Dichte, so wird auch die Offshellness größer. Hierdurch wird verursacht, daß die ursprüngliche Grenze im Massenspektrum bei $\mu' = 0.4$ GeV aufgeweicht wird. In Abbildung 5.14 (unten) sehen wir die zeitliche Entwicklung des Massenspektrums. Tatsächlich gibt es zu Zeiten $t > 0$ Nukleonen mit $\mu' < 0.4$ GeV. Die Abstand ist aber hinreichend groß, so daß nur sehr wenige Nukleonen eine negative Masse erreichen können. Es fällt aber auf, daß die Massenverteilung über einen größeren Zeitraum in seiner Form relativ gut erhalten bleibt. Dasselbe gilt für das Impulsspektrum in Abbildung 5.14 (oben).

5.8 Der Kollisionsterm

Zur Beschreibung der Wechselwirkungen wird die Reaktionsdauer in Zeitintervalle Δt zerlegt. Dabei wird in jedem Zeitschritt überprüft, ob Wechselwirkungen zwischen den Teilchen stattfinden oder Resonanzen zerfallen. Zwischen den Wechselwirkungen propagieren die Testteilchen entsprechend der bereits diskutierten Bewegungsgleichungen. Wir gehen nun kurz auf die einzelnen Aspekte des Kollisionsterms ein. Ausführlicher wird der Kollisionsterm in [20] beschrieben.

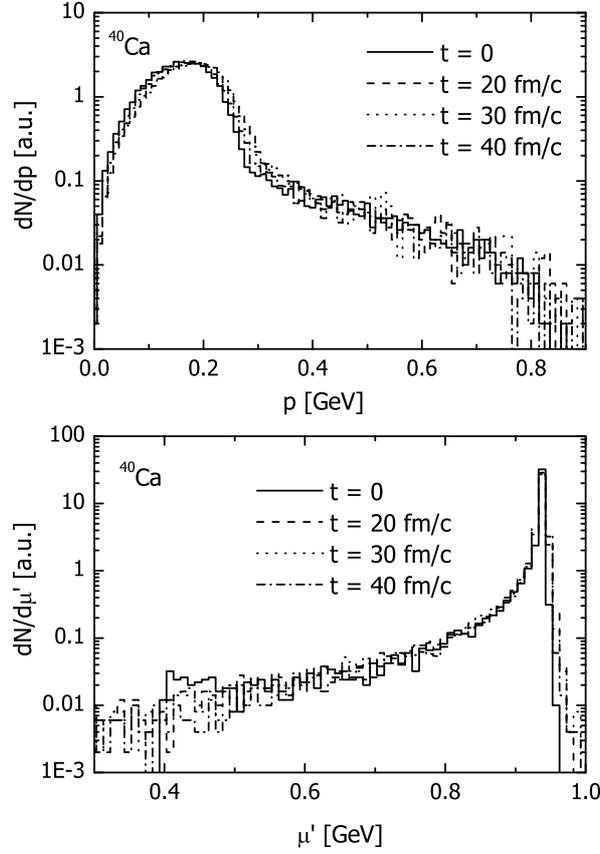


Abbildung 5.14: Zeitentwicklung der Impuls- und Massenspektren in ^{40}Ca aufgrund der reinen Propagation der Testteilchen.

5.8.1 Kollisionskriterien

Im Rahmen der Parallel-Ensemble-Methode können zwei Teilchen nur miteinander wechselwirken, wenn sie aus demselben Ensemble stammen. Die Entscheidung, ob es in einem Zeitschritt zur Reaktion zwischen zwei Teilchen A und B kommt, hängt von ihrem Stoßparameter b ab. Aufgrund der geometrischen Interpretation des totalen Wirkungsquerschnitts σ_{AB} ist das erste Kriterium, daß

$$b \leq \sqrt{\frac{\sigma_{AB}}{\pi}}$$

sein muß, damit eine Kollision stattfinden kann. Allerdings gibt es Reaktionen (z.B. $NR \rightarrow NN$), deren Querschnitte an der Schwelle divergieren, so daß Kollisionen zwischen beliebig weit auseinanderliegenden Teilchen möglich wären. Um dies zu verhindern, wird der maximale Wirkungsquerschnitt abgeschnitten, was der Einführung eines maximalen Stoßparameters gleichkommt. Demzufolge ergibt sich für die Reaktionswahrscheinlichkeit als Funktion des Stoßparameters:

$$p(b) = \min\left(\frac{\sigma_{AB}}{\sigma_{AB}^{\max}}, 1\right)\Theta(b_{\max} - b) \quad (5.23)$$

mit dem maximalen Stoßparameter

$$b_{\max} = \sqrt{\frac{\sigma_{AB}^{\max}}{\pi}}.$$

Dabei setzen wir für die maximalen Wirkungsquerschnitte bzw. maximalen Stoßparameter

$$\begin{aligned} \text{Nukleon-Nukleon: } & \sigma^{\max} = 55 \text{ mb}, & b_{\max} &= 1.32 \text{ fm} \\ \text{Baryon-Baryon: } & \sigma^{\max} = 80.4 \text{ mb}, & b_{\max} &= 1.6 \text{ fm} \\ \text{Baryon-Meson: } & \sigma^{\max} = 200 \text{ mb}, & b_{\max} &= 2.52 \text{ fm} \\ \text{Meson-Meson: } & \sigma^{\max} = 126 \text{ mb}, & b_{\max} &= 2 \text{ fm}. \end{aligned}$$

In [20] wurde gezeigt, daß im hier betrachteten Energiebereich die Werte für die maximalen Querschnitte keinen Einfluß auf die Resultate haben.

Aus der Wahrscheinlichkeit $p(b)$ kann nun bestimmt werden, ob die Kollision der Teilchen stattfindet oder nicht, sofern der Stoßparameter der beiden Kandidaten kleiner ist als b_{\max} . Durch Aufteilung des totalen Wirkungsquerschnitts in die einzelnen beitragenden Kanäle (siehe Kapitel 4.7) können die Endprodukte der Kollision sowie deren Kinematik über Monte-Carlo-Entscheidungen bestimmt werden. Zunächst muß aber geklärt werden, ob die Kollision im aktuellen Zeitschritt stattfindet. Um den Kollisionszeitpunkt festzulegen, verwenden wir ein auf dem Algorithmus von Kodama et al. [95] basierendes Verfahren, das in [20] dargelegt ist.

Findet die Kollision nun tatsächlich statt, so muß neben der vollständigen Bestimmung des Endzustands auch geklärt werden, ob die Kollision im Falle auslaufender Fermionen Pauli-geblockt ist. Aufgrund der Multiplizitäten wird dies nur für die Nukleonen berücksichtigt (Kapitel 5.8.3). Im Falle des Pauli-Blockings wird dann die gesamte Kollision der einlaufenden Teilchen verworfen.

Kollisionen mit drei Teilchen im Eingangskanal (in unserem Falle nur $\pi NN \rightarrow NN$) haben wir bereits in Kapitel 4.7.5 angesprochen. Für die genaue numerische Implementierung verweisen wir auf [20].

5.8.2 Resonanzzerfall

In jedem Zeitschritt wird überprüft, ob die vorhandenen Resonanzen zerfallen. In Kapitel 4.5.2 haben wir bereits die Lebensdauer von Resonanzen diskutiert. Unabhängig von der Verfahrensweise ergibt sich die Zerfallswahrscheinlichkeit für den Zeitschritt Δt im Laborsystem (=Rechensystem) durch

$$p_{\text{Zerfall}} = 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\gamma\tau}\right), \quad (5.24)$$

wobei $\gamma = E_R/\mu_R$ die Lorentz-Transformation der Lebensdauer τ vom Ruhesystem der Resonanz in das Laborsystem berücksichtigt. Im Falle eines Zerfalls wird mit Hilfe der Partialbreiten der Resonanz der Zerfallskanal über eine Monte-Carlo-Entscheidung bestimmt. Der Endzustand kann im Falle auslaufender Nukleonen Pauli-geblockt sein. In diesem Fall zerfällt die Resonanz im aktuellen Zeitschritt nicht.

5.8.3 Pauli-Blocking

Wir berücksichtigen die Pauli-Faktoren im Kollisionsterm nur im Falle auslaufender Nukleonen. Dies ist – wie schon erwähnt – aufgrund der geringen Multiplizitäten anderer Fermionenarten gerechtfertigt.

Die Pauli-Faktoren werden in Onshell-Transportmodellen üblicherweise durch die Mittelung der Phasenraumdichte über ein kleines Phasenraumvolumen um den betrachteten Phasenraumpunkt berechnet:

$$1 - f(\vec{r}, \vec{p}, t) = 1 - \int_{\Delta V_r} d^3 r' \int_{\Delta V_p} d^3 p' f(\vec{r}', \vec{p}', t) \quad (5.25)$$

Dabei steht das Integral in der Testteilchenrealisierung für eine Summe über die in Abschnitt 5.5 vorgestellten Gauß-Gewichte der in dem Phasenraumelement liegenden Testteilchen.

Für Rechnungen mit Offshell-Nukleonen ist dieses Verfahren problematisch, da die Phasenraumdichte auch von der Masse abhängt. In [20] wurde betont, daß mit den momentan handhabbaren Testteilchenzahlen nicht genügend Statistik zur Bestimmung der Phasenraumdichte auch als Funktion der Masse vorhanden ist. Daher wurde der massenabhängige Pauli-Blocking-Faktor ersetzt durch einen über die Masse integrierten Ausdruck:

$$1 - f(\vec{r}, \vec{p}, \mu, t) \rightarrow 1 - \int d\mu F(\vec{r}, \vec{p}, \mu, t).$$

In photonuklearen Reaktionen können wir dagegen ausnutzen, daß der Kern während der Reaktion im Grundzustand verbleibt. Diese Näherung drückt sich dadurch aus, daß wir die spektralen Pauli-Faktoren ersetzen durch

$$1 - f(\vec{r}, \vec{p}, \mu, t) = 1 - \Theta(E_F(\vec{r}, t) - E), \quad (5.26)$$

wobei E die Energie des Nukleons und E_F die lokale Fermi-Energie am Teilchenort im LRF ist. Damit ist die Bedingung für das Pauli-Blocking durch die Theta-Funktion gegeben. Im Falle von Onshell-Nukleonen entspricht dies dem Pauli-Blocking-Faktor $\Theta(p - p_F)$ mit dem lokalen Fermi-Impuls.

In Abbildung 5.10 zeigen wir Rechnungen für die Photoproduktion von Pionen und Etas mit Onshell-Nukleonen, wobei wir das Testteilchen-Pauli-Blocking aus Gleichung (5.25) verwenden (gepunktete Kurven). Es sind keine Unterschiede zur in den späteren Rechnungen verwendeten Methode in Gleichung (5.26) festzustellen. Dies ist eine weitere Rechtfertigung für die Annahme (5.14).

5.9 In-Medium-Modifikationen

Wir haben bislang nur Medium-Modifikationen wie Fermi-Verschmierung, Pauli-Blocking und die Bindung der Nukleonen im Mean-Field besprochen.

5.9.1 Wirkungsquerschnitte im Medium

Die Wirkungsquerschnitte, die in die Berechnung des Kollisionsterms eingehen, sind bereits in Kapitel 4.7 vorgestellt worden. Es handelt sich allerdings um Ausdrücke im Vakuum. Wir gehen nun auf Modifikationen der Querschnitte im Medium ein.

Zunächst sind die Querschnitte meist als Funktionen der invarianten Masse \sqrt{s} der einlaufenden Teilchen a und b parametrisiert worden. Spürt eines der Teilchen das Mean-Field-Potential, so ist die invariante Masse durch die Bindung kleiner als im Vakuum; der Wirkungsquerschnitt wird also falsch berechnet. In Transportmodellen führt man daher eine freie invariante Masse $\sqrt{s_{\text{free}}}$ ein, die gegeben ist durch

$$\sqrt{s_{\text{free}}} = \sqrt{m_a^2 + p_{\text{cm}}^2} + \sqrt{m_b^2 + p_{\text{cm}}^2}, \quad (5.27)$$

wobei m_a, m_b die Vakuummassen der Teilchen und p_{cm} ihr CM-Impuls ist. Handelt es sich z.B. bei Teilchen a um ein Offshell-Nukleon, so verwendet man $m_a = \mu'$. $\sqrt{s_{\text{free}}}$ ist also die invariante Masse der Teilchen in Abwesenheit des Mean-Field-Potentials, aber mit demselben CM-Impuls. An dieser Stelle wird der Wirkungsquerschnitt abgegriffen. Eine Ausnahme bilden die Querschnitte zur Resonanzformation, die an der Resonanzmasse μ_R bestimmt werden, da die Kinematik der einlaufenden Teilchen μ_R festlegt.

Die Verwendung 'freier' Wirkungsquerschnitte durch die Berechnung mit $\sqrt{s_{\text{free}}}$ beinhaltet einen ebenfalls von $\sqrt{s_{\text{free}}}$ abhängigen Flußfaktor, welcher gemäß

$$\sigma = v_{\text{rel}}(\sqrt{s_{\text{free}}})/v_{\text{rel}} \cdot \sigma(\sqrt{s_{\text{free}}})$$

über die Relativgeschwindigkeiten der einlaufenden Teilchen v_{rel} korrigiert wird [20]. Im Prinzip wirkt sich das Potential für auslaufende Baryonen auch auf die Phasenraumfaktoren aus. Eine mögliche Berücksichtigung wird in [20] diskutiert. In dieser Arbeit vernachlässigen wir solche Modifikationen.

In die Wirkungsquerschnitte zur Resonanzproduktion im Vakuum (Gleichung (4.34)) geht die totale Zerfallsbreite der Resonanz ein. Im Medium wird diese durch die totale In-Medium-Breite ersetzt, die auch Stoßprozesse wie z.B. $NR \rightarrow NN$, die wir in Kapitel 6 genauer diskutieren werden, berücksichtigt.

Das ist sofort einleuchtend, wenn man die zur Verbreiterung beitragenden Prozesse wie z.B. $NR \rightarrow NN$ als zusätzlichen 'Zerfalls'-Kanal $R \rightarrow N^{-1}NN$ auffaßt – der totale Produktionsquerschnitt in Gleichung (4.34) ergibt sich erst durch Summation über alle Zerfallskanäle. Dasselbe gilt auch für die Resonanzbeiträge für die Querschnitte zur elementaren Photon-Nukleon- und Elektron-Nukleon-Reaktion (siehe Kapitel 4.7.6 und 4.7.7). Wir werden in Kapitel 6 sehen, daß sich die Mediummodifikationen für die totale Breite auf der Basis von Zwei-Teilchen-Reaktionen wie $NR \rightarrow NN$ klein sind. Eine Ausnahme bildet lediglich die $P_{33}(1232)$ -Resonanz und die Resonanzen $D_{13}(1520)$, $S_{11}(1535)$ in der Pion- und Eta-Photoproduktion (Kapitel 7.2 und 7.3), ansonsten verwenden wir in allen Resonanzproduktions-Querschnitten üblicherweise Vakuumbreiten. Die Modifikation der *Zerfälle* aufgrund von Pauli-Blocking wird in der Simulation für alle Resonanzen explizit berücksichtigt (siehe Kapitel 5.8.3). In Kapitel 6 werden wir als weitere Modifikation auch den Einfluß der Nukleon-Spektralfunktion auf die Zerfallsbreiten mit Nukleonen im Endzustand untersuchen.

Wir berücksichtigen in dieser Arbeit keine weiteren Medium-Modifikationen der Wirkungsquerschnitte. In der Literatur gibt es viele Untersuchungen, wie sich die Querschnitte im Medium durch den Einfluß des Mean-Fields und die Verbreiterung der Nukleonen ändern (siehe dazu z.B. [96] und dortige Referenzen), die qualitativ übereinstimmen, daß die Querschnitte im Medium kleiner sind als im Vakuum. In [97] wurde der $NN \rightarrow NP_{33}(1232)$ -Wirkungsquerschnitt im nuklearen Medium untersucht. Dabei wurden alle Vakuummassen der beteiligten Teilchen durch die effektiven Masse im Medium ersetzt und das Matrixelement im Rahmen von Ein-Pion-Austausch-Modellen berechnet. Das Resultat ist, daß der Wirkungsquerschnitt im Medium mit steigender Dichte abfällt. Der Haupteffekt wird dabei durch die Ersetzung der Teilchenmassen verursacht. Die Unterschiede in den Wirkungsquerschnitten zwischen dem Vakuum und den Kurven für ρ_0 bzw. $2\rho_0$ beträgt etwa (je nach genauem Modell) einen Faktor 2-3 bzw. eine Größenordnung. Der Prozeß $NN \rightarrow NP_{33}$ bildet in Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien die Hauptquelle zur Pionproduktion. Durch die Reduktion im Medium wird somit auch die Pionzahl, die aus solchen Reaktionen resultiert, und die in BUU-Modellen mit unmodifizierten Querschnitten bei Einschubenergien von 1 AGeV überschätzt wurde [18, 20], um 40%-50% verringert. Der Hauptteil der P_{33} wird während der Hochdichtephase der Reaktion produziert, während der im Zentrum bei diesen Energien etwa doppelte normale Kerndichte $2\rho_0$ herrscht [18]. In photonuklearen Reaktionen überschreitet die Dichte jedoch niemals ρ_0 , für den Hauptteil der FSI ist sie sogar erheblich geringer. Weiterhin spielen Produktionsreaktionen wie $NN \rightarrow NP_{33}$ hier nur eine untergeordnete Rolle, der Großteil der detektierten Pionen stammt aus der Primärreaktion γN , so daß hauptsächlich über eine Modifikation des entsprechenden elementaren Wirkungsquerschnitts nachzudenken wäre. Insgesamt wären die zu erwartenden Effekte in Photon-Kern-Reaktionen aber viel kleiner als die in [97] diskutierten.

5.10 Kinematik der auslaufenden Teilchen

Um die Endzustände vollständig zu bestimmen, muß neben den produzierten Teilchenarten auch deren Kinematik festgelegt werden.

Um bei Zwei-Teilchen-Endzuständen (dem Hauptbeitrag bei Energien unterhalb der FRITIOF-Schwelle) Energieerhaltung zu gewährleisten, muß die tatsächliche invariante Masse \sqrt{s} in Betracht gezogen werden. Die Energiebilanz sieht also wie folgt aus:

$$\sqrt{s} = \sqrt{(\mu'_c + U_S^c)^2 + p_{\text{CM}}^2} + \sqrt{(\mu'_d + U_S^d)^2 + p_{\text{CM}}^2}. \quad (5.28)$$

Da die Potentiale im LRF bestimmt werden und der notwendige Lorentz-Boost selbst von den Energien der Teilchen abhängt, kann diese Gleichung nur iterativ gelöst werden und liefert als Ergebnis den Schwerpunktsimpuls p_{CM} sowie die skalaren Potentiale U_S^c , U_S^d .

Bei der Bestimmung der Impulse und Massen machen wir von Gleichung (4.38) Gebrauch, wonach die Bestimmung von Streuwinkel im CM-System und Masse simultan erfolgen muß. Natürlich ist diese Gleichung sehr allgemein und vereinfacht sich, wenn nur Onshell-Teilchen erzeugt werden und/oder das Matrixelement keine Winkelabhängigkeit besitzt, d.h. die Emission der auslaufenden Teilchen isotrop erfolgt.

Wie schon erwähnt, hängt die Notwendigkeit einer simultanen Massen- und Impulsbestimmung mit der Impulsabhängigkeit der In-Medium-Breiten zusammen.

Im Falle von Drei-Teilchen-Endzuständen verwenden wir Gleichung (4.39) zur Bestimmung der auslaufenden Impulse und Massen. Im Falle von Onshell-Teilchen im Endkanal entspricht die Kinematik dem Drei-Teilchen-Phasenraum. Die Energieerhaltung wird nicht in der Strenge wie bei Zwei-Teilchen-Endzuständen gehandhabt und erfolgt unter der Forderung, daß die Summe aller drei Energien gleich \sqrt{s}_{free} ist¹. Dabei werden die skalaren Potentiale der auslaufenden Teilchen vernachlässigt. Dasselbe gilt für alle Endzustände mit mehr als drei Teilchen, die vom Stringmodell FRITIOF bestimmt werden.

Bei der Resonanzformation $ab \rightarrow R$ ist die Kinematik der Resonanz durch die einlaufenden Teilchen vollständig bestimmt. Da Impuls p_R , Energie E_R und Potential U_S^R der Resonanz festliegen, kann über $E_R = \sqrt{(\mu_R + U_S^R)^2 + p_R^2}$ auch die Resonanzmasse μ_R (die der Offshell-Nukleonenmasse μ' entspricht) festgelegt werden.

¹Eine Ausnahme ist der Kanal $NN \rightarrow NN\pi$, siehe dazu [20].

Kapitel 6

In-Medium-Breiten von Nukleonen und Resonanzen

Im Medium ändert sich die Selbstenergie der Hadronen durch die Wechselwirkung mit anderen Teilchen. Die durch Grundzustandskorrelationen bestimmte Spektralfunktion der Nukleonen in Kapitel 3 ist ein Beispiel dafür; hier wurde der Zusammenhang zwischen Kollisionsbreiten und Kollisionsraten erstmals deutlich. In Kapitel 4.1 haben wir den Stoßterm der BUU-Gleichung diskutiert (Gleichungen (4.4) und (4.5)), der jede implementierte Wechselwirkung in Form der dazugehörigen Kollisionsrate enthält. Aufgrund der Äquivalenz zu den Kollisionsbreiten ist also jedes Teilchen, welches mit den anderen Teilchen im Kern wechselwirkt, automatisch stoßverbreitert.

Auf dieser Grundlage wurde im Rahmen dieses Modells auch schon die In-Medium-Verbreiterung des Nukleons in Schwerionenkollisionen [20, 16], der Nukleon-Resonanzen $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$, $S_{11}(1535)$, $F_{15}(1680)$ [27] und der Vektormesonen ρ , ω [28] untersucht. Die Spektralfunktion des Pions wurde in [29] betrachtet; hier wurde die In-Medium-Breite mit Hilfe eines Delta-Loch-Modells bestimmt.

Wir wollen uns in diesem Kapitel mit der Nukleonenbreite in den FSI (Kapitel 6.1.1) und der Verbreiterung der Nukleon-Resonanzen (Kapitel 6.1.2) auseinandersetzen. Für die Resonanzen gehen wir zunächst auf die Resultate aus [27, 20] ein, stellen diesen die Ergebnisse aus Resonanz-Loch-Modellen gegenüber und beschreiben die Implementierung der In-Medium-Breiten. Danach gehen wir im Hinblick auf Kapitel 7.2, 7.3 in einem einfachen Modell auf mögliche observable Effekte, die durch die In-Medium-Verbreiterung verursacht werden, ein (Kapitel 6.3).

Die Modifikationen im Medium beschränken sich nicht nur auf die Kollisionsbreiten. In Abschnitt 6.4 diskutieren wir am Beispiel der $S_{11}(1535)$, welche Auswirkungen die Nukleon-Spektralfunktion auf die Zerfallsbreiten haben kann.

6.1 Stoßverbreiterung im Medium

Auf der Grundlage der im BUU-Modell implementierten Reaktionen wird die Verbreiterung eines Baryons B durch Kollisionen mit anderen Baryonen verursacht. Dabei handelt es sich im Resonanzbereich vor allem um Reaktionen mit zwei Baryonen im

Endzustand, also $BB_2 \rightarrow B_3B_4$. Gemäß Gleichung (4.4) gilt dann für die Kollisionsrate

$$i\Sigma_B^>(E, p) = \frac{g}{2E} \int \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3} \frac{d\mu_2}{2E_2} \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3} \frac{d\mu_3}{2E_3} \frac{d^3p_4}{(2\pi)^3} \frac{d\mu_4}{2E_4} |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p + p_2 - p_3 - p_4) \\ \times \mathcal{A}_2 f_2 \mathcal{A}_3 (1 - f_3) \mathcal{A}_4 (1 - f_4). \quad (6.1)$$

Das Matrixelement hängt mit dem massen- und winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitt im CM-System zusammen [2]:

$$\frac{d\sigma_{\text{CM}}}{d\Omega d\mu_3 d\mu_4} := \frac{d\sigma_{\text{CM}}}{d\Omega} \mathcal{A}_3 \mathcal{A}_4, \quad \frac{d\sigma_{\text{CM}}}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_f}{p_i} |\mathcal{M}|^2.$$

Führt man die Integrationen über die Delta-Funktion im CM-System der beiden auslaufenden Teilchen aus, so erhält man

$$i\Sigma_B^>(E, p) = g \int \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3} \frac{d\mu_2}{2E_2} d\mu_3 d\mu_4 d\Omega \frac{p_i \sqrt{s}}{E E_2} \frac{d\sigma_{\text{CM}}}{d\Omega d\mu_3 d\mu_4} \mathcal{A}_2 f_2 (1 - f_3) (1 - f_4) \\ = g \cdot \rho_{B_2} \cdot \langle v_{\text{rel}} \int d\mu_3 d\mu_4 d\Omega \frac{d\sigma_{\text{CM}}}{d\Omega d\mu_3 d\mu_4} (1 - f_3) (1 - f_4) \rangle_{B_2}. \quad (6.2)$$

Hierbei ist ρ_{B_2} die Dichte des Stoßpartners B_2 und $v_{\text{rel}} = p_i \sqrt{s} / (E \cdot E_2)$ die Relativgeschwindigkeit der einlaufenden Teilchen im CM-System. Die Mittelung findet über die Kinematik von B_2 statt. Die Struktur dieses Ausdrucks ist von der Form

$$\Gamma_{\text{koll}} \sim \rho \cdot v \cdot \sigma, \quad (6.3)$$

die eine Aussage des Low-Density-Theorems [98] ist.

Im Prinzip müssen die in Gleichung (6.1) auftretenden Spektralfunktionen bei selbstkonsistenter Vorgehensweise ebenfalls In-Medium-Breiten beinhalten. Üblicherweise wird der Ausdruck aber mit Vakuum-Spektralfunktionen ausgewertet, was der Näherung in Kapitel 3.5 entspricht, wo ebenfalls auf höhere Iterationen verzichtet wurde. Insbesondere befinden sich die im Kollisionsprozeß als Stoßpartner auftretenden Nukleonen auf der Massenschale. Diese Annahmen machen auch deshalb Sinn, weil die verwendeten Wirkungsquerschnitte (wenn überhaupt) nur im Vakuum bekannt sind.

Auch im Falle eines Endzustands mit mehr als zwei Teilchen, z.B. $NN \rightarrow NN\pi$, kann man die Kollisionsrate unter Vernachlässigung aller Pauli-Faktoren der auslaufenden Teilchen in die Form

$$i\Sigma_N^>(E, p) = \rho_N \cdot \langle v_{\text{rel}} \sigma \rangle_N \quad (6.4)$$

bringen, die ebenfalls Gleichung (6.3) ähnelt.

Die In-Medium-Breiten gehen in die Simulation an zwei Stellen ein. Bei der Berechnung von Querschnitten zur Resonanzproduktion wie $\pi N \rightarrow R$ oder $\gamma N \rightarrow R$ (Gleichungen (4.33) und (4.41)) muß aus Konsistenzgründen anstelle der Vakuumbreite die entsprechende In-Medium-Breite berücksichtigt werden (siehe Kapitel 5.9.1). Andererseits geht die Kollisionsbreite über die stattfindenden Stoßprozesse explizit in die Simulation ein, d.h. Resonanzen werden entsprechend der Kollisionsbreite absorbiert. Bei der Bestimmung der Zerfallswahrscheinlichkeit der Baryonresonanzen in Kanäle mit Nukleonen muß dagegen die Vakuumbreite verwendet werden, da das Pauli-Blocking auslaufender Nukleonen immer überprüft wird.

6.1.1 Nukleonen

In Kapitel 3 haben wir uns hauptsächlich mit der Nukleon-Spektralfunktion für Energien unterhalb der Fermi-Energie beschäftigt. Für diesen Bereich haben wir auch das Matrixelement angepaßt. Der Exkurs in den Bereich $E > E_F$ diente lediglich dem Zweck, den Realteil der Selbstenergie berechnen zu können. Der Vergleich mit anderen Rechnungen zeigte hier mitunter große Unterschiede in den Spektralfunktionen. In photon- und elektroninduzierten Reaktionen am Kern werden Nukleonen jedoch in Zustände oberhalb der Fermikante gehoben. Vergleichsmöglichkeiten mit anderen Modellen beschränken sich auf den kinematischen Bereich kleiner Impulse unterhalb von 1 GeV. Wir werden später Prozesse untersuchen, in denen die Impulse der Nukleonen in den FSI diesen Bereich weit übersteigen, so daß Vergleichs- und Anpassungsmöglichkeiten wie im Lochsektor wegfallen. Daher gehen wir nicht von dem in Kapitel 3 angepaßten Matrixelement aus, sondern bestimmen die Breite, indem wir die relevanten Wechselwirkungen in den FSI zugrundelegen und die Kollisionsraten berechnen. Dadurch bleibt auch die Konsistenz zu den simulierten Kollisionsreaktionen gewährleistet.

In [20] wurde die Nukleonenbreite bereits bei endlichen Temperaturen berechnet. Wir wiederholen diese Rechnungen nun für $T = 0$. Wir berücksichtigen für Energien unterhalb der FRITIOF-Schwelle die Reaktionen $NN \rightarrow NN$, $NN \rightarrow NR$, $NN \rightarrow \Delta\Delta$ und $NN \rightarrow NN\pi$, die Beiträge der umgekehrten Prozesse können wir aufgrund geringer Teilchenmultiplizitäten vernachlässigen. Die Breiten werden nur auf der Massenschale des Nukleons ausgewertet. Im Fall der Reaktion $NN \rightarrow NN\pi$ machen wir Gebrauch von Gleichung (6.4). Für $T = 0$ müssen wir nur $i\Sigma^>$ berücksichtigen, da die Beiträge der Prozesse $NN \rightarrow NR$ und $NN \rightarrow NN$ zu $-i\Sigma^<$ oberhalb der Fermi-Kante, also in dem für die FSI relevanten Bereich, verschwinden. Für den Bereich oberhalb der FRITIOF-Schwelle nutzen wir ebenfalls Gleichung (6.4) aus und berechnen die Kollisionsrate für alle Prozesse auf einmal, indem wir das Matrixelement durch den totalen Wirkungsquerschnitt $NN \rightarrow X$ mit der in [20] verwendeten Parametrisierung ersetzen.

Wie schon in Kapitel 3.7 beschrieben, ist der Ausdruck $E \cdot i\Sigma^>$ eine Lorentz-invariante Größe, der in der Spektralfunktion auftritt. Die Breite im Ruhesystem des Nukleons ist dann durch den Zusammenhang (3.34) gegeben. In Abbildung 6.1 zeigen wir die Resultate für die Nukleonenbreite als Funktion des Impulses im lokalen Ruhesystem für die Saturatedichte ρ_0 . Wir beschränken uns auf den Bereich kleiner Energien und vergleichen mit der Onshell-Breite, die von Benhar et al. [51] und Baldo et al. [99] berechnet wurden. Bis $\Delta E = E - E_F = 0.2$ GeV ist die Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Benhar sehr gut. Über den gesamten gezeigten Energiebereich liegt die Breite unterhalb des Resultats von Baldo, jedoch ist gerade bei höheren Energien die der Verlauf sehr ähnlich. Es zeigt sich, daß unsere Onshell-Breiten insgesamt recht gut mit aufwendigeren Modellen übereinstimmen. Dies muß natürlich nicht abseits der Massenschale gelten.

In Abbildung 6.2 zeigen wir die Nukleonenbreite auf der Massenschale im Ruhesystem des Nukleons in Abhängigkeit des Nukleonenimpulses für verschiedene Dichten über einen größeren Impulsbereich. Die Breite verschwindet an der jeweiligen Fermi-Energie. Ab $p_N \sim 1$ GeV steigen die Breiten stark mit dem Nukleonenimpuls an. Dies wird durch die Öffnung der inelastischen Kanäle verursacht. In Kapitel 6.4 werden wir sehen, daß dieser starke Anstieg Einfluß auf die Zerfallsbreiten der Resonanzen im Medium haben kann.

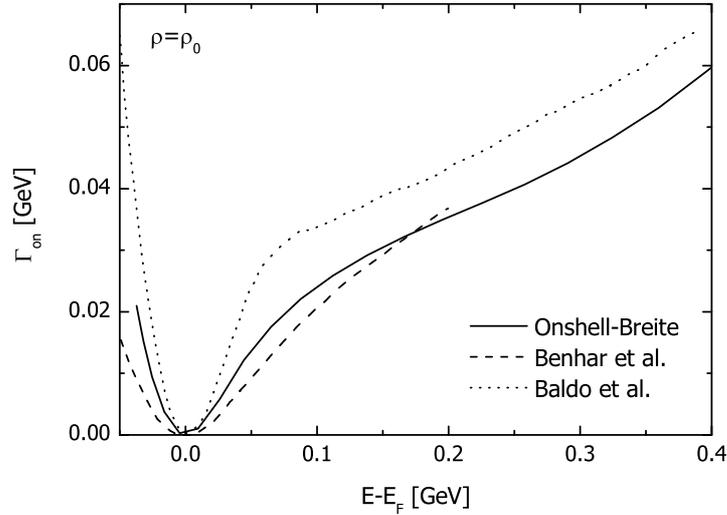


Abbildung 6.1: Onshell-Nukleonenbreite im Ruhesystem der Kernmaterie als Funktion der Energiedifferenz $\Delta E = E - E_F$ bei $\rho = \rho_0$.

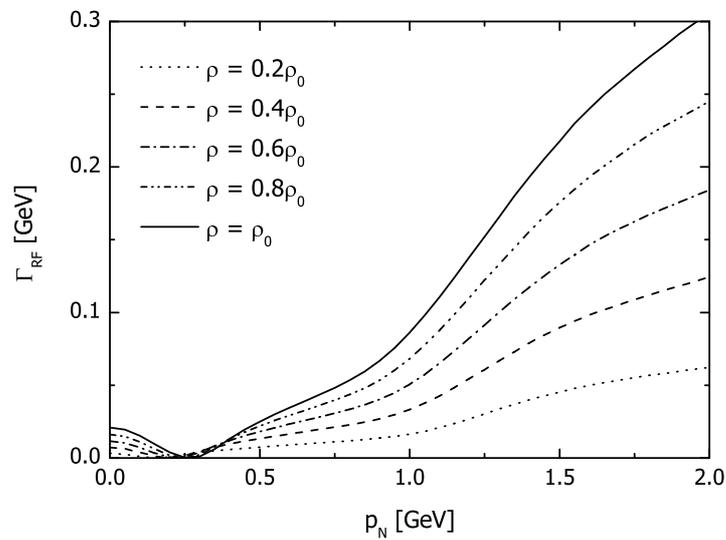


Abbildung 6.2: Onshell-Nukleonenbreite im Ruhesystem des Nukleons als Funktion des Nukleonenimpulses im LRF für verschiedene Dichten.

6.1.2 Resonanzen

Die Breiten der Resonanzen ändern sich im Medium auf zweierlei Weise. Beinhalten die Zerfallskanäle Nukleonen, also $R \rightarrow Nm$, so muß Pauli-Blocking berücksichtigt

werden:

$$\Gamma_{Nm}^{\text{Pauli}} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\cos\vartheta \Gamma_{Nm}^{\text{Vak}} \cdot \Theta(p_N - p_F(\rho)), \quad (6.5)$$

wobei ϑ der Zerfallswinkel im Ruhesystem der Resonanz und der Pauli-Faktor im LRF zu berechnen ist.

Durch die Kollisionsprozesse der Resonanzen kommt es wie schon beschrieben zur Ausbildung einer Kollisionsbreite. Die wichtigen Prozesse sind hier $RN \rightarrow NN$, $RN \rightarrow R'N$ als absorptive Kanäle für die Resonanz R und $RN \rightarrow RN$ als quasielastischer Prozess, der zwar zur 'Vernichtung' der einlaufenden Resonanz in ihrem bestimmten Massen- und Impulszustand führt, aber nicht zur Absorption des Teilchens an sich. Mehrstufige Kollisionsreaktionen wie $RN \rightarrow NN_i$, $N_iN \rightarrow NN$ mit einem reellen intermediären Nukleon N_i tragen nicht zur Kollisionsbreite der Resonanz bei [20]. Demzufolge sind Mehrteilchenprozesse wie z.B. $RNN \rightarrow NNN$ im Rahmen der in BUU simulierten Prozesse nicht enthalten.

In [26, 27] wurden die mediummodifizierten Breiten der für die Photoproduktion relevanten Resonanzen $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$, $S_{11}(1535)$ und $F_{15}(1680)$ über Kollisionsintegrale bestimmt. Wir gehen nun gesondert auf die Ergebnisse für die einzelnen Resonanzen ein. Dabei lassen wir die $F_{15}(1680)$ außen vor, da die dritte Resonanzregion bei Reaktionen am Kern durch die Fermi-Bewegung allein schon stark verbreitert ist und die Medium-Verbreiterung mit etwa 30 MeV auf der Resonanz bei Saturatedichte nicht viel beiträgt [26].

Die Resultate hängen stark von der verwendeten Parametrisierung der Wirkungsquerschnitte der einzelnen Reaktionen ab (siehe Kapitel 4.7.2). Besonders die Reaktionen $RN \rightarrow RN$, $R'N$ sind mit Unsicherheiten behaftet, da die Matrixelemente hier nicht an experimentelle Daten angepaßt werden können [20].

$P_{33}(1232)$

In Abbildung 6.3 zeigen wir die In-Medium-Breiten der Delta-Resonanz, die wie in [27] über Kollisionsraten berechnet wurde, als Funktion der Resonanzmasse μ_R . Der Resonanzimpuls wurde dabei so gewählt, daß die Resonanz mit Masse μ_R durch ein reelles Photon an einem ruhenden Nukleon erzeugt werden kann. Gezeigt sind die Beiträge zu $P_{33}N \rightarrow NN$, $P_{33}N \rightarrow P_{33}N$, $P_{33} \rightarrow N\pi$ und die Vakuumbreite. Stoßreaktionen in höhere (schwerere) Resonanzen $P_{33}N \rightarrow RN$ sind vernachlässigbar.

Es ist zu sehen, daß die totale In-Medium-Breite

$$\Gamma_{\text{Med}} = \Gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{Med}} + \Gamma_{\text{Koll}}$$

bis auf den Bereich sehr kleiner Resonanzmassen im wesentlichen der Vakuum-Breite entspricht. Die Verbreiterung von etwa 35 MeV auf der Polmasse wird durch das Pauli-Blocking fast vollständig kompensiert.

Dieser Wert für die totale Kollisionsbreite liegt jedoch deutlich unterhalb dessen, was in realistischen Resonanz-Loch-Modellen erreicht wird. In der Arbeit von Oset und Salcedo [23] wird Γ_{Koll} in Beiträge zur Zwei-Teilchen-Absorption, Drei-Teilchen-Absorption und quasielastische Prozesse zerlegt. Während die Zwei-Teilchen-Absorption

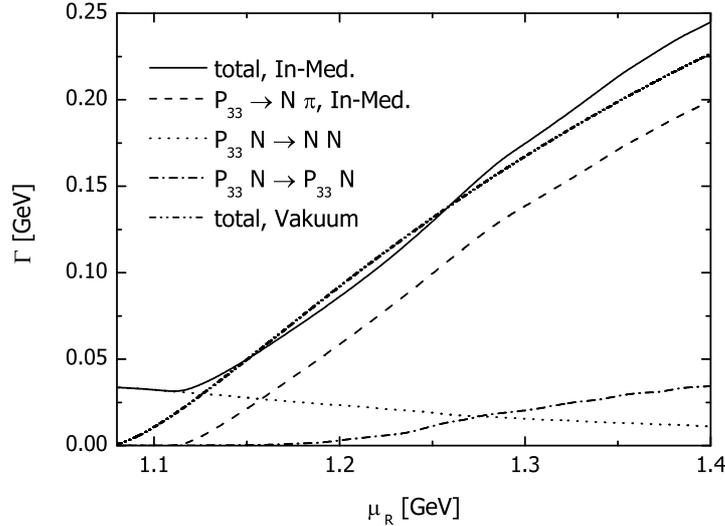


Abbildung 6.3: In-Medium-Breite der $P_{33}(1232)$ -Resonanz als Funktion der Resonanzmasse für $\rho = \rho_0$. Der Resonanzimpuls wurde so gewählt, daß die Resonanz mit Masse μ_R durch ein Photon am ruhenden Nukleon produziert werden kann. Zum Vergleich ist auch die Vakuumbreite gezeigt.

in guter Näherung mit den in Figur 6.3 gezeigten Resultaten zu $P_{33}N \rightarrow NN$ übereinstimmt, trägt die Drei-Teilchen-Absorption, die in BUU fehlt, zusätzlich mit etwa 40 MeV bei. Γ_{Koll} nimmt also bei $\rho = \rho_0$ Werte um 80 MeV an, also etwa doppelt so viel, wie man auf der Grundlage der reinen Zwei-Teilchen-Kollisionen über die Kollisionsraten erhält.

Hirata et al. [34] haben aus Daten zur Pion-Kern-Streuung das phänomenologische Spreading-Potential extrahiert, dessen Imaginärteil proportional zur Kollisionsbreite ist. Hier findet man

$$\Gamma_{\text{Koll}} = 80 \text{ MeV} \cdot \frac{\rho}{\rho_0}. \quad (6.6)$$

Diese Breite berücksichtigt den absorptiven Anteil der Kollisionsbreite, so daß die totale Kollisionsbreite etwas höher liegt. Dennoch ist dieser Wert sehr nahe an den Resultaten aus [23].

Auch in den selbstkonsistenten Resonanz-Loch-Rechnungen von Post [33] und Helgesson et al. [100] wurden ähnliche Werte für die Verbreiterung der P_{33} gefunden, jedoch werden die Effekte hier anders als in [23] hauptsächlich durch Zwei-Teilchen-Prozesse erzeugt, wohingegen Drei-Teilchen-Beiträge nur klein sind.

Es ergibt sich in der Literatur ein gewisses Maß an Übereinstimmung, so daß sich die Kollisionsbreite der $P_{33}(1232)$ bei $\rho = \rho_0$ im Bereich 80-100 MeV einpendelt. Der Hauptbeitrag wird dabei durch Prozesse geliefert, die zur P_{33} -Absorption führen. Die starke Abweichung der in BUU durch $P_{33}N \rightarrow NN$ erreichte Absorption stellt natürlich ein Problem dar, das in [20] untersucht wurde, wobei die In-Medium-Breiten von Oset et al. [23] bzw. das Spreading-Potential (6.6) in das BUU-Modell implementiert wurden.

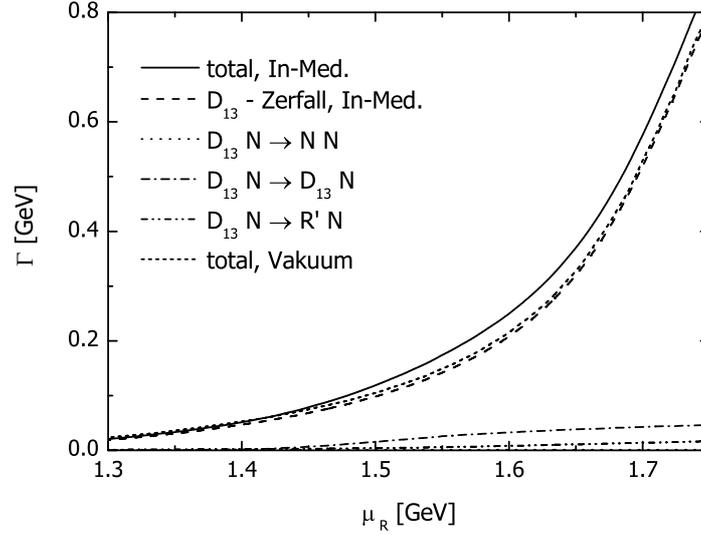


Abbildung 6.4: In-Medium-Breite der $D_{13}(1520)$ -Resonanz als Funktion der Resonanzmasse für $\rho = \rho_0$. Der Resonanzimpuls wurde so gewählt, daß die Resonanz mit Masse μ_R durch ein Photon am ruhenden Nukleon produziert werden kann. Die Kurve $D_{13}N \rightarrow NN$ liegt praktisch auf der μ_R -Achse.

Darauf gehen wir in Kapitel 6.3 ein.

$D_{13}(1520)$

In Abbildung 6.4 zeigen wir die In-Medium-Breite der $D_{13}(1520)$, die aus der Berechnung der Kollisionsraten folgt, als Funktion der Resonanzmasse bei $\rho = \rho_0$. Auf der Polmasse erhält man eine Nettoverbreiterung (Differenz der totalen In-Medium-Breite und der Vakuumbreite) von knapp 20 MeV. Es fällt auf, daß die Verbreiterung im Rahmen der Kollisionsraten fast ausschließlich durch $RN \rightarrow RN$ und $RN \rightarrow R'N$ zustandekommt, dagegen der absorptive Anteil $RN \rightarrow NN$ fast verschwindend ist aufgrund des kleinen Matrixelements für diesen Prozeß [26].

In [33] wurde auch die In-Medium-Breite der $D_{13}(1520)$ berechnet. Hier ergeben sich erheblich größere Verbreiterungen von 100-200 MeV. Der Hauptanteil wird hier anders als bei der $P_{33}(1232)$ nicht durch die Absorption, die mit etwa 50 MeV zwar erheblich mehr beisteuert als in der Berechnung der Kollisionsraten, sondern durch Prozesse mit auslaufender D_{13} geliefert. Wie auch bei der P_{33} sind die Beiträge von Drei-Körper-Prozessen klein. In [24, 101] wurde die Rho-Spektralfunktion im Medium untersucht. Aufgrund der Verschiebung von Stärke in Regionen kleiner Rho-Massen (durch Resonanz-Loch- und Nukleon-Loch-Beiträge) kommt es durch Phasenraumeffekte zu einer Vergrößerung der $D_{13}(1520)$ -Zerfallsbreite im Medium. Diesen Effekt berücksichtigen wir in dieser Arbeit nicht explizit, er ist indirekt über die Vergrößerung der totalen Breite durch den Anteil $D_{13}N \rightarrow D_{13}N$ enthalten, der zur Zerfallsbreite der D_{13} in $N\rho$ im Medium beiträgt.

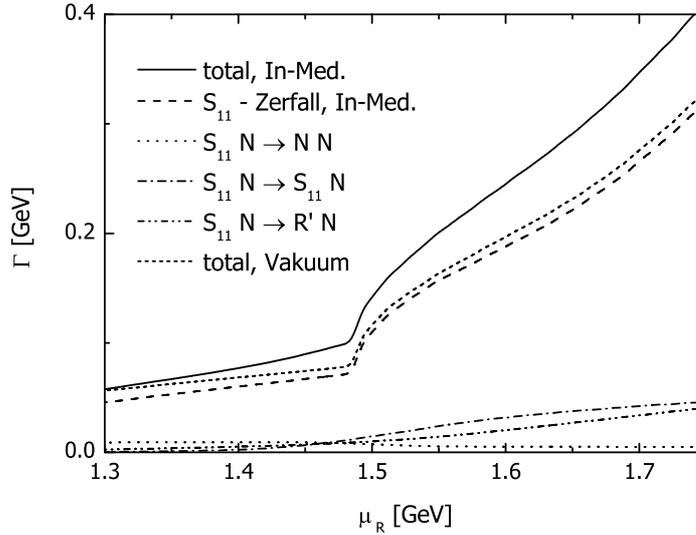


Abbildung 6.5: In-Medium-Breite der $S_{11}(1535)$ -Resonanz als Funktion der Resonanzmasse für $\rho = \rho_0$. Der Resonanzimpuls wurde so gewählt, daß die Resonanz mit Masse μ_R durch ein Photon am ruhenden Nukleon produziert werden kann.

$S_{11}(1535)$

In Abbildung 6.5 zeigen wir die Resultate der In-Medium-Breite der $S_{11}(1535)$ nach der Berechnung der Kollisionsraten für $\rho = \rho_0$. Es ist zu sehen, daß die Nettoverbreiterung auf der Resonanzmasse etwa 34 MeV beträgt. Wie bei der $D_{13}(1520)$ ist der Beitrag der Reaktion $S_{11}N \rightarrow NN$ nur sehr klein.

Die Ergebnisse für die Verbreiterung stimmen in diesem Fall recht gut mit den Resultaten aus [33] überein, wo ein Wert von etwa 30 MeV auf der Resonanzmasse gefunden wurde. Auch hier ist der absorptive Anteil klein, ebenso der Einfluß von Drei-Körper-Prozessen.

Es ist interessant zu beobachten, daß der Anteil der Resonanzabsorption an der Kollisionsbreite in den Vielteilchen-Rechnungen [33] für die P_{33} groß, bei den höheren Resonanzen D_{13} und S_{11} aber eher klein ist. Qualitativ stimmt dies mit den Ergebnissen aus der Berechnung der Kollisionsraten überein.

6.2 Implementierung der Stoßverbreiterung

Wir haben schon erwähnt, daß sich die Stoßverbreiterung auf zweierlei Arten auswirkt: Einerseits werden die Wirkungsquerschnitte in der in 5.9.1 beschriebenen Art und Weise modifiziert, d.h. die Vakuum-Breiten durch die In-Medium-Breiten ausgetauscht. Andererseits sind die zur Kollisionsbreite führenden Prozesse explizit in das Modell eingebaut. Im Falle der $P_{33}(1232)$ haben wir gesehen, daß die gemäß (6.1) berechnete Kollisionsbreite bei weitem nicht dem entspricht, was in anderen, realistischeren Mo-

dellen gefunden wird. Hier stößt man auf ein Problem, wenn man die realistischeren Kollisionsbreiten berücksichtigen und dennoch Konsistenz bewahren will – aus der Vorgabe der Kollisionsbreiten kann nicht ohne weiteres etwa auf die Wirkungsquerschnitte geschlossen werden. Das bedeutet, daß eine von den Kollisionsraten abweichende Kollisionsbreite nicht durch simulierte Stoßprozesse wie in BUU üblich berücksichtigt werden kann. Ein zweites Problem ist, daß sich zumindest in der Arbeit von Oset et al. [23] die Kollisionsbreite der $P_{33}(1232)$ zu einem großen Teil aus Drei-Teilchen-Prozessen (z.B. $P_{33}NN \rightarrow NNN$) zusammensetzen, die in BUU nicht simuliert werden.

In [20] wurde ein Verfahren angewendet, in dem der absorptive Anteil der Kollisionsbreite der $P_{33}(1232)$ aus [23] als 'Zerfallsbreite' aufgefaßt und die Resonanzen in einem bestimmten Zeitschritt gemäß eines exponentiellen Zerfallsgesetzes wie in Gleichung (5.24) vernichtet wurden und dafür der Stoßprozeß $RN \rightarrow NN$ aus der Simulation genommen wurde. Im Rahmen der Methode der perturbativen Teilchen wird die 'zerfallene' Resonanz einfach gelöscht. Es wird für jede einzelne Resonanz entschieden, ob sie 'zerfällt', gleichgültig, ob sich überhaupt ein adäquater Stoßpartner in der Umgebung befindet oder nicht, d.h. auf diese Art und Weise wird nicht der Stoßprozeß an sich, sondern lediglich das Ergebnis in bezug auf die Absorption des Teilchens simuliert. Diese Methode funktioniert daher nur, wenn die Endprodukte des Absorptionsprozesses (also etwa NN oder NNN) für den weiteren Verlauf der Gesamtreaktion unwichtig sind, d.h. sie dürfen z.B. keine weiteren Teilchen produzieren. Dies ist bei nicht allzu hohen Energien wie im Bereich der ersten Resonanzregion sehr gut erfüllt.

Mit diesem Verfahren lassen sich auch nur Kollisionsbreiten berücksichtigen, die rein absorptiven Prozessen entsprechen, also keine Kanäle mit Resonanzen im Ausgangszustand, da diese durch den Zerfall in Mesonen wichtig für die weitere Reaktion sein können. Dies hängt mitunter auch von der Observablen ab, die man betrachtet. Ist man beispielsweise an der Eta-Photoproduktion am Kern interessiert, so kann man die Resonanzen, die in zwei Pionen zerfallen, als für diesen Kanal absorbiert ansehen, da die beiden Pionen aus energetischen Gründen niemals zur Eta-Produktion beitragen werden.

Der quasielastische Beitrag zur In-Medium-Breite wurde bislang nur über die in BUU enthaltenen Stoßprozesse berücksichtigt. Im letzten Abschnitt haben wir gesehen, daß realistische Modelle hier erheblich höhere Beiträge liefern. Im Falle der $D_{13}(1520)$ wollen wir von diesen Erkenntnissen Gebrauch machen, da die quantitativen Abweichungen mit etwa 100-150 MeV auf der Resonanz doch recht groß sind. Der Hauptgrund für eine Berücksichtigung ist, daß die Wahrscheinlichkeit, daß die Resonanz in einem bestimmten Zeitschritt durch Absorption oder Zerfall vernichtet wird, durch einen quasielastischen Prozeß beeinflusst wird. Wie bei der Absorption verwenden wir die quasielastische Breite, um über ein exponentielles Zerfallsgesetz zu bestimmen, ob eine vorliegende Resonanz in einem solchen Prozeß involviert ist. Ist dies der Fall, so belassen wir die Resonanz.

Wie schon in Kapitel 5.9.1 angesprochen, geht in die Wirkungsquerschnitte zur Resonanzformation die totale In-Medium-Breite ein.

Die Verwendung der Breiten aus Resonanz-Loch-Rechnungen in BUU-Rechnungen ist nur bedingt möglich, da die Zuordnung in die verschiedenen Kanäle aufgrund der Überlagerung der einzelnen Äste (z.B. π , $P_{33}N^{-1}$, NN^{-1}) mitunter schwierig und nicht eindeutig ist [102, 100].

In den folgenden Rechnungen zu Reaktionen am Kern in Kapitel 7 und 8 verwenden wir üblicherweise für die $P_{33}(1232)$ die in Kapitel 6.1.2 beschriebenen Oset-Breiten und das Spreading-Potential. In Reaktionen mit reellen Photonen verwenden wir – wenn nichts anderes gesagt wird – in Einklang mit der Diskussion in Kapitel 6.1.2 für die $D_{13}(1520)$ und die $S_{11}(1535)$ totale Kollisionsbreiten von $\Gamma_{coll}(D_{13}) = 200 \text{ MeV} \cdot \rho/\rho_0$ bzw. $\Gamma_{coll}(S_{11}) = 0.03 \text{ MeV} \cdot \rho/\rho_0$, wobei wir jeweils für den absorptiven Anteil $\Gamma_{abs} = 1/4 \cdot \Gamma_{coll}$ ansetzen.

6.3 Observable Effekte

In diesem Abschnitt beschäftigen wir uns mit der Frage, wie sich eine Verbreiterung eigentlich in Wirkungsquerschnitten zu Photon-Kern-Reaktionen bemerkbar macht, d.h. bewirkt eine In-Medium-Verbreiterung von X GeV auch eine Verbreiterung im Resonanzbeitrag zum Wirkungsquerschnitt am Kern um X GeV? In [103] haben wir im Zusammenhang mit der In-Medium-Verbreiterung der $D_{13}(1520)$ ein einfaches Modell angewendet, um abzuschätzen, welche maximalen Effekte zu erwarten sind. Dies wiederholen wir nun und betrachten darüberhinaus auch die in photonuklearen Reaktionen wichtigen Resonanzen $P_{33}(1232)$ und $S_{11}(1535)$.

Wir studieren die Beiträge der Resonanz R zum Wirkungsquerschnitt der Reaktionen $\gamma A \rightarrow X$ und $\gamma A \rightarrow \pi + A$ Nukleonen als Funktion einer fiktiven Stoßverbreiterung

$$\Gamma_{koll} = \Gamma_0 \cdot \frac{\rho}{\rho_0}. \quad (6.7)$$

Den Wirkungsquerschnitt berechnen wir durch Faltung des elementaren Querschnitts $\sigma_{\gamma N}^R$ über das Dichteprofil des Kerns und Berücksichtigung der Fermi-Bewegung der Nukleonen (siehe Kapitel 7.1). Wir berücksichtigen keine Modifikationen aufgrund der Nukleon-Spektralfunktion. Unter Vernachlässigung von Pauli-Blocking und der FSI ergibt sich:

$$\sigma_{\gamma A}^R = g \int_{\text{Kern}} d^3r \int^{p_F(\rho(\vec{r}))} \frac{d^3p_N}{(2\pi)^3} \sigma_{\gamma N}^R(\sqrt{s}), \quad (6.8)$$

wobei sich die Integration über das Volumen des Kerns erstreckt und p_F der lokale Fermi-Impuls ist. Durch diese Annahmen werden die Einflüsse der Verbreiterung nach oben abgeschätzt. Durch Pauli-Blocking und FSI wird die Sensitivitätsregion der Observablen (zumindest bei exklusiveren Kanälen) nach außen zu kleineren Dichten verschoben, so daß die tatsächlich beobachtbaren Effekte geringer ausfallen als in diesem einfachen Modell.

Für den elementaren Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma N}^R$ erhalten wir nach Kapitel 4.7.6

$$\sigma_{\gamma N}^R = \left(\frac{k_0}{k}\right)^2 \frac{s\Gamma_\gamma^R \Gamma_{1,R}}{(s - M_R^2)^2 + s\Gamma_{2,R}^2} \frac{2m}{M_R} (|A_{1/2}^R|^2 + |A_{3/2}^R|^2). \quad (6.9)$$

Für die Breiten $\Gamma_{1,R}$ und $\Gamma_{2,R}$, die in Zähler und Nenner auftauchen, betrachten wir verschiedene Szenarien:

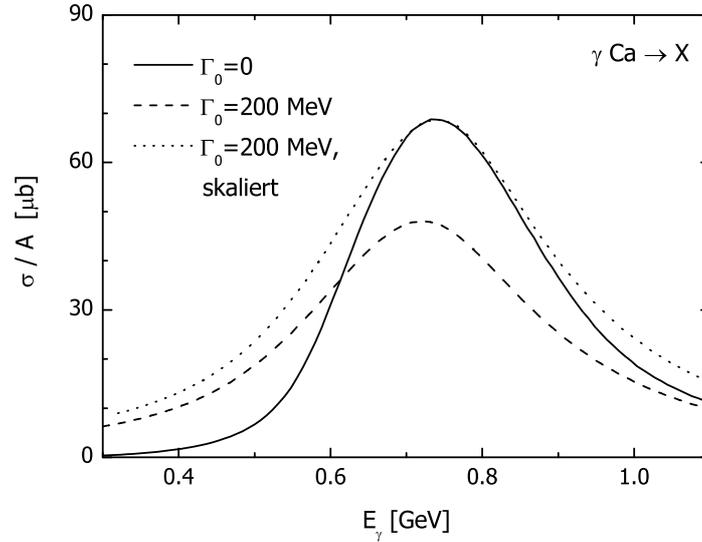


Abbildung 6.6: Wirkungsquerschnitt $\gamma\text{Ca} \rightarrow X$ nach Gleichung (6.8) für $\Gamma_0 = 0$ und 200 MeV.

- Mit $\Gamma_{1,R} = \Gamma_{2,R} = \Gamma_{\text{Zerfall}} + \Gamma_{\text{Koll}}$ erhalten wir den Wirkungsquerschnitt für den totalen Prozeß $\gamma A \rightarrow X$, d.h. die Kollisionsbreite (6.7) geht in Zähler und Nenner ein.
- Den exklusiven Kanal $\gamma A \rightarrow \pi + A$ Nukleonen erhalten wir z.B. durch die Wahl $\Gamma_{1,R} = \Gamma_{R \rightarrow N\pi}$ und $\Gamma_{2,R} = \Gamma_{\text{Zerfall}} + \Gamma_{\text{Koll}}$. Hier geht die Annahme ein, daß die Verbreiterung nicht durch Kanäle beeinflusst wird, die zur Ein-Pion-Produktion beitragen (z.B. $NR \rightarrow NR$). Dies ist beispielsweise gegeben, wenn die In-Medium-Breite (auf der Basis von Zwei-Teilchen-Prozessen) allein durch absorptive Prozesse $NR \rightarrow NN$ zustandekommt. Die Kollisionsbreite taucht dann nur im Nenner auf.
- Nimmt man an, daß die Kollisionsbreite zur Hälfte zur Ein-Pion-Produktion beiträgt, so erhält man anstelle des letzten Ausdrucks $\Gamma_{1,R} = \Gamma_{R \rightarrow N\pi} + \frac{1}{2}\Gamma_{\text{Koll}}$ und $\Gamma_{2,R} = \Gamma_{\text{Zerfall}} + \Gamma_{\text{Koll}}$.

In allen drei Fällen steht die totale In-Medium-Breite im Nenner. Für die totalen und partiellen Zerfallsbreiten verwenden wir die schon in Kapitel 4.5.1 vorgestellten Parametrisierungen, die natürlich auch einen Einfluß auf die Resultate haben.

Wie man in Abbildung 6.6 sehen kann, hat der Wirkungsquerschnitt aus Gleichung (6.8) eine Resonanzstruktur mit einer Breite $\Gamma_{1/2}$ bei halbem Maximum. Die Gestalt der Kurve weicht zwar von der Breit-Wigner-Gestalt ab, aber dennoch ist $\Gamma_{1/2}$ eine aussagekräftige Größe. Eine weitere sensitive Größe ist das Maximum der Kurve σ_{max}/A .

In Abbildung 6.7 zeigen wir die Auswirkungen der Verbreiterung durch Γ_0 auf $\Gamma_{1/2}$ und die Höhe des Maximums des Wirkungsquerschnitts für die verschiedenen angesprochenen Szenarien. Für die $S_{11}(1535)$ zeigen wir auch die Beiträge zur Eta-Produktion.

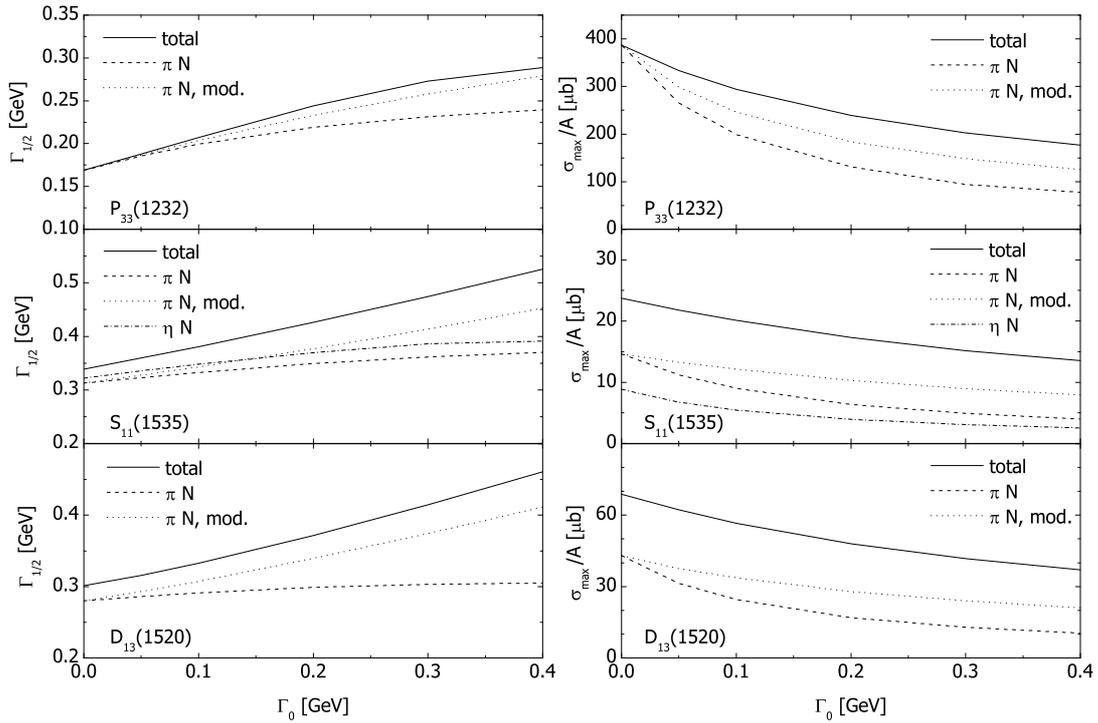


Abbildung 6.7: Beitrag der verschiedenen Resonanzen zu den Wirkungsquerschnitten $\gamma^{40}\text{Ca} \rightarrow X$ bzw. $\pi + A$ Nukleonen für die unter Gleichung (6.9) beschriebenen verschiedenen Szenarien. Dabei handelt es sich bei der Kurve 'N π , mod.' um die Rechnung mit modifizierter N π -Breite $\Gamma_{R \rightarrow N\pi} + 1/2\Gamma_{\text{Koll}}$. Für die $S_{11}(1535)$ zeigen wir auch den Kanal $\eta + A$ Nukleonen. Die Fermi-Bewegung wird berücksichtigt.

Abbildung 6.8 beinhaltet dieselben Rechnungen ohne Fermi-Bewegung. Insgesamt ist der Einfluß von Γ_{Koll} erstaunlich klein. Das liegt zum einen an der Dichteabhängigkeit in (6.7), zum anderen an der Fermi-Bewegung, die schon bei $\Gamma_0 = 0$ zwar in den Rechnungen mit Fermi-Bewegung zu einer ordentlichen Verbreiterung führt, mit steigendem Γ_0 aber zu weniger stark ausgeprägtem Anstieg von $\Gamma_{1/2}$. Für den totalen Wirkungsquerschnitt (durchgezogene Kurven in den Abbildungen 6.7 und 6.8) ist der Breitenunterschied zwischen $\Gamma_0 = 0$ und $\Gamma_0 = 200$ MeV mit Fermi-Bewegung um 1/4 bis 1/3 kleiner als ohne Fermi-Bewegung; noch extremer ist dies im exklusiven π^0 -Kanal (gestrichelte Linien).

Wir gehen jetzt genauer auf die Resultate mit Fermi-Bewegung ein (Abbildung 6.7). Γ_0 hat bei den höheren Resonanzen kaum Einfluß auf die Breite im einfachen Ein-Pionen-Querschnitt (gestrichelte Linien). Der Grund ist, daß Γ_{Koll} nur im Nenner auftaucht, was eine Reduktion des Querschnitts mit steigendem Γ_0 verursacht. Damit werden Beiträge aus Regionen, in denen die Verbreiterung groß ist, unterdrückt. In einer Rechnung in Kernmaterie ist dies dementsprechend anders [103]. Wir betrachten $\Gamma_{1/2}$ für die oben aufgeführten realistischen maximalen Werte von $\Gamma_0 = 100$ MeV (P_{33}), $\Gamma_0 = 30$ MeV (S_{11}) und $\Gamma_0 = 200$ MeV (D_{13}). Es ergeben sich dann prozentuale

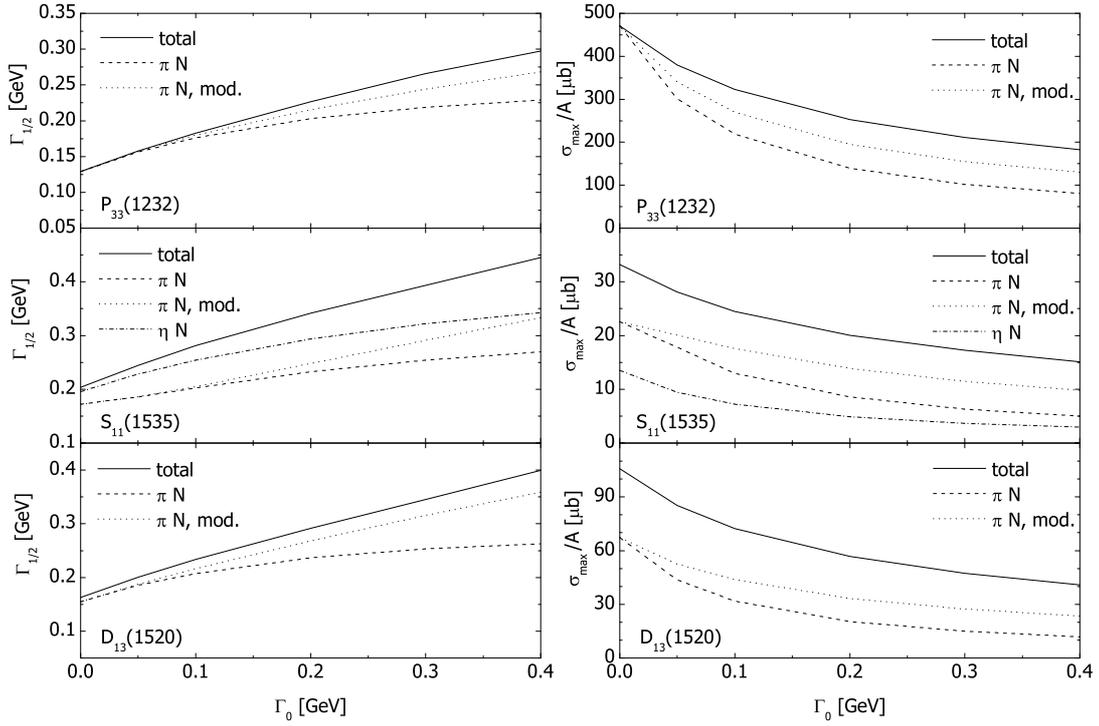


Abbildung 6.8: Dieselben Betrachtungen wie in Abbildung 6.7, nur ohne Fermi-Bewegung der Nukleonen.

Verbreiterungen von etwa 3% für die S_{11} und 7% für die D_{13} (in Kernmaterie: 42% [103]). Für die P_{33} finden wir dagegen einen Wert von immerhin 18%. Damit ist der Beitrag der P_{33} am sensitivsten auf eine Verbreiterung. In den Abbildungen der rechten Spalte sieht man, daß sich der steigende Wert von Γ_0 in der Reduktion des Maximums der Resonanz-Wirkungsquerschnitte viel deutlicher manifestiert: Hier finden wir für die P_{33} eine Reduktion von 48%, für die S_{11} von 20% und für die D_{13} von 61%. Damit ist die Absenkung des Querschnitts in diesem Kanal eine weitaus deutlichere Signatur der In-Medium-Verbreiterung als die Breite des Wirkungsquerschnitts.

Je inklusiver der Endzustand wird, umso größer wird der Effekt von Γ_0 . Das liegt daran, daß man auf immer mehr Prozesse sensitiv wird, die zur Verbreiterung beitragen, d.h. ein immer größerer Anteil der totalen Kollisionsbreite steht auch im Zähler. Dies zeigt der Vergleich zwischen den Szenarien der normalen $N\pi$ -Breite (gestrichelte Kurven) und der modifizierten $N\pi$ -Breite (gepunktete Linien) in Abbildung 6.7. Der Extremfall ist der totale inklusive Prozess $\gamma A \rightarrow X$, der durch die durchgezogenen Linien in Abbildung 6.7 verdeutlicht wird. In den oben genannten realistischen Bereichen für Γ_0 finden wir Verbreiterungen von 23% (P_{13}), 25% (D_{13}) und 6% (S_{11}). Im Fall der P_{33} ergibt sich im Vergleich zur Ein-Pion-Produktion keine merkliche Vergrößerung, ebenso bei der S_{11} , bei der ein Wert von $\Gamma_0 = 30$ MeV viel zu klein ist, um beobachtbar zu sein. Allein im Fall der D_{13} ergibt sich relativ große Werte, jedoch muß man hier in Kauf nehmen, daß in der eigentlichen Messung nicht nur die resonan-

ten Beiträge beitragen, sondern auch mitunter große Untergrundbeiträge, so daß die Information in bezug auf Resonanzeigenschaften im Medium minimal ist. Im Vergleich zur Ein-Pion-Produktion ist die beobachtete Reduktion der Maxima der Querschnitte nicht so ausgeprägt.

Wir sehen also, daß aus der Tatsache, daß in einem bestimmten (resonanten) Kanal keine Modifikation des Wirkungsquerschnitts zu beobachten ist, nicht a priori geschlossen werden kann, daß keine Verbreiterung der entsprechenden Resonanz vorliegt. Vielmehr werden die 'breiten' Beiträge aus Regionen hoher Dichte unterdrückt, so daß sie zur Verbreiterung des Resonanzpeaks im Wirkungsquerschnitt nicht stark beitragen, sondern einen Untergrund bilden, auf dem der Peak sitzt. Das ist beispielsweise in Abbildung 6.6 zu sehen. Die observable Größe ist hier eher die Reduktion des Querschnitts. Wir kommen darauf im Rahmen der Single- π^0 -Produktion am Kern in Kapitel 7.2.2 zurück.

6.4 Modifikation der Resonanz-Zerfallsbreiten

In diesem Abschnitt beschäftigen wir uns mit der Modifikation der Resonanz-Zerfallsbreiten durch die Spektralfunktion des Nukleons. Auch im Vakuum gibt es Resonanzzerfälle in Teilchen mit endlicher Breite, z.B. $D_{13} \rightarrow N\rho$. Hier wird die Breite durch die Rho-Spektralfunktion beeinflusst und der Tatsache Rechnung getragen, daß die Resonanz in Rho-Mesonen mit einer Masse kleiner als der Polmasse zerfallen kann; solche Prozesse sind phasenraumbegünstigt. Das gleiche Prinzip wenden wir nun auf die Nukleonen an.

Wir betrachten nun, wie die Zerfallsbreite im Medium zu modifizieren ist. Nach der in Kapitel 4.5.1 vorgestellten Parametrisierung gilt im Vakuum:

$$\Gamma_{R \rightarrow Nm}(\mu_R) = \Gamma_{R \rightarrow Nm}^0(\mu_R) \frac{\rho_{Nm}(\mu_R)}{\rho_{Nm}(M_R)}. \quad (6.10)$$

Falls beide auslaufenden Teilchen N , m stabil sind, ist die Funktion ρ_{Nm} von der Form

$$\rho_{R \rightarrow Nm}(\mu_R) = \frac{p_{Nm}^{\text{CM}}}{\mu_R} B_{l_{Nm}}^2.$$

Dies ist zu vergleichen mit dem allgemeinen Ausdruck für eine Zerfallsbreite in zwei Teilchen:

$$\Gamma \sim \frac{1}{\mu_R} |\mathcal{M}|^2 \cdot \text{Phasenraum.}$$

Die Blatt-Weisskopf-Funktion B_l berücksichtigt die richtige Impulsabhängigkeit der Breiten an der Schwelle und steht im wesentlichen für das Matrixelement, wohingegen der Faktor p_{Nm}^{CM}/μ_R der Zwei-Teilchen-Phasenraum ist. Aus der Forderung, daß die Breite auf der Polmasse gleich $\Gamma_{R \rightarrow Nm}^0$ ist, folgt der Ausdruck in Gleichung (6.10). Der Normierungsfaktor $\rho_{R \rightarrow Nm}(M_R)$ im Nenner ist eine Konstante und ein Maß für die Kopplung, die wir im Medium nicht abändern. Dagegen wird der Phasenraumfaktor durch die Spektralfunktion und das mögliche Pauli-Blocking modifiziert. Damit haben wir für die In-Medium-Zerfallsbreite einer Resonanz in ein stabiles Meson und ein Offshell-Nukleon den Ausdruck

$$\Gamma_{R \rightarrow Nm}(\mu_R, p_R, \rho) = \Gamma_{R \rightarrow Nm}^0(\mu_R) \cdot \frac{\rho_{Nm}(\mu_R, p_R, \rho)}{\tilde{\rho}_{Nm}(M_R)} \quad (6.11)$$

mit

$$\rho_{Nm}(\mu_R, p_R, \rho) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d \cos \vartheta \int_{\mu_{\min}}^{\mu_R - m_m} d\mu \mathcal{A}(\mu, p_N, \rho) \frac{p_{Nm}^{\text{CM}}}{\mu_R} B_{l_{Nm}}^2(p_{Nm}^{\text{CM}} R) \Theta(E_N - E_F(\rho)), \quad (6.12)$$

wobei der Faktor $1/2$ durch die für das Pauli-Blocking notwendige Mittelung über der CM-Winkel herrührt (siehe Gleichung (6.5)). Für μ_{\min} verwenden wir wie in Kapitel 5.4.2 konsistenterweise einen Wert von 0.4 GeV . Im Nenner ist

$$\tilde{\rho}_{Nm}(M_R) = \frac{p_{Nm}^{\text{CM}}}{M_R} B_{l_{Nm}}^2(p_{Nm}^{\text{CM}} R).$$

Die Vergrößerung des Phasenraums im Falle kleinerer Nukleonenmassen wird in Gleichung (6.12) durch den CM-Impuls verursacht, der bei fester Resonanzmasse mit sinkender Nukleonenmasse ansteigt. Die Resonanzbreite hängt neben der Resonanzmasse auch vom Resonanzimpuls p_R und der Dichte ab. In die Berechnung der Resonanzbreite geht die Nukleon-Spektralfunktion ein, die wir in Kapitel 6.1.1 als Funktion des Nukleonenimpulses p_N berechnet haben. Die p_R -Abhängigkeit manifestiert sich in Nukleonenimpuls und -energie im LRF (aufgrund des Lorentz-Boosts), die in die Spektralfunktion und den Pauli-Blocking-Faktor eingehen.

In Abbildung 6.2 sieht man, daß die Onshell-Breite mit steigendem Nukleonenimpuls ansteigt und bei Saturatedichte ρ_0 oberhalb von $p_N = 2 \text{ GeV}$ Breiten von über 300 MeV erreicht werden. Wir werden im folgenden die Nukleonbreite bei noch höheren Impulsen benötigen, etwa bis $p_N = 5 \text{ GeV}$. Hier liegt die berechnete Breite für ρ_0 sogar bei 700 MeV . Angesichts solch großer Werte ist es natürlich interessant zu sehen, wie sich diese in den Resonanzbreiten niederschlagen.

Wir betrachten im folgenden nur die Zerfallskanäle der $S_{11}(1535)$. In diesem Fall ist die Blatt-Weisskopf-Funktion $B_l = 1$. Für die spätere Anwendung auf die Eta-Elektroproduktion an Kernen (Kapitel 8.3.2) bei hohem Impulstransfer Q^2 muß ein Bereich von Resonanzimpulsen bis etwa 4.5 GeV und Resonanzmassen bis 3 GeV berücksichtigt werden. Einfache Betrachtungen zeigen, daß dies die Kenntnis der Nukleon-Spektralfunktion bis etwa $p_N = 5 \text{ GeV}$ erfordert. Wir berechnen nun die Zerfallsbreiten, wobei wir den Pauli-Blocking-Faktor weglassen. Für die Anwendung im BUU-Modell ist dies notwendig, weil das Pauli-Blocking bei einem möglichen Resonanzzerfall explizit überprüft wird und außerdem bei hohen Impulsen unwichtig wird.

In Abbildung 6.9 präsentieren wir die Breite $S_{11} \rightarrow N\eta$ für verschiedene Resonanzimpulse $p_R = 1, 2, 3, 4 \text{ GeV}$ bei Dichte ρ_0 und vergleichen mit der Vakuumbreite (d.h. Onshell-Nukleonen). Bei allen Impulsen zeigt sich, daß die In-Medium-Breite bis auf die Schwellenregion unterhalb der Vakuumbreite liegt. Es fällt auf, daß die Breite auch bei großen μ_R nicht in die Vakuumbreite übergeht: Zum einen sind die Integrale

$$\int_0^{\mu_R - m_\eta} d\mu \mathcal{A}(\mu, p^{\text{CM}}) \cdot p^{\text{CM}}(\mu_R, \mu)$$

und

$$\int_0^{\mu_R - m_\eta} d\mu \delta(\mu - m_N) \cdot p^{\text{CM}}(\mu_R, \mu) = p^{\text{CM}}(\mu_R, m_N)$$

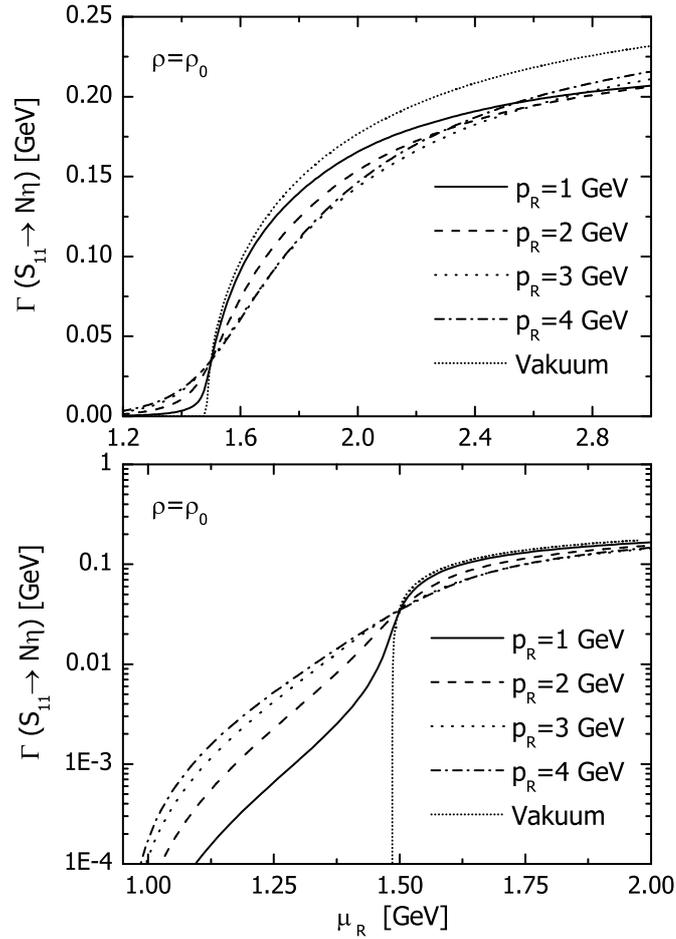


Abbildung 6.9: Zerfallsbreite $S_{11}(1535) \rightarrow N\eta$ im Ruhesystem der Resonanz, modifiziert durch die Nukleon-Spektralfunktion für verschiedene Resonanzimpulse als Funktion der Resonanzmasse bei Sättigungsdichte ρ_0 . Zum Vergleich wird auch die Vakuumbreite gezeigt. Um unteren Teil findet sich die Schwellenregion in logarithmischer Darstellung.

auch über dem vollen Normierungsintervall der Spektralfunktion (also im Limes $\mu_R \rightarrow \infty$) nicht identisch. Weiterhin wäre das Integral über die Spektralfunktion selbst (also ohne den CM-Impuls) für große μ_R auch nicht eins, weil die Spektralfunktion an verschiedenen Nukleonenimpulsen im LRF (abhängig von μ_R , p_R und μ) abgegriffen wird.

Im unteren Teil von Abbildung 6.9 sehen wir die Schwellenregion um $\mu_R = m_N + m_\eta$ in logarithmischer Skala. Hier wird ein weiterer offensichtlicher Einfluß der Nukleon-Spektralfunktion deutlich: Durch die Beiträge von Nukleonen mit $\mu < m_N$ zu \mathcal{A} ist der Zerfall von leichten Resonanzen in $N\eta$ möglich. Dieser Effekt ist umso ausgeprägter, je größer der Resonanzimpuls ist, da dann auch der Nukleonenimpuls und die Nukleonenbreite ansteigen. Bei $p_R = 4$ GeV ist die Schwelle stark ausgeschmiedt. Die verwendete minimale Nukleonenmasse von $\mu_{\min} = 0.4$ GeV als untere Integrationsgrenze in Gleichung

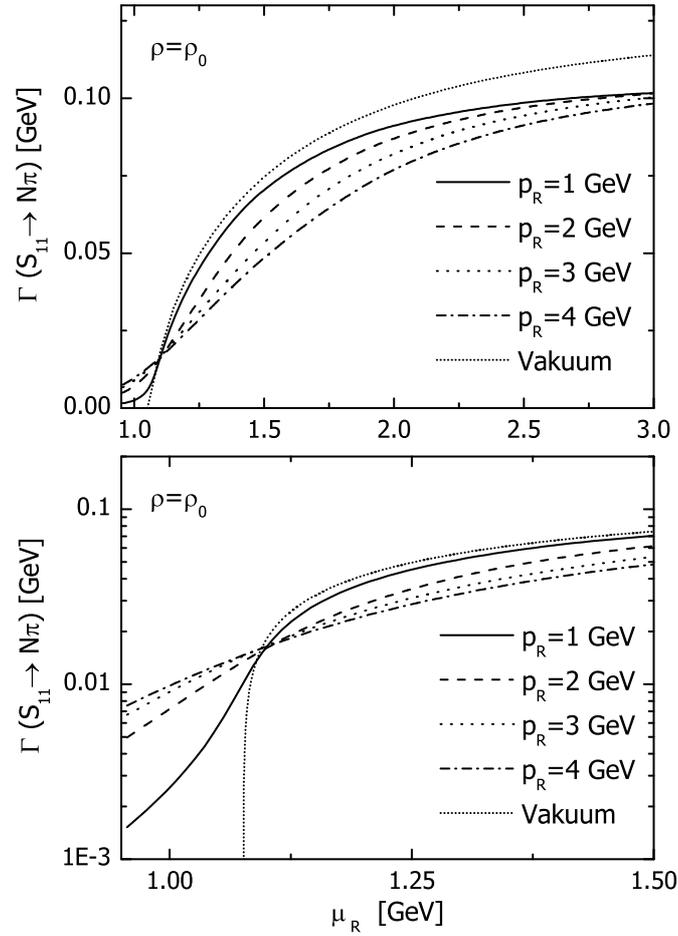


Abbildung 6.10: Zerfallsbreite $S_{11}(1535) \rightarrow N\pi$ im Ruhesystem der Resonanz, modifiziert durch die Nukleon-Spektralfunktion für verschiedene Resonanzimpulse als Funktion der Resonanzmasse bei Sättigungsdichte ρ_0 . Zum Vergleich wird auch die Vakuumbreite gezeigt.

chung (6.12) wirkt sich nicht stark aus, da der Integrand im Bereich unterhalb dieses Wertes sehr klein ist.

In Abbildung 6.10 zeigen wir die Zerfallsbreite $S_{11}(1535) \rightarrow N\pi$. Hier ergibt sich qualitativ das gleiche Bild wie im Fall $N\eta$.

Für die totale In-Medium-Zerfallsbreite der $S_{11}(1535)$ ersetzen wir die Vakuumzerfallsbreiten $N\eta$ und $N\pi$ durch die modifizierten Größen. Für die anderen Zerfallskanäle $N\rho$, $N\sigma$ und $N^*\pi$ verwenden wir weiterhin die Vakuumbreiten, da diese Kanäle (auf der Polmasse) nur etwa 6% der Gesamtbreite ausmachen.

In Abbildung 6.11 zeigen wir die Verzweungsverhältnisse im Medium für die Kanäle $N\eta$ und $N\pi$ für verschiedene Dichten $\rho = \rho_0$ und $0.4\rho_0$. Diese treten z.B.

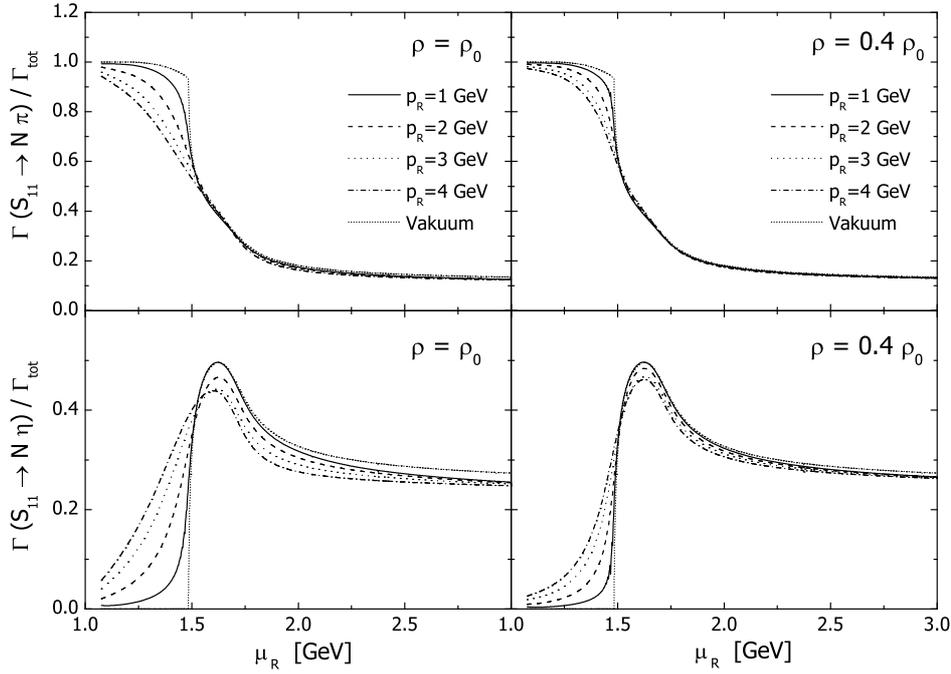


Abbildung 6.11: Modifizierte Verzweungsverhältnisse der Kanäle $S_{11} \rightarrow N\eta$ und $S_{11} \rightarrow N\pi$ für verschiedene Resonanzimpulse bei $\rho = \rho_0$. Zum Vergleich werden auch die Vakuumresultate gezeigt.

im Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\gamma N \rightarrow S_{11} \rightarrow \eta N} = \sigma_{\gamma N \rightarrow S_{11}} \cdot \frac{\Gamma_{S_{11} \rightarrow \eta N}}{\Gamma_{S_{11} \rightarrow X}} \quad (6.13)$$

auf. Für den Eta-Kanal sehen wir, daß der Peak um die Resonanzmasse verändert wird. Mit steigendem Resonanzimpuls findet eine Reduktion und eine leichte Verschiebung des Maximums statt. Im Grenzfall großer Massen gehen die Verhältnisse für alle p_R gegen eine Konstante leicht unterhalb des Vakuumwertes. Unterhalb der freien $N\eta$ -Schwelle nehmen die Verzweungsverhältnisse endliche Werte an, die mit dem Resonanzimpuls ansteigen. Es ist zu vermuten, daß sich diese mitunter starken Modifikationen in Querschnitten zur Eta-Photo- oder Elektroproduktion bemerkbar machen, da das Verzweungsverhältnis, wie in Gleichung (6.13) gezeigt, direkt in die Querschnitte eingeht. Alle Resonanzen mit einer Masse unterhalb der Schwelle, die deshalb in einer Rechnung mit Vakuumbreiten nichts beitragen, haben nun Einfluß auf das Resultat. Allerdings findet der Zerfall der Resonanzen eher bei kleineren Dichten als ρ_0 statt, wo die Modifikationen etwas geringer ausfallen, wie in Abbildung 6.11 rechts deutlich wird.

Im $N\pi$ -Kanal wird die scharfe Kante an der $N\eta$ -Schwelle durch die Nukleon-Spektralfunktion ausgeschmiert. Die Abweichung des Verhältnisses im Vakuum von eins unterhalb der Eta-Schwelle wird durch den $N\rho$ -Beitrag verursacht.

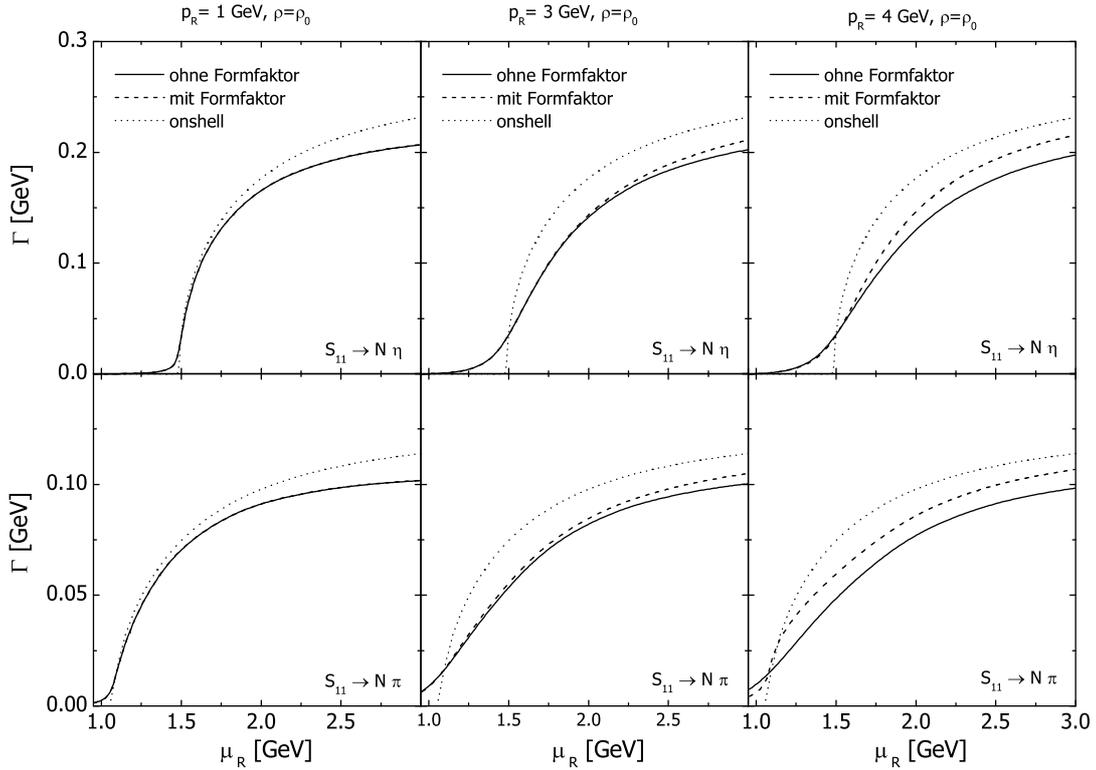


Abbildung 6.12: Zerfallsbreiten der S_{11} für die Kanäle $N\eta$ und $N\pi$ unter Berücksichtigung des Formfaktors (6.14) für die Nukleonenbreite für verschiedene Resonanzimpulse.

Angesichts der großen Nukleonenbreiten von über 500 MeV untersuchen wir nun, wie sensitiv die Zerfallsbreiten auf die Komponenten der Nukleon-Spektralfunktion mit solch großen Breiten sind. Wir haben dazu die Rechnungen für $S_{11} \rightarrow N\eta$ und $N\pi$ wiederholt und die Nukleonenbreite durch Multiplikation mit den Funktion

$$F(p_N) = \left(1 + \exp\left(\frac{p_N - 3 \text{ GeV}}{0.2 \text{ GeV}}\right) \right)^{-1} \quad (6.14)$$

bei einem Nukleonenimpuls von etwa 3 GeV abgeschnitten. Damit werden bei $\rho = \rho_0$ die Nukleonenbreiten unterhalb von 350 MeV gehalten.

In Abbildung 6.12 zeigen wir die Auswirkung des Formfaktors auf die S_{11} -Zerfallsbreite. Für Resonanzimpulse unterhalb von 3 GeV ist die Änderung nur sehr gering und auf größere Resonanzmassen beschränkt. Bei $p_R = 4 \text{ GeV}$ sehen wir über den gesamten Massenbereich Abweichungen, und daß die Breite mit Formfaktor – wie auch zu erwarten ist – näher an der Vakuumbreite liegt.

Der verwendete Cutoff ist so gewählt, daß er relativ gut den Bereich der Nukleon-Spektralfunktion mit großen Nukleonen-Breiten eingrenzt, auf den die Resonanzbreiten nicht sehr sensitiv sind. Eine Verringerung des Cutoffs hätte auch schon bei kleinen Resonanzimpulsen viel deutlichere Abweichungen von der Rechnung ohne Formfaktor zur Folge als die in Abbildung 6.12 sichtbaren.

Das Ergebnis dieses Abschnitts ist, daß die Modifikation der S_{11} -Zerfallsbreiten durch die Nukleon-Spektralfunktion bei großen Resonanzimpulsen so groß ist, daß beobachtbare Effekte in Reaktionen am Kern nicht auszuschließen sind. Da in der Photoproduktion die $S_{11}(1535)$ nur mit relativ kleinen Impulsen zwischen 0.6 und 1 GeV angeregt wird, ist hier ein Signal weniger stark ausgeprägt. In der Elektroproduktion dagegen sind Resonanzimpulse auch von 4 GeV möglich und die zu erwartenden Effekte entsprechend deutlicher. Wir werden darauf in Kapitel 8.2.3 und 8.3.2 eingehen.

Kapitel 7

Photon- und elektroninduzierte Reaktionen am Kern

In diesem Kapitel beschäftigen wir uns mit der Photon- und Elektron-Kern-Reaktion. Wir beschreiben zunächst, wie die Wirkungsquerschnitte am Kern berechnet werden auf der Grundlage der Querschnitte am Nukleon, deren Parametrisierung wir in Kapitel 4.7 vorgestellt haben. In den folgenden Abschnitten gehen wir auf mehrere Produktionsreaktionen am Kern ein, wobei wir uns auf Rechnungen ohne Grundzustandskorrelationen beschränken. Den Einfluß der Nukleon-Spektralfunktion untersuchen wir in Kapitel 8.

Ziel der Abschnitte 7.2 und 7.3 ist, auf der Grundlage der in Kapitel 6 beschriebenen In-Medium-Modifikationen der Resonanzen eine umfassende Aufstellung der durchgeführten Messungen zur Pion- und Eta-Photoproduktion zu geben.

In Kapitel 7.4 berechnen wir die Pion- und Eta-Elektroproduktion am Kern unter Verwendung der JLab-Kinematik und untersuchen den Einfluß der FSI auf Reaktionen mit großem Impulstransfer.

In Kapitel 7.5 schließlich untersuchen wir den elektroninduzierten Proton-Knockout aus Kernen, der Aufschluß über die FSI der Nukleonen gibt.

7.1 Die Photon-Kern-Reaktion

Die Photon-Kern-Reaktion wird modelliert unter der Annahme, daß das einlaufende Photon nur mit einem einzelnen Nukleon im Kern wechselwirkt [20] und die unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten für die verschiedenen Photon-Nukleon-Reaktionen (d.h. die Wirkungsquerschnitte $\sigma_{\gamma N}$) nur kinematisch bedingt sind. Im betrachteten kinematischen Bereich der Resonanzregion ist dies eine sinnvolle Annahme, da Shadowing-Effekte (siehe z.B. [104]) vernachlässigbar sind. Wir sind in Kapitel 5.3 schon auf die numerische Realisierung mit perturbativen Teilchen eingegangen, in der wir an jedem Nukleon eine γN -Reaktion initialisieren, die dann mit dem jeweiligen Querschnitt $\sigma_{\gamma N}(E_\gamma, \vec{p}_N)$ gewichtet wird.

Der Wirkungsquerschnitt für die Photon-Kern-Reaktion im Laborsystem (d.h. Ruhesystem des Kerns) ergibt sich dann, indem man die Beiträge aller Nukleonen, also die $\sigma_{\gamma N \rightarrow X}$ im Laborsystem, aufsummiert. Betrachtet man einen bestimmten Kanal, z.B. die inklusive π^0 -Produktion, so müssen alle Beiträge zusätzlich mit der Multiplizität

der π^0 gewichtet werden, die aus der elementaren γN -Reaktion folgen. Diese wiederum beinhaltet die Information über die in der γN -Reaktion produzierten Teilchen und alle Effekte des Pauli-Blockings und der FSI und wird mit Hilfe des BUU-Modells bestimmt. Insgesamt ergibt sich dann für die inklusive π^0 -Photoproduktion am Kern:

$$\sigma_{\gamma A \rightarrow \pi^0 X}(E_\gamma) = \int d^3r \rho(\vec{r}) \int \frac{d^3p}{\frac{4}{3}\pi p_F(\rho)^3} \Theta(p_F(\rho(\vec{r})) - p) \sigma_{\gamma N \rightarrow X} \cdot M_{\pi^0},$$

wobei M_{π^0} die Multiplizität der π^0 ist. Für andere Reaktionen gelten entsprechende Ausdrücke. Wir gehen hier vereinfachend davon aus, daß die Wirkungsquerschnitte an Proton und Neutron identisch sind; die Verallgemeinerung dieser Gleichung ist trivial. Mit Gleichung (4.18) für den Fermi-Impuls können wir diesen Ausdruck umschreiben und erhalten

$$\sigma_{\gamma A \rightarrow \pi^0 X}(E_\gamma) = g \int_{\text{Kern}} d^3r \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \Theta(p_F(\rho(\vec{r})) - p) \sigma_{\gamma N \rightarrow X} \cdot M_{\pi^0}, \quad (7.1)$$

Daß in diesem Ausdruck der totale Querschnitt am Nukleon $\sigma_{\gamma N \rightarrow X}$ auftritt, spiegelt die Möglichkeit wider, daß das Teilchen π^0 nicht notwendigerweise in der elementaren Reaktion produziert werden muß, sondern durch die Coupled-Channel-Effekte in den FSI erzeugt werden kann. Die Multiplizität M_{π^0} ist dann durch den Ausdruck

$$M_{\pi^0}(E_\gamma, \vec{r}, \vec{p}) = \sum_k \frac{\sigma_{\gamma N \rightarrow k}(E_\gamma, \vec{r}, \vec{p})}{\sigma_{\gamma N \rightarrow X}(E_\gamma, \vec{r}, \vec{p})} \cdot \int d^3p'_{\pi^0} \cdot M_{\pi^0}^k(E_\gamma, \vec{r}, \vec{p}; \vec{p}'_{\pi^0}) \quad (7.2)$$

gegeben, wobei die Summe über alle möglichen Kanäle k in der γN -Reaktion läuft und die $M_{\pi^0}^k$ die π^0 -Multiplizitäten sind, die aus dem Kanal k in der Anfangsreaktion durch die FSI resultieren. Die Integration erfolgt über die Impulse der auslaufenden Pionen p'_{π^0} am Ende der Reaktion. Das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte in der Summe ist die Wahrscheinlichkeit, daß in der Anfangsreaktion der Endzustand k produziert wird. Die genaue Definition der Multiplizitäten $M_{\pi^0}^k$ ist nicht eindeutig festgelegt, sondern hängt z.B. beim Vergleich mit Daten von der experimentellen Auswertung ab. In der inklusiven π^0 -Photoproduktion (Kapitel 7.2) gibt es zwei verschiedene Zählweisen der detektierten π^0 . Es wird entweder jedes Pion gewichtet (falls also zwei π^0 den Detektor erreichen, ist $M_{\pi^0}^k = 2$) oder es wird gewertet, ob mindestens ein π^0 produziert wurde (dann ist in dem Beispiel $M_{\pi^0}^k = 1$), wie etwa im Falle des Wirkungsquerschnitts σ_{neutral} in Kapitel 7.2.4. Falls nichts Anderes gesagt wird, handelt es sich bei allen gezeigten Wirkungsquerschnitten um die erste Zählweise.

Soweit gilt Gleichung (7.1) nur für Rechnungen ohne Grundzustandskorrelationen. Um die Unterschiede aufzuzeigen, schreiben wir Gleichung (7.1) um in eine Form, die dann durch Monte-Carlo-Integration ausgewertet wird:

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma A} &= g \int_{\text{Kern}} d^3r \left(\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \Theta(p_F(\rho(\vec{r})) - p) \right) \cdot \langle \sigma_{\gamma N \rightarrow X} \cdot M_{\pi^0} \rangle_p \\ &= \frac{g}{8\pi^3} \cdot \frac{4}{3} \pi \frac{6}{g} \pi^2 \cdot \left(\int_{\text{Kern}} d^3r \rho \right) \cdot \langle \sigma_{\gamma N \rightarrow X} \cdot M_{\pi^0} \rangle_{p,r} \\ &= A \cdot \langle \sigma_{\gamma N \rightarrow X} \cdot M_{\pi^0} \rangle_{p,r}. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Hierbei ist bei der Mittelung der Impuls \vec{p} homogen in der lokalen Fermi-Kugel und der Ortsvektor \vec{r} gemäß $r^2\rho(r)$ verteilt. Die gemittelte Größe in (7.3) entspricht also dem Wirkungsquerschnitt pro Nukleon. Der numerische Ausdruck lautet genauer

$$\frac{1}{A}\sigma_{\gamma A} = \frac{1}{N \cdot A} \sum_i \sigma_{\gamma N_i \rightarrow X}(\vec{r}_i, \vec{p}_i, E_\gamma) \cdot M_{\pi^0}(E_\gamma, \vec{r}_i, \vec{p}_i),$$

wobei sich die Summe über die $N \cdot A$ Nukleonen N_i in den N Ensembles erstreckt, deren Orts- und Impulsvektoren wie beschrieben initialisiert werden und $M_{\pi^0}(E_\gamma, \vec{r}_i, \vec{p}_i)$ die Anzahl der π^0 ist, die aus der Reaktion γN_i schließlich hervorgehen.

Berücksichtigt man nun die Grundzustandskorrelationen, so muß der Ausdruck (7.1) ersetzt werden durch:

$$\sigma_{\gamma A \rightarrow \pi^0 X}(E_\gamma) = g \int_{\text{Kern}} d^3r \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} d\mu \mathcal{A}(\mu, p) \Theta(E_F(\rho(\vec{r})) - E) \sigma_{\gamma N \rightarrow X} \cdot M_{\pi^0}, \quad (7.4)$$

wobei E die Energie des Nukleons mit Masse μ ist. Bei der Berechnung des Ausdrucks gehen wir genauso vor wie im Onshell-Fall:

$$\sigma_{\gamma A} = g \int_{\text{Kern}} d^3r \left(\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \int d\mu \mathcal{A}(\mu, p) \Theta(E_F(\rho(\vec{r})) - E) \right) \cdot \langle \sigma_{\gamma N \rightarrow X} \cdot M_{\pi^0} \rangle_{p, \mu}. \quad (7.5)$$

Das Massen-Integral über den Ausdruck $E\mathcal{A}\Theta$ würde normalerweise die Impulsverteilung $n(p, \rho)$ ergeben (siehe Gleichung (3.36)). In Gleichung (3.7) haben wir gesehen, daß aber der Wert des Impulsintegrals über die Impulsverteilung genau $4/3\pi p_F(\rho)^3$ ist, so daß das Resultat des Ortsraumintegrals über den Ausdruck in den runden Klammern wieder genau die Massenzahl A sein müßte. In diesem Fall hätten wir also

$$\sigma_{\gamma A} = A \cdot \langle \sigma_{\gamma N \rightarrow X} \cdot M_{\pi^0} \rangle_{p, \mu, r}$$

mit geeignet verteilten Massen, Impuls- und Ortsvektoren. Jedoch weichen wir in der numerischen Realisierung etwas von diesem Idealfall ab: Durch die Festlegung einer minimalen Nukleonenmasse μ_{\min} (siehe Kapitel 5.4.2) wird durch die Bedingung $E \leq E_F$ bei einer bestimmten Dichte ein maximal zulässiger Impuls p_{\max} bestimmt, der dann das Impulsintegral abschneidet. Dies ist in Abbildung 7.1 für die beiden verwendeten Potentiale gezeigt. Die Folge ist, daß die Klammer keineswegs $4/3\pi p_F(\rho)/(2\pi)^3$ ergibt, und der Vorfaktor in der letzten Gleichung nicht die Massenzahl A , sondern eine kleinere Zahl ist.

Wir haben das Impulsintegral über die Impulsverteilung unter dieser Randbedingung ausgewertet und finden, daß der Ausdruck in den runden Klammern immer noch proportional zu ρ ist (wie im Onshell-Fall). Die Proportionalitätskonstante ist für beide Potentiale fast identisch und kann aus dem Integral gezogen werden. Der verbleibende Faktor ρ ergibt mit dem Ortsraumintegral wieder die Massenzahl A . Wir erhalten dann das Resultat für den Wirkungsquerschnitt pro Nukleon:

$$\frac{\sigma_{\gamma A \rightarrow BX}}{A} = 0.9686 \cdot \langle \sigma_{\gamma N \rightarrow X} \cdot M_B \rangle_{p, \mu, r}. \quad (7.6)$$

Im Vergleich zum Onshell-Fall muß das Ergebnis der Monte-Carlo-Integration also um 3% verringert werden, was wir in allen in Kapitel 8 folgenden Rechnungen mit Grundzustandskorrelationen berücksichtigen.

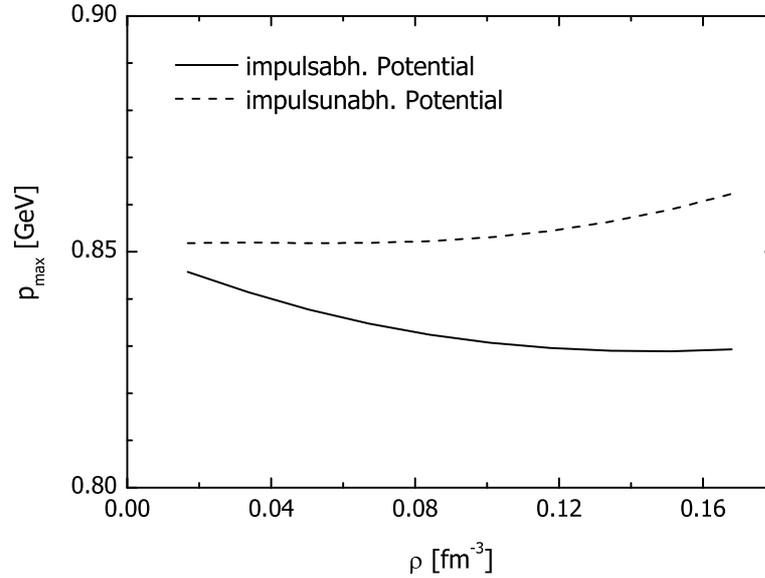


Abbildung 7.1: Maximale mit der Bedingung $E \leq E_F$ vereinbare Nukleonimpulse als Funktion der Dichte für verschiedene Potentiale.

Entsprechend den Gleichungen für den totalen Wirkungsquerschnitt am Kern berechnen sich differentielle Wirkungsquerschnitte, z.B. $d\sigma_{\gamma A \rightarrow \pi^0 X}/dp_{\pi^0}$. Der Unterschied ist, daß im Integranden eine Delta-Funktion $\delta(p_{\pi} - p'_{\pi})$ enthalten sein muß, wobei p'_{π} der Impuls der Pionen am Ende der Reaktion ist, und die den gewünschten Impulswert p_{π} herausprojiziert. Im Rahmen der Monte-Carlo-Realisierung — wie auch im Experiment — hat man es natürlich mit Impuls-Bins endlicher Breite zu tun, so daß anstelle der Delta-Funktion zwei Theta-Funktionen eingefügt werden. Ist Δp_{π} die Bin-Breite ist, so gilt in der numerischen Realisierung:

$$\frac{1}{A} \frac{\Delta\sigma_{\gamma A \rightarrow \pi X}}{\Delta p_{\pi}} = \frac{1}{N \cdot A} \sum_{i=1}^{N \cdot A} \sigma_{\gamma N_i \rightarrow X} \cdot M_{\pi^0}(E_{\gamma}, \vec{r}_i, \vec{p}_i, \mu_i; \vec{p}'_{\pi^0}) \times \Theta(p_{\pi} + \Delta p_{\pi}/2 - p'_{\pi}) \Theta(p'_{\pi} - (p_{\pi} - \Delta p_{\pi}/2)). \quad (7.7)$$

7.2 Pion-Photoproduktion

In der Photoabsorption am Kern beobachtet man im Vergleich zur γN -Reaktion ein Verschwinden der zweiten und dritten und eine Verbreiterung der ersten Resonanzregion. Dies ist in Abbildung 7.2 zu sehen. Die durchgezogene Linie zeigt Rechnungen zum Photoabsorptionsquerschnitt in [27], die Pauli-Blocking und Fermi-Bewegung beinhalten. Diese führen zwar tatsächlich zu einem Verschwinden des dritten Resonanzpeaks

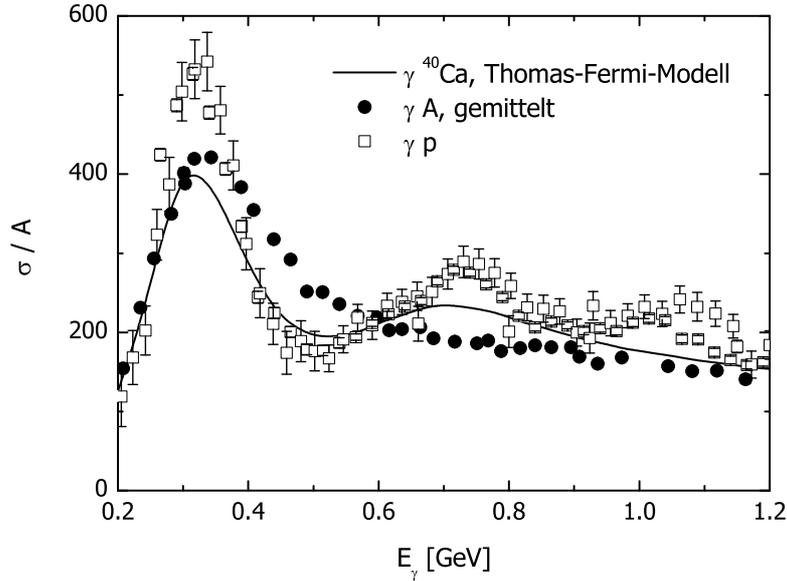


Abbildung 7.2: Photoabsorption am Kern (gefüllte Symbole) [31], gemittelt über die Massenzahl A , und am Proton (offene Symbole) [105]. Die Kurve zeigt die Resutatate des Thomas-Fermi-Modells aus [20, 27].

und einer starken Verschmierung in der zweiten Resonanzregion, jedoch bleibt hier ein deutliche Struktur zurück. Das völlige Verschwinden in den Daten muß also durch weniger triviale Effekte im Medium verursacht werden. Das Problem ist, daß zum Photoabsorptionsquerschnitt am Kern viele Prozesse beitragen können: Der elementare Querschnitt am Nukleon konnte in [35] wie in Kapitel 4.7.6 beschrieben in die resonanten Anteile der $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$, $S_{11}(1535)$ und $F_{15}(1680)$ und die Untergrundbeiträge $\gamma N \rightarrow \pi N$, $\pi\pi N$ zerlegt werden. In der Reaktion im Medium werden diese durch die FSI durchgemischt, so daß die Rückschlüsse auf mögliche Modifikationen erschwert wird. Daher ist es notwendig, exklusivere Querschnitte zu betrachten, die den Teilprozessen einfacher zugeordnet werden können. In den letzten Jahren wurden solche Experimente zur π^0 - und Eta- Photoproduktion durch die TAPS-Gruppe an MAMI durchgeführt. Wir betrachten diese Reaktionen nun im Rahmen des BUU-Modells, das den Vorteil besitzt, daß einzelne Modifikationen explizit auf ihre Wirkung überprüft werden können und darüberhinaus Informationen über die Entstehungsweise der Ergebnisse beinhaltet, wie sie im Experiment nicht zur Verfügung stehen. Die Reaktionen $\gamma A \rightarrow \pi^0 X$, $2\pi X$ und ηX wurden schon in [26, 35, 20] untersucht. In der Zwischenzeit sind zahlreiche neue Daten hinzugekommen sowie die in Kapitel 6.1.2 beschriebenen Modifikationen der $D_{13}(1520)$ und $S_{11}(1535)$.

7.2.1 Inklusive π^0 -Produktion

Wir beginnen mit der inklusiven Reaktion $\gamma A \rightarrow \pi^0 X$. Die experimentellen Daten beinhalten sowohl kohärente und inkohärente Pionen. Erstere tragen im Energiebereich

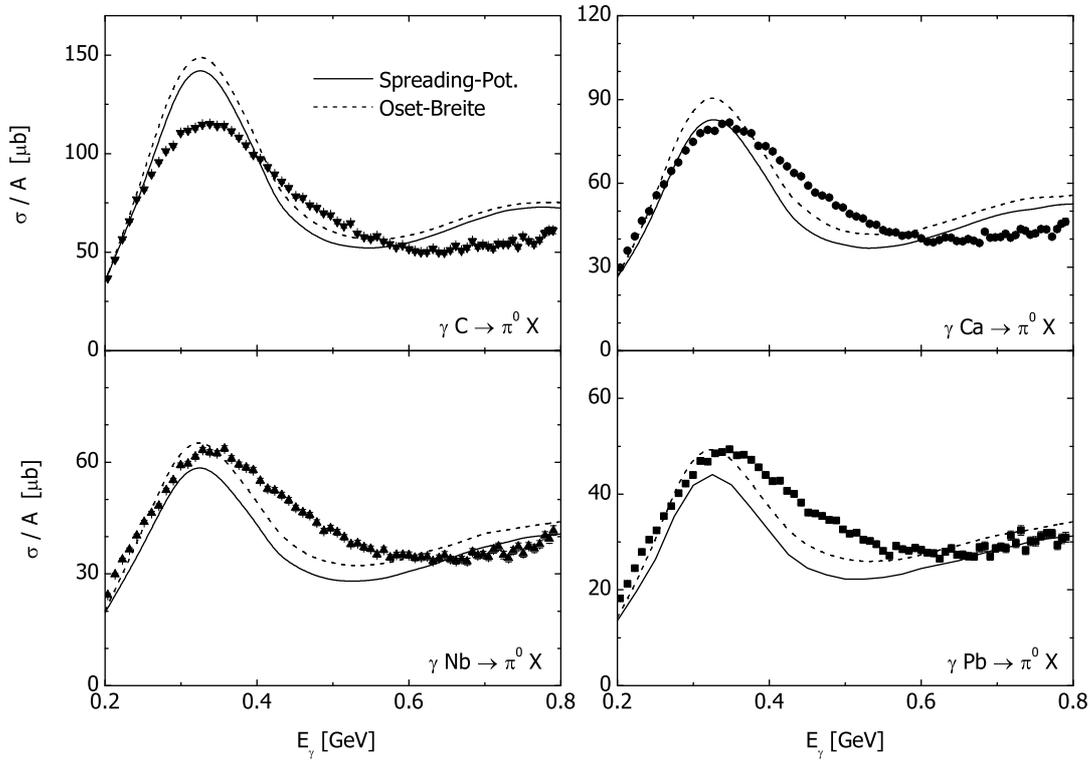


Abbildung 7.3: Inklusive π^0 -Produktion an verschiedenen Kernen als Funktion der Photonenergie. Die Kurven zeigen die BUU-Ergebnisse für die beiden im Text beschriebenen P_{33} -Modifikationsszenarien. Die Daten stammen aus [107].

zwischen 200 und 400 MeV nicht unerheblich bei [108]. Für Energien unterhalb der Zwei-Pion-Schwelle werden im BUU-Modell nur Reaktionen berücksichtigt, in denen es direkt oder über intermediäre Resonanzanregung zur Ein-Pion-Produktion kommt. In jedem Fall enthält ein solcher Endzustand ein Pion und ein Nukleon, falls er nicht Pauli-geblockt ist. Die Pion-Produktion geht also immer mit der Anhebung eines Nukleons über die Fermi-Kante, also der Anregung des Kerns einher. Ein solcher Prozeß ist laut Definition nicht kohärent. Auch durch die FSI kann ein solcher Prozeß nicht mehr 'kohärent' werden, denn in diesem Fall müßte das Nukleon seine Anregungsenergie auf das Pion übertragen und dies ist fast ausgeschlossen. Reaktionen, in denen die Resonanz absorbiert wird, führen ebenfalls immer zur Anregung des Kerns bzw. tragen unter Umständen gar nicht zur Pion-Produktion bei. Es macht daher Sinn, zu einem besseren Vergleich mit den Daten zum inklusiven π^0 -Wirkungsquerschnitt die Daten zur kohärenten π^0 -Produktion zu den BUU-Rechnungen zu addieren.

In Abbildung 7.3 zeigen wir unsere Rechnungen für die Kerne C, Ca, Nb und Pb. Die vier Kurven entsprechen der Verwendung des Spreading-Potentials und der Oset-Parametrisierung für die Breite der $P_{33}(1232)$ -Resonanz (siehe Kapitel 6.1.2). Es zeigt sich, daß die Kurven bei großen Kernen die Daten im ersten Resonanzbereich, insbesondere im Bereich der Schwelle, gut beschreiben. Die durchgezogene Linie mit dem

Spreading-Potential liegen aufgrund der stärkeren Absorption leicht unterhalb den gestrichelten.

Es fällt auf, daß die absteigende Flanke der ersten Resonanzregion durch die BUU-Rechnungen nicht beschrieben wird; der Resonanzpeak in den Daten ist erheblich breiter. Dies ist aber nicht auf die Verbreiterung $P_{33}(1232)$ zurückführbar, denn die hier sichtbare Reduktion des Maximums ist konsistent mit den Betrachtungen in Kapitel 6.3, wenn man in Abbildung 6.7 einen Breitenparameter $\Gamma_0 \sim 80 - 100$ MeV wählt und den abgelesenen Querschnitt durch drei teilt (wir betrachten hier nur neutrale Pionen). Größere Kollisionsbreiten lassen sich zudem ausschließen, da sie das Maximum im Querschnitt weiter herunterdrücken würden und zum anderen nicht mit den in Kapitel 6.1.2 beschriebenen theoretischen und experimentellen Betrachtungen in Einklang zu bringen sind.

Wie in Abbildung 7.2 zu sehen ist, tritt dieses Verhalten auch in den Rechnungen zur Photoabsorption auf. Das dort verwendete Modell entspricht denselben theoretischen Annahmen wie das BUU-Modell, d.h. die Reaktion zwischen Photon und Kern wird auf der Basis der Absorption an einzelnen Nukleonen angenommen. Der Effekt taucht auch in anderen Untersuchungen, die auf dieser Annahme basieren, auf (z.B. [32]). In [106] wurde in Rechnungen zur Photoabsorption gezeigt, daß im Energiebereich von 300-500 MeV Prozesse eine Rolle spielen, die der Absorption an zwei Nukleonen entsprechen. Dies wurde in [27] durch Abschätzung des Diagramms $\gamma NN \rightarrow P_{33}N$ bestätigt. Die Energieabhängigkeit dieses Beitrags ist interessant, da er für kleinere Energien, bei denen die Annahme der Absorption an einzelnen Nukleonen weniger gerechtfertigt sein sollte, weniger wichtig ist. Die Betrachtungen in [106, 27] beziehen sich auf den Energiebereich bis zum Anfang der zweiten Resonanzregion. Daher ist nicht bekannt, ob solche Beiträge auch bei höheren Energien eine Rolle spielen. In unseren Betrachtungen zu den exklusiveren Kanälen berücksichtigen wir die Mehr-Nukleon-Absorption des Photons nicht, weil sie im Gegensatz zur Photoabsorption schwieriger zu implementieren ist, da die Reaktionen wie $\gamma NN \rightarrow P_{33}N$ explizit simuliert werden müßten. Bei dem Vergleich mit den Daten in der zweiten Resonanzregion ist daher immer im Hinterkopf zu behalten, daß eine Berücksichtigung größere Wirkungsquerschnitte liefern könnte.

Wir wenden uns nun dem zweiten Resonanzbereich zu. Für die $D_{13}(1520)$ und die $S_{11}(1535)$ machen wir von den in Kapitel 6.1.2 beschriebenen Modifikationen im Rahmen des Modells von Post [33] Gebrauch. Da die $P_{33}(1232)$ auch hier zur Pionproduktion beiträgt, ist der Unterschied zwischen der Rechnung mit dem Spreading-Potential und der Oset-Breite vor allem bei großen Kernen deutlich. Die bessere Beschreibung der Daten ist hier durch die Kurve mit dem Spreading-Potential gegeben. Für diese Rechnung zeigen wir in Abbildung 7.4 den Einfluß der D_{13} - und S_{11} -Modifikation genauer. Der Buckel im Wirkungsquerschnitt oberhalb von 500 MeV im Vergleich zu den Daten geht zum Großteil auf das Fehlen der weiter oben diskutierten Mehr-Nukleon-Absorptionsprozesse zurück. Die Rechnung für Calcium liegt auch mit modifizierten Resonanzen über den Daten, für schwerere Kerne verlaufen sie durch die Daten. In [20] konnte der inklusive π^0 -Querschnitt an Calcium durch eine rein absorptive Adhoc-Kollisionsbreite von 300 MeV beschrieben werden, jedoch ist diese Zahl durch realistische Modelle (Kapitel 6.1.2) nicht haltbar.

In dem gezeigten Energiebereich trägt auch die Zwei-Pion-Produktion am Nukleon stark bei, welche in unserem Modell als inkohärente Summe eines resonanten und

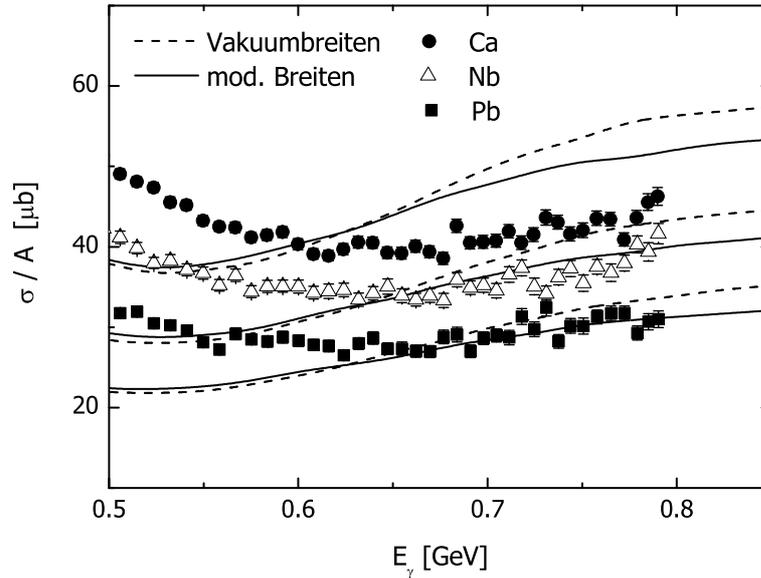


Abbildung 7.4: Einfluß der D_{13} - und S_{11} -Breitenmodifikation auf die inklusive π^0 -Produktion für verschiedene Kerne im zweiten Resonanzbereich. Die Daten stammen aus [107].

eines Untergrundbeitrags implementiert wurde (siehe Kapitel 4.7.6) und daher bislang nur über die Resonanzbeiträge mediummodifiziert werden kann. Sie trägt zu der sichtbaren Struktur in Abbildung 7.3 durch den Anstieg von der Schwelle bis etwa 600 MeV wesentlich bei. In [87] wurde darauf hingewiesen, daß die Buckelstruktur des Zwei-Pion-Wirkungsquerschnitts im Vakuum durch Interferenzeffekte zwischen dem D_{13} -Resonanzterm und Kroll-Rudermann-Termen verursacht wird. In [32] wurde dieses Erkenntnis aufgegriffen und argumentiert, daß Mediumeffekte wie die Modifikation der D_{13} die Interferenz zerstören und zu einer Reduktion des Buckels führen könnten. Die Verwendung von In-Medium-Breiten und Massenverschiebungen für die $D_{13}(1520)$, die dem Spreading-Potential aus [34] entsprechen, führte tatsächlich zu einem solchen Effekt. Die Autoren konnten in einem [27] ähnlichen Modell zeigen, daß auf diese Weise die resonante Struktur im Bereich der zweiten Resonanzregion im Photoabsorptionsquerschnitt zum Verschwinden gebracht werden kann. Solche Modifikationen sind in unserem Modell bislang nicht berücksichtigt, werden jedoch in Kürze durch die Auswertung der Feynman-Diagramme, die zum Zwei-Pionen-Wirkungsquerschnitt beitragen, unter Berücksichtigung der D_{13} -Modifikation aus den Resonanz-Loch-Rechnungen in [33] auch BUU-Rechnungen zur Verfügung stehen [109].

Die gezeigten Daten beinhalten im zweiten Resonanzbereich die neutralen Pionen, die aus dem Zerfall der Eta-Mesonen stammen und auch in den Rechnungen berücksichtigt wurden.

Der Vergleich mit den Daten zur inklusiven π^0 -Produktion zeigt, daß die Mediummodifikation der $P_{33}(1232)$ mit Hilfe gängiger Kollisionsbreiten eine gute Beschreibung

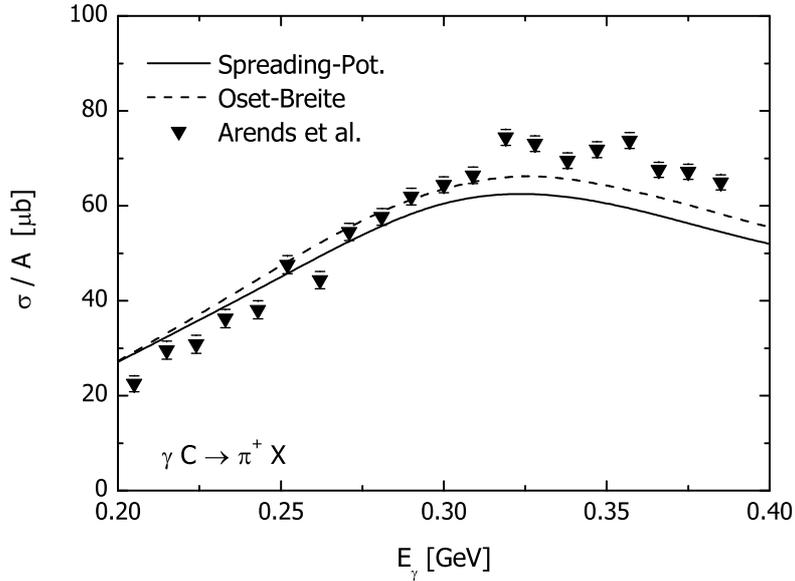


Abbildung 7.5: Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^{12}\text{C} \rightarrow \pi^+ + X$ im Vergleich zur BUU-Rechnung mit Spreading-Potential (durchgezogene Kurve) und Oset-Breite (gestrichelte Kurve) für die $P_{33}(1232)$. Die Daten stammen aus [110].

der TAPS-Daten liefert. In [26, 20] wurde gezeigt, daß kleinere Kollisionsbreiten, die den in Kapitel 6.1.2 diskutierten P_{33} -Kollisionsraten entsprechen, Querschnitte liefern, die in der ersten Resonanzregion die Daten für Calcium um $\sim 35 \mu\text{b}$ überschreiten. Die Region zwischen dem ersten und dem zweiten Resonanzbereich kann durch die verwendeten In-Medium-Breiten der P_{33} nicht beschrieben werden. In der zweiten Resonanzregion scheinen die Rechnungen mit dem P_{33} -Spreading-Potential zu bevorzugen zu sein, jedoch ist hier der Einfluß eines modifizierten Zwei-Pion-Wirkungsquerschnitts abzuwarten. Das Überschießen der Daten bei leichteren Kernen könnte ein Hinweis auf eine andere als die verwendete Dichteabhängigkeit der In-Medium-Breiten der Resonanzen sein. Genauere Auskünfte über eine möglicherweise vorhandene Impulsabhängigkeit der Kollisionsbreiten ließen sich durch die Pion-Elektroproduktion beschaffen, bei denen eine bestimmte Resonanz durch Variation des Photon-Viererimpulsquadrates Q^2 mit verschiedenen Impulsen angeregt werden kann. Die inklusive π^0 -Produktion beinhaltet insbesondere im zweiten Resonanzbereich immer noch eine Vielzahl von Kanälen mit dem Zerfall verschiedener Resonanzen in Ein- und Zwei-Pionen-Endzustände und dem Pionenuntergrund. Hierbei ist besonders der Zwei-Pionen-Anteil störend, um Aussagen über Resonanzmodifikationen machen zu können.

Die Tatsache, daß zur π^0 -Photoproduktion kohärente Pionen beitragen, beeinträchtigt den direkten Vergleich mit unserem Modell etwas. Diese Möglichkeit könnte z.B. die inklusive Photoproduktion geladener Pionen am Kern liefern. In [110] wurde der Wirkungsquerschnitt $\gamma A \rightarrow \pi^+ X$ an Kohlenstoff innerhalb der ersten Resonanzregion gemessen, mit dem wir in Abbildung 7.5 unsere Rechnungen vergleichen. In

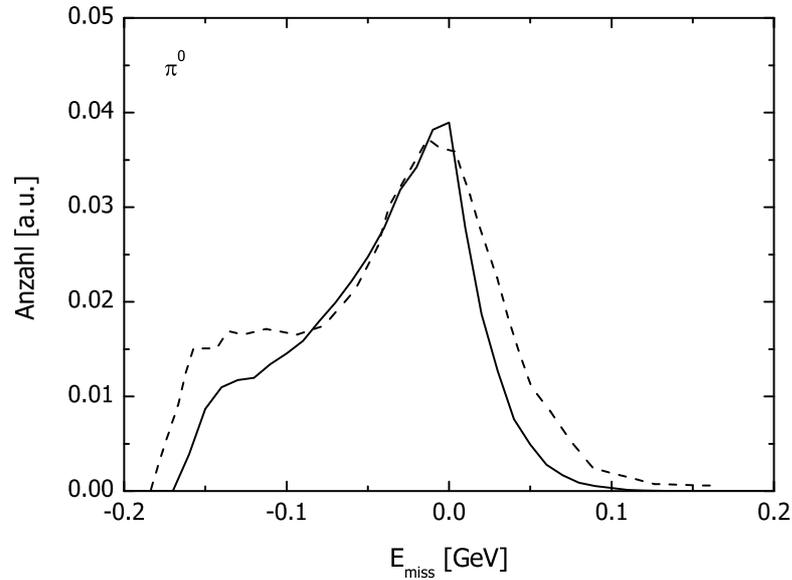


Abbildung 7.6: Missing-Energy-Spektrum der π^0 in einer Reaktion an Calcium für $E_\gamma = 0.4$ GeV. Die gestrichelte Linie zeigt das experimentelle Resultat aus [107], die durchgezogene Linie entspricht dem BUU-Ergebnis.

der Schwellenregion werden die Daten sehr gut beschrieben, das Maximum wird jedoch leicht unterschätzt. Wie bei den neutralen Pionen liegt auch hier die gestrichelte Kurve (Oset-Parametrisierung) über der durchgezogenen (Spreading-Potential). Der Vergleich mit Kohlenstoff allein ist im Hinblick auf die Rechnungen für die neutralen Pionen natürlich etwas unbefriedigend.

7.2.2 Single- π^0 -Produktion

In [111] wurde die Single- π^0 -Produktion untersucht, in der Beiträge aus Zwei-Pion-Prozessen mittels Missing-Energy-Cuts entfernt werden. Die fehlende Energie ist definiert durch

$$E_{\text{miss}} = E_\pi^{\text{exp}} - E_\pi^{\text{theo}}.$$

Hierbei ist E_π^{theo} die theoretische kinetische CM-Energie eines Pions, das an einem freien Nukleon in Ruhe produziert wird und E_π^{exp} die tatsächliche kinetische CM-Energie eines detektierten Pions. Durch die Bindungseffekte der Nukleonen, Fermi-Bewegung und FSI weichen auch Pionen, die aus Ein-Pion-Ereignissen stammen, von diesem theoretischen Wert ab und bilden einen Peak um $E_m = 0$ (siehe gestrichelte Kurve in Abbildung 7.6). Das gesamte Missing-Energy-Spektrum besteht darüberhinaus aus einem Kontinuum bei negativen Werten, das aus Pionen besteht, die entweder aus Zwei-Pion-Ereignissen stammen oder Ein-Pion-Ereignisse, die einfach durch FSI (z.B. Resonanzanregung und -zerfall, $\pi N \rightarrow R \rightarrow \pi N$) Energie verloren haben, und das mit dem Peak überlappt. Die Berücksichtigung der Pionen in dem Peak führt demnach nicht

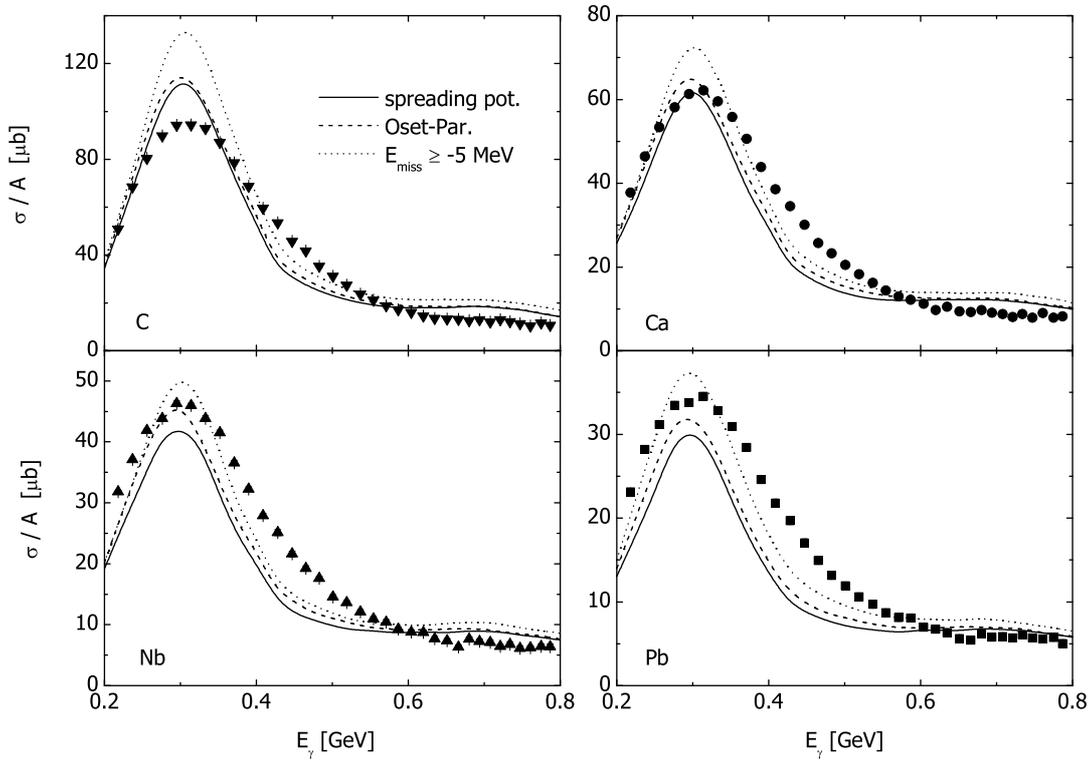


Abbildung 7.7: Wirkungsquerschnitt zur Single- π^0 -Produktion am Kern. Die durchgezogenen und gestrichelten Kurven zeigen Rechnungen mit dem P_{33} -Spreading-Potential bzw. der Oset-Breite und $E_{\text{miss}} \geq 0$. Die gepunkteten Kurven beinhalten Pionen mit $E_{\text{miss}} \geq -5$ MeV. Die Daten stammen aus [107].

nur zum Ausschluß der Zwei-Pion-Ereignisse. Der experimentelle Single- π^0 -Querschnitt enthält also neben den kohärenten π^0 einen Teil der Beiträge aus $\gamma N \rightarrow N\pi$ und $\gamma N \rightarrow R \rightarrow N\pi$. Es handelt sich also nicht um einen Wirkungsquerschnitt, der alle Ein-Pion-Ereignisse enthält. Das sieht man auch daran, daß die Daten zur inklusiven π^0 -Produktion in Abbildung 7.3 und zur Single- π^0 -Produktion in Abbildung 7.7 in der ersten Resonanzregion nicht identisch sind.

Dies muß bei einer Berechnung des Single-Pion-Wirkungsquerschnitts im Rahmen des BUU-Modells berücksichtigt werden. Es reicht nicht aus, nur am Ende der Simulation zu überprüfen, ob aus einem Photon-Nukleon-Prozeß ein einziges Pion resultiert, denn es kann passieren, daß in einem Zwei-Pionen-Ereignis eines absorbiert wird. In [103] haben wir daher die im Experiment verwendeten Missing-Energy-Cuts zugrundegelegt. Aufgrund des Überlapps des Peaks im Missing-Energy-Spektrum mit dem Kontinuum können wir in der BUU-Rechnung im Bereich mit negativem E_m nicht bestimmen, ob es sich bei einem Pion um ein Single-Pion handelt oder nicht. Daher berücksichtigen wir nur die Pionen mit positiver fehlender Energie und erhalten daraus unter der Annahme, daß der Peak symmetrisch um den Ursprung ist, den gesamten Single- π^0 -Wirkungsquerschnitt durch Multiplikation mit zwei. In Abbildung 7.6 ist zu

sehen, daß der Peak leicht (um etwa 5 MeV) zu negativen Energien verschoben ist. Um den Einfluß des Missing-Energy-Cuts auf die Ergebnisse zu überprüfen, haben wir die Rechnung wiederholt, indem wir alle π^0 berücksichtigt haben, deren fehlende Energie größer als -5 MeV ist.

In Abbildung 7.7 zeigen wir die resultierenden Querschnitte an verschiedenen Kernen und zeigen dazu die Daten aus [107]. Dabei wurden die in den Daten enthaltenen Beiträge der kohärenten Pionen zu den Rechnungen addiert. Die durchgezogenen Linien zeigen die Rechnung mit dem Spreading-Potential, die gestrichelten die mit der Oset-Parametrisierung für die P_{33} -In-Medium-Breite. Es zeigt sich, daß beide Szenarien sehr ähnliche Ergebnisse liefern. Insbesondere bei großen Kernen wird der Single- π^0 -Querschnitt im Bereich der ersten Resonanzregion unterschätzt. In der zweiten Resonanzregion sind die Rechnungen sehr nahe an den Daten, überschätzen sie jedoch leicht. Die gepunkteten Kurven zeigen das Ergebnis mit dem leicht modifizierten Missing-Energy-Cut ($E_m \geq -5$ MeV) und dem Spreading-Potential. Man sieht, daß die Wirkungsquerschnitte oberhalb der durchgezogenen Linien liegen, was dadurch erklärt werden kann, daß der Cut mehr π^0 berücksichtigt. Innerhalb der ersten Resonanzregion wird der Querschnitt im Maximum erhöht, die Diskrepanz in der abfallenden Flanke zwischen den BUU-Ergebnissen und den Daten wird etwas kleiner. Jedoch scheint die restliche fehlende Stärke in dieser Region ebenso wie in der inklusiven π^0 -Produktion (Abbildung 7.3) mit den im BUU-Modell fehlenden Multi-Nukleon-Absorptionsmechanismen in Verbindung gebracht werden zu können.

Die mögliche Modifikation der $D_{13}(1520)$ wurde in [111] durch die Messung des Single- π^0 -Wirkungsquerschnitts unter die Lupe genommen. Natürlich tragen weiterhin auch Pionen aus dem Zerfall der $P_{33}(1232)$ und $S_{11}(1535)$ sowie dem Ein-Pion-Untergrund zum zweiten Resonanzbereich bei. Das ist in Abbildung 7.8 zu sehen, wo die einzelnen Quellen aufgeschlüsselt sind. Dabei beschränken wir uns auf die Rechnung mit dem Missing-Energy-Cut $E_m \geq 0$, da die Unterschiede zwischen den Cuts in der zweiten Resonanzregion, die hier studiert werden soll, sehr klein sind. Weiterhin ergeben sich qualitativ keine Unterschiede. In der Rechnung mit FSI (unten) geben die Bezeichnungen an den Kurven jeweils die Resonanz an, aus deren unmittelbaren Zerfall das detektierte Pion stammt. 'UG' und 'Res' steht dabei für Pionen aus Untergrundprozessen und höheren Resonanzen. Die Rechnung ohne FSI (oben) zeigt, daß die D_{13} im Vergleich zur P_{33} durch die FSI an Bedeutung verliert und der Abfall der P_{33} -Flanke stärker ist als in der Rechnung mit FSI.

In [111] wurde der Beitrag der $D_{13}(1520)$ und der $S_{11}(1535)$ durch Subtraktion eines Untergrundes bestimmt, der dem Verlauf der vom P_{33} -Peak abfallenden Flanke folgt und somit im wesentlichen den Beitrag der $P_{33}(1232)$ und des Untergrundes berücksichtigt. Der verbleibende Wirkungsquerschnitt wurde mit den Vakuumquerschnitten zur $S_{11}(1535)$ - und $D_{13}(1520)$ -Produktion verglichen und zeigte relativ zu diesen keine Verbreiterung. Wie in Kapitel 6.1.2 beschrieben, ergibt sich sowohl auf der Grundlage der Kollisionsraten als auch der realistischer Resonanz-Loch-Rechnungen für die $S_{11}(1535)$ nur eine geringe und experimentell wohl nicht nachweisbare Verbreiterung. Dies wird sich in der Eta-Photoproduktion in Kapitel 7.3 bestätigen. Für die $D_{13}(1520)$ steht die Beobachtung aus [111] jedoch zunächst einmal im Widerspruch zu theoretischen Modellen. Allerdings muß man hier den in Kapitel 6.3 diskutierten Effekt der Reduktion der effektiven Verbreiterung beachten.

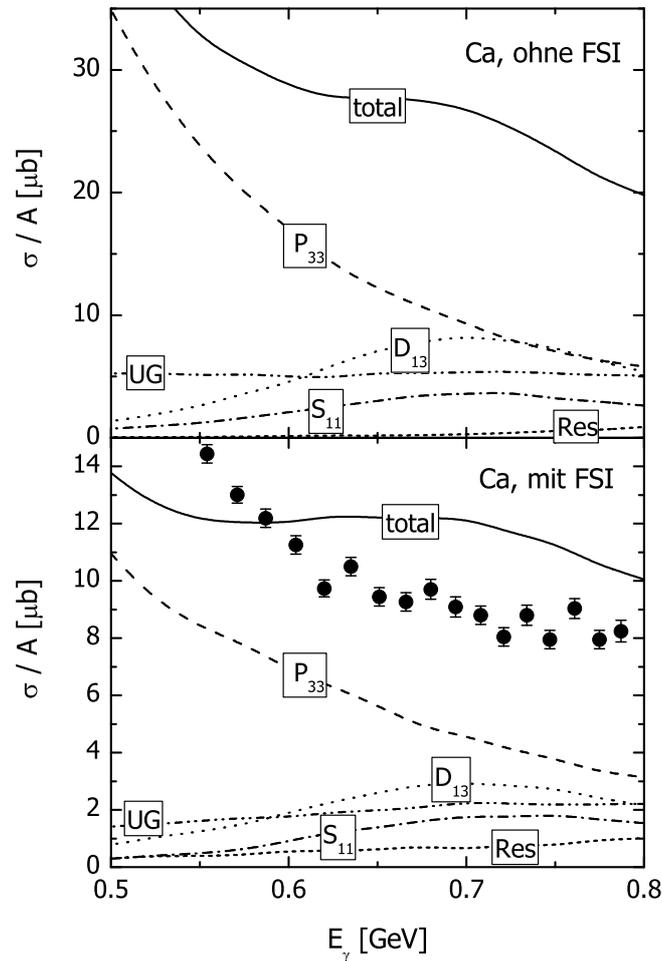


Abbildung 7.8: Verschiedene Beiträge zur Single- π^0 -Produktion an Calcium. Die obere Abbildung zeigt die Rechnung ohne, die untere die mit FSI. Die Kurven 'UG' und 'Res' zeigen Pionen, die aus Untergrundprozessen und höheren Resonanzen herrühren. Die Daten stammen aus [107].

Das BUU-Modell bietet die Möglichkeit, den Anteil der neutralen Pionen am Single- π^0 -Querschnitt zu bestimmen, der aus dem vorherigen Zerfall einer $D_{13}(1520)$ stammt. Darüberhinaus läßt sich – wie in Kapitel 6.1.2 beschrieben – die Kollisionsbreite der $D_{13}(1520)$ als externer Parameter variieren, die dann in die Photon-Nukleon- und Meson-Nukleon-Wirkungsquerschnitte (Gleichungen (4.33) und (4.41)) eingeht. In Kapitel 6.3 haben wir bereits in dem Faltungsmodell die Verbreiterung des resonanten D_{13} -Beitrags als Funktion dieses externen Parameters Γ_0 betrachtet und festgestellt, daß es bei weitem zu keiner 1:1-Übersetzung der Breite kommt. Bei sehr hohen $\Gamma_0 > 300$ MeV konnten wir sogar ein Sättigungsverhalten beobachten (siehe gestrichelte Kurve in Abbildung 6.7). Hier ging allerdings die Annahme ein, daß die gesamte Kollisionsverbreiterung absorptiv ist. Für die hier gewählte (realistischere) Aufteilung der D_{13} -Kollisionsbreite in absorptive und quasielastische Anteile nach Kapitel 6.1.2 gibt

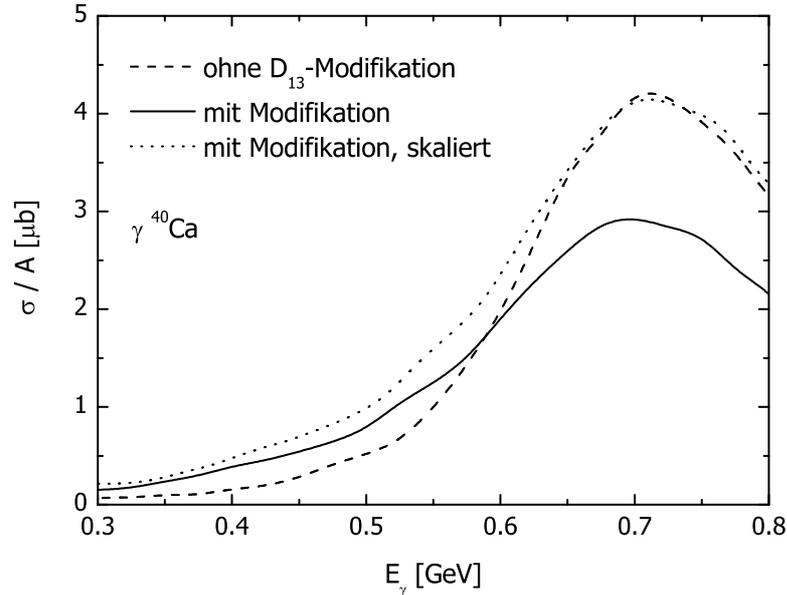


Abbildung 7.9: Einfluß der In-Medium-Modifikation auf den Beitrag der D_{13} -Resonanz auf die Single- π^0 -Produktion an Calcium. Die durchgezogene Linie enthält keine, die gestrichelte die in Kapitel 6.1.2 beschriebenen D_{13} -Modifikationen. Die gepunktete Kurve ist die modifizierte Rechnung, skaliert auf die unmodifizierte.

allerdings die gepunktete Linie in Abbildung 6.7 die Situation besser wieder. Aber auch dann ist die beobachtbare Verbreiterung (ohne FSI!) mit etwa 50 MeV minimal. In Abbildung 7.9 zeigen wir schließlich den Beitrag der $D_{13}(1520)$ zur Single- π^0 -Produktion an Calcium. Die durchgezogene Linie zeigt dabei die Rechnung mit einer nichtmodifizierten Resonanz im Vergleich zu der gestrichelten Linie mit Modifikation. Die gepunktete Kurve ergibt sich aus der gestrichelten durch Umskalierung, um den Vergleich mit der nichtmodifizierten Rechnung zu erleichtern. In der Tat ist die Verbreiterung des Peaks auf halber Höhe minimal. Wie in Kapitel 6.3 beschrieben, machen sich die wirklich 'breiten' Beiträge aufgrund der starken Unterdrückung durch eine Erhöhung im Schwanz der Kurve bei kleinen Energien bemerkbar. Im Gegensatz dazu ist die beobachtete Reduktion des Wirkungsquerschnitts offensichtlich, wie in Kapitel 6.3 schon beschrieben.

Aufgrund des Fehlens des Zwei-Pion-Anteils zum Wirkungsquerschnitt kann die Single- π^0 -Produktion genauer Auskunft über die Modifizierung der Resonanzen in dem zweiten Resonanzregion geben, insbesondere da der Wirkungsquerschnitt nicht auf Details der P_{33} -In-Medium-Breite sensitiv zu sein scheint (Abbildung 7.7). Die Beschreibung der Daten durch realistische Kollisionsbreiten ist insbesondere für große Kerne gut. Abbildung 7.7 zeigt allerdings auch, daß der Beitrag der $D_{13}(1520)$ allein etwa nur ein Viertel des Querschnitts ausmacht, so daß eine Reduktion der bestehenden Diskrepanz erheblich größere Absorptionsbreiten notwendig macht: In [103] konnten die Daten durch die auch in [20] verwendete absorptive Kollisionsbreite von $300 \text{ MeV} \cdot \rho/\rho_0$

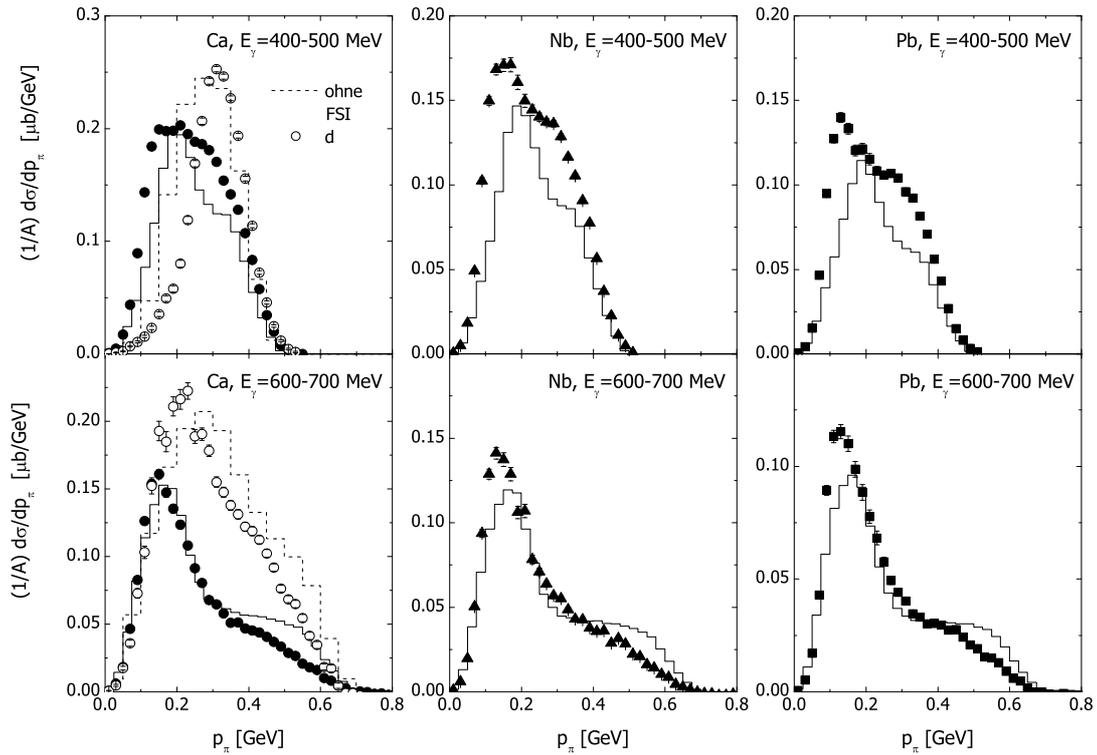


Abbildung 7.10: Impulsdifferentielle Wirkungsquerschnitte für die inklusive π^0 -Produktion für verschiedene Kerne und Photon-Energien. Die BUU-Rechnungen (Histogramme) enthalten das Spreading-Potential für die $P_{33}(1232)$. Kohärente Pionen sind nicht in den Rechnungen enthalten, aber in den Daten. Für Ca werden auch die Rechnungen ohne FSI mit den Daten an d verglichen (offene Kreise). Die Daten stammen aus [107].

beschrieben werden.

7.2.3 Impulsdifferentieller Querschnitt

In Abbildung 7.10 sind die impulsdifferentiellen Wirkungsquerschnitte für die inklusive π^0 -Produktion an den Kerne Ca, Nb und Pb für verschiedene Photonenergien zu sehen (durchgezogene Histogramme). Wir zeigen hier nur die Rechnung mit dem P_{33} -Spreading-Potential. Da wir über keine Informationen über den kohärenten Beitrag zu den Impulsspektren verfügen, zeigen wir nur Energiebins oberhalb von 400 MeV. Die Übereinstimmung mit den Daten ist sehr gut, besonders die funktionale Abhängigkeit wird wiedergegeben. Für Calcium sind auch Ergebnisse der Rechnungen ohne FSI zu sehen (gestrichelte Histogramme). Hier zeigt der Vergleich mit den Deuteron-Daten (offene Kreise), daß die Verteilungen sehr ähnlich sind. Zum anderen wird der offensichtliche starke Einfluß der FSI deutlich. Es zeigt sich, daß Pionen mit Impulsen zwischen 300 und 500 MeV stark absorbiert werden. Wie schon in [20] diskutiert, liegen

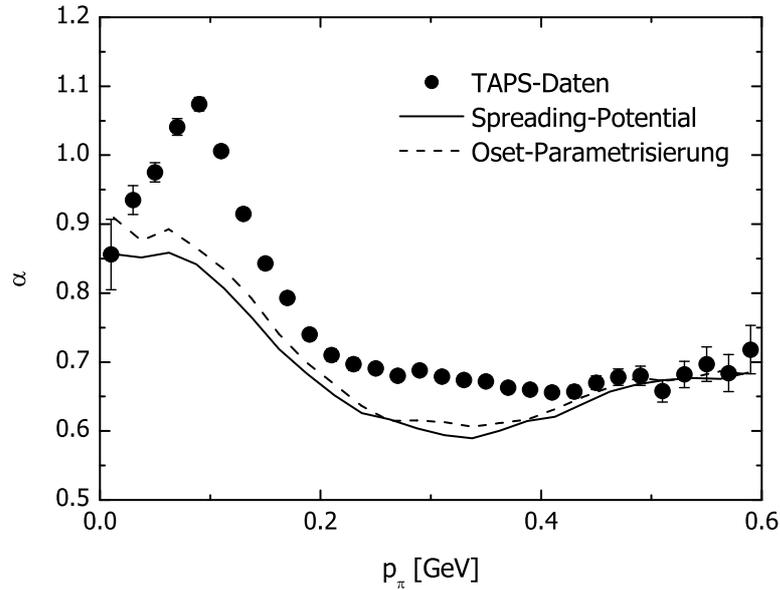


Abbildung 7.11: Koeffizient α für den über den E_γ -Bereich von 400-800 MeV gemittelten impulsdifferenziellen Querschnitt zur inklusiven π^0 -Produktion. Die durchgezogene bzw. gestrichelte Linie entspricht der P_{33} -Modifikation durch das Spreading-Potential oder die Oset-Breite. Die Daten stammen aus [107].

solche Pionen im Bereich der $P_{33}(1232)$ -Resonanz, jedoch werden sie nicht vollständig durch Kollisionsmechanismen wie $P_{33}N \rightarrow NN$ absorbiert. Der Peak unterhalb von $p_\pi = 200$ MeV beinhaltet daher nicht nur Pionen, die in der elementaren Reaktionen mit solchen Impulsen produziert wurden, sondern auch Pionen, die ursprünglich einen hohen Impuls hatten, aber absorbiert und mit kleinerem Impuls re-emittiert wurden. Rechnungen haben in diesem Zusammenhang ergeben, daß je nach Photonenergie ein Drittel bis die Hälfte der Pionen, die letztendes in diesem Impulsbereich beitragen, ein- oder mehrfach absorbiert worden sind.

Die Form der Impulsspektren wird durch Reaktionsketten in den FSI dominiert und somit sensitiv auf die Güte der FSI. Aufgrund der Übereinstimmung der Spektren für das Deuteron und verschiedene Kerne mit den Daten können wir schließen, daß sowohl Input als auch FSI im Rahmen des BUU-Modells sehr gut beschrieben werden.

In [107] wurden die Daten zum differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dp_\pi$ über den Photonenergiebereich von 400-800 MeV gemittelt und in jedem Impuls-Bin für alle Kerne an eine Funktion $\propto A^\alpha$ gefittet. Dieser Koeffizient ist grob gesprochen ein Maß für die Stärke der Absorption der Pionen im Kern: Beträgt $\alpha \sim 2/3$, so ist die Pionenausbeute proportional zur Kernoberfläche und daher die FSI sehr stark. Im Fall $\alpha \sim 1$ trägt der ganze Kern zur Produktion bei und die FSI müssen schwach sein. In Abbildung 7.11 wird dieser Koeffizient gezeigt. Der Verlauf als Funktion von p_π hängt dabei nur schwach von dem Photonenergiebereich ab, über den gemittelt wurde [112]. Die Daten steigen zunächst bis $p_\pi \sim 100$ MeV auf etwa eins an und fallen

dann bis $p_\pi \sim 200$ MeV auf etwa $2/3$, um dann konstant zu bleiben. Die Kurven zeigen die Fits an die BUU-Resultate, wobei beide P_{33} -Modifikationsszenarien in etwa übereinstimmen. Es zeigt sich, daß sie im Bereich um 100 MeV die Daten unterschätzen. Dies könnte ein Hinweis darauf sein, daß die neutralen Pionen in diesem Impulsbereich zu stark absorbiert werden. In dem Bereich $p_\pi \sim 100$ MeV wurde jedoch etwa die Hälfte der detektierten Pionen ein- oder mehrfach reabsorbiert, so daß ein gewisser Teil bei der ersten Produktion einen anderen Impuls hatte. Das bedeutet, daß die Interpretation der Größe α als Maß der Absorption von Pionen bestimmten Impulses ist in diesem Bereich nicht unmittelbar gegeben ist. Die Unterschätzung der Daten kann also neben der zu starken Absorption solcher Pionen auch durch ein Defizit in der Sekundärproduktion verursacht werden. Aufgrund der Tatsache, daß leichte Kerne wie Kohlenstoff im Rahmen des BUU-Modells am untersten Rand der betrachtbaren Kerne liegen und die bisherigen Ergebnisse zur π^0 -Produktion im Vergleich zu den Daten und schwereren Kernen schlechter sind, haben wir die Fits ohne Kohlenstoff wiederholt, was sich jedoch nicht auf die Ergebnisse ausgewirkt hat.

7.2.4 Subtrahierte Wirkungsquerschnitte

In [113] wurde das unterschiedliche Skalierungsverhalten verschiedener Kanäle zur π^0 -Photoproduktion untersucht. Während die Daten zu den exklusiven π^0 -Kanälen alle mit $A^{2/3}$ skalieren, gilt dies nicht für den inklusiven π^0 -Querschnitt. Dazu wurde der Wirkungsquerschnitt σ_{neutral} betrachtet, der – anders als der inklusive π^0 -Wirkungsquerschnitt – keine π^0 -Multiplizitäten (siehe Kapitel 7.1) beinhaltet und als Querschnitt für die Reaktionen, in der sich mindestens ein π^0 oder η im Endzustand befindet, gegeben ist durch

$$\sigma_{\text{neutral}} = \sigma_{\pi^0} + \sigma_{\pi^0\pi^0} + \sigma_{\pi^0\pi^\pm} + \sigma_\eta, \quad (7.8)$$

wobei σ_{π^0} der Ein-Pion- (nicht der Single- π^0 -), $\sigma_{\pi^0\pi^0, \pi^0\pi^\pm}$ der Zwei-Pion- und σ_η der Eta-Querschnitt ist. Von diesem Querschnitt werden nun alle exklusiven Beiträge mit neutralen Pionen oder Etas (also Single- π^0 , $\pi^0\pi^0$, $\pi^0\pi^\pm$, η), die experimentell mit $A^{2/3}$ skalieren, abgezogen. Man erhält dann eine Größe, die von in oberflächennahen Bereichen produzierten Teilchen herrührt:

$$\sigma_s = \sigma_{\text{Single-}\pi^0} + \sigma_{\pi^0\pi^0} + \sigma_{\pi^0\pi^\pm} + \sigma_\eta \quad (7.9)$$

und einen Restanteil, der die Skalierung des Wirkungsquerschnitts (7.8) zerstört:

$$\sigma_v = \sigma_{\text{neutral}} - \sigma_s \approx \tilde{\sigma}_{\pi^0}, \quad (7.10)$$

wobei in $\tilde{\sigma}_{\pi^0}$ die Pionen enthalten sind, die nicht als Single- π^0 akzeptiert wurden (siehe Abschnitt 7.2.2). Beide Größen hängen demnach von der Wahl des Missing-Energy-Cuts ab.

In den Abbildungen 7.12 und 7.13 sind die Resultate für die Wirkungsquerschnitte σ_s und σ_v zu sehen. Die durchgezogenen und gestrichelten Linien zeigen die Resultate zu den verschiedenen P_{33} -Modifikationen mit $E_{\text{miss}} \geq 0$, die gepunkteten Linien zeigen den Einfluß des Cuts $E_{\text{miss}} \geq -5$ MeV. Über den Single- π^0 -Querschnitt ist der Beitrag der kohärenten Pionen auch in σ_s enthalten. Dies wurde in den Rechnungen durch Addition berücksichtigt.

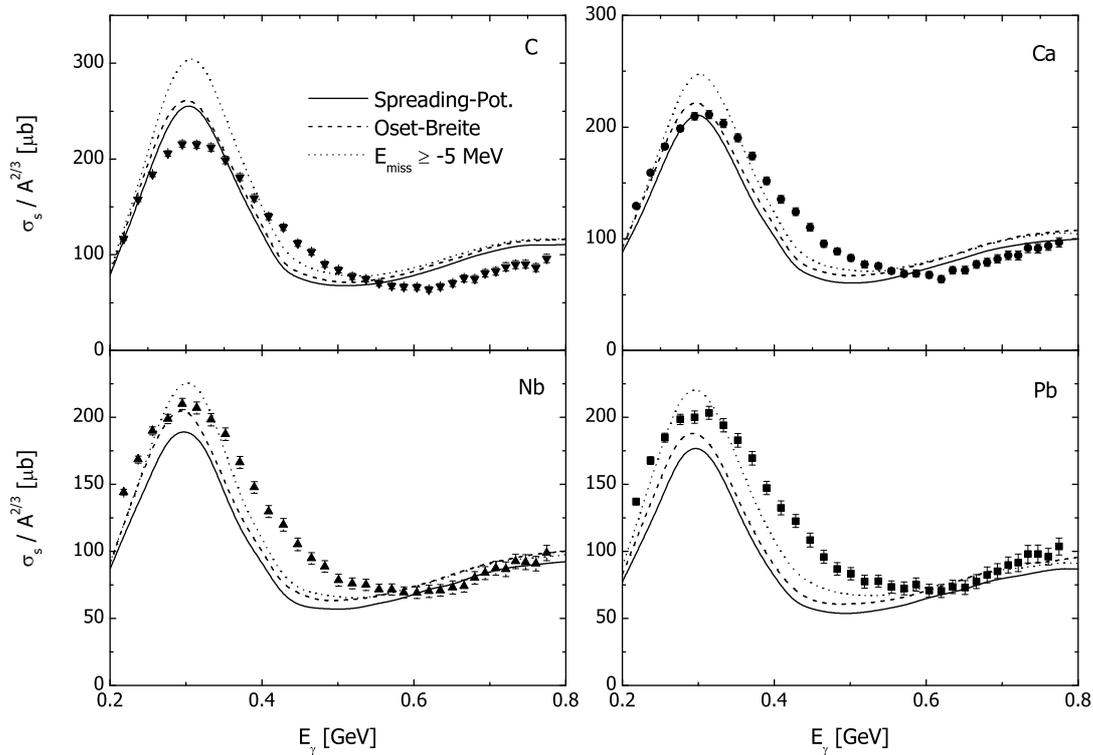


Abbildung 7.12: Wirkungsquerschnitt σ_s der Beiträge zur π^0 -Produktion, die mit der Kernoberfläche skalieren. Die Kurven zeigen die Rechnungen mit dem Spreading-Potential und der Oset-Breite für die $P_{33}(1232)$ und das Ergebnis des Cuts $E_{\text{miss}} \geq -5$ MeV. Die Daten stammen aus [107].

Für Energien bis $E_\gamma \sim 0.4$ GeV besteht σ_s aus dem Single- π^0 -Querschnitt, so daß diese Größe dieselbe Struktur aufweist (siehe Abschnitt 7.2.2), insbesondere die fehlenden Beiträge oberhalb des ersten Resonanzpeaks bei den schwereren Kernen. Bei größeren Energien liegen die Rechnungen bei größeren Kernen in den Daten. Der Einfluß des Cuts $E_{\text{miss}} \geq -5$ MeV vergrößert den Querschnitt im ersten Resonanzbereich (im Maximum bis zu $30 \mu\text{b}$), ebenso wie beim Single- π^0 -Querschnitt. Die Diskrepanz zwischen der ersten und der zweiten Resonanzregion bleibt im wesentlichen bestehen.

σ_v beinhaltet bei kleinen Photonenergien die Pionen, die nicht als Single- π^0 -Ereignisse akzeptiert wurden. Es zeigt sich eine Peakstruktur zwischen 300 und 400 MeV, die bei leichten Kernen zu einer deutlichen Überschätzung der Daten führt, bei schwereren Kernen jedoch wird der Anstieg der Daten durch die Rechnung mit dem Spreading-Potential beschrieben. Im Energiebereich zwischen 400 und 600 MeV fehlt Stärke, die vermutlich auf die Multi-Nukleon-Absorptionsprozesse der Photonen (Kapitel 7.2.1) zurückgeht. In der zweiten Resonanzregion liegen die Rechnungen leicht oberhalb der Daten. Die gepunkteten Kurven zeigen, daß der Einfluß des Missing-Energy-Cuts auf σ_v größer ist. Das hängt damit zusammen, daß dieser Wirkungsquerschnitt etwa nur halb so groß ist wie σ_s . Besonders bei großen Kernen liegen die Rechnungen im ersten

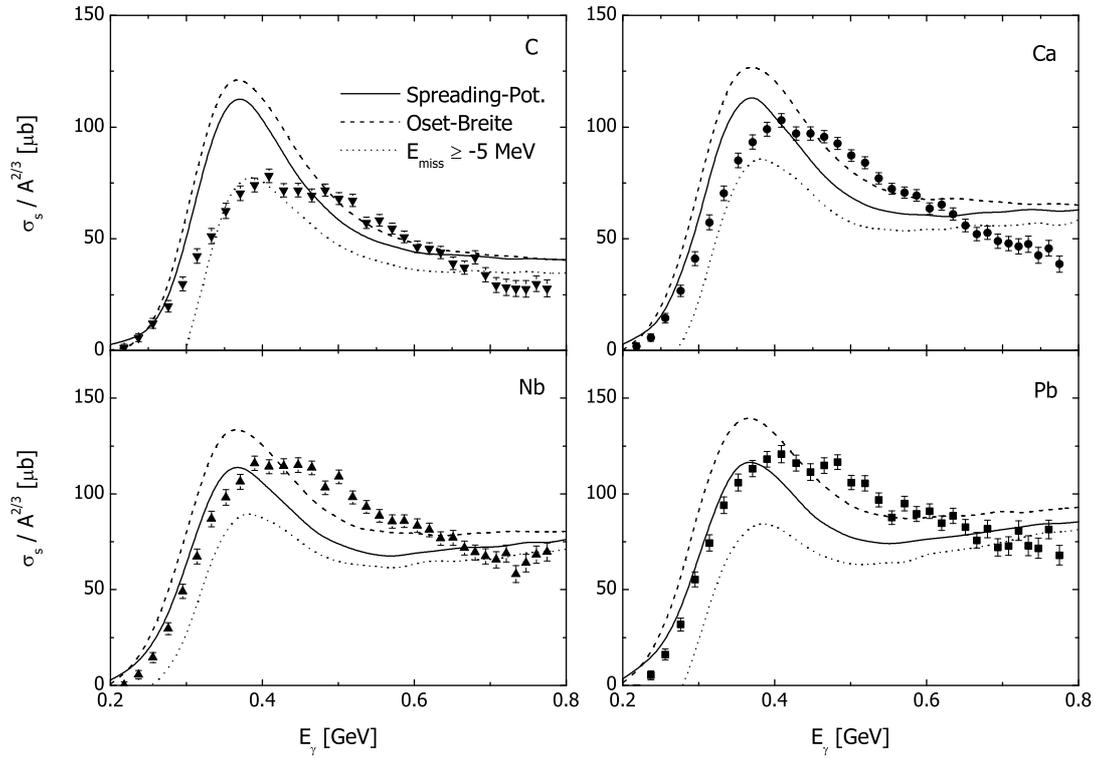


Abbildung 7.13: Wirkungsquerschnitt σ_v der Beiträge zur π^0 -Produktion, die nicht mit der Kernoberfläche skalieren. Die Kurven zeigen die Rechnungen mit dem Spreading-Potential und der Oset-Breite für die $P_{33}(1232)$ und das Ergebnis des Cuts $E_{\text{miss}} \geq -5$ MeV. Die Daten stammen aus [107].

Resonanzbereich deutlich unterhalb der Daten.

In [113] werden die Wirkungsquerschnitte σ_{neutral} , σ_s und σ_v analog zur Impulsverteilung an eine Funktion $\propto A^\alpha$ angepaßt. Es zeigt sich, daß σ_s etwa mit $A^{2/3}$ und σ_v etwa mit $A^{0.9}$ (abhängig von E_γ) skaliert. Da sich σ_{neutral} aus diesen beiden Anteilen zusammensetzt, ist hier $\alpha = 0.7 - 0.8$. In Abbildung 7.14 vergleichen wir die Daten mit den BUU-Rechnungen, die dieses Skalierungsverhalten offenbar nicht wiedergeben. Es ist interessant zu beobachten, daß die Kurven in allen drei Fällen konsistent in etwa identischem Abstand unterhalb der Daten liegen. Wir haben schon im Zusammenhang mit den Impulsverteilungen in Abbildung 7.11 gesehen, daß im Bereich kleiner Pionenimpulse der Koeffizient α kleiner ist als durch die Daten gegeben. In der Tat liegen die mit BUU extrahierten Werte immer unterhalb der experimentell bestimmten, wobei die funktionale Abhängigkeit von E_γ immer beschrieben werden kann. Wir wollen betonen, daß sich das Skalierungsverhalten der BUU-Resultate auch nicht ändert, wenn wir nur die schweren Kerne Nb und Pb betrachten.

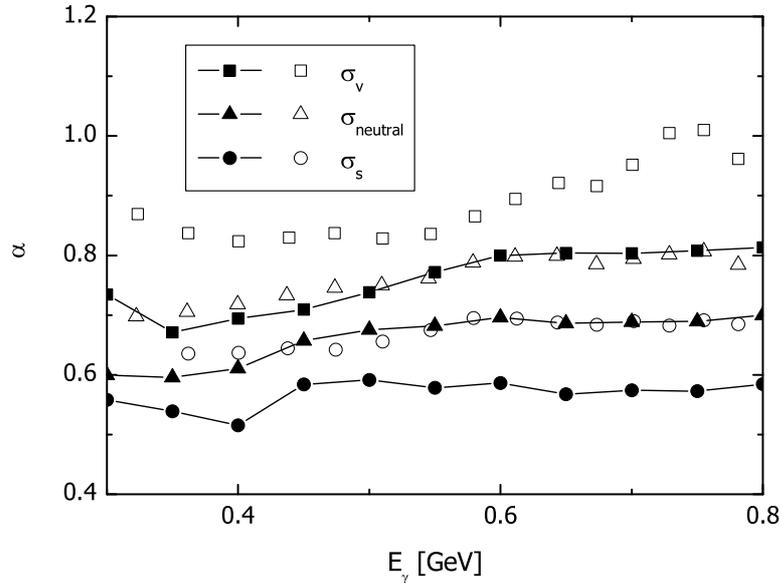


Abbildung 7.14: Skalierung der Wirkungsquerschnitte σ_v , σ_{neutral} und σ_s . Die offenen Symbole zeigen die experimentellen Daten aus [113], die gefüllten die BUU-Resultate unter der Verwendung des Missing-Energy-Cuts $E_{\text{miss}} \geq 0$ MeV aus Abschnitt 7.2.2.

7.3 Eta-Photoproduktion am Kern

7.3.1 Einfluß der Kollisionsreaktionen und des Potentials

Die Eta-Photoproduktion am Kern bietet eine der wenigen Möglichkeiten, die Me- diumeigenschaften einer Resonanz direkt zu studieren. Zum einen läßt sich die Eta-Produktion am Nukleon im Vakuum im Energiebereich von der $N\eta$ -Schwelle bis 1 GeV durch die Anregung einer $S_{11}(1535)$ beschreiben (Kapitel 4.7.6); im Gegensatz zur Pionenproduktion gibt es keine Überlagerung von Beiträgen verschiedener Resonanzen und Untergrundbeiträge bzw. Kanäle wie es z.B. mit den Ein- und Zwei-Pionen-Kanälen in der zweiten Resonanzregion der Fall ist. Am Kern ist die Hauptquelle der Etas dementsprechend ebenfalls die S_{11} . In [35] wurde die Eta-Photoproduktion am Kern bereits im Rahmen dieses Modells untersucht. Dort wurde gezeigt, daß die Etas fast ausschließlich aus dem Zerfall der in der primären Photon-Nukleon-Reaktion angeregten S_{11} -Resonanzen stammen und sekundäre Quellen fast bedeutungslos sind. Einerseits tragen keine Pionen bei, da sie bei der Wiederanregung einer S_{11} in den FSI nur Resonanzen mit Massen unterhalb der $N\eta$ -Schwelle produzieren können. Zum anderen gehen viele durch Resonanzanregung absorbierte Etas verloren, da der S_{11} -Zerfall zu mehr als 50% in andere Kanäle erfolgt. Die Eta-Photoproduktion ist also abgesehen von der Absorption weniger stark durch die FSI beeinflusst als etwa die Pion-Produktion. Der glückliche Umstand, daß man hauptsächlich auf die zuerst produzierten S_{11} -Resonanzen sensitiv ist, verspricht einen maximalen zu erwartenden In-Medium-Effekt, da durch Resonanzanregungs- und -zerfallsketten in den FSI die Sensitivitätsregion tendenziell

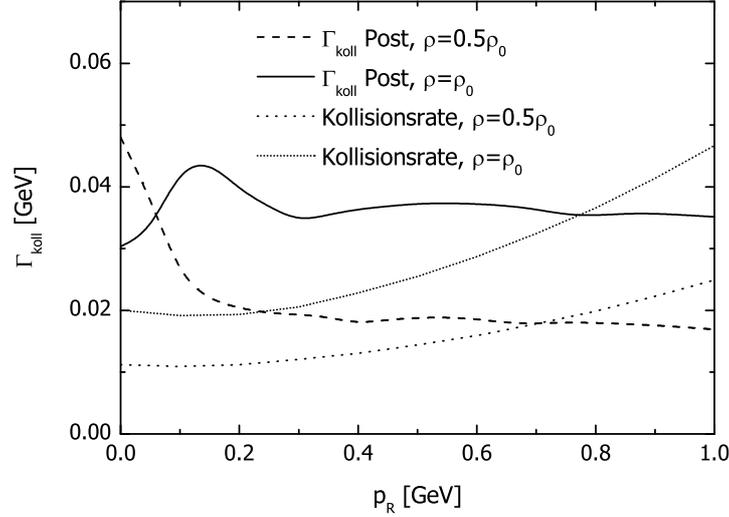


Abbildung 7.15: Vergleich der Onshell-Resultate für die Kollisionsbreiten von Post [33] und Kollisionsraten für verschiedene Dichten als Funktion des Resonanzimpulses.

nach außen (d.h. zu kleineren Dichten) verschoben wird.

Für die Eta-Photoproduktion am Kern gibt es Daten von der TAPS-Gruppe an MAMI für C, Ca, Nb und Pb in der Schwellenregion von $E_\gamma = 600 - 800$ MeV [114] und an KEK für C, Al, Cu [115, 116] bei höheren Photonenergien bis 1 GeV.

Aufgrund im Vergleich zu [35] veränderten Resonanzparametern haben wir in [117] die Rechnungen wiederholt und zusätzlich die S_{11} -Mediummodifikationen von Post [33] (siehe Kapitel 6.1.2) berücksichtigt. Dabei machen wir von dem Tatsache Gebrauch, daß diese Kollisionsbreiten auf der Resonanz mit den BUU-Kollisionsraten übereinstimmen. Dies ist in Abbildung 7.15 für $\rho = 0.5\rho_0$ und ρ_0 veranschaulicht, wo die Onshell-Breiten als Funktion des Resonanzimpulses zu sehen sind. Im Energiebereich von $E_\gamma = 0.6 - 1$ GeV nimmt der Resonanzimpuls (abgesehen von der Fermi-Bewegung) etwa dieselben Werte an. Die Kurven für die Kollisionsbreiten und -raten zeigen unterschiedliche Verläufe. Während die Kollisionsraten in ihrem Verlauf im wesentlichen durch Gleichung (6.3) bestimmt werden, sind die Kollisionsbreiten aus [33] für Impulse oberhalb von 0.3 GeV fast konstant. Jedoch sind beide im Impulsbereich $p_R = 0.6 - 1$ GeV sehr ähnlich, weshalb wir die Kollisionsbreiten implementieren können, ohne an den Absorptionsreaktionen für die S_{11} etwas ändern zu müssen. Die stärkeren Abweichungen bei kleinen Impulsen sind ohne Relevanz.

Die In-Medium-Verbreiterung der $S_{11}(1535)$ ist mit etwa 30 MeV bei $\rho = \rho_0$ zu klein, um experimentell beobachtbar zu sein. Dies zeigen auch die Modelluntersuchungen in Kapitel 6.3. Dort findet man für $\Gamma_0 = 30$ MeV für die Eta-Produktion eine Verbreiterung von $\Gamma_{1/2} = 10$ MeV und eine Reduktion des Querschnittmaximums von etwa 15%. Allerdings gilt dies nur unter der vereinfachenden (und nach Kapitel 6.1.2 nicht zutreffenden) Annahme, daß die gesamte Kollisionsbreite absorptiven Prozessen entspricht.

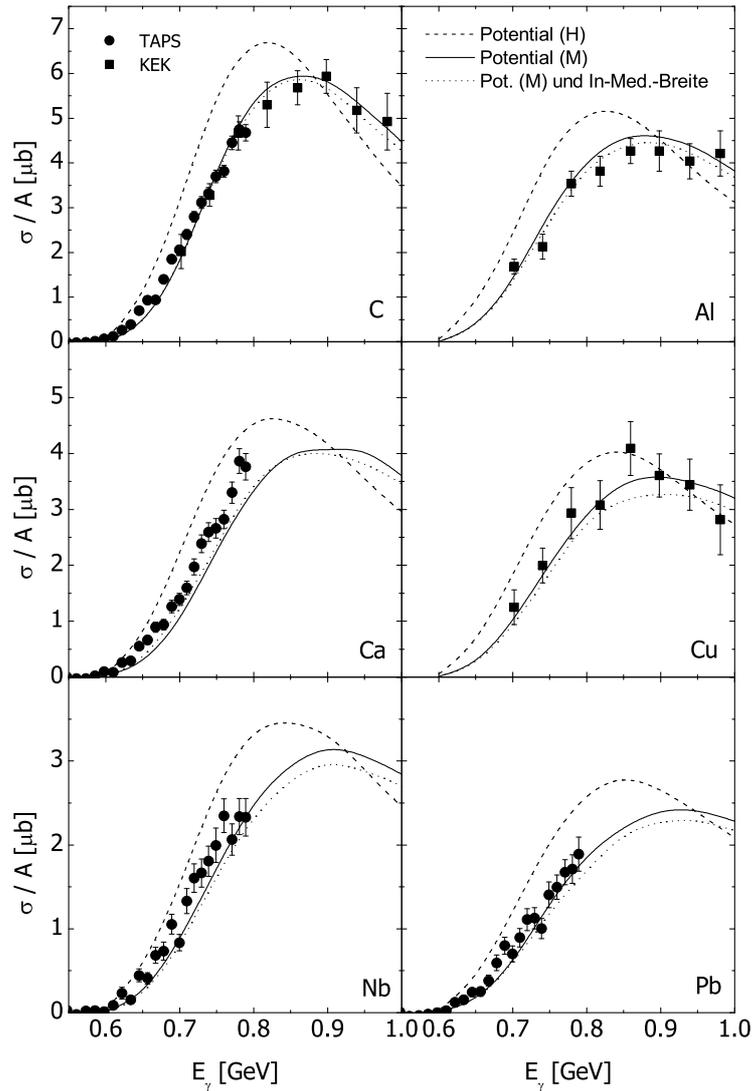


Abbildung 7.16: Resultate für die Reaktion $\gamma A \rightarrow \eta X$ an verschiedenen Kernen. Die gestrichelten und durchgezogenen Kurven entsprechen den Potentialen (H) und (MM). Die gepunkteten Kurven beinhalten die mediummodifizierte Breiten für die $S_{11}(1535)$. Die Daten stammen aus [114] (Kreise) und [115, 116] (Quadrate).

In Abbildung 7.16 zeigen wir die Resultate für die Reaktion $\gamma A \rightarrow \eta X$ für verschiedene Kerne und vergleichen mit den TAPS- und KEK-Daten. Letztere wurden aus winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitten durch Integration über den Bereich $0^\circ \leq \vartheta \leq 90^\circ$ gewonnen, wohingegen die TAPS-Daten wie auch unsere Rechnungen den gesamten Winkelbereich abdecken. Da der Hauptbeitrag von Winkeln kleiner als 90° geliefert wird, sind die BUU-Kurven mit dieser Einschränkung nur maximal 3% kleiner. Die gestrichelten und durchgezogenen Kurven entsprechen dem impulsunabhängigen Potential (H) bzw. impulsabhängigen Potential (MM) aus Kapitel 4.2 und zeigen den inkohärenten Beitrag. Im Gegensatz zu den Pionen ist der Querschnitt der

kohärenten Eta-Mesonen mit ~ 1 nb [118] so klein, daß er vernachlässigt werden kann. Die Rechnungen beinhalten alle Mediumeffekte einschließlich FSI, jedoch werden in den Wirkungsquerschnitten (4.42) und (4.34) für die $\gamma N \rightarrow S_{11}$ und $\eta N, \pi N \rightarrow S_{11}$ -Reaktionen Vakuumbreiten verwendet.

Die Kurven (MM) sind im Vergleich zu den Kurven (H) um 50–70 MeV zu höheren Photonenergien verschoben. Das läßt sich wie folgt verstehen: In der Reaktion $\gamma N \rightarrow S_{11}$ wird die invariante Masse \sqrt{s} (d.h. die effektive Masse der entstehenden Resonanz) allein durch die Kinematik von Photon und Nukleon sowie dessen Potential bestimmt. \sqrt{s} ist für beide Nukleon-Potentiale (H) und (MM) im wesentlichen identisch und insbesondere unabhängig vom Potential der Resonanz. Das impulsunabhängige Potential (H) ist für das einlaufende Nukleon und die auslaufende Resonanz gleich. Die Resonanzmasse ergibt sich aus der CM-Energie \sqrt{s} des γN -Paares, indem man das Resonanzpotential subtrahiert:

$$\mu_H = \sqrt{s} - U_S^H.$$

Hierbei ist U_S^H das effektive skalare Resonanzpotential, das wie in Kapitel 5.10 beschrieben aus der Resonanzenergie $E_R = E_\gamma + E_N$ bestimmt wird. Im Falle des impulsabhängigen Potentials (MM) ergibt sich ein anderes Bild: Für Photonenergien von etwa 800 MeV hat die auslaufende Resonanz einen Impuls von ebenfalls etwa 800 MeV. Für solche Werte verschwindet das Potential allerdings (siehe Abbildung 4.1) und wir erhalten eine Resonanzmasse $\mu_{MM} = \sqrt{s}$, die kleiner ist als μ_H :

$$\mu_{MM} = \sqrt{s} = \mu_H - |U_S^H|.$$

Die Maxima der Kurven in beiden Szenarien sind um einen Wert von etwa $|U_S^H|$, der bei 50–70 MeV liegt, gegeneinander verschoben. Derselbe Effekt ergibt sich im übrigen auch für die $D_{13}(1520)$, die in demselben kinematischen Bereich liegt, und wurde in [20, 21] im Zusammenhang mit der inklusiven π^0 -Produktion in der zweiten Resonanzregion diskutiert.

Die Resultate (H) übersteigen die TAPS-Daten an der Schwelle und weisen eine Verschiebung des Maximums relativ zu dem von den KEK-Daten angedeuteten auf. Dagegen liegen die Kurven (MM) an der Schwelle knapp unterhalb der Daten, stimmen aber sehr gut mit den KEK-Daten bei höheren Energien überein und reproduzieren die Lage des Peaks.

Im Gegensatz zum Potential ist der Einfluß der Kollisionsverbreiterung nur gering. Dies zeigen die gepunkteten Kurven, die den Effekt der konsistenten Verwendung der S_{11} -In-Medium-Breiten in den Querschnitten (4.42) und (4.34) veranschaulichen. Lediglich eine geringe Reduktion um die Maxima ist zu beobachten.

In Abbildung 7.17 wird der Einfluß der Kollisionsreaktionen auf den Prozeß $\gamma^{12}\text{C} \rightarrow \eta X$ anhand von vier Szenarien diskutiert. Die gestrichelte Kurve zeigt die Rechnung ohne FSI, die strichgepunktete beinhaltet FSI bis auf die Kollisionsreaktionen $S_{11}N \rightarrow X$ und zeigt daher den Einfluß der direkten Etaabsorption über die Resonanzanregung. In beiden Rechnungen verwenden wir in den Resonanzproduktionsquerschnitten Vakuumbreiten. Die durchgezogene Kurve korrespondiert zu den durchgezogenen Linien in Abbildung 7.16. Die gepunkteten Kurven beinhalten die vollen In-Medium-Breiten in diesen Querschnitten und entsprechen den gepunkteten Kurven in Abbildung 7.16. Man sieht deutlich, daß der Haupteffekt durch die direkte Etaabsorption durch $\eta N \rightarrow S_{11}$

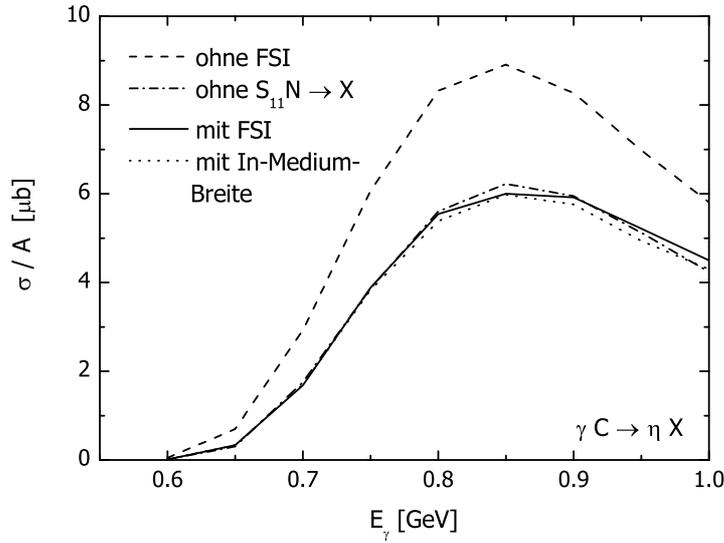


Abbildung 7.17: Einfluß der In-Medium-Modifikation auf die Eta-Photoproduktion an Kohlenstoff mit dem Potential (MM). Die gestrichelten Kurven zeigen das Ergebnis ohne FSI, die strichgepunktete Kurve beinhaltet alle FSI außer S_{11} -Kollisionsreaktionen. Die durchgezogene Linie beinhaltet alle FSI und Vakuumbreiten in den Querschnitten für die S_{11} -Anregung. Die gepunktete Kurve berücksichtigt die vollen In-Medium-Breiten in diesen Querschnitten.

zustandekommt, wohingegen die Auswirkung der S_{11} -In-Medium-Effekte klein ist. Das ist nicht überraschend, da die mittlere freie Weglänge λ einer S_{11} bei Dichte ρ_0 etwa 3 fm beträgt (im Vergleich dazu ist für ein Eta $\lambda \leq 1$ fm), wohingegen der RMS-Radius von Kohlenstoff 2.5 fm beträgt.

In [115] wurde ein QMD-Modell zur Berechnung der Eta-Photoproduktion an Kohlenstoff angewendet. Neben dem trivialen Einfluß von Fermi-Bewegung und Pauli-Blocking wurde dort ein starker Effekt durch Kollisionsreaktionen der S_{11} gefunden, im Gegensatz zu unseren Ergebnissen. In [119] gelingt es den Autoren, die KEK-Daten an Kohlenstoff zu beschreiben unter der Annahme, daß sowohl skalares als auch Vektorpotential der S_{11} verschwindet. Jedoch wurden die Rechnungen in Kernmaterie durchgeführt und die Eta-FSI durch einen konstanten Absorptionsfaktor modelliert; beides sind recht zweifelhafte Annahmen. Dennoch stimmt das Hauptergebnis dieser Arbeit recht gut mit unseren Resultaten für das impulsabhängige Potential überein: Skalares Potential U_S und Vektorpotential U_0 gehen im LRF in die Ein-Teilchen-Energie des Nukleons wie folgt ein:

$$E = \sqrt{(m_N - U_S)^2 + p^2} + U_0 = \sqrt{m_N^2 + p^2} + V.$$

Der letzte Ausdruck stellt die in BUU verwendete Ein-Teilchen-Energie aus Gleichung (4.14) mit dem Mean-Field-Potential V dar. Im nichtrelativistischen Grenzfall entspricht V der Differenz aus skalarem Potential und Vektorpotential. Dies gilt auch

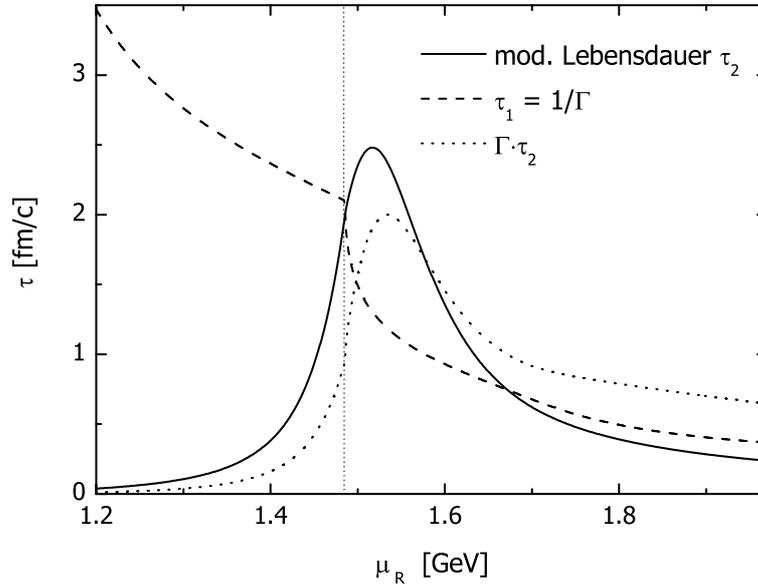


Abbildung 7.18: Unterschiedliche Resonanzlebensdauern als Funktion der Resonanzmasse μ_R im Ruhesystem der Resonanz. Die gepunktete Kurve zeigt den inversen Modifikationsfaktor für die S_{11} -Wirkungsquerschnitte. Die Breite Γ ergibt sich aus der Summe von Vakuumzerfallsbreite und einer Kollisionsbreite von 15 MeV, die nach Kapitel 6.1.2 einem realistischen Wert bei halber Kerndichte entspricht.

im Falle der $S_{11}(1535)$, für die wir von demselben Potential V ausgehen. Der für die Beschreibung der Daten notwendige Effekt wird durch das Verschwinden des impulsabhängigen Potentials (M) für $E_\gamma \sim 0.8$ GeV verursacht. Das ist natürlich sofort erfüllt, wenn U_S und U_0 jeweils verschwinden.

7.3.2 Auswirkungen der S_{11} -Lebensdauer

In Kapitel 4.5.2 haben wir die Behandlung der Lebensdauer von Resonanzen aus [64] angesprochen. Wir sind auch auf die Arbeit [77] eingegangen, in der keine Auswirkungen auf die erste Resonanzregion in Schwerionenkollisionen und der Pionabsorption gefunden wurden. Wir kehren nun zu dieser Diskussion zurück und betrachten die Lebensdauer der $S_{11}(1535)$ in der Eta-Photoproduktion am Kern. Hier können wir wieder davon Gebrauch machen, daß der η - S_{11} -Sektor in der Reaktion am Kern im wesentlichen eigenständig ist und es daher ausreicht, nur die Lebensdauer der S_{11} -Resonanz zu modifizieren. Der $N\eta$ -Zerfallskanal der $S_{11}(1535)$ hat besondere Eigenschaften, die im Hinblick auf die Lebensdauerdiskussion interessant sein könnten.

In Abbildung 7.18 betrachten wir die Ausdrücke für die Lebensdauer

$$\tau_1 = \frac{1}{\Gamma} \quad \text{und} \quad \tau_2 = 2EA, \quad (7.11)$$

wobei wir für Γ die totale Breite der S_{11} verwenden, die auch in die Spektralfunktion

\mathcal{A} eingeht. Die gestrichelte Linie zeigt τ_1 , wobei der Knick durch die Öffnung des $N\eta$ -Kanals verursacht wird. Die durchgezogene Kurve für τ_2 erreicht ihr Maximum für $\mu_R = 1.534$ GeV knapp oberhalb dieser Schwelle, wo τ_1 stark abfällt. Damit liegt τ_2 fast immer oberhalb von τ_1 , an der Polmasse etwa um einen Faktor zwei. Der Umstand, daß das Kurvenmaximum und damit die maximale Lebensdauerdifferenz zwischen τ_1 und τ_2 so nahe an der $N\eta$ -Schwelle liegt, könnte sich im Schwellenverhalten der Eta-Produktion etwa in Photon-Kern-Reaktionen auswirken. Im Fall der $P_{33}(1232)$ liegt die $N\pi$ -Schwelle mit etwa 150 MeV weit stärker vom Maximum der Lebensdauer τ_2 entfernt. In Kapitel 4.5.2 wurde argumentiert, daß aus Konsistenzgründen neben der Lebensdauer auch die Wirkungsquerschnitte mit einlaufender S_{11} zu modifizieren sind, was in einer Ersetzung

$$\sigma_{S_{11}N \rightarrow X} \rightarrow \frac{\sigma_{S_{11}N \rightarrow X}}{(\Gamma \cdot \tau_2)} \quad (7.12)$$

resultiert. Nahe der Polmasse der $S_{11}(1535)$ ist dieser modifizierte Wirkungsquerschnitt – wie auch bei der $P_{33}(1232)$ -Resonanz [77] – kleiner als $\sigma_{S_{11}N \rightarrow X}$. Der Nenner in (7.12) ist als gepunktete Linie ebenfalls in Abbildung 7.18 zu sehen. Der Wirkungsquerschnitt für die S_{11} -FSI ist im Bereich des Resonanzmaximums für die modifizierte Lebensdauer etwa um einen Faktor zwei kleiner. Im Falle der Untersuchungen in [77] war die Reaktion $P_{33}N \rightarrow NN$ der einzige Mechanismus, der zur Absorption der Pionen beitragen konnte; eine Erhöhung der Lebensdauer allein führte daher auch zu stärkerer Pionabsorption. Für die Etaabsorption ist die Reaktion $S_{11}N \rightarrow NN$ jedoch nach den Erkenntnissen aus dem letzten Abschnitt von weniger großer Bedeutung, der Hauptabsorptionsmechanismus ist die Resonanzwiederanregung durch die Eta-Mesonen mit anschließendem Zerfall in andere Kanäle. Eine Vergrößerung der S_{11} -Lebensdauer bewahrt die in den Resonanzen 'enthaltenen' Etas also eher davor, absorbiert zu werden, denn je länger die Resonanzen leben, umso geringer sind die Dichten am Zerfallsort, was die Wahrscheinlichkeit einer Reabsorption reduziert. Die Vergrößerung der Lebensdauer von 1.3 auf 2.7 fm/c am Resonanzmaximum ist jedoch absolut gesehen nicht besonders groß. Wird auch der Wirkungsquerschnitt für $S_{11}N \rightarrow X$ abgesenkt, wirkt das (wie im Falle der P_{33} /Pionen) der Absorption entgegen. Für die Eta-Mesonen heben sich also die beiden Effekte nicht wie bei den Pionen gegenseitig auf, sondern wirken eher in die gleiche Richtung.

In Abbildung 7.19 sehen wir den Einfluß der Lebensdauer-Vorschriften τ_1 und τ_2 auf die Eta-Photoproduktion an Calcium. Die durchgezogene Kurve entspricht dem Ergebnis aus Abbildung 7.16 ohne Modifikationen für das Potential (MM) für das Szenario τ_1 . Betrachten wir nur die Lebensdauer τ_2 ohne zusätzliche Veränderung der S_{11} -Wirkungsquerschnitte (gepunktete Kurve), so liegt diese leicht oberhalb. Dies bestätigt die Vermutung, daß die bloße Lebensdauer-Verlängerung im Gegensatz zum π - P_{33} -Sektor der Absorption entgegenwirkt. Die durch die Modifikation von $\sigma_{S_{11}N \rightarrow X}$ eingehenden expliziten Verringerung der Absorption wird durch die gestrichelte Kurve veranschaulicht und führt zu einer weiteren, weitaus stärkeren Erhöhung der Rechnung am Kern, so daß der Abstand zu den TAPS-Daten [114] reduziert wird. Der Effekt ist nahe des Resonanzmaximums am deutlichsten.

Die unterschiedlichen Lebensdauerszenarien schlagen sich auch in der zeitlichen Entwicklung der $S_{11}(1535)$ -Resonanzen und Eta-Mesonen nieder. Dies ist in Abbildung 7.20 am Beispiel der Reaktion $\gamma \text{ } ^{40}\text{Ca} \rightarrow \eta X$ für $E_\gamma = 0.85$ GeV zu sehen. Im Zeitbereich

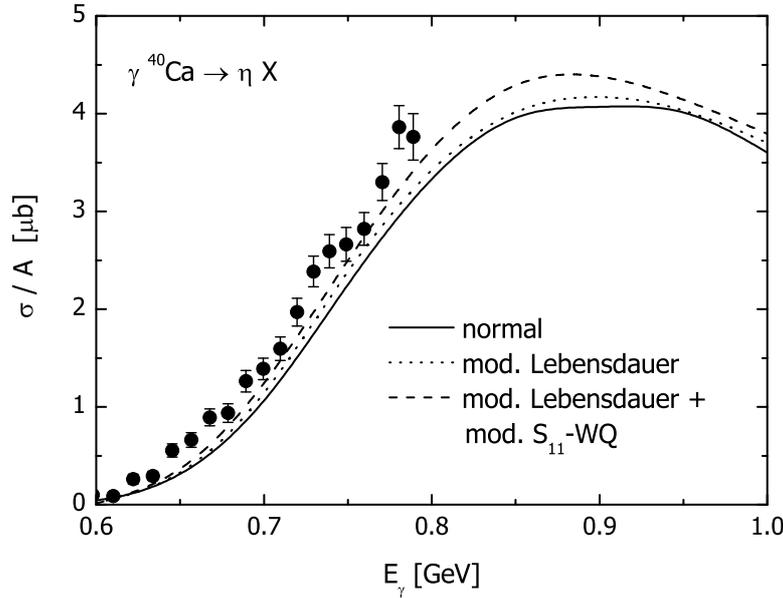


Abbildung 7.19: Resultat der BUU-Rechnungen mit den Lebensdauer-Vorschriften τ_1 und τ_2 für die Reaktion $\gamma^{40}\text{Ca} \rightarrow \eta X$ (durchgezogene und gepunktete Kurven). Die gestrichelte Linie ergibt sich, wenn zusätzlich zur Lebensdauer auch der S_{11} -Wirkungsquerschnitt modifiziert wird. Die Daten stammen aus [114].

bis etwa 8 fm/c zerfallen die S_{11} mit der Lebensdauer τ_2 langsamer. Dadurch wird die leichte Erhebung in den Eta-Zahlen für die τ_1 -Rechnung zu diesen Zeiten deutlich reduziert. Die gepunktete Kurve ohne Modifikation des S_{11} -Querschnitts hebt sich in diesem Bereich durch die geringere S_{11} -Absorption etwas von der gestrichelten Linie ab. Der weitere Verlauf ist ab $t \sim 10$ fm/c etwa für alle Kurven identisch.

7.4 Elektroproduktion

7.4.1 Berechnung des Wirkungsquerschnitts

Wie in Kapitel 4.7.7 beschrieben, gehen wir davon aus, daß das gestreute Elektron mit dem Kern durch den Austausch eines einzelnen Photons wechselwirkt. Es können daher dieselben Annahmen gemacht werden wie im Fall reeller Photonen. Experimentell gemessen wird der Wirkungsquerschnitt der eA -Reaktion, so daß wir für diese und nicht für die γ^*A -Reaktion den Wirkungsquerschnitt analog zu Gleichung (7.1) berechnen:

$$\frac{d\sigma_{eA \rightarrow BX}}{d\Omega dE'} = g \int_{\text{Kern}} d^3r \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} d\mu \mathcal{A}(\mu, p) \frac{d\sigma_{eN \rightarrow e'X}}{d\Omega dE'} \cdot M_B. \quad (7.13)$$

Die Wirkungsquerschnitte am Nukleon in diesem Ausdruck müssen ebenfalls im Laborsystem bekannt sein und dazu aus dem Ruhesystem des Nukleons, in dem sie in

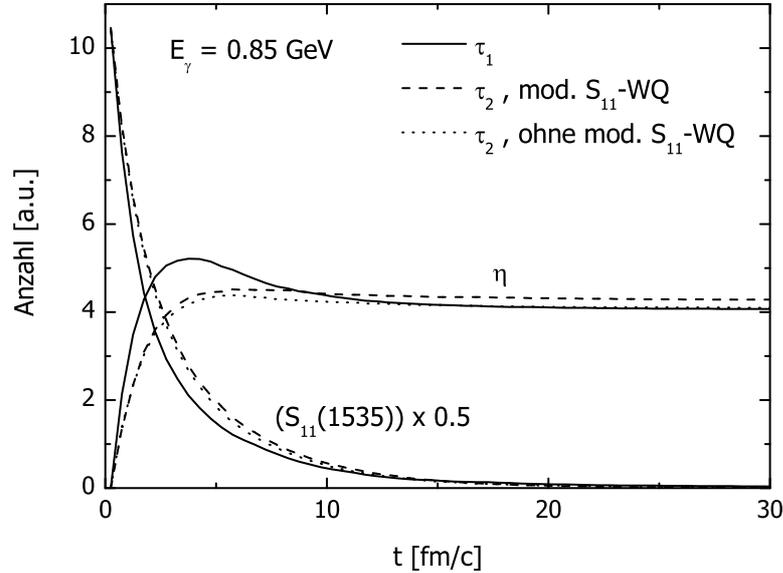


Abbildung 7.20: Zeitliche Entwicklung der Teilchenzahlen für die $S_{11}(1535)$ und Eta-Mesonen in der Reaktion $\gamma {}^{40}\text{Ca} \rightarrow \eta X$ für $E_\gamma = 0.85$ GeV.

Kapitel 4.7.7 parametrisiert wurden, transformiert werden. Dazu verwenden wir das in [66, 21] beschriebene Rezept. Die Eigenschaften des gestreuten Elektrons E, E', ϑ und damit die kompletten Elektron- und Photon-Viererimpulse sind im Laborsystem bekannt und werden in das Ruhesystem des jeweiligen Nukleons Lorentz-transformiert, wo die Wirkungsquerschnitte der $eN \rightarrow X$ -Reaktion nach Gleichung (4.44) berechnet werden. Wir machen dann unter Vernachlässigung der Elektronenmasse Gebrauch von der Lorentz-Invarianz des Ausdrucks $d^3p'/E' = dE' E' d\Omega$ für das auslaufende Elektron und erhalten

$$\left(\frac{d\sigma_{eN \rightarrow e'X}}{d\Omega dE'} \right)_{\text{Lab}} = \frac{j_{\text{Nuk}} E'_{\text{Lab}}}{j_{\text{Lab}} E'_{\text{Nuk}}} \left(\frac{d\sigma_{eN \rightarrow e'X}}{d\Omega dE'} \right)_{\text{Nuk}}, \quad (7.14)$$

wobei die Bezeichnungen 'Nuk' und 'Lab' das Ruhesystem des Nukleons und das Laborsystem meinen und $j_{\text{Nuk}}, j_{\text{Lab}}$ die Flußfaktoren der einlaufenden Elektronen sind.

Laut Kapitel 5.9.1 werden die Wirkungsquerschnitte am Nukleon als Funktion der 'freien' CM-Energie $\sqrt{s_{\text{free}}}$ berechnet. Diese ergibt sich für zwei Teilchen a und b durch den Ausdruck

$$\sqrt{s_{\text{free}}} = \sqrt{m_a^2 + p_{\text{CM}}^2} + \sqrt{m_b^2 + p_{\text{CM}}^2}, \quad (7.15)$$

wobei der CM-Impuls der beiden Teilchen im Medium ist. Für virtuelle Photonen darf man hier nicht einfach m_b^2 durch $-Q^2$ ersetzen. Wir zeigen nun, daß dies unter Umständen auch im Vakuum zu falschen Resultaten führen kann und betrachten den Fall eines virtuellen Photons, das mit einem Nukleon in Ruhe wechselwirkt. Dann gilt mit den Vierervektoren im Laborsystem

$$p_\gamma = (E_\gamma, 0, 0, |\vec{p}_\gamma|), \quad p_N = (m_N, 0, 0, 0)$$

für den Lorentz-Boost in das gemeinsame CM-System:

$$\beta = \frac{|\vec{p}_\gamma|}{E_\gamma + m_N}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{E_\gamma + m_N}{\sqrt{s}}$$

mit $s = m_N^2 - Q^2 + 2E_\gamma m_N$. Die totale CM-Energie erhält man aus der Lorentz-Transformation:

$$E_{\text{CM}}^{\text{tot}} = E_{\text{CM}}^\gamma + E_{\text{CM}}^N = \gamma(E_\gamma - \beta|\vec{p}_\gamma|) + \gamma m_N.$$

Der zweite Term E_{CM}^N ergibt $\sqrt{m_N^2 + p_{\text{CM}}^2}$, denn mit dem CM-Impuls

$$p_{\text{CM}}^2 = \frac{(s - m_N^2 + Q^2)^2 + 4m_N^2 Q^2}{4s} = \frac{4E_\gamma^2 m_N^2 + 4m_N^2 Q^2}{4s} = \frac{m_N^2 (E_\gamma^2 + Q^2)}{s}$$

ergibt sich

$$\sqrt{m_N^2 + p_{\text{CM}}^2} = \frac{m_N}{\sqrt{s}} \sqrt{m_N^2 - Q^2 + 2E_\gamma m_N + E_\gamma^2 + Q^2} = \frac{(E_\gamma + m_N)}{\sqrt{s}} m_N = \gamma m_N.$$

Den Ausdruck E_{CM}^γ schreiben wir um:

$$E_{\text{CM}}^\gamma = \gamma(E_\gamma - \beta|\vec{p}_\gamma|) = \frac{E_\gamma + m_N}{\sqrt{s}} \left(E_\gamma - \frac{|\vec{p}_\gamma|^2}{E_\gamma + m_N} \right) = \frac{E_\gamma m_N - Q^2}{\sqrt{s}}. \quad (7.16)$$

Offenbar wird diese Größe negativ, wenn $E_\gamma m_N < Q^2$. Dies ist im Falle raumartiger Vierervektoren möglich, denn es gibt immer ein Inertialsystem, in dem die nullte Komponente negativ ist. Auch die physikalische Bedingung an ein Streueignis, nämlich daß das Bjorken- x immer kleiner als eins bleiben muß, verhindert nicht, daß die CM-Energie des virtuellen Photons negativ werden kann:

$$x_{\text{Bj}} = \frac{Q^2}{2E_\gamma m_N} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{Q^2}{E_\gamma m_N} \leq 2,$$

d.h. der Fall $Q^2 > E_\gamma m_N$ wird durch die erste Bedingung nicht ausgeschlossen.

Wir formen Gleichung (7.16) weiter um:

$$\begin{aligned} E_{\text{CM}}^\gamma &= \pm \frac{1}{\sqrt{s}} \sqrt{(E_\gamma m_N - Q^2)^2} \\ &= \pm \frac{1}{\sqrt{s}} \sqrt{E_\gamma^2 m_N^2 + Q^4 - 2E_\gamma m_N Q^2 + m_N^2 Q^2 - m_N^2 Q^2} \\ &= \pm \frac{1}{\sqrt{s}} \sqrt{-Q^2(m_N^2 - Q^2 + 2E_\gamma m_N) + m_N^2(E_\gamma^2 + Q^2)} \\ &= \pm \sqrt{-Q^2 + p_{\text{CM}}^2}. \end{aligned}$$

Das bedeutet, wir erhalten für die CM-Energie im Vakuum im wesentlichen den Ausdruck (7.15), wobei jedoch für raumartige Teilchen das Vorzeichen geeignet zu wählen ist. Wir haben also

$$\sqrt{s} = \sqrt{m_N^2 + p_{\text{CM}}^2} \pm \sqrt{-Q^2 + p_{\text{CM}}^2}.$$

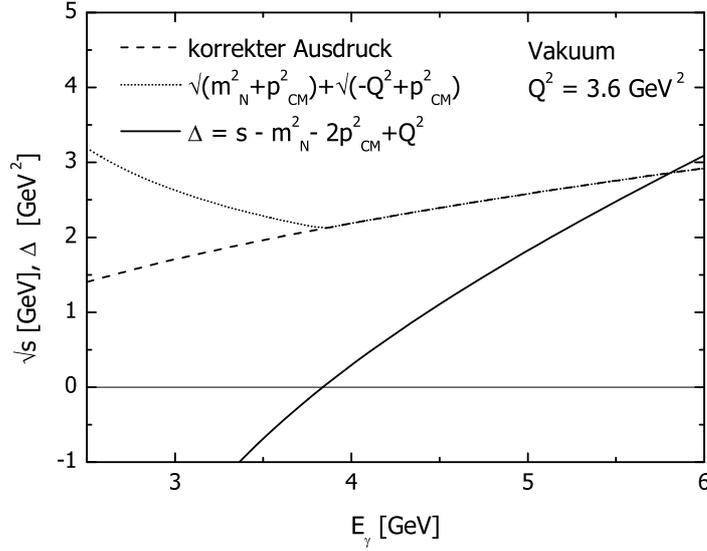


Abbildung 7.21: Diskussion des korrekten Ausdrucks für die CM-Energie (gestrichelte und gepunktete Linien). Die durchgezogene Kurve stellt das Kriterium für den Vorzeichenwechsel dar.

Die Bedingung für den Vorzeichenwechsel $E_\gamma m_N = Q^2$ können wir auch schreiben als

$$\Delta := s - m_N^2 + Q^2 - 2p_{\text{CM}}^2 = 0. \quad (7.17)$$

Diese Gleichung ist universeller und gilt auch, wenn das Nukleon nicht ruht (da p_{CM} nur Lorentz-invariante Größen enthält).

In Abbildung 7.21 zeigen wir als Beispiel die Situation im Vakuum für $Q^2 = 3.6 \text{ GeV}^2$. Die gestrichelte Kurve zeigt das korrekte Ergebnis für \sqrt{s} , wohingegen sich die gepunktete Kurve aus Gleichung (7.15) mit $m_a = m_N$ und $m_b^2 = -Q^2$ ergibt. Die durchgezogene Linie stellt das Vorzeichenkriterium Δ aus Gleichung (7.17) dar, und zeigt, daß der Nulldurchgang mit dem Vorzeichenwechsel übereinstimmt. Bei realen Teilchen a, b tritt dieses Problem nicht auf, da die Viererimpulse zeitartig sind.

Während sich im Vakuum das korrekte Ergebnis für \sqrt{s} durch eine Lorentz-Transformation der Teilchenenergien in das CM-System ergibt, ist dies im Medium nicht möglich, da der CM-Impuls p_{CM} und die freie CM-Energie $\sqrt{s_{\text{free}}}$ nicht zusammengehören; $\sqrt{s_{\text{free}}}$ ist eine konstruierte Größe. Das verkompliziert auch die Entscheidung, welches Vorzeichen zu wählen ist. Die Größe Δ lautet im Medium

$$\Delta = s - m_{\text{eff}}^2 - 2p_{\text{CM}}^2 + Q^2,$$

wobei die effektive Nukleonenmasse m_{eff} auch in den CM-Impuls eingeht. Das Vorzeichen dieses Ausdrucks bestimmt das relative Vorzeichen der Wurzeln in der CM-Energie \sqrt{s} . Wir verwenden dasselbe Vorzeichen auch für die freie CM-Energie $\sqrt{s_{\text{free}}}$.

7.4.2 Pion- und Eta-Produktion bei hohen Impulsüberträgen

Wir wenden uns nun der Elektroproduktion von Mesonen im Resonanzbereich zu. Durch das ausgetauschte virtuelle Photon haben wir im Vergleich zu photoninduzierten Reaktionen einen zusätzlichen Freiheitsgrad in der Kinematik, so daß Photonimpuls und -energie unabhängig voneinander gewählt werden können. Das bedeutet, daß wir in der Reaktion $\gamma^*N \rightarrow R$ die Resonanz-Selbstenergie über den gesamten Impuls- und Massenbereich untersuchen können. Im Gegensatz dazu ist die Erzeugung etwa einer $S_{11}(1535)$ -Resonanz mit Masse $\mu_R = 1.535$ GeV an einem ruhenden Nukleon durch ein reelles Photon nur mit einer Energie $E_\gamma = 0.787$ GeV und demzufolge $p_R = 0.787$ GeV möglich. Diese Bedingung wird am Kern etwas durch die Fermi-Bewegung aufgeweicht.

Während wir in der Eta-Photoproduktion (Kapitel 7.3) keine signifikante Verbreiterung der $S_{11}(1535)$ gefunden haben, wäre es mit Hilfe der Elektroproduktion möglich zu überprüfen, ob sich daran etwas ändert, wenn der Resonanzimpuls vergrößert wird. Das gilt natürlich auch für die anderen Resonanzen, die in der Photon-Nukleon-Reaktion stark hervortreten, bis auf die $D_{13}(1520)$, die mit steigendem Q^2 schnell an Bedeutung verliert (siehe Kapitel 4.7.7). Jedoch kann man wie in der Photoproduktion im Fall der $S_{11}(1535)$ die auch bei endlichem Q^2 vorhandene und in der zweiten Resonanzregion fast eindeutige Beziehung $\eta N \leftrightarrow S_{11}$ ausnutzen.

Nachdem wir uns in [66, 21] mit der Mesonproduktion von $Q^2 = 0$ bis 1 GeV² beschäftigt haben, betrachten wir nun Reaktionen bei erheblich höheren Impulsüberträgen $Q^2 = 2.4$ und 3.6 GeV². Für diese Werte haben wir in Kapitel 4.7.7 die Wirkungsquerschnitte am Nukleon für alle wichtigen Kanäle parametrisiert. Als Elektronenergien verwenden wir $E = 3.2$ und 4 GeV für die beiden Q^2 -Werte. Eine komprimierte Version dieses Abschnitts findet sich in [120].

Ein Nachteil von elektroninduzierten Reaktionen ist, daß die Wirkungsquerschnitte der γ^*N -Reaktion mit steigendem Q^2 sinken und gleichzeitig die resonante Ausprägung abnimmt. Am Kern kommt es zusätzlich zu einer mit wachsendem Q^2 immer stärkeren Verschmierung der resonanten Beiträge durch die Fermi-Bewegung. Dies läßt sich einfach verstehen, wenn man die invariante Masse des Photon-Nukleon-Paares betrachtet:

$$s = m_N^2 - Q^2 + 2E_\gamma \sqrt{m_N^2 + p_N^2} - 2\sqrt{Q^2 + E_\gamma^2} p_N^z,$$

wobei das Photon in z -Richtung einläuft. Die Breite der Verteilung der CM-Energien für Nukleonen im Kern wird durch den letzten Term bestimmt, so daß sie mit steigendem Q^2 und E_γ wächst. Der Effekt wird dadurch verstärkt, daß man bei einer Vergrößerung von Q^2 auch E_γ erhöhen muß, um in derselben kinematischen Region zu bleiben. In Abbildung 7.22 wird der Einfluß der Fermi-Bewegung auf die CM-Energie-Spektren der γ^*N -Paare für die verschiedenen Werte von Q^2 gezeigt. Die Photonenergie wurde so gewählt, daß eine Resonanz der Masse $\mu = 1.535$ GeV an einem Nukleon in Ruhe produziert werden kann und muß bei höherem Q^2 größer gewählt werden. Der Einfachheit halber wurden die Potentiale weggelassen. Während die reellen Photon eine relativ eng begrenzte Verteilung erzeugen, die sich im wesentlichen auf die zweite Resonanzregion beschränkt, dehnen sich die Spektren bei den beiden endlichen Werten von Q^2 über den gesamten Resonanzbereich aus. Bei fester Photonenergie wird also ein viel größerer CM-Energie-Bereich abgedeckt als in der Photoproduktion.

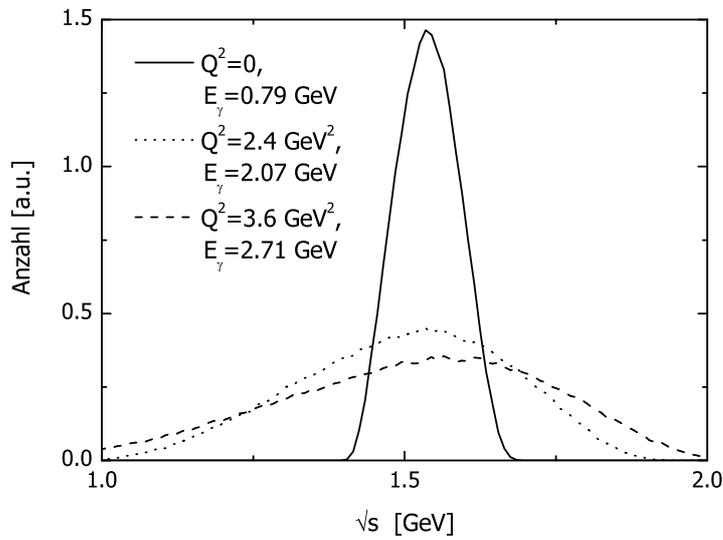


Abbildung 7.22: \sqrt{s} -Spektren der γ^*N -Reaktion für verschiedene Q^2 -Werte für Nukleonen in Calcium. Die Photonenergien wurden so gewählt, daß bei jedem Q^2 an einem Nukleon in Ruhe eine Resonanz mit Masse $\mu_R = 1.535$ GeV erzeugt wird.

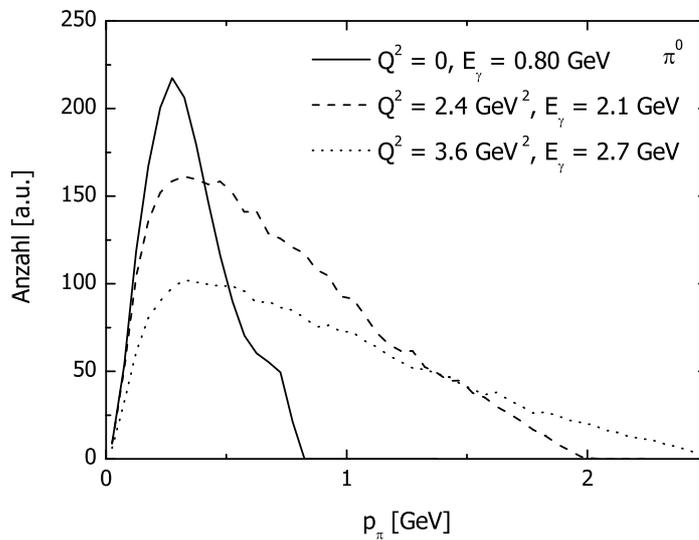


Abbildung 7.23: Impulsspektren der π^0 ohne FSI für verschiedene Q^2 an Calcium. Die Photonenergien sind in der Legende angegeben. Die relative Höhe der Kurven hat keine Bedeutung.

In Abbildung 7.23 zeigen wir die Impulsspektren der π^0 ohne FSI, d.h. die Impulse, die die Pionen direkt nach ihrer Produktion (durch Untergrundprozesse $\gamma^*N \rightarrow N\pi$,

$N\pi\pi$ oder Resonanzzerfall) haben. Der maximal mögliche Impuls kann durch eine einfache Betrachtung der Energiebilanz des Prozesses $\gamma N \rightarrow N\pi$ abgeschätzt werden:

$$E_\gamma + E_F \geq E_\gamma + E_N = E_\pi + E'_N \geq E_\pi + E_F,$$

wobei E_F die Fermi-Energie am Produktionsort ist. Daraus folgt die Bedingung

$$p_\pi \lesssim \sqrt{E_\gamma^2 - m_\pi^2},$$

die in Abbildung 7.23 erfüllt ist. Die Spektren entsprechen alle demselben kinematischen Bereich und ergeben sich wiederum mit Photonenergien, die am ruhenden Nukleon einer invarianten Masse von 1.535 GeV entsprechen. In der Photoproduktion (durchgezogene Linie) werden lediglich maximale Impulse von $p_\pi = 0.77$ GeV erreicht, was den Grund verdeutlicht, warum so wenige sekundäre Etas in Photon-Kern-Reaktionen produziert werden können: Der minimale Impuls, den Pionen brauchen, um in den FSI eine Resonanz durch Absorption am Nukleon anzuregen, deren Masse groß genug für einen Zerfall in $N\eta$ ist, kann durch die Gleichung

$$s = m_N^2 + m_\pi^2 + 2\sqrt{m_N^2 + p_F^2}\sqrt{m_\pi^2 + p_\pi^2} + 2p_F p_\pi$$

abgeschätzt werden und ergibt $p_\pi \sim 0.51$ GeV. Abbildung 7.23 zeigt, daß sich die meisten Pionen im Impulsbereich unterhalb dieses Wertes befinden. Anders ist die Situation bei endlichem Q^2 , wo ein Großteil der Pionen erheblich größere Impulse hat. Damit ist schon jetzt zu erwarten, daß sich das Verhältnis zwischen primär und sekundär produzierten Etas mit steigendem Q^2 ändern wird.

Auch andere in der elementaren Reaktion produzierte Teilchen wie die $S_{11}(1535)$ können bei endlichem Q^2 Impulse von einigen GeV haben. Dies ist in Abbildung 7.24 zu sehen. Das führt dazu, daß viele Kollisionen in den FSI eine CM-Energie oberhalb der FRITIOF-Schwelle haben, so daß die Teilchen der Endzustände und deren Kinematik durch das FRITIOF-Modell bestimmt werden. In den von uns betrachteten Reaktionen beinhalten die relevanten Endzustände hauptsächlich η und η' zusammen mit Nukleonen, P_{33} -Resonanzen und Pionen.

Im folgenden vergleichen wir die Pion- und Eta-Produktion in Photon- und Elektron-Kern-Prozessen. Für einen direkten Vergleich müßten wir analog zu Reaktionen am Nukleon einen γ^*A -Wirkungsquerschnitt berechnen, der im Grenzfall $Q^2 \rightarrow 0$ mit $\sigma_{\gamma A}$ übereinstimmt. Auf der Basis der Hand-Konvention mit dem Flußfaktor der Elektronen Γ , der die invariante Masse der γ^*N -Paare beinhaltet (siehe Gleichung (4.44)), die am Kern durch die Fermi-Bewegung verschiedene Werte annehmen kann, ist dies nicht eindeutig möglich. Da die folgenden Diskussionen darüberhinaus eher qualitativer Natur sind, können wir die Größen $\sigma_{\gamma A}$ und $d\sigma_{eA}/d\Omega dE'$ vergleichen, ohne daß die Argumente dadurch beeinflußt würden.

In Abbildung 7.25 zeigen wir den Einfluß der FSI auf die Photo- bzw. Elektroproduktion von neutralen Pionen und Etas an Calcium. Die Rechnungen beinhalten das impulsabhängige Potential (MM) und die In-Medium-Breiten von Oset für die $P_{33}(1232)$ aus Kapitel 6.1.2. Die gestrichelten Linien zeigen das Resultat ohne FSI. Im Fall der Pionen (linke Spalte) ist die gesamte Resonanzregion dargestellt. Man sieht, daß anders als in der Photoproduktion bei den hohen Q^2 -Werten die resonante

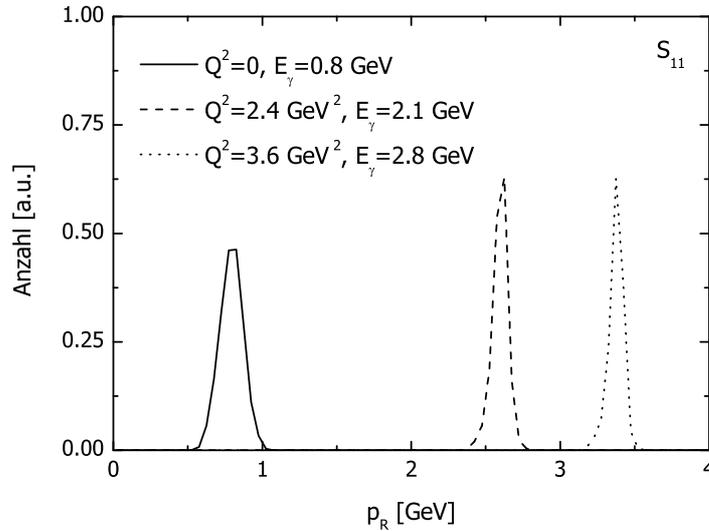


Abbildung 7.24: Impulsspektren der S_{11} -Resonanzen, die aus der elementaren γN -Reaktion an Calcium stammen, für verschiedene Q^2 -Werte. Die Photonenergien entsprechen in allen Fällen Resonanzmassen am ruhenden Nukleon von $\mu_R = 1.535$ GeV.

Struktur völlig ausgeschmiert ist, insbesondere der Peak der ersten Resonanzregion ist verschwunden. Der verbliebene, flache Beitrag der $P_{33}(1232)$ wird durch die gepunkteten Kurven veranschaulicht. Dieses Verhalten ergibt sich durch die Q^2 -Anhängigkeit der Helizitätsamplituden (siehe Kapitel 4.7.7) im Vergleich zu den Untergrundprozessen und die effektivere Fermi-Verschmierung bei großem Q^2 . Dadurch wird der P_{33} -Beitrag fast über die gesamte Resonanzregion verteilt. Der Anstieg der Kurven zu hohen Energien hin wird durch die Ein- und Zwei-Pion-Untergrundbeiträge (Abbildung 4.12) verursacht. In der Eta-Produktion (linke Spalte) betrachten wir die zweite Resonanzregion. Die resonante Struktur der $S_{11}(1535)$ ist für jeden Q^2 -Wert sichtbar, weil in der Rechnung ohne FSI keine weiteren Beiträge zu diesem Kanal beitragen können.

Die durchgezogenen Kurven zeigen die Rechnungen mit FSI. Für $Q^2 = 0$ verlaufen sie für Pionen und Etas unterhalb der Linien ohne FSI, bewirkt durch die starke Absorption, die im π^0 -Kanal durch $NR \rightarrow NN$, bei den η (wie in Kapitel 7.3 diskutiert) durch den Prozeß $\eta N \rightarrow R \rightarrow \pi N$ vonstatten geht. Mit steigendem Q^2 ändert sich dieses Bild drastisch: Bei Photonenergien oberhalb von 2 GeV werden die Wirkungsquerschnitte für die Pionen durch die FSI vergrößert. Für $Q^2 = 3.6$ GeV² entspricht dieser Wert für die Photonenergie sogar dem Anfang der Resonanzregion. Der Grund hierfür ergibt sich aus der Diskussion im Zusammenhang mit den Abbildungen 7.23 und 7.24. Durch den großen Impulsübertrag bei den endlichen Q^2 -Werten erhalten die Endprodukte der elementaren Photon-Nukleon-Reaktion die Möglichkeit, in den FSI noch mehr Teilchen zu produzieren, so daß der Teilchenverlust durch Absorption, der auch hier relevant ist, mehr als kompensiert wird. Denselben Effekt beobachten wir in der Eta-Produktion. Bei den endlichen Q^2 -Werten liegen die Rechnungen mit und ohne

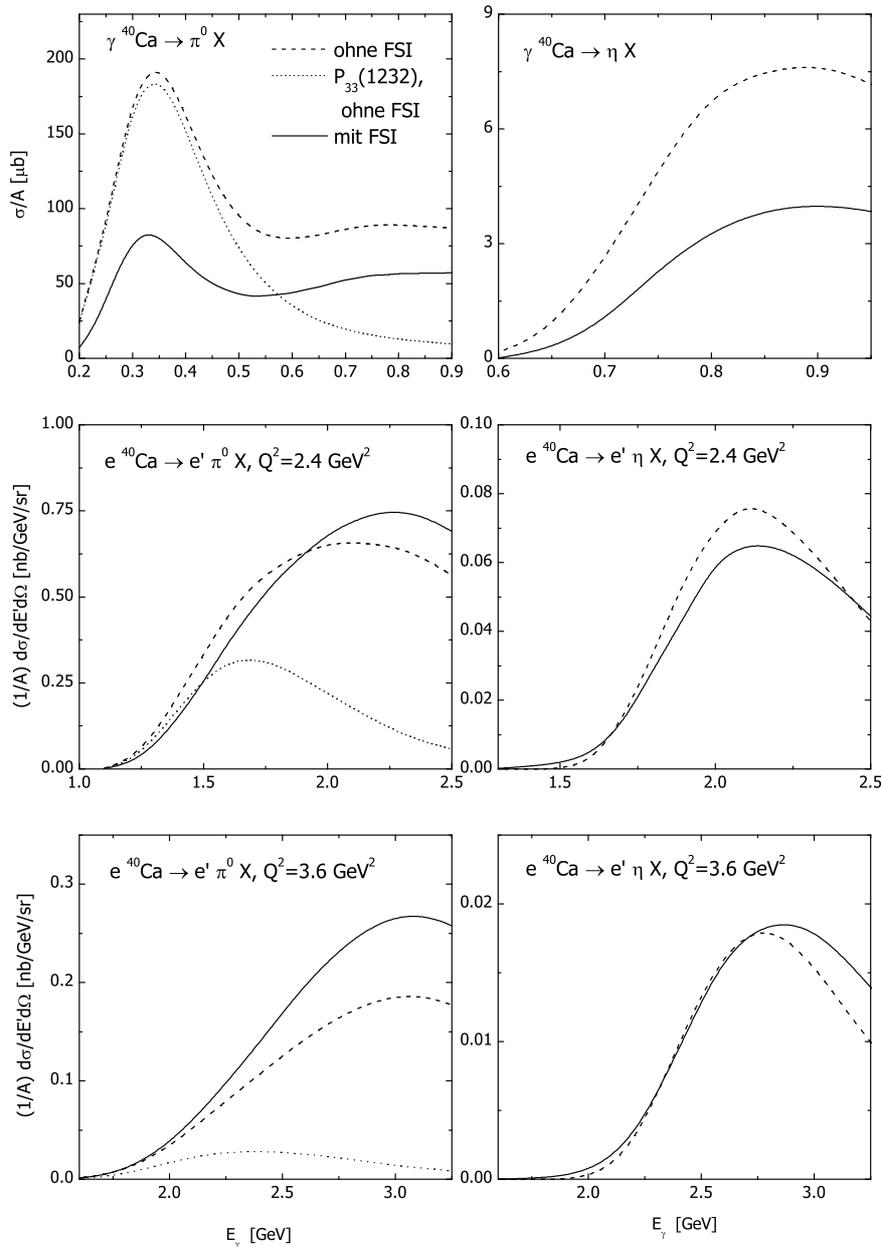


Abbildung 7.25: Resultate für die Meson-Photo- und Elektroproduktion an Calcium mit und ohne FSI. Die obere Reihe zeigt die inklusive π^0 - und Eta-Photoproduktion, die unteren beiden die entsprechenden Rechnungen für Elektroproduktion bei $Q^2 = 2.4$ und 3.6 GeV^2 .

FSI im wesentlichen übereinander. Im Energiebereich nahe der Schwelle fällt auf, daß die Kurven mit FSI sogar höher liegen. Diese müssen durch Sekundärprozesse zustande kommen, die in der Photoproduktion in diesem Energiebereich nicht beitragen.

In Abbildung 7.26 untersuchen wir die Bedeutung der primären und sekundären Etas. Man sieht, daß der Anteil der primären Etas mit steigendem Q^2 sinkt. Zum

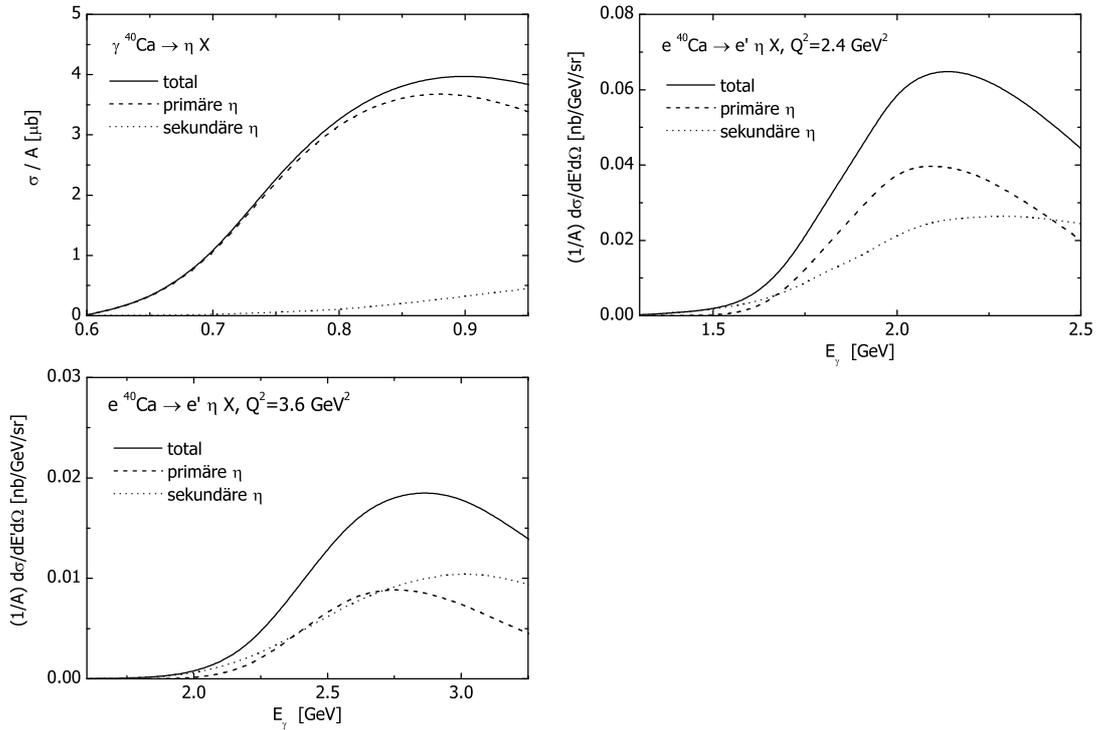


Abbildung 7.26: Beiträge von primären und sekundären Eta-Mesonen zum Wirkungsquerschnitt an Calcium für verschiedene Q^2 .

einen steigen die sekundären Beiträge auch hier durch den wachsenden Impulsübertrag in der Reaktion an. Der Effekt wird durch die wegen der abfallenden Helizitätsamplitude der $S_{11}(1535)$ und der Fermi-Verschmierung verursachte Reduktion des resonanten Primärkanals im Vergleich zu den als Sekundärkanäle fungierenden Untergrundprozesse verstärkt. Bei $Q^2 = 3.6 \text{ GeV}^2$ sind beide Beiträge gleich wichtig, bei hohen Photonenergien überwiegen sogar die sekundären Etas. Es ist interessant zu beobachten, daß sich die Produktionsmechanismen so stark ändern. Der Grund dafür ist letztlich die Vermischung der Resonanzregion-Physik in der elementaren Reaktion mit den hochenergetischen FSI, die in der Photoproduktion nicht vorhanden ist. Natürlich sinkt bei großen Q^2 -Werten auch der Informationsgehalt der η -Produktion in bezug auf die Mediumigenschaften der $S_{11}(1535)$, da die Gesamtreaktion nicht mehr so sensitiv auf die Resonanzproduktion im elementaren γ^*N -Prozeß ist.

In Abbildung 7.27 schließlich sind die verschiedenen Quellen, aus denen die detektierten Etas stammen, zu sehen. Die Prozesse γN , πN , $\eta N \rightarrow S_{11}$ und $BB \rightarrow S_{11}N$ stehen für Etas, die aus dem Zerfall von S_{11} -Resonanzen, die in diesen Reaktionen erzeugt werden, herrühren. Die mit 'hohe Energien' bezeichneten Beiträge resultieren aus hochenergetischen Baryon-Baryon- oder Baryon-Meson-Kollisionen, die durch das FRITIOF-Modell direkt oder durch den Zerfall von η' - bzw. S_{11} -Resonanzen produziert werden, oder elastischer Streuung bei hohen Energien. Auch bei großem Q^2 besteht der Hauptbeitrag aus Etas, die aus der elementaren $\gamma^*N \rightarrow S_{11}$ -Reaktion stammen. Je-

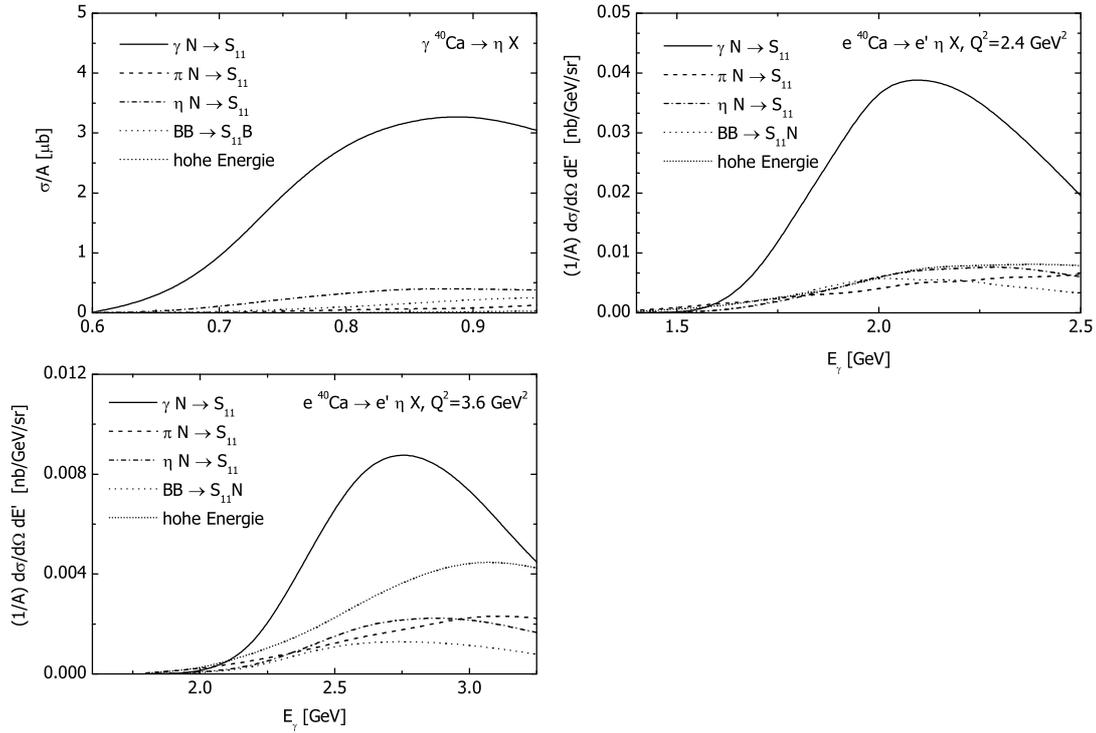


Abbildung 7.27: Kanäle, die zur Eta-Photo- und Elektroproduktion an Calcium beitragen. Die detektierten Mesonen stammen entweder aus dem Zerfall der in den aufgelisteten Reaktionen erzeugten S_{11} -Resonanzen oder aus Hochenergiereaktionen. Die durchgezogenen Linien entsprechen den gestrichelten Kurven in Abbildung 7.26, wohingegen die anderen Kurven die sekundären Beiträge aufschlüsseln.

doch werden die sekundären Prozesse wie schon diskutiert wichtiger, insbesondere die Hochenergiebeiträge und die Reaktionen $\pi N, \eta N \rightarrow S_{11}$. Letztere Reaktionen sind auch verantwortlich für die schon angesprochenen Beiträge für Energien unterhalb der Schwelle für den $\gamma^* N \rightarrow S_{11}$ -Kanal.

Wir halten fest, daß in elektroninduzierten Reaktionen mit großem Impulstransfer die FSI nicht wie in der Photoproduktion absorptiv, sondern als Quelle signifikanter Beiträge zum Produktionsquerschnitt am Kern agieren. Dies gilt natürlich auch für andere Reaktionen mit großem Impulsübertrag, z.B. hochenergetische Photon-Kern-Reaktionen. Dort wird in Wirkungsquerschnitten zur Mesonenproduktion das selbe Phänomen beobachtet [121]. Es handelt sich hierbei um ein Beispiel für Reaktionen, in denen Side-Feeding-Prozesse in den FSI wichtig sind und die durch die im BUU-Modell implementierten Coupled-Channel-Mechanismen beschreibbar sind. Dies ist wichtig für die richtige Interpretation solcher Reaktionen. Weitere wichtige Side-Feeding-Effekte wurden schon in der hochenergetischen Photoproduktion von K^+ - [67] und Rho-Mesonen [68] beobachtet.

7.5 $A(e, e'p)$ -Reaktionen und Transparenzverhältnis

7.5.1 Experimente und Motivation

In den neunziger Jahren wurden am SLAC und am JLab Experimente zum elektroninduzierten Proton-Knockout $A(e, e'p)$ durchgeführt, in denen das nukleare Transparenzverhältnis T der Protonen als Funktion des Viererimpulsübertrags Q^2 von etwa 1 bis 8 GeV² bestimmt wurde [122, 123, 124, 125]. Das Transparenzverhältnis $T(\vartheta)$ ist definiert als das Verhältnis der Anzahlen der unter einem bestimmten Winkel ϑ detektierten Protonen mit und ohne FSI,

$$T(\vartheta) = \frac{\int_V dE_m dp_m N^{\text{mit}}(E_m, p_m, \vartheta)}{\int_V dE_m dp_m N^{\text{ohne}}(E_m, p_m, \vartheta)}, \quad (7.18)$$

wobei N^{mit} und N^{ohne} die Protonzahlen sind, die mit bzw. ohne FSI emittiert werden. Es wurden nur Protonen aus einem bestimmten kinematischen Bereich V , die bestimmte Missing-Energy- und Missing-Momentum-Cuts erfüllen (siehe Abschnitt 7.5.4), gezählt. Bei N^{ohne} handelt es sich natürlich um eine rein theoretische Größe (siehe dazu Kapitel 7.5.5).

$T(\vartheta)$ ist offenbar ein Maß für die Stärke der FSI. Betrachtet man den Winkel ϑ_0 , der der Richtung des ausgetauschten virtuellen Photons entspricht, so ist in der Abwesenheit jeglicher FSI $T = 1$. Je stärker die FSI sind, umso mehr Protonen werden aus der ursprünglichen Richtung gestreut und umso kleiner wird T . Es folgt auch, daß T mit steigender Massenzahl des Kerns A abnimmt.

Bei kleinen Werten von Q^2 bis 3 GeV² werden Protonen mit mittleren Impulsen zwischen 0.9 und 2.5 GeV erzeugt, die in einem Bereich liegen, in denen der pN -Wirkungsquerschnitt (im Vakuum) eine interessante Struktur aufweist. Zunächst nimmt σ_{pN} für Protonimpulse ~ 0.7 GeV ein Minimum an, gefolgt von einem starken Anstieg bis $p \sim 2$ GeV, um für noch größere Impulse etwa konstant zu werden [74]. Daher wird das Transparenzverhältnis in dieser Region qualitativ das Verhalten des pN -Querschnitts widerspiegeln, wobei natürlich auch Pauli-Blocking, Bindungseffekte und vielleicht sogar die Grundzustandskorrelationen der Nukleonen eine Rolle spielen.

Während T im Bereich kleiner Q^2 -Werte vor allem dem Studium solch 'gewöhnlicher' Effekte der Proton-FSI dienen kann, hatte die Messung bis zu großen Werten von Q^2 hin den Sinn, das Auftreten des Farbtransparenz-Effekts (*color transparency*, CT, siehe z.B. [126, 127]) zu untersuchen. Dieser Effekt – Anfang der achtziger Jahre von Mueller und Brodsky [128] vorhergesagt – ist ein Phänomen der perturbativen QCD und besagt, daß Hadronen mit kleiner transversaler Ausdehnung unter gewissen Voraussetzungen weniger stark oder gar nicht mit anderen Hadronen wechselwirken. Hier geht die Erkenntnis ein, daß farbneutrale Objekte kleiner Ausdehnung einen reduzierten Reaktionsquerschnitt mit normalen Hadronen haben (*color screening*, siehe z.B. [129]), der mit verschwindender transversaler Ausdehnung ebenfalls verschwindet. In diesem Idealfall wäre dann ein Ensemble von Hadronen (wie z.B. ein Atomkern) vollkommen transparent für ein solches Objekt. Ein ähnliches Phänomen existiert auch in der QED [126]. Für die Präparierung solcher Zustände stellen Reaktionen mit großem Impulsübertrag, wie es etwa in der Elektronstreuung der Fall ist,

eine geeignete Möglichkeit dar [130]: Ein virtuelles Photon mit großem Viererimpuls Q^2 wird von einem einzelnen Quark etwa eines Protons absorbiert, welches dann mit einem entsprechend hohem Impuls ausgestattet ist. Das Proton fragmentiert entweder und man beobachtet ein Jet-Ereignis, oder das Quark gibt einen Teil seines Impulses an die anderen Quarks durch Gluonaustausch ab. Das geht nur, wenn die anderen Quarks sich in der Nähe befinden und somit ein Objekt mit einer Ausdehnung $\sim 1/Q$ bilden. Die Forderung nach einem Proton im Endzustand wirkt also praktisch als Filter für Objekte mit einer Ausdehnung $\sim 1/Q$. Neben der Präparierung solcher Objekte ist es für die Beobachtbarkeit von CT wichtig, daß das Objekt solange klein bleibt, bis es den Kern verlassen hat. Tatsächlich kommt es aber zur Ausdehnung, so daß die Stärke der FSI bei der Propagation durch den Kern zeitlich zunimmt.

Ein ähnlicher Effekt tritt mit der Formationszeit bei der hochenergetischen Produktion von Hadronen durch Stringfragmentation auf [69, 131]. Dies ist die Zeit, die die Hadronen benötigen, um aus dem String 'herauszukommen'. Während dieser Zeit wechselwirken die Prä-Hadronen ebenfalls mit einem reduzierten Querschnitt.

Neben der beschriebenen reinen Farbtransparenz gibt es den Effekt, daß auch der Kern als Filter für Objekte kleiner Ausdehnung dient, da alle Objekte größerer Ausdehnung viel stärker wechselwirken und absorbiert werden (*nuclear filtering* [127]). Die Wirkungsweise geht in die gleiche Richtung wie CT.

Es ist nicht bekannt, unter welchen kinematischen Bedingungen Objekte kleiner Ausdehnung hinreichend lange klein bleiben. Ebenso wenig weiß man, unter welchen Bedingungen CT einsetzt, ob sich der Effekt auf den Gültigkeitsbereich der pQCD beschränkt oder auch im nichtperturbativen Bereich auftreten kann. Den genauen Umständen des Einsetzens gilt daher auch ein Hauptaugenmerk abgeschlossener und geplanter Experimente (z.B. [132]). Dahingegen gilt die Existenz des Farbtransparenzeffektes als gesichert und wurde z.B. in der diffraktiven Dissoziation hochenergetischer Pionen in Di-Jets beobachtet [133].

CT kann sich im Rahmen von $A(e, e'p)$ -Experimente auf zwei Arten bemerkbar machen: Einerseits werden mit steigendem Impulstransfer Q^2 die Bedingungen zur Produktion kleiner Objekte geschaffen, die dann praktisch wechselwirkungsfrei den Kern verlassen. Damit sollte T mit steigendem Q^2 gegen eins gehen. Jedoch muß beachtet werden, daß ein Einsetzen von CT auch durch andere Effekte vorgetäuscht werden könnte, wie etwa die Modifikation der Wirkungsquerschnitte durch 'gewöhnliche' Medium- oder Offshell-Effekte. Weiterhin würde sich beim Einsetzen von CT die freie Weglänge der Protonen vergrößern, so daß T mit steigender Massenzahl A weniger stark abfiele und bei vollständiger CT keine A -Abhängigkeit vorhanden wäre. Eine Änderung der A -Abhängigkeit von T als Funktion von Q^2 ist also ein weiteres mögliches Signal.

Das Ergebnis bislang abgeschlossener Experimente ist, daß unterhalb von $Q^2 \sim 8 \text{ GeV}^2$ ein Auftreten von CT ausgeschlossen werden kann, da zum einen kein Anstieg von T zu beobachten ist (siehe Abbildung 7.29). Oberhalb von $Q^2 \sim 3 \text{ GeV}^2$ könnte ein solches Verhalten ein direkter Hinweis auf CT sein, da in diesem Bereich der pN -Querschnitt im wesentlichen konstant ist. Weiterhin konnte auch keine Änderung der A -Abhängigkeit mit steigendem Q^2 festgestellt werden (siehe Abbildung 7.32).

Die Betrachtung der Reaktion $A(e, e'p)$ im Rahmen des BUU-Modells bietet die Möglichkeit, dieses experimentelle Resultat zu verifizieren und zu überprüfen, ob T mit FSI, die auf Vakuum-Wirkungsquerschnitten beruhen, beschrieben werden kann. Zum

anderen läßt sich N^{ohne} sehr einfach bestimmen, weil die FSI ohne weiteres abgeschaltet werden können.

Es gibt mehrere andere Modelle, in denen das Transparenzverhältnis untersucht wurde. Dabei handelt es sich hauptsächlich um DWIA- (bei kleineren Q^2) und Glauber-Rechnungen (siehe Zusammenstellung in [125] oder [134]). Einige dieser Modelle (z.B. Gao et al. [125]) ergeben eine gute Beschreibung der Q^2 -Abhängigkeit von T , vor allem für Kohlenstoff. Insbesondere die näherungsweise Konstanz von T bei großen Q^2 wird wiedergegeben. Dagegen unterschätzen alle diese Modelle die Daten bei größeren Kernen, obwohl auch dort das Q^2 -Verhalten qualitativ richtig beschrieben wird. In [135] wurde T im Rahmen eines intranuklearen Kaskadenmodells berechnet. Die Resultate liegen für alle Kerne zu hoch (bei Gold bis zu 20%). In [134] wurde gemutmaß, daß dies durch die semiklassische Behandlung der Nukleonen als unabhängige Teilchen unter Vernachlässigung kohärenter Streueffekte der Protonen am Restkern verursacht werden könne. Da auch BUU zur Klasse der semiklassischen Transportmodelle gehört, ist es auch unter diesem Gesichtspunkt interessant zu sehen, ob unsere Rechnungen zu einem ähnlichen Verhalten führen. Die Kaskadenrechnungen weisen weiterhin einen Anstieg von T bei großen Q^2 -Werten auf, im Gegensatz zu den Daten und den Glauber-Rechnungen.

7.5.2 Quasielastische Elektron-Kern-Streuung

Die Experimente zur $A(e, e'p)$ -Reaktion am SLAC und JLab wurden im kinematischen Bereich der quasielastischen Streuung durchgeführt, der energetisch knapp unterhalb der $P_{33}(1232)$ -Resonanzregion angesiedelt ist. Dabei handelt es sich – zumindest was die primäre Reaktion angeht – um die elastische Streuung des Elektrons an einem einzelnen Nukleon im Kern. Die Wahl dieses Bereichs vereinfacht die theoretische Modellierung ungemein, da anders als etwa im Resonanzbereich nur ein einzelner elementarer Reaktionskanal berücksichtigt werden muß. Mögliche kleine Verunreinigungen durch Pionproduktion im nahegelegenen Resonanzbereich werden darüberhinaus durch entsprechende Energie-Cuts der beobachteten Protonen ausgeschlossen (siehe Kapitel 7.5.4).

Wir betrachten zunächst den Wirkungsquerschnitt im Laborsystem für die elastische Elektron-Nukleon-Streuung im Vakuum [2]:

$$\frac{d\sigma_{eN \rightarrow eN}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4(\vartheta_e/2)} \frac{E'}{E} \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2(\vartheta_e/2) + 2\tau G_M^2 \sin^2(\vartheta_e/2) \right), \quad (7.19)$$

mit $\tau = Q^2/(4m_N^2)$ und den elektrischen bzw. magnetischen Formfaktoren des Nukleons G_E und G_M . Bei vorgegebener Einschußenergie der Elektronen E ist dies ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, daß das gestreute Elektron unter einem bestimmten Winkel ϑ_e ausläuft. Für die Energie des auslaufenden Elektron E' gilt

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{2E}{m_N} \sin^2 \frac{\vartheta_e}{2}} \quad \text{oder äquivalent} \quad E_\gamma = \frac{Q^2}{2m_N}. \quad (7.20)$$

Diese Bedingung entspricht der Forderung, daß sich das auslaufende Nukleon auf der

Massenschale befinden soll, denn

$$\begin{aligned} s &= m_N^2 - Q^2 + 2E_\gamma m_N \stackrel{!}{=} m_N^2 & (7.21) \\ \Leftrightarrow -4EE' \sin^2(\vartheta_e/2) + 2(E - E')m_N &= 0 \\ \Leftrightarrow E'(1 + 2E \sin^2(\vartheta_e/2)/m_N) &= E. \end{aligned}$$

Hierbei haben wir für Q^2 Gleichung (4.43) verwendet. Für das Bjorken- x

$$x_{\text{Bj}} = \frac{Q^2}{2(E_\gamma E_N - \vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_N)}$$

gilt in diesem Fall $x_{\text{Bj}} = 1$.

Wir können den winkeldifferentiellen Querschnitt in Gleichung (7.19) auch als winkel- und energiedifferentiellen Ausdruck schreiben:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \frac{E}{E'} \delta(E_\gamma - Q^2/(2m_N)) \quad \text{oder} \quad \frac{d\sigma}{d\Omega ds} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \delta(s - m_N^2). \quad (7.22)$$

Im Vakuum ist der elastische Querschnitt als Funktion der Photonenergie bei vorgegebenem E' und ϑ_e also eine Delta-Funktion.

Durch den Fermi-Impuls der Nukleonen im Kern beobachtet man in der quasielastischen Streuung *am Kern* keine Delta-Funktion, sondern einen Peak mit endlicher Breite. Der Grund ist, daß die Onshell-Bedingung je nach Nukleonenimpuls auch für Werte von E' , die größer oder kleiner als in Ausdruck (7.20) sind, erfüllt sein kann. Der resultierende quasielastische Peak wird bei festem E und ϑ_e als Funktion von E' (oder äquivalent E_γ) unterhalb der Delta-Resonanz im Wirkungsquerschnitt $eA \rightarrow e'X$ beobachtet (siehe z.B. [136]). In der reellen Photoabsorption fehlt dieser Peak, da die Reaktion $\gamma N \rightarrow N$ mit einem auslaufenden Onshell-Nukleon für reelle Photonen nicht möglich ist.

Im Kern ergibt sich die zusätzliche Komplikation, daß die Nukleonen ein Potential spüren. Wir betrachten hier nur den Fall von Onshell-Nukleonen in einem Mean-Field-Potential. Die Diskussion des allgemeinen Offshell-Falls verschieben wir auf Kapitel 8.3.1. Im Elektron-Nukleon-Querschnitt (7.22) muß also m_N durch die effektive Masse m'_{eff} des auslaufenden Nukleons ersetzt werden. Im Gegensatz zum Vakuum ergibt sich aus der Bedingung

$$s = m_{\text{eff}}^2 - Q^2 + 2(E_\gamma E_N - \vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_N) \stackrel{!}{=} m_{\text{eff}}^2. \quad (7.23)$$

Die Energie des auslaufenden Elektrons E' ergibt sich nicht mehr so einfach als analytischer Ausdruck, denn die effektive Masse des auslaufenden Nukleons hängt aufgrund der Impulsabhängigkeit des Potentials vom Impuls des auslaufenden Nukleons ab, der wiederum wegen $\vec{p}'_N = \vec{p}_\gamma + \vec{p}_N$ von der Energie des auslaufenden Elektrons abhängt. Es handelt sich also um eine nichttriviale Gleichung für E' , die nur numerisch gelöst werden kann.

Im Medium ist auch die Bedingung an x_{Bj} aufgeweicht:

$$x_{\text{Bj}} = 1 + \frac{m_{\text{eff}}^2 - m'^2_{\text{eff}}}{2(E_\gamma E_N - \vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_N)}.$$

Aufgrund der Impulsabhängigkeit des Potentials ist die effektive Masse des auslaufenden Nukleons bei Reaktionen mit großem Impulsübertrag größer als die des einlaufenden Nukleons, so daß x_{Bj} im allgemeinen kleiner als eins ist. Bei Offshell-Nukleonen dagegen können auch Werte größer als eins auftreten.

7.5.3 Implementierung der quasielastischen Streuung

In der quasielastischen Elektronstreuung am Kern stehen zunächst nur die (vom Experiment vorgegebene) Kinematik des einlaufenden Elektrons und des einlaufenden Nukleons fest. Die Wahrscheinlichkeit für einen Streuwinkel ϑ_e wird wie beschrieben durch den Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ bestimmt; die Energie des auslaufenden Elektrons E' wird durch die Onshell-Bedingung (7.21) festgelegt. Damit ist auch erst dann der Viererimpuls des virtuellen Photons bekannt, aus dem Q^2 folgt. In den Experimenten werden zwar der Detektorwinkel ϑ_e^0 und die Energie der nachgewiesenen Elektronen E'_0 vorgegeben, jedoch sind beide Größen mit kleinen, aber endlichen Akzeptanzfenstern $\Delta\vartheta_e$ und $\Delta E'$ versehen.

Wir vereinfachen in unserem Modell die Vorgehensweise und simulieren nur Streuungen, bei denen die auslaufenden Elektronen im experimentellen Akzeptanzbereich liegen. Das heißt, es wird an jedem Nukleon überprüft, ob dessen Kinematik zu einem Streueignis mit einem Elektron im Endzustand führen kann, welches detektiert wird. Das ist natürlich nicht an jedem Nukleon möglich. Dies ist deshalb gerechtfertigt, weil es (anders als etwa in der Meson-Photoproduktion im Resonanzbereich) keine anderen elementaren Reaktionen geben kann, die über die FSI zum Endergebnis (d.h. unter einem Winkel ϑ emittierte Protonen) beitragen. Diese werden trivialerweise ausgeschlossen, weil die Protonen in Koinzidenz mit den auslaufenden Elektronen, die im Akzeptanzbereich liegen müssen, gemessen werden. Die Tatsache, ob das Elektron detektiert wird, wird natürlich nicht durch die FSI beeinflusst.

Geht man davon aus, daß die einfallenden Elektronen entlang der z -Achse einlaufen und der Streuwinkel ϑ_e beträgt, so ergibt sich für den Viererimpuls des virtuellen Photons¹

$$p_\gamma = (E - E', E' \sin \vartheta_e, 0, E - E' \cos \vartheta_e),$$

wobei wir die (e, e') -Streuebene (in der auch \vec{p}_γ liegt) in die (x, z) -Ebene gelegt haben. Aufgrund der Energie- und Impulserhaltung haben wir für das auslaufende Nukleon der $\gamma^*N \rightarrow N$ -Reaktion

$$E'_N = \sqrt{m_{\text{eff}}^2 + p_N^2} + E_\gamma, \quad \vec{p}'_N = \vec{p}_N + \vec{p}_\gamma.$$

Das Problem ist nun, an jedem Nukleon mit einer durch den Fermi-Impuls und dem Potential vorgegebenen Kinematik zu überprüfen, ob es möglich ist, daß ein Elektron-Nukleon-Streuprozess so stattfinden kann, daß das auslaufende Elektron detektiert wird und die Onshell-Bedingung (7.21) erfüllt ist. Dies entspricht den Forderungen

- $\vartheta_e \in [\vartheta_e^0 - \Delta\vartheta_e/2, \vartheta_e^0 + \Delta\vartheta_e/2]$, $E' \in [E'_0 - \Delta E'/2, E'_0 + \Delta E'/2]$ und
- $m_{\text{eff}}^2 - Q^2 + 2E_\gamma \sqrt{m_{\text{eff}}^2 + p_N^2} - 2\vec{p}_\gamma \vec{p}_N \stackrel{!}{=} m_{\text{eff}}'^2$.

Dazu müssen wir gemäß des Wirkungsquerschnitts $d\sigma/d\Omega$ einen Streuwinkel ϑ_e auswürfeln. Der Winkelakzeptanzbereich der Experimente ist aber so klein, daß dieser Querschnitt im wesentlichen konstant ist. Daher verzichten wir auf die Winkelabhängigkeit und bestimmen ϑ_e gleichverteilt im Intervall $[\vartheta_e^0 - \Delta\vartheta_e/2, \vartheta_e^0 + \Delta\vartheta_e/2]$. Die Energie E'

¹Wie immer vernachlässigen wir die Masse des Elektrons.

kann dann über die Onshell-Bedingung iterativ bestimmt werden. Dazu verwenden wir ein Regula-Falsi-Verfahren.

Für die iterative Bestimmung von E' müssen zwei Startwerte gewählt werden. Dazu bieten sich die Punkte $E'_1 = E'_0 - \Delta E'/2$ und $E'_2 = E'_0 + \Delta E'/2$ an. Jedoch kann es sein, daß das Quadrat der CM-Energie des Photon-Nukleon-Paares an dem oberen Ende des Energieintervalls negativ wird, obwohl eine Lösung E' in einem anderen Bereich von $[E'_0 - \Delta E'/2, E'_0 + \Delta E'/2]$ existiert. Daher führen wir ein Gitter in der (ϑ_e, E') -Ebene mit Gitterabständen $\Delta\vartheta_e/4$ und $\Delta E'/4$ ein, um den Bereich, in dem sich die Lösung befindet, einzuschränken und sinnvolle Startwerte für die Iteration bereitstellen zu können.

Mit Hilfe der auf diese Weise bestimmten Werte für ϑ_e und E' steht erst jetzt die Kinematik des ausgetauschten Photons und damit die Kinematik des auslaufenden Nukleons fest.

Schließlich wollen wir noch erwähnen, daß die gewählte Vorgehensweise einer perturbativen Behandlung der Streureaktionen mit auslaufenden Elektronen im Akzeptanzbereich im Sinne von Kapitel 5.3 entspricht. Der Hauptunterschied zur perturbativen Meson-Photoproduktion ist, daß alle Kanäle, die in der elementaren Reaktion nicht zum letztendlich betrachteten Ergebnis (also koinzident mit Elektronen in einem Winkelbereich ϑ nachgewiesene Protonen) beitragen, komplett weggelassen werden können.

Im Prinzip muß jedes perturbativ generierte Ereignis mit dem elementaren Wirkungsquerschnitt gewichtet werden. Darauf verzichten wir aber, da im betrachteten kinematischen Bereich für die Elektronen der Elektron-Nukleon-Wirkungsquerschnitt im wesentlichen konstant ist. Weiterhin berechnen wir keine Wirkungsquerschnitte am Kern, sondern betrachten ein Verhältnis aus Protonzahlen, so daß sich der konstante Wirkungsquerschnitt am Nukleon herauskürzt.

7.5.4 Resultate

Wie schon angedeutet, werden zur Extraktion des Transparenzverhältnisses sogenannte Missing-Energy- und Missing-Momentum-Cuts gemacht. Fehlender Impuls \vec{p}_m und fehlende Energie E_m sind definiert durch

$$\vec{p}_m = \vec{p}'_N - \vec{p}_\gamma \quad \text{und} \quad E_m = E_\gamma - T'_p - T_{A-1}, \quad (7.24)$$

wobei \vec{p}'_N und T'_p der Impuls und die kinetische Energie des detektierten Protons, \vec{p}_γ und E_γ Impuls und Energie des virtuellen Photons und T_{A-1} die kinetische Energie des verbliebenen Restkerns (mit Rückstoß) sind. Ohne FSI wäre \vec{p}_m der Impuls des einlaufenden Nukleons und E_m dessen Separationsenergie. Letzteres läßt sich wie folgt sehen: Durch die Herauslösung des Protons verbleibt der Restkern in einem angeregten Zustand mit Energie $E_{A-1} + \varepsilon^*$, wobei E_{A-1} die Grundzustandsenergie des $(A-1)$ -Kerns und ε^* die Anregungsenergie ist. Der Ausgangskern mit Masse M_A ist in Ruhe und daher gilt mit Energieerhaltung

$$E_\gamma + M_A = E'_p + E_{A-1} + \varepsilon^*,$$

wobei E'_p die Energie des herausgeschlagenen Protons ist. Die Separationsenergie für dieses Proton lautet

$$S = M_{A-1} + \varepsilon^* + m_N - M_A,$$

wobei M_{A-1} die Masse des $(A-1)$ -Kerns im Grundzustand ist. Ersetzt man hier die Anregungsenergie durch obige Gleichung, so ergibt sich

$$\begin{aligned} S &= M_{A-1} + E_\gamma - E'_p + M_A - E_{A-1} + m_N - M_A, \\ &= E_\gamma - (E'_p - m_N) - (E_{A-1} - M_{A-1}), \end{aligned}$$

was dem Ausdruck für E_m entspricht.

Die Energie des Restkerns lautet:

$$E_{A-1} = \sqrt{M_{A-1}^2 + (-\vec{p}_m)^2}.$$

Im Experiment werden nur Protonen berücksichtigt, die die Bedingungen

$$p_m \lesssim 300 \text{ MeV} \text{ und } E_m \lesssim 100 \text{ MeV}$$

erfüllen. Der Energie-Cut hat — wie schon in Abschnitt 7.5.2 angesprochen — den Sinn, Ereignisse auszuschließen, in denen Pionen produziert werden können. Der Impuls-Cut liegt bei den maximalen Werten des nichtkorrelierten Anteils der Impulsverteilung (siehe z.B. Abbildung 4.2). Für die in Kapitel 7.5.3 angesprochenen Winkel- und Energieakzeptanzen verwenden wir $\Delta\vartheta_e = 20 \text{ mrad}$ und $\Delta E' = 0.1 \cdot E'_0$.

In Tabelle 7.1 findet sich eine Zusammenstellung aller Q^2 -Werte, für die das Transparenzverhältnis gemessen wurde, und aller kinematischer Bedingungen der Experimente. In den folgenden BUU-Rechnungen zu diesen Werten verwenden wir das impulsabhängige Mean-Field-Potential (MM).

Die elementare Reaktion des virtuellen Photons mit den Nukleonen im Kern entspricht dem kinematischen Bereich der quasielastischen Streuung, die energetisch unterhalb der Resonanzregion liegt. Aufgrund der mitunter großen Impulsüberträge von mehreren GeV treten in den FSI Kollisionen bei invarianten Massen auf, die zum Teil oberhalb der FRITIOF-Schwelle liegen (siehe Kapitel 4.6.4). Jedoch werden in solchen Reaktionen keine Nukleonen produziert, d.h. die in einem Nukleon-Nukleon-Stoß auslaufenden Nukleonen oder Resonanzen sind 'Leading Hadrons' (Kapitel 4.6.4), die im verwendeten Modell ohne Formationszeit sofort mit dem vollen Wirkungsquerschnitt wechselwirken. Daher sind die Ergebnisse nicht abhängig von dem verwendeten Wert für die Formationszeit.

Einfluß der Winkelbereichs

Die Daten für das totale Transparenzverhältnis \mathcal{T} wurden durch Integration über die in Tabelle 7.1 angegebenen Winkelbereiche für ϑ bestimmt. Die BUU-Ergebnisse für $T(\vartheta)$ variieren mitunter in einem recht großen Bereich. Es ist daher wichtig, zunächst zu überprüfen, ob die experimentelle Winkelabhängigkeit durch das BUU-Modell wiedergegeben wird. Für das Experiment [124] stehen solche experimentellen $T(\vartheta)$ -Verteilungen zur Verfügung. Als Beispiel zeigen wir in Abbildung 7.28 unsere Rechnungen im Vergleich zu den Daten für $Q^2 = 1.79 \text{ GeV}^2$.

Die ϑ -Abhängigkeit der Daten wird durch das BUU-Modell wiedergegeben, wenn die Schwankungsbreite auch etwas größer ist. Das bedeutet, daß es sinnvoll ist, zur Bestimmung von \mathcal{T} dieselben Winkelbereiche wie im Experiment zu verwenden. Die geeignete Wahl des Intervalls ist sehr wichtig, denn das Ergebnis für \mathcal{T} ist aufgrund der

Q^2 [GeV ²]	E [GeV]	E' [GeV]	ϑ_e [deg]	ϑ [deg]	ϑ_0 [deg]	Ort des Exp.
0.6	2.445	2.07	20.5	35.4-75.4	55.4	JLab [124]
1.04	2.015	1.39	35.5	43.4-54.6	42.4	SLAC [123]
1.79	3.245	2.26	28.6	32.5-52.5	40.5	JLab [124]
3.06	3.188	1.47	47.7	27.7-33.3	26.3	SLAC [123]
3.25	3.245	1.40	50.0	25.0-31.0	25.0	JLab [124]
5.0	4.212	1.47	53.4	20.9-22.6	19.5	SLAC [123]
6.1	4.463	1.20	64.7	15.3	15.3	JLab* [125]
6.77	5.120	1.47	56.6	15.9-17.3	15.9	SLAC [123]
8.1	5.560	1.27	64.7	12.8	12.8	JLab* [125]

Tabelle 7.1: Kinematische Größen für die $A(e, e'p)$ -Experimente. Alle Messungen wurden an C, Fe und Au durchgeführt, die mit * markierten Experimente nur an C und Fe.

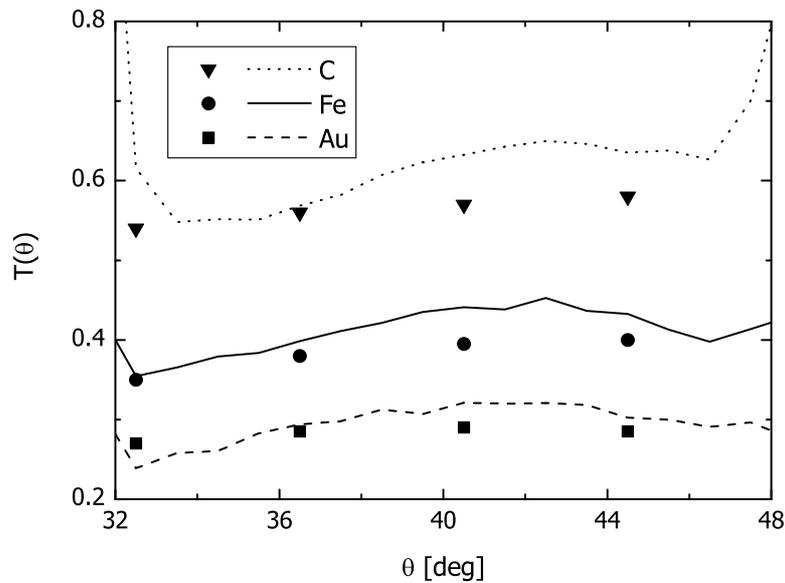


Abbildung 7.28: Winkelabhängigkeit des Transparenzverhältnisses für $Q^2 = 1.79$ GeV². Die Daten stammen aus [134].

großen Schwankungen sehr sensitiv auf den Integrationsbereich. Für andere Q^2 -Werte finden wir ähnliche Übereinstimmung in der Winkelabhängigkeit. Jedoch reichen experimentelle Winkelbereiche mitunter in Regionen hinein, in denen die BUU-Resultate aufgrund mangelhafter Statistik unbrauchbar sind (siehe z.B. die starken Anstiege von $T(\vartheta)$ für Kohlenstoff an den Grenzen des gezeigten Winkelbereichs). In diesem Fall integrieren wir nur über ein entsprechend verkleinertes Intervall. Der statistische Fehler unserer Resultate für \mathcal{T} liegt etwa bei einem Prozent.

In Abbildung 7.29 zeigen wir das Ergebnis für das Transparenzverhältnis \mathcal{T} für

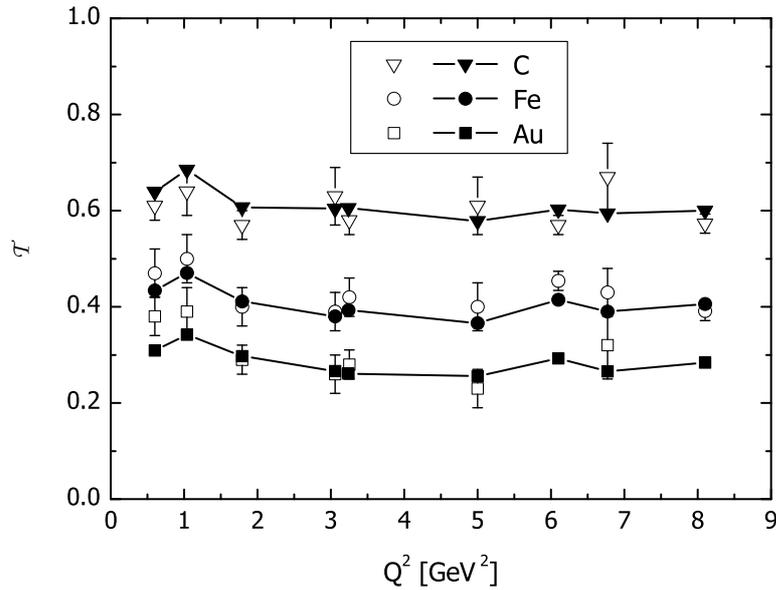


Abbildung 7.29: Transparenzverhältnis im Vergleich zu den experimentellen Daten (Tabelle 7.1) für Kohlenstoff, Eisen und Blei. Die schwarzen Symbole zeigen die BUU-Ergebnisse.

alle in Tabelle 7.1 aufgeführten Messungen und vergleichen mit den Daten. Die BUU-Punkte (schwarze Symbole) wurden verbunden, um die Q^2 -Abhängigkeit deutlicher zu gestalten, obwohl die unterschiedlichen Experimente unter verschiedenen kinematischen Bedingungen durchgeführt worden sind. Wir sehen für Kohlenstoff, Eisen und Gold eine hervorragende Übereinstimmung mit den Daten. Das gilt vor allem für die Q^2 -Abhängigkeit. Insbesondere die näherungsweise Konstanz von \mathcal{T} bei großem Q^2 wird sehr gut wiedergegeben. Kleinere Anstiege bei einigen Q^2 -Werten im Vergleich zu den benachbarten Punkten, die auch in den Daten sichtbar sind, werden durch sehr kleine (bei $Q^2 = 6.1$ und 8.1 GeV 2) oder bezüglich ϑ_0 asymmetrische Integrationsintervalle ($Q^2 = 1.04$ GeV 2) verursacht.

In der Tat zeigt ein Blick auf Tabelle 7.1 oder auch auf Abbildung 7.28, daß die experimentellen Integrationsbereiche keineswegs symmetrisch um den Winkel ϑ_0 , der der Richtung des virtuellen Photons entspricht, gewählt wurden. Wären alle Nukleonen im Kern in Ruhe und gäbe es keine FSI, so würden alle herausgeschlagenen Protonen den Detektor unter diesem Winkel erreichen. Aufgrund der Fermi-Bewegung haben wir es jedoch mit einer in guter Näherung symmetrischen Winkelverteilung um ϑ_0 zu tun. Wir überprüfen nun die Sensitivität unserer Ergebnisse auf die Wahl des Integrationsbereichs, indem wir zur Berechnung von \mathcal{T} ein jeweils um ϑ_0 symmetrisches Intervall verwenden, welches auch den experimentellen Winkelbereich umfaßt. In Abbildung 7.30 zeigen wir das Resultat als gestrichelte Kurven im Vergleich zur über den experimentellen Bereich integrierten Kurve aus Abbildung 7.29 (durchgezogene Linie) und den Daten. Die über das symmetrische Intervall bestimmten Kurven liegen leicht

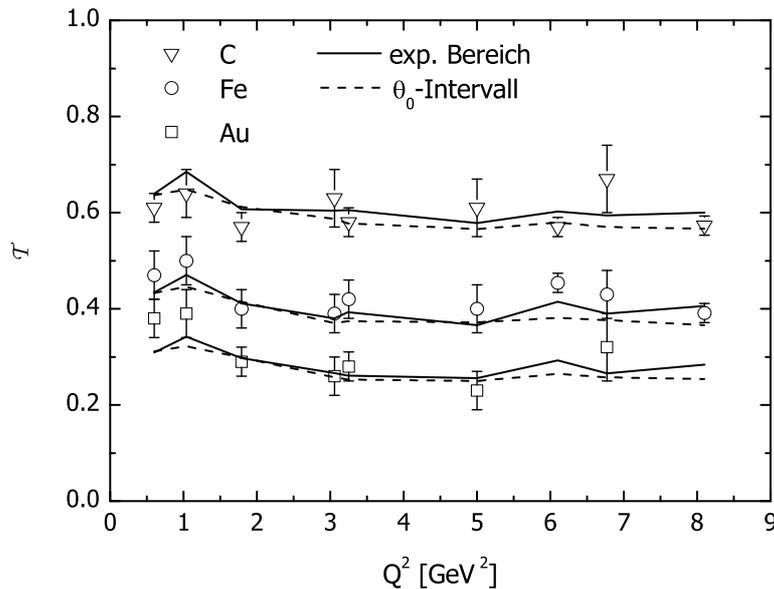


Abbildung 7.30: Transparenzverhältnisse für verschiedene Winkelintegrationen. Die durchgezogenen Linien entsprechen der experimentellen Bestimmung, die gestrichelten Linien der Integration über ein um ϑ_0 symmetrisches Intervall. Die Symbole zeigen die Daten aus Tabelle 7.1.

unterhalb der durchgezogenen Linien. Für die weiter oben angesprochenen Q^2 -Werte von 6.1 und 8.1 GeV^2 erhalten wir keinen deutlichen Anstieg mehr, so daß das in Abbildung 7.29 zu beobachtende Verhalten wohl ein Artefakt des Winkelbereichs war. Insgesamt liegen beide Kurven sehr nahe zusammen. Trotzdem wollen wir erwähnen, daß es auch möglich ist, stärker abweichende Resultate zu erhalten, je nach Wahl des Integrationsintervalls.

Abhängigkeit von der Massenzahl

Neben der Q^2 -Abhängigkeit wurde in den Experimenten nach einer Änderung der A -Abhängigkeit von \mathcal{T} mit steigendem Q^2 gesucht. Wir wollen nun betrachten, inwieweit die Massenzahlabhängigkeit der Daten durch unser BUU-Modell beschrieben wird. In Abbildung 7.31 vergleichen wir \mathcal{T} für vier Q^2 -Werte als Funktion der Massenzahl mit den Daten. Die durchgezogenen und gestrichelten Linien entsprechen wieder der unterschiedlichen Winkelintegration, die sich nicht stark auf den Verlauf der Kurven auswirkt. In allen Fällen sehen wir eine sehr gute Übereinstimmung mit den Daten. Um die A -Abhängigkeit quantitativ genauer erfassen zu können, wurde in allen Experimenten ein Fit $\propto A^\alpha$ an die Daten durchgeführt (siehe Zusammenstellung in [125]). In Abwesenheit von CT sollten die Koeffizienten $\alpha(Q^2)$ nicht von Q^2 abhängen. Wie schon erwähnt, ist dies tatsächlich der Fall. Die Fits für unsere Ergebnisse sind zusammen mit den experimentellen α in Abbildung 7.32 zu sehen.

Es zeigt sich, daß die Übereinstimmung der Rechnungen mit den Daten recht gut

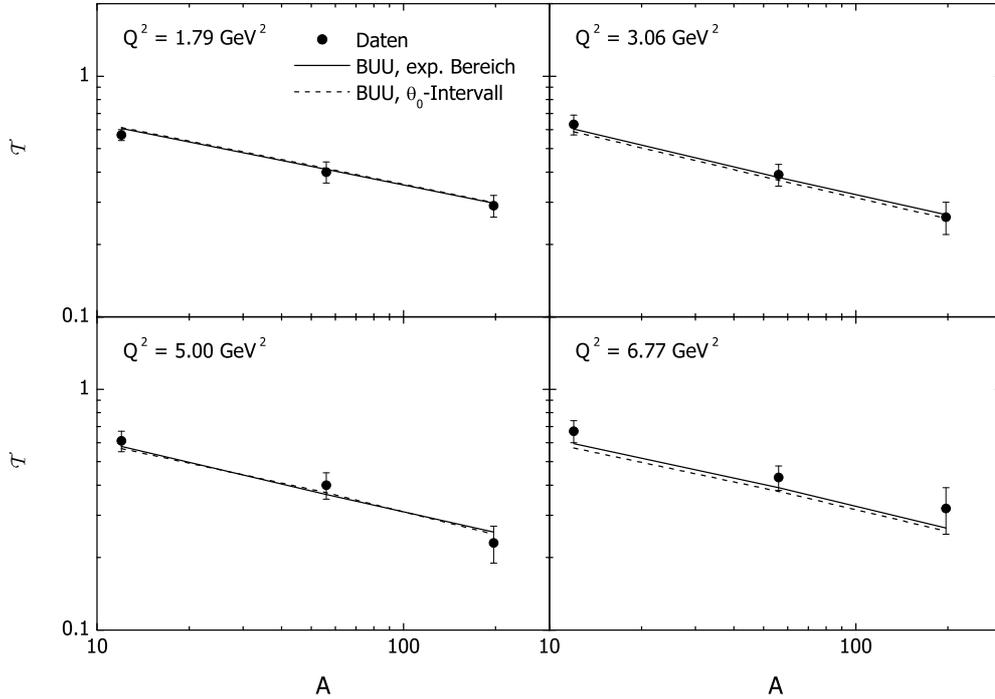


Abbildung 7.31: Abhängigkeit des Transparenzverhältnisses T von der Massenzahl A für verschiedene Q^2 -Werte aus Tabelle 7.1. Die durchgezogenen und gestrichelten Linie entsprechen den verschiedenen Winkelintegrationen aus den vorherigen Abbildungen.

ist, jedoch ist der Abfall von T mit der Massenzahl im BUU-Modell etwas stärker als im Experiment. Die Resultate für die verschiedenen Winkelbereiche liegen sehr dicht zusammen, wobei die gestrichelte Kurve, die der Integration über größere Winkelintervalle entspricht, ein glatteres Verhalten aufweist. Der leichte Anstieg von α zu kleinen Q^2 -Werten hin, der in den Daten zu sehen ist, scheint auch in unseren Rechnungen sichtbar zu sein.

Einfluß des Potentials

Bislang haben wir mit dem impulsabhängigen Potential (MM) gearbeitet. Für Gold haben wir die Rechnung für die SLAC-Messungen bei $Q^2 = 1.04, 3.06, 5.0$ und 6.77 GeV^2 mit dem impulsunabhängigen Potential (H) wiederholt, um den Einfluß dieses Modellparameters einschätzen zu können. Der Einfluß auf die Bindungseigenschaften und die Propagation könnte sich durch unterschiedliche Ergebnisse bemerkbar machen. In Abbildung 7.33 vergleichen wir die Rechnungen für die Potentiale (MM) und (H). Die Kurven (H) verlaufen leicht unterhalb der Kurven (MM), besonders im Bereich kleiner Q^2 , jedoch sind die Unterschiede insgesamt gering.

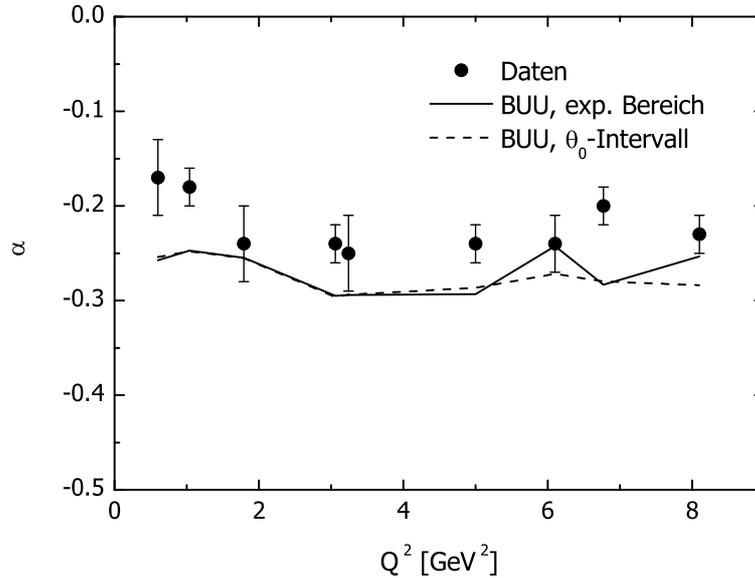


Abbildung 7.32: Fit-Koeffizient α für die Massenzahlabhängigkeit des Transparenzverhältnisses. Die durchgezogenen und gestrichelten Linien entsprechen den verschiedenen Winkelintegrationen aus den vorherigen Abbildungen.

7.5.5 Unsicherheiten in der Extraktion der Daten

Wir beenden dieses Kapitel mit einigen Erläuterungen, wie das Transparenzverhältnis experimentell bestimmt wird. Während der Zähler in (7.18) dem Experiment zugänglich ist, ist der Nenner eine theoretische Größe, die im Rahmen der PWIA (*plain wave impulse approximation*) bestimmt wird (siehe z.B. [137]). Hier wird angenommen, daß sich das getroffene Nukleon frei durch den Restkern bewegt. Dann entsprechen fehlender Impuls und fehlende Energie tatsächlich dem Impuls und der Separationsenergie des ursprünglichen Nukleons. Der Stromoperator des Kerns, der über den hadronischen Tensor in den Wirkungsquerschnitt σ_{eA} eingeht, läßt sich in dieser Näherung aufspalten in Beiträge, die von den einzelnen Nukleonen herrühren. Daher ergibt sich ein Ausdruck für σ_{eA} , der proportional zum Elektron-Nukleon-Wirkungsquerschnitt und zum Missing-Momentum- und Missing-Energy-Integral über die Nukleon-Spektralfunktion ist:

$$\sigma_{eA} = K \sigma_{eN} \int_V d^3 p_m dE_m \mathcal{A}_{\text{IPSM}}(p_m, E_m),$$

wobei K ein kinematischer Faktor ist. Für σ_{eN} wird eine Offshell-Extrapolation des Elektron-Nukleon-Querschnitts von de Forest [138] verwendet. Diese gilt als allgemein akzeptiert; Unterschiede zu anderen Extrapolationen sind bei den hohen Impulsüberträgen der betrachteten Experimente irrelevant [139]. Die Hauptunsicherheitsquelle des Nenners liegt also in dem Integral über die Spektralfunktion. Die PWIA-Rechnungen beinhalten üblicherweise eine Spektralfunktion $\mathcal{A}_{\text{IPSM}}$, die dem Schalenmodell unabhängiger Teilchen (IPSM) entspricht. Durch die Nukleon-Korrelationen wird aber

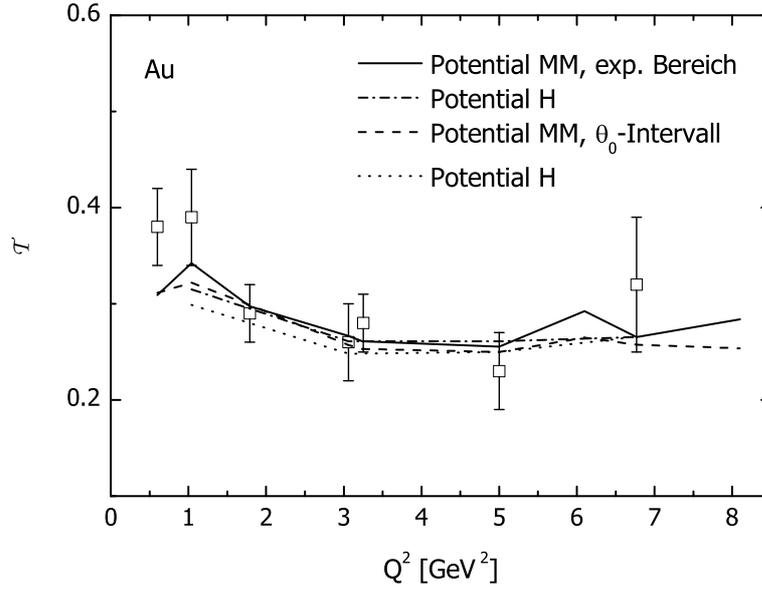


Abbildung 7.33: Einfluß des Potentials auf das Transparenzverhältnis. Die durchgezogenen und gestrichelten Linien entsprechen denen in Abbildung 7.30 für die verschiedenen Integrationsbereiche und das Potential (MM). Die strichgepunktete bzw. gepunktete Linie zeigt den Einfluß des Potentials (H).

Stärke in Bereiche verschoben, die außerhalb des p_m - und E_m -Cuts liegen. Um dies zu berücksichtigen, ist in den Daten ein A -abhängiger Faktor $f(A)$ enthalten, der über

$$f(A) \cdot \int_V d^3 p_m dE_m \mathcal{A}(p_m, E_m) = \int_V d^3 p_m dE_m \mathcal{A}_{\text{IPSM}}(p_m, E_m) \quad (7.25)$$

bestimmt wurde zu $f(C) = 1.1$, $f(\text{Fe}) = 1.22$ und $f(\text{Au}) = 1.28$ [123]. Die Spektralfunktion \mathcal{A} beinhaltet dabei Besetzungszahlen der Schalenmodell-Niveaus, die in Experimenten bei kleinem Q^2 ermittelt wurden und kleiner als eins sind.

Frankfurt et al. [139] dagegen stellen die starke A -Abhängigkeit dieser Faktoren in Frage. Es wird argumentiert, daß aufgrund der in den Experimenten gewählten Kinematik der Wirkungsquerschnitt eigentlich proportional zu

$$\int d^3 p_m dE_m \frac{\mathcal{A}(p_m, E_m)}{p_m} \quad (7.26)$$

sein müßte, wodurch ein kleineres Gewicht auf den Nukleonen mit hohem Impuls liegt. Dadurch wird in dieser Arbeit die Verwendung einer Spektralfunktion, berechnet in einem Hartree-Fock-Skyrme-Modell, also mit nicht-reduzierten Besetzungszahlen für die Schalenmodell-Niveaus, gerechtfertigt. Eine Änderung der Besetzungszahlen mit steigendem Q^2 ist in der Tat ein beobachtetes Phänomen [140], jedoch stellt der Ausdruck (7.26) nur sicher, daß keine Sensitivität auf die Hochimpulskomponenten der

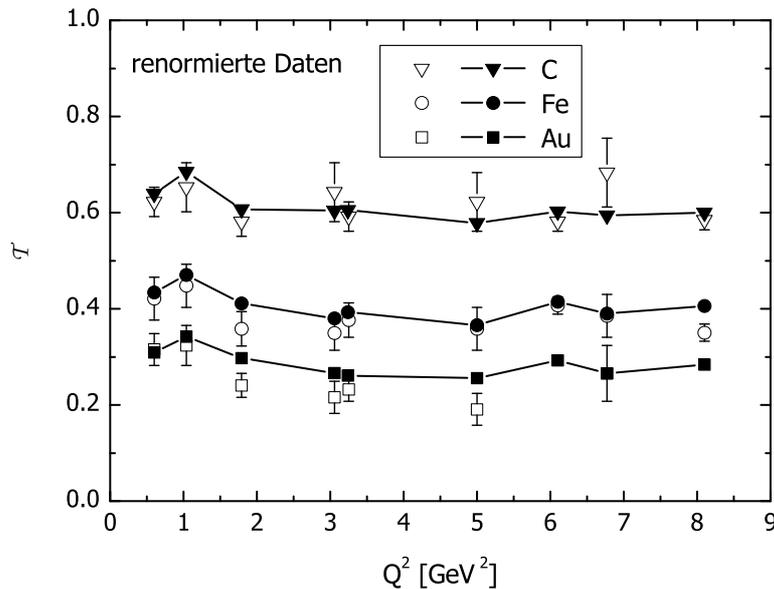


Abbildung 7.34: Transparenzverhältnis im Vergleich zu den unter der Annahme nicht-reduzierter Schalenmodell-Niveaus renormierten Daten (siehe Text).

Spektralfunktion vorhanden sein kann. Eine solche ist aufgrund der Missing-Energy- und Missing-Momentum-Cuts aber auch im Experiment ausgeschlossen. Es stellt sich allerdings die Frage, ob dies auch ein Beweis dafür ist, daß die Besetzungszahlen der Schalenmodell-Niveaus nicht reduziert sind. Die Tatsache, daß die f -Faktoren (unterhalb von Gleichung (7.25)) alle größer als eins sind, zeigt, daß die Experimente sehr wohl sensitiv auf eine solche Reduktion sind, wenn sie vorhanden ist. Allerdings führt die Verwendung der Hartree-Fock-Skyrme-Spektralfunktion in [139] zu einer konsistenten Beschreibung anderer $A(e, e')$ und $A(e, e'p)$ -Reaktionen und es werden Faktoren $g(C) = 1.02$, $g(Fe) = 0.896$ und $g(Au) = 0.83$ hergeleitet, die mit den Daten für \mathcal{T} zu multiplizieren sind und die f -Faktoren fast vollständig wegheben. Die entsprechende Reduktion der Daten führt zu einer besseren Übereinstimmung der oben schon erwähnten Glauber-Rechnungen.

Insgesamt bleibt festzustellen, daß die korrekte Vorgehensweise bislang nicht zweifelsfrei geklärt ist [125].

Sehen wir die Ergebnisse aus [139] als Maß für die theoretische Unsicherheit, die in die letztendliche Extraktion der Daten eingeht, so ist es sinnvoll, unsere Rechnungen mit den durch die g -Faktoren renormierten Daten zu vergleichen. Dies ist in Abbildung 7.34 gezeigt. Die Übereinstimmung bei Kohlenstoff und Eisen ist immer noch sehr gut, für Eisen sogar fast noch besser. Im Fall von Gold liegen die Rechnungen für $Q^2 > 2$ GeV² etwas oberhalb der Daten. Die Q^2 -Abhängigkeit wird durch die Normierungsfaktoren nicht beeinflußt und bleibt sehr gut.

Wie schon beschrieben, wird der Nenner von Gleichung (7.18) im Rahmen unserer Rechnungen ebenso wie der Zähler auch durch das BUU-Modell bestimmt und ent-

spricht demzufolge nicht der im experimentellen Ausdruck für T verwendeten Größe. Das wirft zunächst die Frage nach der Vergleichsmöglichkeit zwischen den Rechnungen und den Daten auf. Jedoch muß man hier einige Punkte beachten: Die Größe T soll sensitiv auf die FSI sein, die im BUU-Modell enthalten sind. Sind die FSI klein (oder verschwinden sie), so soll $T = 1$ sein. Dies allein zeigt schon, daß die Größe N^{ohne} in konsistenter Weise zu N^{mit} bestimmt werden muß, damit dies gewährleistet ist. Abgesehen von diesem Spezialfall könnte generell ein Anstieg oder Abfall in T verursacht werden, der nicht auf die FSI des Modells zurückgeht. Weiterhin dient der Nenner als 'Normierung', der gewisse Modellannahmen jenseits der FSI (z.B. Impulsverteilung der Nukleonen), die auch in den Zähler eingehen, kompensiert. Es wird deutlich, daß durch die konsistente Bestimmung von Zähler und Nenner im Transparenzverhältnis T durch das BUU-Modell eine Größe erzeugt wird, die sensitiv auf die FSI des Modells ist. Das bedeutet, daß der Vergleich der Transparenzverhältnisse verschiedener Modelle (oder der Daten) wie gewünscht dem Vergleich der FSI entspricht. Abschließend sei erwähnt, daß diese Vorgehensweise, d.h. die konsistente Bestimmung von Zähler und Nenner keine unübliche Vorgehensweise in der Literatur ist (siehe z.B. [135]).

Insgesamt zeigt sich, daß wir in der Lage sind, das Proton-Transparenzverhältnis der $A(e, e'p)$ -Reaktion durch unser semiklassisches Modell und den darin erhaltenen Vakuum-Wirkungsquerschnitten und 'trivialen' Mediumeffekten wie Fermi-Bewegung, Pauli-Blocking und Mean-Field-Potential zu erklären. Das gilt sowohl für die Q^2 - als auch für die A -Abhängigkeit. Unser Ergebnis ist auch im Vergleich zu dem Kaskadenmodell in [135] erheblich besser. Inwieweit sich die Nukleon-Spektralfunktion auf die Ergebnisse auswirkt, untersuchen wir in Kapitel 8.3.1.

Kapitel 8

Einfluß der Spektralfunktion auf die Teilchenproduktion

In diesem Kapitel untersuchen wir den Einfluß der Nukleon-Spektralfunktion auf photon- und elektroninduzierte Reaktionen. Wir gehen zunächst in Kapitel 8.1 auf die Kinematik in der γN -Reaktion ein, verschaffen uns einen Überblick über die Größenordnung der zu erwartenden Effekte für Photonen und Elektronen verschiedener Energie und betrachten andere Proben. Die folgenden BUU-Rechnungen zur Meson-Photoproduktion und elektroninduzierten Reaktionen (Kapitel 8.2, 8.3) berücksichtigen neben den Grundzustandskorrelationen auch die in Kapitel 5 beschriebene Offshell-Propagation der Nukleonen und die Nukleon-Spektralfunktion aus Kapitel 6.1.1 für die FSI. Das hier verwendete Verfahren zur Offshell-Propagation wurde in [20, 16] schon auf Schwerionenkollisionen angewendet. Es ist daher interessant zu überprüfen, ob dort beobachtete Effekte auch in Reaktionen mit elementaren Proben auftreten.

Eine verkürzte Diskussion der Eta-Photo- und Elektroproduktion ist in [141] zu finden.

8.1 Kinematik und Proben

8.1.1 Photonen und Elektronen

Wir beschäftigen uns nun mit der Frage, wie sich die Grundzustandskorrelationen auf photoninduzierte Prozesse auswirken. Dabei geht es uns um kinematische Effekte, die z.B. durch die Hochimpulskomponente der Spektralfunktion verursacht werden. Wie schon in Kapitel 5.9.1 erwähnt, modifizieren wir die Wirkungsquerschnitte für die verschiedenen Reaktionen der primären Reaktion und der FSI, abgesehen von In-Medium-Breiten für die Resonanzen, nicht. Da die Querschnitte als Funktion der invarianten Masse der einlaufenden Teilchen berechnet werden, ist die relevante Größe daher vor allem die Verteilung der CM-Energie der primären Reaktion, d.h. der Photon-Nukleon-Paare im Kern.

In Abbildung 8.1 sehen wir die \sqrt{s} -Spektren¹ der Photon-Nukleon-Paare in der elementaren Reaktion an einem Calcium-Kern für $E_\gamma = 1, 4$ und 9 GeV. In der rechten

¹Um genauer zu sein, handelt es sich um $\sqrt{s_{\text{free}}}$, also die Größe, an der die Querschnitte tatsächlich abgegriffen werden.

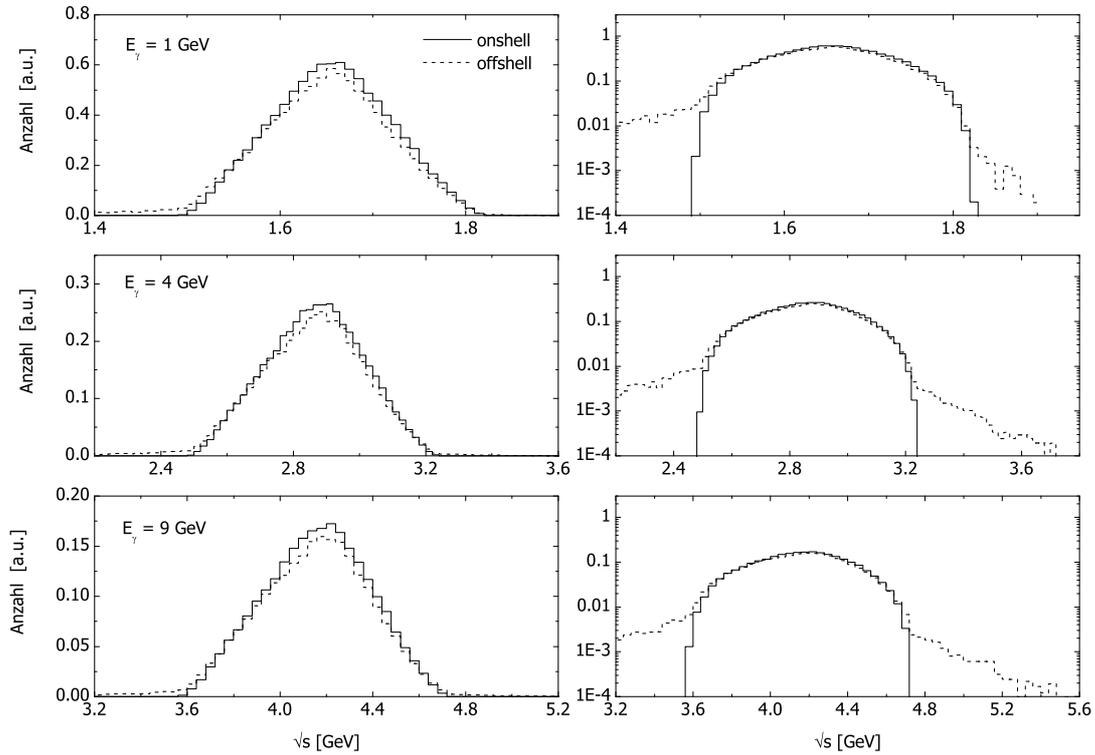


Abbildung 8.1: \sqrt{s} -Spektren der elementaren γN -Reaktion in Calcium für verschiedene Photon-Energien. Die durchgezogenen und gestrichelten Histogramme zeigen die Ergebnisse für Onshell- bzw. Offshell-Nucleonen. Die logarithmischen Plots auf der rechten Seite verdeutlichen die Offshell-Effekte.

Spalte finden sich die Spektren zur besseren Auflösung jeweils in logarithmischer Skala. Die durchgezogenen Histogramme zeigen das Ergebnis mit Onshell-Nucleonen, die gestrichelten die Resultate unter Berücksichtigung der Grundzustandskorrelationen. Im Onshell-Fall zeigt sich eine mit steigender Photonenergie breiter werdende Verteilung, die zu kleinen und großen invarianten Massen hin bei $\sqrt{s}_{\min}^{\text{on}}$ und $\sqrt{s}_{\max}^{\text{on}}$ scharf begrenzt ist. Der Bereich um das Maximum entspricht Nucleonen, deren Impulsvektor senkrecht zur Einschubrichtung der Photonen steht und Nucleonen in Ruhe. Durch die Spektralfunktion wird die Stärke im Maximum reduziert und unter Aufweichung der Begrenzungen der Spektren zu kleineren und größeren CM-Energien verschoben. Die Ausschmierung zu kleinen invarianten Massen hin überwiegt deutlich. Das Hereinragen in den Bereich oberhalb von $\sqrt{s}_{\max}^{\text{on}}$ ist umso stärker, je größer die Photonenergie ist. Diese Beiträge stammen aus dem Bereich der Nucleon-Spektralfunktion mit hohen Impulsen und kleinen Massen. Das sieht man recht einfach, wenn man den Ausdruck für die invariante Masse des γN -Paares betrachtet. Für Onshell- bzw. Offshell-Nucleonen

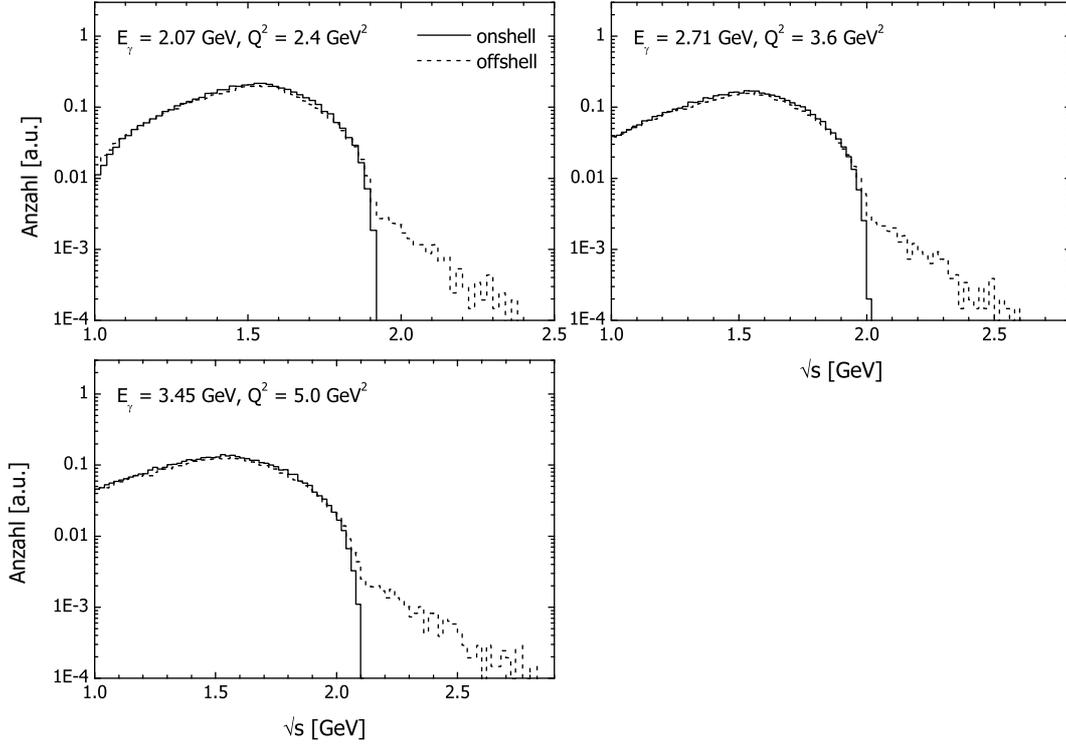


Abbildung 8.2: Invariante-Massen-Spektren der γ^*N -Paare in Calcium für verschiedene Q^2 . Die Photonenergie wurden jeweils so gewählt, daß die kinematische Situation am ruhenden Nukleon der zweiten Resonanzregion entspricht. Die durchgezogenen und gestrichelten Histogramme zeigen die Onshell- und Offshell-Spektren.

gilt (wir vernachlässigen das Mean-Field-Potential der Nukleonen):

$$\begin{aligned}
 s^{\text{on}} &= m_N^2 + 2E_\gamma E_N - 2\vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_N & s^{\text{off}} &\leq \mu^2 + 2E_\gamma(E_F + p_{\text{max}}). \\
 &\leq m_N^2 + 2E_\gamma E_F + 2E_\gamma p_F, & &
 \end{aligned}
 \quad (8.1)$$

Der Maximalwert ergibt sich in beiden Szenarien durch Nukleonen mit maximalem Impuls, der die Bedingung $E_F \geq E_N$ erfüllt, wobei der Impulsvektor von Photon und Nukleon entgegengesetzt gerichtet sind. Im Onshell-Fall ist der maximale Impuls p_F , für Offshell-Nukleonen der Masse μ gilt der Zusammenhang $E_F^2 = \mu^2 + p_{\text{max}}^2$. Für $\mu < m_N$, d.h. den Hauptteil der Nukleonen im Kern (siehe Abbildung 5.4), ist $p_{\text{max}} > p_F$; also ist der Ausdruck $E_F + p_{\text{max}}$ für ein solches Offshell-Nukleon größer als für ein Nukleon auf der Massenschale. Ist der zweite Term in (8.1) groß genug im Vergleich zu μ^2 , also wenn die Photonenergie E_γ hinreichend groß ist, so ist $s_{\text{off}} > s_{\text{on}}$. Damit ist auch klar, daß der Abstand zwischen den Onshell- und Offshell-Maximalwerten für das Invariante-Massen-Spektrum mit E_γ ansteigt. Das ist in der Tat in Abbildung 8.1 zu beobachten.

Die im Offshell-Spektrum vorhandenen Beiträge bei großen invarianten Massen könnten sich auf die Teilchenproduktion nahe der Schwelle auswirken: Gäbe es ein Teilchen mit einer Produktionsschwelle bei $\sqrt{s} = 3.4$ GeV, so könnte dieses im Offshell-

Szenario bereits bei $E_\gamma = 4$ GeV produziert werden (also *sub-threshold*), im Onshell-Fall reichten die invarianten Massen nicht aus. Innerhalb der Resonanzregion (Photonenergien bis etwa 1 GeV) sollte dieser Effekt jedoch schwer beobachtbar sein, da die Anzahl der Photon-Nukleon-Paare oberhalb von $\sqrt{s_{\max}^{\text{on}}}$ noch kleiner als im oberen Teil von Abbildung 8.1 für $E_\gamma = 1$ GeV ersichtlich ist. Interessanter könnte dies in der Photoproduktion schwerer Teilchen wie dem J/ψ sein, worauf wir kurz in Abschnitt 8.2.5 eingehen.

In (8.1) haben wir gesehen, daß die Beiträge zum \sqrt{s} -Spektrum bei hohen Energien dadurch verursacht wird, daß der maximale Nukleonenimpuls $p_{\max} \gtrsim p_F$ mit dem Photonenimpuls gewichtet wird. Der Effekt wäre noch ausgeprägter, wenn dieser Gewichtungsfaktor noch größer wäre. Dies ist für virtuelle Photonen der Fall, für die der Impuls $p_\gamma = \sqrt{E_\gamma^2 + Q^2}$ bei fester Photonenergie durch geeignetes Q^2 beliebig groß gewählt werden kann. In Abbildung 8.2 sind die \sqrt{s} -Spektren für drei Q^2 -Werte zu sehen. Die Photonenergie wurde so gewählt, daß die Kinematik am ruhenden Nukleon in allen Fällen der zweiten Resonanzregion entspricht. Hier tritt wieder der schon in Kapitel 7.4.2 beschriebene Effekt der mit Q^2 ansteigenden Verbreiterung des \sqrt{s} -Spektrums in Erscheinung. Der Teil des Offshell-Spektrums, der unterhalb von $\sqrt{s_{\min}^{\text{on}}}$ liegt, ist zu invarianten Massen kleiner als 1 GeV verschoben und wird nicht gezeigt. Es wird deutlich, daß der Bereich oberhalb von $\sqrt{s_{\max}^{\text{on}}}$ mit steigendem Q^2 an Ausprägung gewinnt. Zur Erinnerung sei erwähnt, daß für $Q^2 = 0$ die Ausschmierung oberhalb von $\sqrt{s_{\max}^{\text{on}}}$ in der zweiten Resonanzregion fast gleich null ist. Damit ist es vielleicht sogar möglich – anders als in der Photoproduktion – Offshell-Effekte an Produktionsschwellen bereits innerhalb der Resonanzregion zu beobachten.

8.1.2 Andere Proben

Um die Sensitivität anderer Proben auf die Grundzustandskorrelationen beurteilen zu können, machen wir folgende Überlegung: Nehmen wir an, wir wollen eine bestimmte kinematische Region, die einer invarianten Masse $\sqrt{s_0}$ entspricht, untersuchen. Es stehen zwei Proben a und b zur Verfügung. Die Impulse dieser Teilchen p_a, p_b müssen so gewählt werden, daß die CM-Energien der aN - bzw. bN -Paare im Mittel (aufgrund der Fermi-Bewegung) $\sqrt{s_0}$ ergeben. Der Mittelwert des \sqrt{s} -Spektrums entspricht in etwa der invarianten Masse der Reaktion mit einem Nukleon in Ruhe. Dann lautet die Forderung

$$s_0 = m_a^2 + \mu^2 + 2E_a\mu \stackrel{!}{=} m_b^2 + \mu^2 + 2E_b\mu.$$

Gilt z.B. $m_a^2 > m_b^2$, so muß $E_a < E_b$ sein und demzufolge $p_a < p_b$. Betrachten wir nun die Differenz von s_{\max} im Offshell- und Onshell-Fall, also

$$\Delta s := s_{\max}^{\text{off}} - s_{\max}^{\text{on}},$$

so erhalten wir für die beiden Proben a und b :

$$\Delta s_a = \mu^2 - m_N^2 + 2p_a p_{\max} \quad \text{und} \quad \Delta s_b = \mu^2 - m_N^2 + 2p_b p_{\max},$$

wobei p_{\max} wieder der maximale Nukleonenimpuls ist (Gleichung (8.1)). Wegen $p_a < p_b$ ist $\Delta s_a < \Delta s_b$ und der Beitrag im Invarianten-Massen-Spektrum für Offshell-Nukleonen oberhalb von $\sqrt{s_{\max}^{\text{on}}}$ ist für die Probe mit dem kleineren Massenquadrat

ausgeprägter. Dieser Unterschied ist umso extremer, je kleiner die Masse der Probe b ist. Damit ist auch einleuchtend, daß virtuelle Photonen mit negativem Massenquadrat jede andere hadronische Probe a mit positivem Massenquadrat 'schlagen' und von allen Teilchensorten am sensitivsten auf die Hochimpulskomponenten der Nukleon-Spektralfunktion sind. Dabei steigt die Sensitivität mit der Virtualität Q^2 an. Dazu kommt, daß hadronische Proben sowieso nicht bis ins Kerninnere vordringen, wo die größten Effekte zu erwarten sind.

Die angestellten Betrachtungen zeigen, daß sich die Grundzustandskorrelationen vor allem durch die Reduktion der Massenspektren im Maximum bemerkbar machen. Diese wird sich vermutlich in der resonanten Struktur der Wirkungsquerschnitte bemerkbar machen. Bei hohen Energien (bzw. Impulsen) erwarten wir einen Einfluß an Teilchenproduktionsschwellen, verursacht durch die Hochimpulskomponente der Nukleon-Spektralfunktion.

8.2 Einfluß auf die Photoproduktion

8.2.1 Reaktionen im Resonanzbereich

Wir beschäftigen wir uns nun mit der Photoproduktion von Mesonen im Resonanzbereich. Auch wenn die hier zu erwartenden Effekte in der elementaren Reaktion klein sind, bietet sich die Gelegenheit, zu überprüfen, inwieweit sich die Offshell-Propagation der Nukleonen (Kapitel 5.2) und die Nukleon-Spektralfunktion in den FSI auswirkt. In [20] wurde das hier verwendete Verfahren schon in Schwerionenkollisionen Au+Au bei 1 AGeV untersucht. Dabei ergab sich relativ zur Onshell-Rechnung eine Erhöhung der Pionen- und Kaonzahlen um etwa 10 Prozent sowie eine Verschiebung des Pionen-Energiespektrums zu höheren Energien. Letzteres ist auch bei kleineren Einschubenergien und kleineren System zu beobachten. Natürlich handelt es sich bei Schwerionenkollisionen um weitaus komplexere Reaktionen, in denen unterschiedliche Dichte- und Temperaturphasen durchlaufen werden und die Teilchenmultiplizitäten viel höher sind. Weiterhin umfaßt die Reaktion den gesamten Kern, während sich in photonuklearen Reaktionen die FSI auf einen Teilbereich entlang der Einschubrichtung des Photons beschränken. Es ist relativ einfach, in solchen Reaktionen zwischen Effekten im elementaren Produktionsprozeß, der den Hauptbeitrag zur Teilchenproduktion ausmacht, und in den FSI zu unterscheiden.

Um dies genauer quantifizieren zu können, befassen wir uns erst mit dem Faltungsmodell aus Kapitel 6.3, um den Einfluß der Spektralfunktion auf die Resonanzen untersuchen zu können. Die Beiträge der Resonanzen $P_{33}(1232)$, $S_{11}(1535)$ und $D_{13}(1520)$ zu photonuklearen Reaktionen sind unter der Berücksichtigung der Grundzustandskorrelationen durch

$$\sigma_{\gamma A}^R = g \int_{\text{Kern}} d^3r \int \frac{d^3p_N}{(2\pi)^3} d\mu \mathcal{A}(\mu, p_N) \Theta(p_F(\rho(\vec{r})) - p_N) \sigma_{\gamma N}^R(\sqrt{s}) \quad (8.2)$$

gegeben; dabei handelt es sich um die Erweiterung von Gleichung (6.8) auf Offshell-Nukleonen. Wie schon in Kapitel 6.3 erwähnt, werden durch diese Modellrechnung

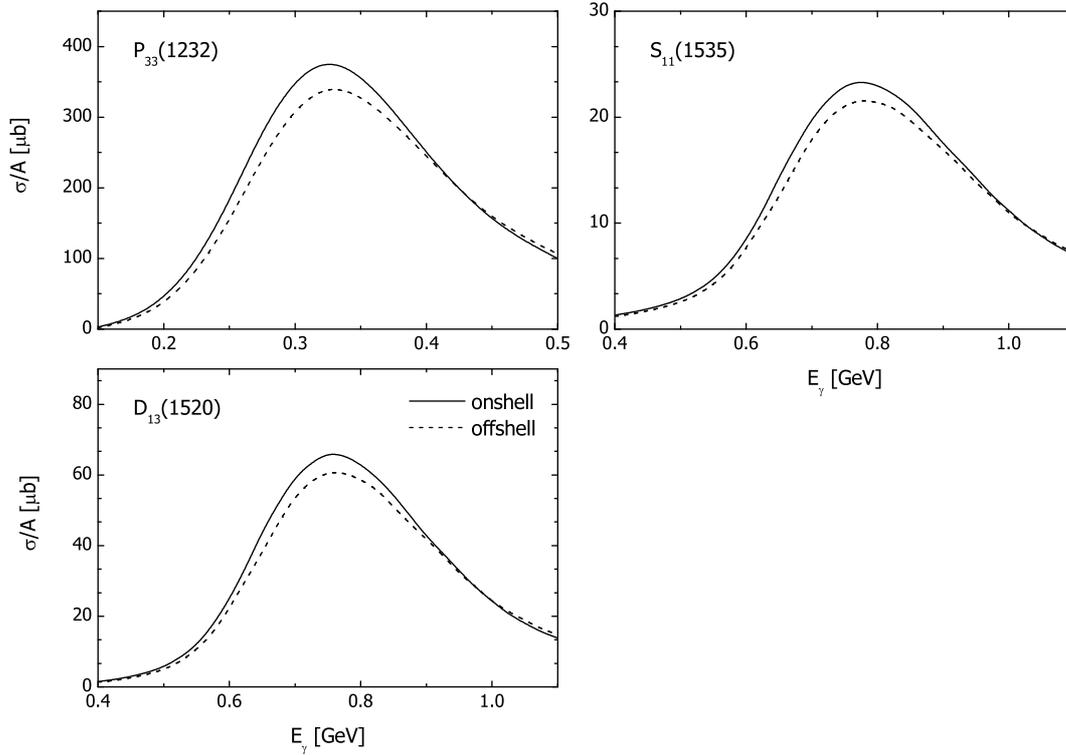


Abbildung 8.3: Beiträge der $P_{33}(1232)$, $S_{11}(1535)$ und $D_{13}(1520)$ zu photoninduzierten Reaktionen an Calcium mit und ohne Nukleon-Spektralfunktion.

Mediumeffekte im Vergleich zur Rechnung mit FSI tendenziell überschätzt. Der elementare Querschnitt $\sigma_{\gamma N}^R$ in diesem Ausdruck ist durch Gleichung (6.9) gegeben.

In Abbildung 8.3 präsentieren wir die Beiträge der verschiedenen Resonanzen zur Photon-Kern-Reaktion. In die Rechnungen gehen neben der Nukleon-Spektralfunktion keine Resonanzmodifikationen ein. Die Spektralfunktion macht sich durch die Absenkung der Resonanzmaxima um 7 – 10% bemerkbar, was durch die Verringerung der \sqrt{s} -Spektren (Abbildung 8.1) im Peakbereich erklärt werden kann. Schwelleneffekte sind aufgrund der kleinen Photonenergien nicht sichtbar. Zur Betrachtung verschiedener Reaktionskanäle wie z.B. $\gamma A \rightarrow \pi X$ müßte der elementare Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma N}^R$ mit dem entsprechenden Verzweungsverhältnis multipliziert werden. Darauf gehen wir in Kapitel 8.2.4 ein.

In Abbildung 8.4 zeigen wir die Massenspektren der im BUU-Modell in der Photon-Nukleon-Reaktion erzeugten Resonanzen für die Photonenergien $E_\gamma = 0.35$ und $E_\gamma = 0.8$ GeV, die der ersten bzw. zweiten Resonanzregion entsprechen. Für die $P_{33}(1232)$ -Resonanz bei $E_\gamma = 0.35$ GeV und die höheren Resonanzen $S_{11}(1535)$, $D_{13}(1520)$ bei $E_\gamma = 0.8$ GeV beobachten wir wie bei den Resonanzquerschnitten eine leichte Reduktion der Maxima. Für $E_\gamma = 0.8$ GeV sehen wir im Offshell-Massenspektrum der $P_{33}(1232)$ -Resonanz zusätzlich eine deutliche Erhöhung bei kleiner Resonanzmasse μ_R , die durch den Teil des \sqrt{s} -Spektrums der Photon-Nukleon-Paare unterhalb von $\sqrt{s_{\min}^{\text{on}}}$

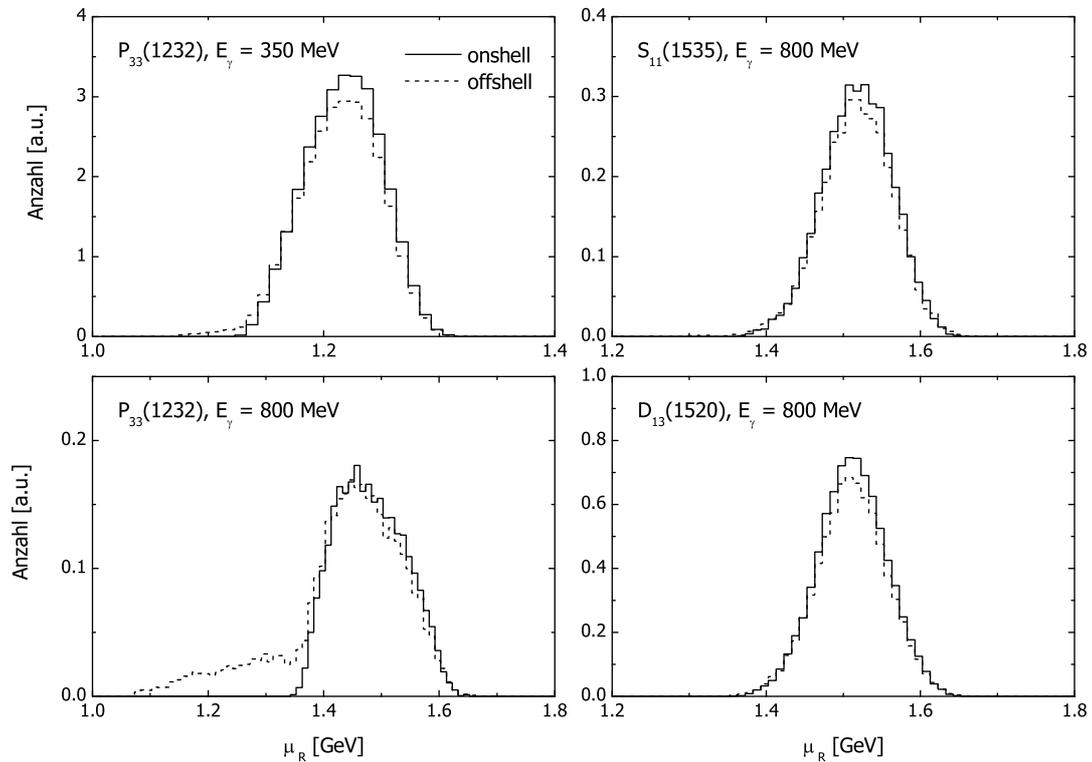


Abbildung 8.4: Massenspektren der in der elementaren Reaktion γN an Calcium produzierten Resonanzen $P_{33}(1232)$, $S_{11}(1535)$ und $D_{13}(1520)$ für verschiedene Photonenergien. Die durchgezogenen und gestrichelten Histogramme zeigen den On- und Offshell-Fall.

(siehe Abbildung 8.1) verursacht wird. Es handelt sich dabei um invariante Massen von 1.15 – 1.35 GeV, die dem Resonanzmaximum der $P_{33}(1232)$ entsprechen. Dieser Effekt führt im übrigen auch dazu, daß die Resonanzquerschnitte in Abbildung 8.3 auf der abfallenden Seite (bei hohen Energien) im Offshell-Fall leicht höher liegen. Im Prinzip ist dies das Gegenstück zum Subthreshold-Effekt, nur daß er – wie schon in den \sqrt{s} -Spektren in Abbildung 8.1 ersichtlich ist – viel ausgeprägter ist. Leider wird sich diese Erhöhung experimentell nicht beobachten lassen, da die Resonanzpeaks sehr breit sind und auf der Hochenergieseite auch andere Kanäle beitragen.

Es fällt auf, daß es in Abbildung 8.4 für $E_\gamma = 0.8$ GeV nur $P_{33}(1232)$ und fast keine anderen Resonanzen mit Massen unterhalb von 1.35 GeV gibt. Im Bereich unterhalb von 1.35 GeV ist jedoch der Wirkungsquerschnitt $\gamma N \rightarrow P_{33}$ um ein Vielfaches höher als $\sigma_{\gamma N \rightarrow S_{11}}$ oder $\sigma_{\gamma N \rightarrow D_{13}}$, so daß die Wahrscheinlichkeit, daß die Photon-Nukleon-Reaktion zur Produktion einer P_{33} führt, im wesentlichen eins ist.

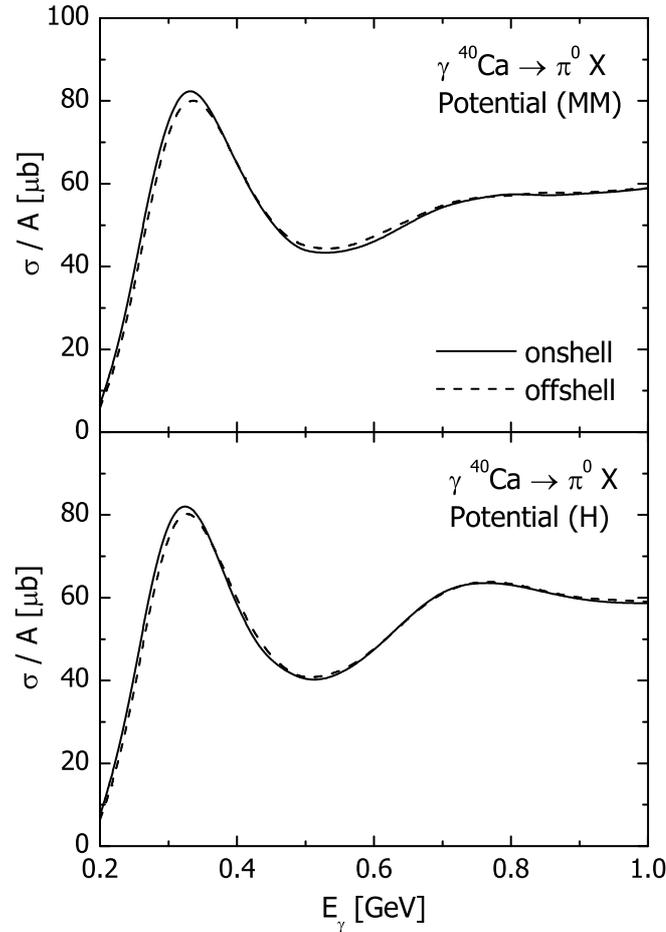


Abbildung 8.5: Einfluß der Nukleon-Spektralfunktion auf den Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma {}^{40}\text{Ca} \rightarrow \pi^0 X$ im Resonanzbereich für die Potentiale (MM) (oben) und (H) (unten).

8.2.2 Pionproduktion

Nachdem wir nun abgesteckt haben, welche Effekte wir im Resonanzbereich durch die Spektralfunktion erwarten, wollen wir das Ergebnis der vollen BUU-Rechnung, d.h. mit FSI betrachten. Wie schon angesprochen, können wir hierdurch einschätzen, ob es durch die FSI zu Offshell-Effekten kommt, die über die Modifikation der elementaren Reaktion hinausgehen. Beim Pion handelt es sich darüberhinaus um einen der wichtigsten Freiheitsgrade des Modells.

In Abbildung 8.5 zeigen wir den Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $\gamma A \rightarrow \pi^0 X$. Außer der Nukleon-Spektralfunktion und der Oset-Parametrisierung der In-Medium-Breite für die $P_{33}(1232)$, die in Kapitel 6.1.2 vorgestellt wurde, sind keine weiteren Modifikationen enthalten. Die obere Abbildung zeigt die Rechnung mit dem Mean-Field-Potential (MM), die untere mit dem Potential (H). In beiden Fällen zeigt sich, daß die Kurven der Onshell- und Offshell-Szenarien im wesentlichen übereinander-

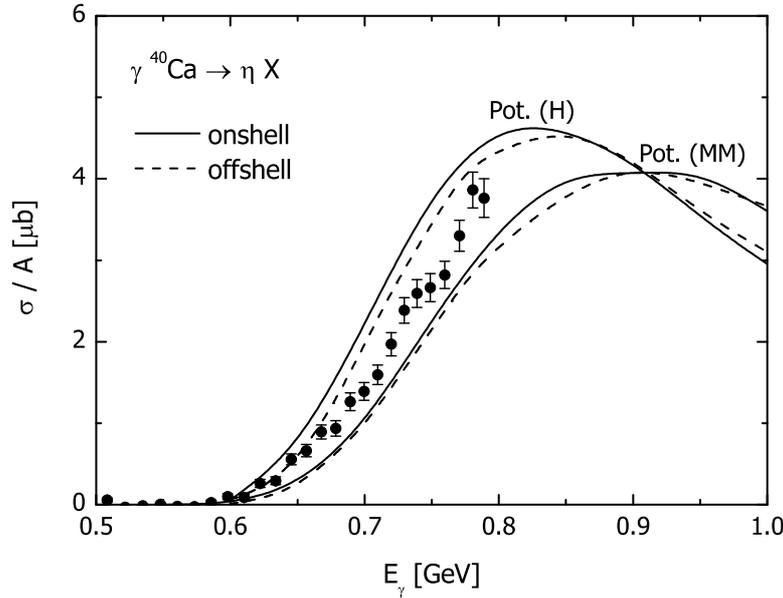


Abbildung 8.6: Eta-Photoproduktion an Calcium für verschiedene Potentiale mit und ohne Nukleon-Spektralfunktion. Die Daten stammen aus [114].

liegen. Eine Ausnahme bildet die erste Resonanzregion, wo die Offshell-Kurve etwas niedriger liegt. Dies ist aufgrund der Betrachtungen aus Abschnitt 8.2.1 nicht verwunderlich. Lediglich die Stärke der Absenkung ist geringer als in Abbildung 8.3. Daß die Absenkung in der zweiten Resonanzregion nicht zu sehen ist, hängt damit zusammen, daß die Resonanzbeiträge hier nicht so dominant sind.

Wir fügen hinzu, daß auch die zeitliche Entwicklung der Teilchenzahlen während der FSI nur sehr schwach durch die Nukleon-Spektralfunktion beeinflusst wird. Eine Verschiebung der impulsdifferentiellen Wirkungsquerschnitte der detektierten Pionen (siehe Abbildung 7.10) zu höheren Impulsen wie in der Offshell-Rechnung von Schwerionenkollisionen wird ebenfalls nicht beobachtet.

In den Kanälen mit geladenen Pionen zeigt sich dasselbe Verhalten, eine leichte Reduktion ($\lesssim 5\%$) im Delta-Bereich in der Offshell-Rechnung und nahezu eine Übereinstimmung der Kurven oberhalb. Auch Offshell-Rechnungen mit anderen Kernen stimmen mit diesen Resultaten qualitativ überein und liefern keine neuen Erkenntnisse.

8.2.3 Eta-Produktion

Wir gehen nun auf die Eta-Photoproduktion am Kern ein. Aufgrund der starken Dominanz resonanter Beiträge zum Wirkungsquerschnitt $\gamma N \rightarrow \eta N$ erwarten wir hier ebenfalls die in Abbildung 8.3 sichtbare Reduktion im Bereich des Querschnittmaximums. Effekte unterhalb der Schwelle dagegen werden vermutlich nicht auftreten, weil der Photonimpuls in der zweiten Resonanzregion nicht groß genug ist und außerdem

die absolute (kohärente) Schwelle bei $E_\gamma \sim 550$ MeV liegt. In Abbildung 8.6 ist das BUU-Ergebnis für die Reaktion $\gamma^{40}\text{Ca} \rightarrow \eta X$ mit den Potentialen (H) und (MM) zu sehen. Die Onshell-Kurven entsprechen den Resultaten aus Abbildung 7.16 ohne S_{11} -Mediummodifikation. Die Reduktion durch die Nukleon-Spektralfunktion schiebt die Rechnung mit Potential (H) etwas näher an die TAPS-Daten, die mit Potential (MM) etwas weiter weg. Jedoch müssen wir so nahe der Schwelle auch eine mögliche Modifikation der S_{11} -Zerfallsbreiten durch die Nukleon-Spektralfunktion in Betracht ziehen. Das untersuchen wir in Kapitel 8.2.4.

In den letzten beiden Abschnitten haben wir gesehen, daß auch die vollen BUU-Rechnungen nicht über die Effekte hinausgehen, die wir in Kapitel 8.2.1 für die elementare Reaktion abgeschätzt haben. Daher können wir starke Auswirkungen der Nukleon-Spektralfunktion in den FSI etwa durch das Verfahren der Offshell-Propagation auf unsere Rechnungen ausschließen.

8.2.4 Einfluß der modifizierten Zerfallsbreite

Bislang haben wir in den resonanten Beiträgen zu den Wirkungsquerschnitten immer Vakuumbreiten verwendet. In Kapitel 6.4 haben wir den Einfluß der Nukleon-Spektralfunktion auf die Zerfallsbreiten der $S_{11}(1535)$ im Medium untersucht. Abbildung 6.9 zeigt, daß die Zerfallsschwelle in $N\eta$ nicht mehr scharf ist; vielmehr reicht die Breite in den Bereich von Resonanzmassen unterhalb von $m_N + m_\eta$ hinein. Die Größe der Breite wird hier maßgeblich durch den Resonanzimpuls und die Dichte bestimmt, bei kleinen Impulsen ist auch das Pauli-Blocking wichtig. Solche Modifikationen treten natürlich auch für alle anderen Resonanzen auf und daher beschränken wir uns auf die Diskussion der Eta-Photoproduktion, da hier in erster Linie die Modifikation der $S_{11}(1535)$ eine Rolle spielt.

Zunächst betrachten wir wieder unser Faltungsmodell aus Kapitel 8.2.1, um die Auswirkungen abschätzen zu können. Um tatsächlich die Reaktion $\gamma A \rightarrow \eta X$ zu beschreiben, müssen wir den elementaren Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma N \rightarrow S_{11}}$ in Gleichung (8.2) mit dem Verzweigungsverhältnis für den Kanal $N\eta$ multiplizieren. Der Integrand lautet also

$$\sigma_{\gamma N \rightarrow S_{11}} \cdot \frac{\Gamma_{N\eta}}{\Gamma_{\text{tot}}} = \underbrace{\left(\frac{k_0}{k}\right)^2 \frac{s\Gamma_\gamma \Gamma_{\text{tot}}}{(s - M_{S_{11}}^2)^2 + s\Gamma_{\text{tot}}^2} \frac{2m_N}{M_{S_{11}}} |A_{1/2}|^2}_{F_1} \cdot \underbrace{\frac{\Gamma_{N\eta}}{\Gamma_{\text{tot}}}}_{F_2}. \quad (8.3)$$

Auch in diesem Fall wird durch dieses einfache Modell der Einfluß der FSI vernachlässigt. In Kapitel 7.3 haben wir gesehen, daß es sich in der Eta-Photoproduktion dabei im wesentlichen nur um Absorption handelt. Wir beschränken uns im folgenden auf das Potential (MM).

In Abbildung 8.7 betrachten wir verschiedene Szenarien für die Breitenmodifikation. Die durchgezogene und gepunktete Kurve zeigt das Onshell- bzw. Offshell-Ergebnis, die der Verwendung von Vakuumbreiten in Gleichung (8.3) entspricht. Für die Modifikation untersuchen wir folgende Fälle: Der Ausdruck (8.3) besteht aus zwei Faktoren F_1 und F_2 , die die Bildung und den Zerfall der Resonanz beschreiben. Die dichtgepunktete Linie zeigt den Fall, daß wir in F_1 und F_2 die mediummodifizierten Breiten einsetzen. Dadurch ergibt sich eine Erhöhung der Kurve im gesamten Energiebereich sogar über die Onshell-Kurve hinaus. Daß Pauli-Blocking bei den Resonanzimpulsen im zweiten

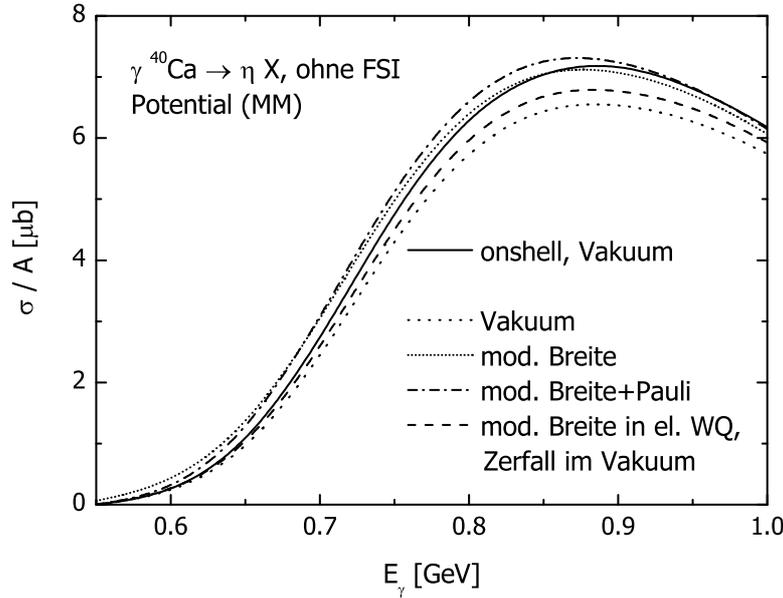


Abbildung 8.7: Verschiedene Szenarien der S_{11} -Breiten für die Produktion und den Zerfall des Beitrags der S_{11} -Resonanz zur Reaktion $\gamma^{40}\text{Ca} \rightarrow \eta X$ in einem Modell ohne FSI.

Resonanzbereich eine Rolle spielt, wird durch die strichgepunktete Kurve verdeutlicht. Nahe der Schwelle wird der Querschnitt reduziert, im Bereich des Maximums etwas erhöht. Dieses Szenario entspricht der Situation, daß die S_{11} am Ort ihrer Entstehung zerfällt. Daher werden durch diese Rechnung die Einflüsse der Mediummodifikationen (abgesehen von der Absorption durch die FSI) überschätzt. Die gestrichelte Kurve zeigt das andere Extrem. Hier verwenden wir in F_1 (also der S_{11} -Produktion) die In-Medium-Breite, in F_2 (S_{11} -Zerfall) die Vakuumbreite. Das Resultat liegt unterhalb der Onshell-Kurve. Die Verwendung des Mean-Field-Potentials (H) ergibt entsprechende Resultate.

In Abbildung 8.8 zeigen wir die Ergebnisse der BUU-Rechnung mit FSI, wobei wir uns wieder auf das Potential (MM) beschränken. Die durchgezogene und gepunktete Linie zeigt das Onshell- bzw. Offshell-Resultat mit der Vakuumbreite aus Abbildung 8.6. Die gestrichelte Linie veranschaulicht den Einfluß der In-Medium-Zerfallsbreiten der S_{11} inklusive Pauli-Blocking. Damit unterscheidet sich diese Kurve in der Schwellenregion leicht von der Onshell-Rechnung und ähnelt dem Verhalten der Rechnung ohne FSI in Abbildung 8.7. Ähnliches gilt im übrigen auch für Rechnungen zur Eta-Photoproduktion an Blei.

Die strichgepunktete Linie zeigt eine Rechnung mit der modifizierten Lebensdauer τ_2 aus Kapitel 7.3.2 und der dazugehörigen Modifikation der S_{11} -Wirkungsquerschnitte. Analog zur Onshell-Rechnung in Kapitel 7.3.2 ist eine Verschiebung der Kurve zu kleineren Energien zu beobachten. Zusammen mit der Verschiebung durch die Breitenmodifikationen können die TAPS-Daten beschrieben werden.

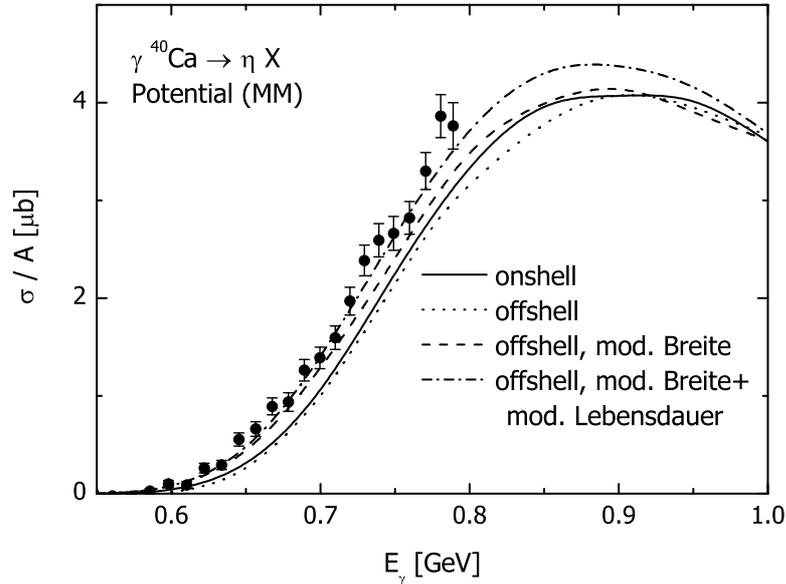


Abbildung 8.8: BUU-Ergebnis für die Reaktion $\gamma^{40}\text{Ca} \rightarrow \eta X$ mit FSI. Die durchgezogene Linie zeigt das Onshell-Resultat, die gepunktete die Offshell-Rechnung mit Vakuumbreite, die gestrichelte die mit modifizierter Breite. Die strichgepunktete Kurve ergibt sich mit modifizierter Breite und der Lebensdauermodifikation der S_{11} inklusive der Modifikation der S_{11} -Wirkungsquerschnitte. Die Daten stammen aus [114].

8.2.5 Höhere Energien

Wie schon angesprochen, zeigt sich ein Subthreshold-Effekt in Photon-Kern-Reaktionen vermutlich erst bei hohen Energien. Ein möglicher Kandidat wäre das J/ψ mit einer Masse von 3.097 GeV. Die absolute Produktionsschwelle liegt hier bei einer Photonenergie von etwa 3.2 GeV. Es gibt Daten zur elementaren Reaktion $\gamma p \rightarrow J/\psi p$ nahe der Produktionsschwelle für $E_\gamma \geq 11$ GeV [142], die wir für unsere Betrachtungen verwenden können.

Eine detaillierte Untersuchung im Rahmen des BUU-Modells setzt eine gute Beschreibung der Charm-Freiheitsgrade voraus und ist bislang nicht gewährleistet. Die momentane Implementierung in den Hochenergieteil unseres Modells [143] wird eine genauere Untersuchung in Zukunft ermöglichen. Daher beschränken wir uns auf das Faltungsmodell aus den letzten Abschnitten, um zumindest den Einfluß der Grundzustandskorrelationen auf die elementare Reaktion beurteilen zu können. Hier verwenden wir als elementaren Querschnitt $\gamma N \rightarrow J/\psi N$ die Parametrisierung der angesprochenen Daten aus [131]. Das Modell vernachlässigt neben den FSI, auch den Shadowing-Effekt, der bei diesen Photonenergien relevant ist [104].

In Abbildung 8.9 ist das Ergebnis für die Reaktion $\gamma^{40}\text{Ca} \rightarrow J/\psi X$ im Rahmen des beschriebenen Modells. Wie vermutet, zeigt sich ein deutlicher Subthreshold-Effekt, der die Schwelle zu deutlich niedrigeren Photon-Energien herunterzieht. Ob dieser Effekt

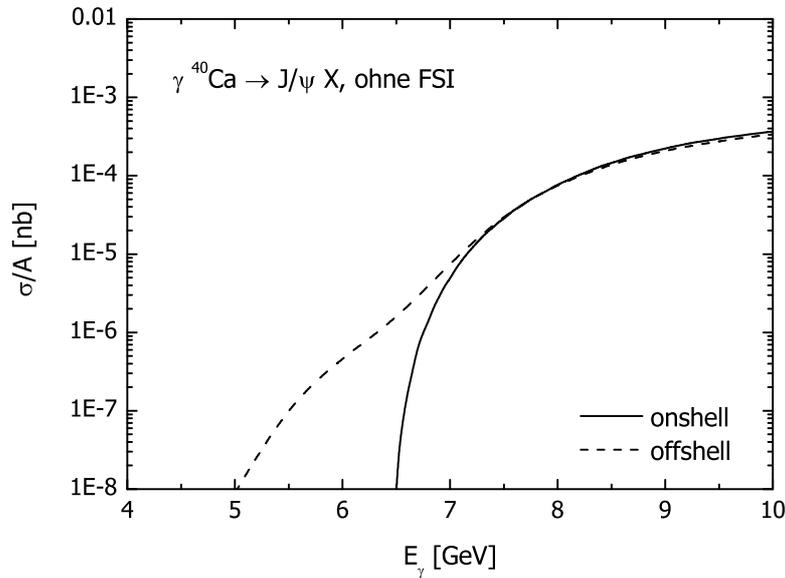


Abbildung 8.9: Einfluß der Grundzustandskorrelationen auf die Reaktion $\gamma^{40}\text{Ca} \rightarrow J/\psi X$ ohne Shadowing-Effekt und FSI.

in dieser Ausprägung auch in einer Rechnung mit Shadowing und FSI zu finden ist, läßt sich momentan nicht beantworten.

8.3 Elektroninduzierte Prozesse

8.3.1 Einfluß auf den Elektron-Proton-Knockout

Wir kommen nun auf das Transparenzverhältnis in $A(e, e'p)$ -Reaktionen zurück, das wir in Kapitel 7.5 untersucht haben. Bei dem Prozeß $\gamma^*N \rightarrow N$ -Reaktion handelt es sich um eine direkte Präparierung eines Teilchen-Loch-Paares, ähnlich wie in Kapitel 2.1.1 beschrieben. Der Zustand, den das auslaufende Nukleon oberhalb der Fermi-Energie einnimmt, wird durch die Kinematik des Lochs und der des einlaufenden Photons bestimmt. Wir weichen nun von der Onshell-Behandlung in Kapitel 7.5 ab und berücksichtigen den Einfluß der Grundzustandskorrelationen und der Spektralfunktion während der FSI.

Dabei gehen wir davon aus, daß die Ein-Teilchen-Niveaus bei höheren Q^2 -Werten nicht vollständig besetzt sind (siehe Diskussion in Kapitel 7.5.5). Eine Q^2 -Abhängigkeit der Besetzungszahlen kann nicht durch BUU simuliert werden, sondern müßte von außen als Input (in Form von Spektralfunktionen, die auf einer geringeren Korrelationsstärke basieren) vorgegeben werden. Abgesehen von dieser Diskussion ist es interessant, den Einfluß der Offshell-Behandlung der Nukleonen auf das Transparenzverhältnis zu betrachten, da sich gerade hier Änderungen in der Propagation bemerkbar machen können. Auf die Hochimpulskomponente der Impulsverteilung der Nukleonen

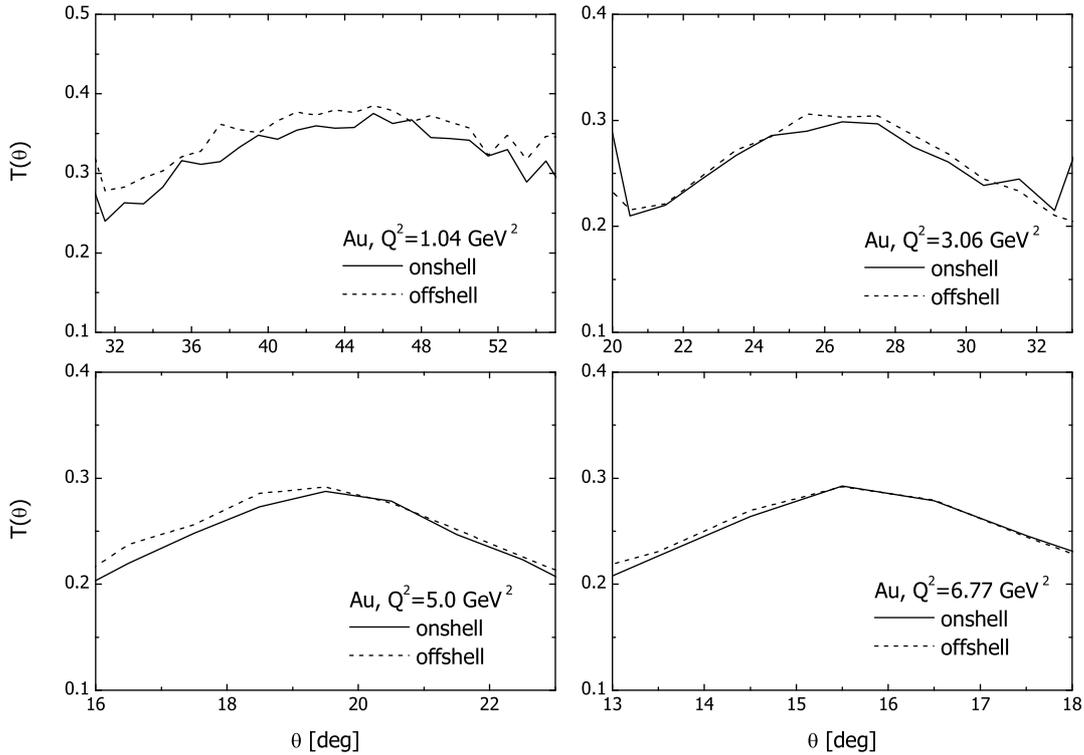


Abbildung 8.10: Transparenzverhältnis $T(\vartheta)$ für Gold in Abhängigkeit des Protonwinkels für die SLAC-Werte für Q^2 aus Tabelle 7.1. Die durchgezogene Linie entspricht der Rechnung mit Onshell-Nukleonen, die gestrichelte der Rechnung mit Nukleon-Spektralfunktion.

im Grundzustand ist man aufgrund der Energie- und Impuls-Cuts der Experimente nicht sensitiv, wohl aber auf die reduzierten Zustände unterhalb der Fermi-Kante.

Wir betrachten nun Änderungen in der Modellierung im Vergleich zur Onshell-Version. Wir haben es nun in der primären Reaktion $eN \rightarrow e'N$ mit einem auslaufenden Offshell-Nukleon zu tun. Für feste Elektronenergie E ist im Onshell-Fall die Wahrscheinlichkeit für einen bestimmten Streuwinkel ϑ_e durch $d\sigma/d\Omega$ gegeben. Dies können wir auch als massendifferentiellen Querschnitt schreiben (vgl. Gleichung (7.22)):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\mu} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \delta(\mu - m_N).$$

Für Offshell-Nukleonen ersetzen wir die Delta-Funktion durch die Spektralfunktion. Das bedeutet, daß es zwei unbekannte Größen ϑ_e , μ gibt, deren Verteilung durch den Wirkungsquerschnitt $d\sigma/(d\Omega d\mu)$ gegeben ist. Dies ist anders als z.B. in der Resonanzformation $\gamma N \rightarrow R$ mit einem reellen Photon. Hier ist die Masse der auslaufenden Resonanz durch die Kinematik des einlaufenden Photons und des einlaufenden Nukleons festgelegt. Im Fall der Elektronstreuung ist die Kinematik des virtuellen Photons nicht festgelegt, sondern hängt von der Kinematik des gestreuten Elektrons ab, die

durch den Wirkungsquerschnitt bestimmt wird. Die Entscheidung, wohin das Elektron gestreut wird, wird im Onshell-Fall maßgeblich durch die Bedingung, daß das Nukleon auf der Massenschale sitzen muß (Delta-Funktion), beeinflusst. Daher macht es Sinn, im Offshell-Fall diese harte Bedingung durch die Spektralfunktion aufzuweichen. Wir haben also

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\mu} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \mathcal{A}(\mu, p'_N),$$

wobei im Medium die Komplikation hinzukommt, daß die Spektralfunktion vom Impuls des auslaufenden Nukleons (und damit auch vom Streuwinkel des Elektrons) abhängt. Diese Situation ist ähnlich wie in Kapitel 4.7.4. Daher müssen auch in diesem Fall Streuwinkel und Masse simultan bestimmt werden. Jedoch machen wir wie in Kapitel 7.5.3 von der Tatsache Gebrauch, daß im experimentellen Akzeptanzbereich die Winkelabhängigkeit des Querschnitts konstant ist und bestimmen ϑ_e gleichverteilt. Die Masse des auslaufenden Nukleons legen wir mit der in Kapitel 6.1.1 berechneten Spektralfunktion fest; die Kinematik des einlaufenden Nukleons wird durch die Grundzustandskorrelationen beeinflusst. Sind Winkel und Masse akzeptiert, so überprüfen wir, ob die Bedingung

$$\mu_{\text{in}}^2 - Q^2 + 2(E_\gamma E_N - \vec{p}_\gamma \vec{p}_N) = \mu_{\text{out}}^2$$

mit einem auflaufenden Elektron, das in den detektierten Bereich fällt, erfüllt werden kann. Dabei handelt es sich um die 'Onshell'-Bedingung (7.23), die jetzt für ein Nukleon mit Masse μ_{out} erfüllt sein muß.

Wir beschränken uns im folgenden auf Rechnungen zum Transparenzverhältnis an Gold und vergleichen mit den SLAC-Daten bei $Q^2 = 1.04, 3.06, 5.0$ und 6.77 GeV^2 [123]. In Abbildung 8.10 zeigen wir die Winkelabhängigkeit des Transparenzverhältnisses $T(\vartheta)$ als Funktion des Proton-Streuwinkels ϑ . Die Tendenz ist dahingehend, daß die Offshell-Rechnung leicht höher ist als die Onshell-Rechnung. Die Unterschiede sind aber sehr gering und sinken mit steigendem Q^2 .

In Abbildung 8.11 sehen wir das Transparenzverhältnis \mathcal{T} , ermittelt durch die beiden in Kapitel 7.5.4 beschriebenen Integrationsbereiche. Wir sehen, daß wie im Fall der Winkelverteilung $T(\vartheta)$ das Transparenzverhältnis durch die Berücksichtigung der Nukleon-Spektralfunktion leicht steigt. Es ist aber auch ersichtlich, daß dieser Unterschied nur unmerklich größer ist als die Unsicherheit, die durch die Art der Winkelintegration induziert wird. Darüberhinaus werden die Diskrepanzen bei großen Q^2 -Werten sehr klein.

Auch durch dieses Ergebnis wird die Erkenntnis aus Kapitel 8.2 untermauert, daß die Offshellness mit Nukleonen in den FSI nur geringe Auswirkungen auf die Resultate haben.

8.3.2 Etaproduktion

Wie schon erwähnt, sind die Modifikationen der S_{11} -Verzweigungsverhältnisse in der Schwellenregion umso deutlicher, je höher der Resonanzimpuls ist. In Kapitel 7.4.2 haben wir uns schon mit der zweiten Resonanzregion in elektroninduzierten Reaktionen beschäftigt, in denen die S_{11} (je nach Q^2) große Impulse haben kann. Daher sind solche Reaktionen ein vielversprechender Kandidat, wenn es um deutlichere Signale der durch

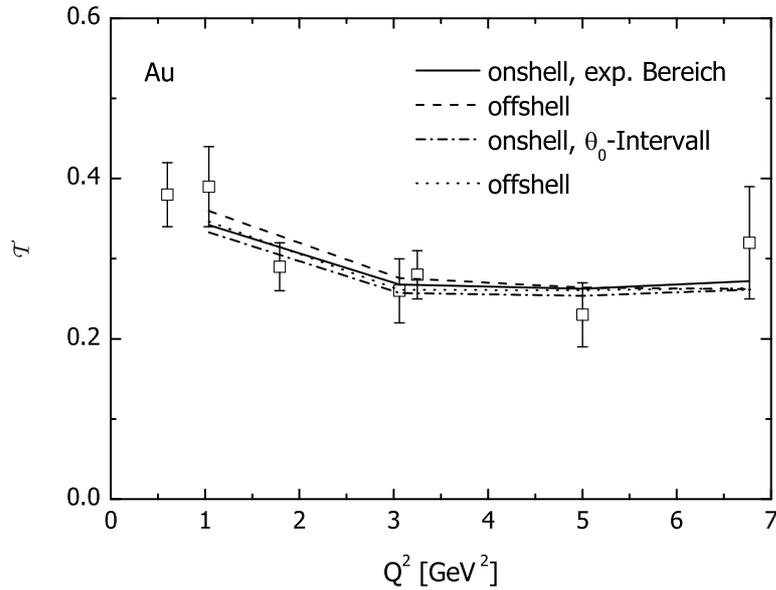


Abbildung 8.11: Winkelgemitteltetes Transparenzverhältnis \mathcal{T} an Gold für die SLAC-Werte für Q^2 aus Tabelle 7.1. Die Linien zeigen Rechnungen für On- und Offshell-Nukleonen und Integrationen über den experimentellen Winkelbereich oder ein um den Vorwärtswinkel ϑ_0 symmetrisches Intervall (siehe Kapitel 7.5.4).

die Nukleon-Spektralfunktion verursachten Zerfallsbreiten-Modifikation geht. Daneben erwarten wir zum anderen nach den Diskussionen in Kapitel 8.1 bei größeren Werten von Q^2 auch einen deutlichen Subthreshold-Effekt. Im Prinzip müßte man auch in diesen Reaktionen die Kollisionsbreite der S_{11} berücksichtigen. Allerdings werden in der Reaktion $\gamma^* N \rightarrow S_{11}$ Resonanzen mit Impulsen von etwa 3 GeV produziert, für die wir keine Informationen über eine mögliche Kollisionsverbreiterung haben. Die Berechnung von Kollisionsraten wie in Kapitel 6.1.2 ist nicht ohne weiteres möglich, weil es für NS_{11} -Reaktionen bei solch großen invarianten Massen keine Parametrisierung der Wirkungsquerschnitte gibt. Auch eine Abschätzung über den totalen Wirkungsquerschnitt $NN \rightarrow X$ würde nicht helfen, da hierdurch keine Aufteilung in absorptive und nichtabsorptive Beiträge zur totalen Kollisionsbreite möglich wäre, welche aber für die Verbreiterung bzw. Absenkung des Wirkungsquerschnitts am Kern essentiell ist [103]. Daher beschränken wir uns hier auf die Modifikation der Zerfallsbreite.

Wie schon zuvor betrachten wir auch hier zunächst die Situation in dem Faltungsmodell aus Gleichung (8.2), wobei wir wie in der Eta-Photoproduktion verschiedene Breitenmodifikationsszenarien für die Resonanzproduktion und den -zerfall betrachten. Als Beispiel verwenden wir die JLab-Kinematik mit $Q^2 = 3.6$ GeV² und einer Elektronenenergie von 4 GeV, die wir auch schon in Kapitel 7.4.2 untersucht haben und berechnen jetzt analog zu Gleichung (8.2) den Wirkungsquerschnitt für die Eta-Elektroproduktion

am Kern ohne FSI:

$$\frac{d\sigma_{eA}}{dE'd\Omega} = g \int_{\text{Kern}} d^3r \int \frac{d^3p_N}{(2\pi)^3} d\mu \mathcal{A}(\mu, p_N) \Theta(p_F(\rho(\vec{r})) - p_N) \frac{d\sigma_{eN}}{dE'd\Omega},$$

wobei der Querschnitt der Elektron-Nukleon-Reaktion $d\sigma_{eN}/(dE'd\Omega)$ sich aus Gleichung (4.44) und dem resonanten Querschnitt für die Reaktion des virtuellen Photons mit dem Nukleon $\gamma^*N \rightarrow S_{11} \rightarrow \eta N$ aus Gleichung (4.46) ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{eN \rightarrow S_{11} \rightarrow \eta N}}{dE'd\Omega} &= \Gamma \cdot \sigma_{\gamma^*N \rightarrow S_{11} \rightarrow \eta N}, \\ \sigma_{\gamma^*N \rightarrow S_{11} \rightarrow \eta N} &= \sigma_{S_{11}} \cdot \frac{\Gamma_{S_{11} \rightarrow N\eta}}{\Gamma_{S_{11} \rightarrow X}} \\ &= \left(\frac{k_0}{k}\right)^2 \frac{s\Gamma_\gamma \Gamma_{S_{11} \rightarrow X}}{(s - M_{S_{11}}^2)^2 + s\Gamma_{S_{11} \rightarrow X}^2} \frac{2m_N}{M_{S_{11}}\Gamma_0} |A_T(Q^2)|^2 \cdot \frac{\Gamma_{S_{11} \rightarrow N\eta}}{\Gamma_{S_{11} \rightarrow X}}. \end{aligned} \quad (8.4)$$

Wir beschränken uns wieder auf das Mean-Field-Potential (MM). In Abbildung 8.12 entspricht die durchgezogene Linie der Onshell-Rechnung ohne FSI, die auch in Abbildung 7.25 zu sehen ist. Der leichte Unterschied in der Höhe kommt dadurch zustande, daß wir im Faltungsmodell (8.2) die wirkliche Woods-Saxon-Dichte aus Gleichung (5.15) verwenden, im BUU-Modell jedoch die Testteilchen-Dichte, die in Kapitel 5.5.1 diskutiert wurde, zum Einsatz kommt. Die gepunktete Linie zeigt die Offshell-Rechnung mit Vakuumbreiten für die Produktion und den Zerfall der S_{11} . Wie auch schon in vorhergehenden Betrachtungen liegt diese Kurve etwas unterhalb des Onshell-Resultats. Die Berücksichtigung der modifizierten Zerfallsbreiten unter der Annahme, daß die Resonanz am Ort ihrer Entstehung zerfällt, ergibt die strichgepunktete Kurve, die deutlich oberhalb der Onshell-Linie verläuft. Der Unterschied ist mit etwa 15% im Kurvenmaximum etwa doppelt so groß wie im Fall der Eta-Photoproduktion in Abbildung 8.7. Im vorliegenden Fall liegen die Resonanzimpulse oberhalb von 3 GeV (siehe Abbildung 7.24), so daß das Pauli-Blocking keine Rolle mehr spielt. Die gestrichelte Linie zeigt schließlich das andere Extrem, daß alle Resonanzen vor ihrem Zerfall ins Vakuum laufen. Anders als in der Photoproduktion verläuft auch diese Rechnung leicht oberhalb der Onshell-Kurve.

Im unteren Teil von Abbildung 8.12 diskutieren wir den Effekt der Nukleon-Spektalfunktion auf die Produktion an der Schwelle genauer. Die absolute (kohärente) Schwelle ist in der Eta-Elektroproduktion am Kern viel weiter entfernt als in der Photoproduktion und liegt für die gewählte Kinematik bei

$$E_\gamma^{\text{koh}} = m_\eta + \frac{m_\eta^2 + Q^2}{2m_{Ca}} \approx 0.6 \text{ GeV}.$$

Der in Abbildung 8.12 gezeigte Energiebereich beginnt bei 1.4 GeV und liegt damit weit oberhalb der absoluten Schwelle.

Die Onshell-Rechnung verschwindet für Photonenergien oberhalb von 2 GeV. Die gepunktete Kurve zeigt das Offshell-Szenario mit Vakuumbreiten in Gleichung (8.4), die sich weit in den Subthreshold-Bereich hineinzieht. Dies wird allein durch die Photon-Nukleon-Paare mit großen invarianten Massen verursacht. Die Verwendung modifizierter Zerfallsbreiten führt zu einer Vergrößerung des Querschnitts, die besonders stark

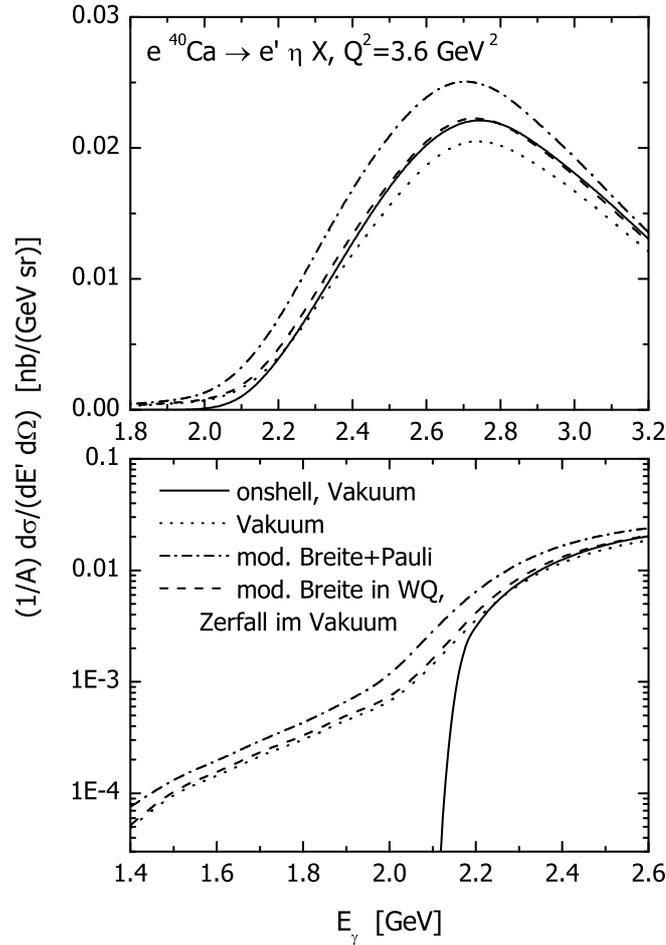


Abbildung 8.12: Wirkungsquerschnitt $e^{40}\text{Ca} \rightarrow e'\eta X$ im Faltungsmodell ohne FSI für die JLab-Kinematik bei $Q^2 = 3.6 \text{ GeV}^2$. Die Abbildungen zeigen verschiedene Szenarien der Breitenmodifikation für die elementare Reaktion und den Resonanzzerfall. Im unteren Teil der Abbildung wird die Situation an der Schwelle im logarithmischer Skala dargestellt.

ausfällt, wenn wir von einem Zerfall im Medium (strichgepunktete Kurve) ausgehen. Für den Zerfall im Vakuum (gestrichelte Kurve) ist sie auch vorhanden, aber deutlich geringer.

Neben einer Erhöhung des Wirkungsquerschnitts durch die In-Medium-Breiten im gesamten Energiebereich bis zum Maximum zeigt sich also in der Eta-Elektroproduktion in der Rechnung ohne FSI-Effekte ein deutlicher Subthreshold-Effekt. Wir gehen nun etwas genauer darauf ein, wie es eigentlich zu der Erhöhung des Wirkungsquerschnitts kommt, wenn die modifizierten Breiten eingesetzt werden.

In Abbildung 8.13 zeigen wir daher den elementaren γ^*p -Querschnitt, der in Gleichung (8.4) eingeht, als Funktion der invarianten Photon-Proton-Masse. Dabei entspricht $\sigma_{S_{11}}$ der Reaktion $\gamma^*p \rightarrow S_{11}$ (siehe Gleichung (8.3)). Wir sehen, daß $\sigma_{S_{11}}$ für

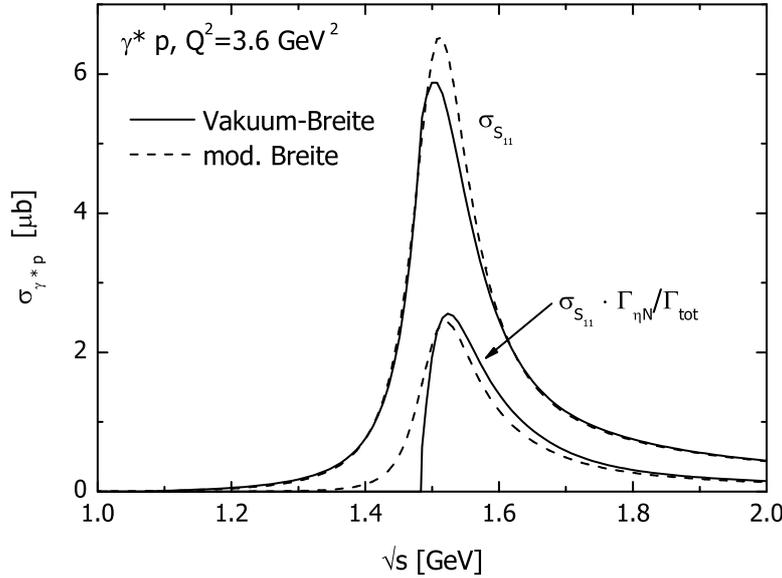


Abbildung 8.13: Elementare Wirkungsquerschnitte für $\gamma^* p \rightarrow S_{11}$ (mit $\sigma_{S_{11}}$ bezeichnet) und $\gamma^* p \rightarrow S_{11} \rightarrow \eta p$ für Vakuumbreiten (durchgezogene Linien) und modifizierte Breiten (gestrichelte Linien).

Vakuumbreite und In-Medium-Zerfallsbreiten sehr ähnlich ist; beide Kurven erstrecken sich in den Bereich unterhalb der $N\eta$ -Schwelle im Vakuum, denn in $\sigma_{S_{11}}$ geht die totale Breite ein. Die beiden niedrigeren Kurven ergeben sich aus $\sigma_{S_{11}}$ durch Multiplikation mit dem $N\eta$ -Verzweigungsverhältnis $\Gamma_{N\eta}/\Gamma_{\text{tot}}$. Dies ist der Ausdruck, der in das Faltingsmodell zur Berechnung von $eA \rightarrow e'\eta X$ (siehe Gleichung (8.4)) eingeht. Hier ist zwischen Vakuum- und In-Medium-Kurve ein deutlicher Unterschied erkennbar; das Vakuum-Ergebnis hat eine scharfe Schwelle bei $\sqrt{s} = m_N + m_\eta$.

In oberen Teil von Abbildung 8.14 sind diese beiden Kurven nochmals zu sehen. Im unteren Teil zeigen wir die Massenspektren der $S_{11}(1535)$, die in der Reaktion $\gamma^* p$ gebildet werden können, für die in der Legende aufgeführten Photonenergien. Die vertikale gepunktete Linie zeigt die $N\eta$ -Schwelle im Vakuum. Für eine Rechnung mit Vakuumbreiten ist der Beitrag aller Ereignisse mit invarianten Massen links von dieser Linie gleich null, weil dort der Vakuum-Querschnitt (durchgezogene Linie im oberen Teil der Abbildung) verschwindet. Man sieht, daß es sich gerade bei kleineren Photonenergien um den Großteil aller Photon-Nukleon-Paare handelt. In der Rechnung mit modifizierten Breiten werden alle diese Ereignisse mit einem kleinen, aber endlichen Querschnitt (gestrichelte Linie im oberen Teil der Abbildung) gewichtet, so daß in der Summe die in Abbildung 8.12 zu beobachtende Erhöhung des Wirkungsquerschnitts am Kern resultiert. Die Stärke dieser Erhöhung nimmt erst dann ab, wenn der Hauptteil des \sqrt{s} -Spektrums oberhalb der $N\eta$ -Schwelle liegt.

Es bleibt nun noch zu überprüfen, ob die gezeigten Offshell-Effekte auch in der vollständigen BUU-Rechnung mit FSI auftauchen.

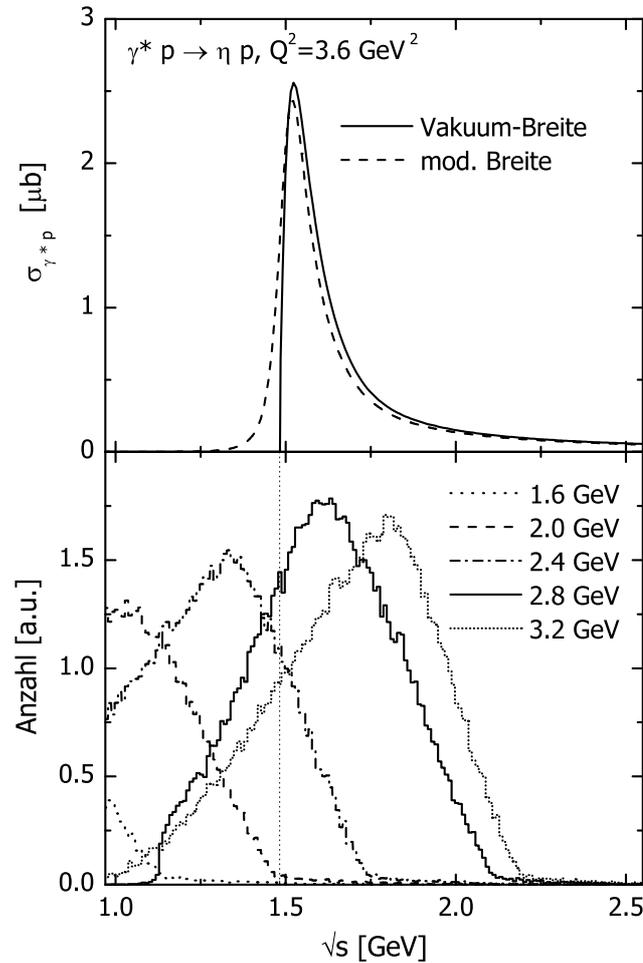


Abbildung 8.14: Oben: Elementarer Wirkungsquerschnitt für $\gamma^* p \rightarrow S_{11} \rightarrow \eta p$ mit Vakuum- und In-Medium-Zerfallsbreiten als Funktion der Resonanzmasse für die Kinematik $Q^2 = 3.6 \text{ GeV}^2$. Unten: Invariante-Massen-Spektren der $\gamma^* N$ -Paare. Die Zahlen in der Legende entsprechen den unterschiedlichen Photonenergien.

In Abbildung 8.15 zeigen wir das Ergebnis der vollen BUU-Rechnung für die Reaktion $e^{40}\text{Ca} \rightarrow e'\eta X$ für $Q^2 = 3.6 \text{ GeV}^2$ und dem Potential (MM). Die strichgepunkteten und gepunkteten Kurven beinhalten keine FSI und entsprechen im Prinzip den Kurven in Abbildung 8.12, abgesehen von dem schon angesprochenen Unterschied in der im BUU-Modell verwendeten Teilchendichte und der Tatsache, daß die S_{11} -Resonanzen weder alle am Entstehungsort noch alle im Vakuum zerfallen. Die durchgezogene Kurve in Abbildung 8.15 ist die Onshell-Rechnung, die schon in Abbildung 7.25 zu sehen ist. Der Vergleich mit der gestrichelten Offshell-Linie zeigt, daß der Unterschied aufgrund der Offshell-Aspekte in der vollen Rechnung im Energiebereich oberhalb von 1.8 GeV weit weniger ausgeprägt ist als ohne FSI. Im logarithmischen Plot im unteren Teil der Abbildung ist die Schwellenregion besser aufgelöst. In Kapitel 7.4.2 hatten wir schon im Zusammenhang mit Abbildung 7.27 angesprochen, daß die FSI in der Onshell-Rechnung

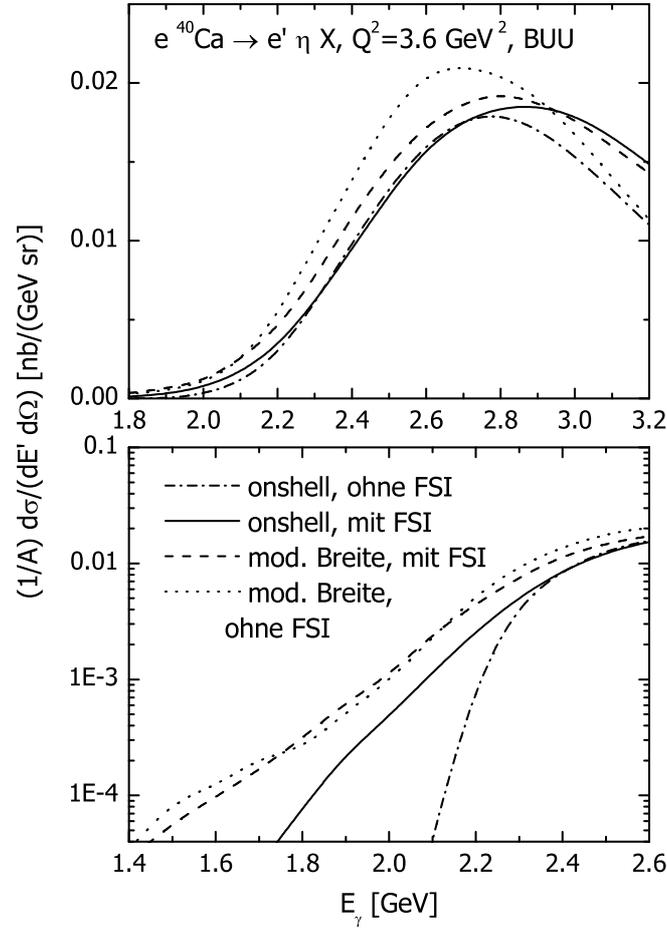


Abbildung 8.15: BUU-Ergebnis für die Reaktion $e^{40}\text{Ca} \rightarrow e'\eta X$. Die Kurven zeigen die Onshell- und Offshell-Resultate mit und ohne FSI. Die Offshell-Rechnungen beinhalten die modifizierten Breiten. Der untere Teil der Abbildung bietet einen bessern Überblick über die Vorgänge in der Schwellenregion.

Beiträge bei Energien unterhalb der $\gamma^*N \rightarrow S_{11}(1535) \rightarrow \eta N$ -Schwelle erzeugen. Die Onshell-Rechnung ohne FSI (strichgepunktete Linie), die nur Etas aus dem einzigen Primärkanal $\gamma^*N \rightarrow S_{11} \rightarrow \eta N$ beinhaltet, geht tatsächlich für höhere Photonenergien gegen null als die Onshell-Rechnung mit FSI (durchgezogene Linie). Auffällig ist, daß in der Schwellenregion die Offshell-Rechnungen mit (gestrichelte Linie) und ohne FSI (gepunktete Linie), anderes als bei höheren Energien, fast übereinanderliegen und die Deutlichkeit der Subthreshold-Beiträge nicht durch die FSI gemindert wird. Jedoch relativiert sich dies im Vergleich zur Onshell-Rechnung dadurch, daß auch durch die FSI schon Stärke in den Subthreshold-Bereich verschoben wird, anders als etwa in der Photoproduktion.

Im oberen Teil von Abbildung 8.16 präsentieren wir die Aufteilung der BUU-Rechnungen mit FSI in primäre und sekundäre Eta-Mesonen. Dabei zeigt sich, daß die Unterschiede in den Onshell- und Offshell-Rechnungen für die sekundären Etas etwas

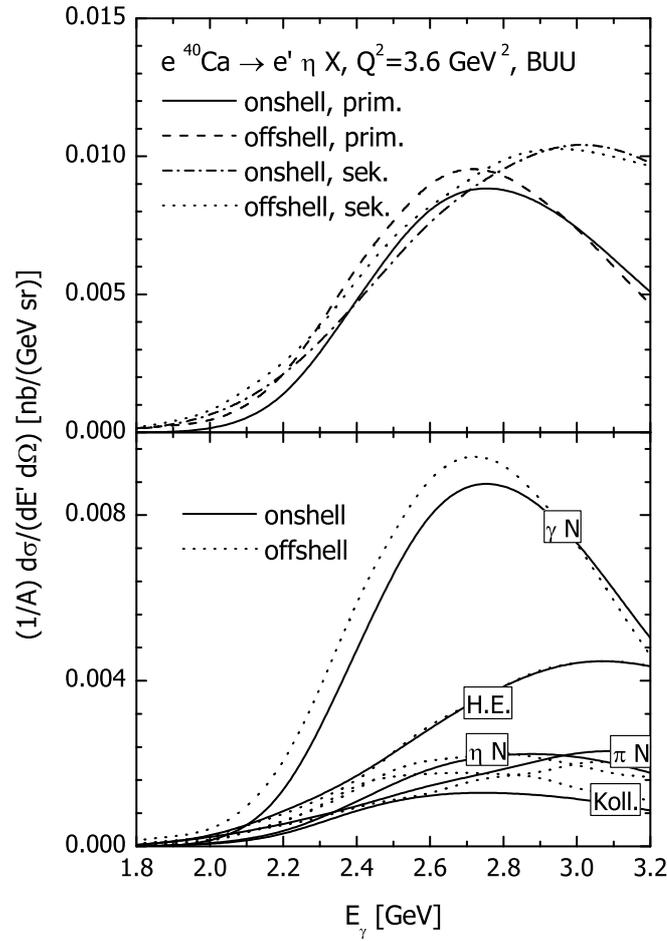


Abbildung 8.16: Oben: Vergleich der primären und sekundären Etas aus der Reaktion $e^{40}\text{Ca} \rightarrow e' \eta X$ in der Onshell- bzw. Offshell-Rechnung. Letztere beinhaltet die modifizierte Zerfallsbreite. Unten: Reaktionskanäle, aus denen die detektierten Eta-Mesonen stammen. Die durchgezogenen Linien zeigen die Onshell-, die gepunkteten Linien die Offshell-Ergebnisse. Erstere stimmen mit den Kurven aus Abbildung 7.27 überein. Die Bezeichnungen γN , πN , ηN , 'Koll.' stehen für die Absorptionsreaktionen oder Kollisionsreaktionen, in denen eine S_{11} produziert wurde, die in ein detektiertes Eta zerfallen ist. 'H.E.' gibt den Beitrag der hochenergetischen Reaktionen an. Die Kästchen liegen so, daß sie die jeweils zusammengehörenden Onshell- und Offshell-Kurven bedecken.

kleiner sind als im Falle der primären. Dies ist verständlich, weil es bei diesen hohen Impulsüberträgen hier große Anteile gibt, die aus Hochenergieprozessen (d.h. FRITIOF) stammen, und die in der Onshell- und Offshell-Rechnung etwa identisch sind (siehe Kurven 'H.E.' im unteren Teil der Abbildung). Im unteren Teil der Abbildung diskutieren wir die Beiträge der verschiedenen Kanäle, die zum Eta-Wirkungsquerschnitt beitragen. Der primäre Prozeß $\gamma N \rightarrow S_{11}$ zeigt die deutlichste Modifikation. Etas aus dem Prozeß $\eta N \rightarrow S_{11} \rightarrow \eta N$ und die Kollisionsreaktion $BB \rightarrow S_{11}B$ sind auch leicht erhöht im Vergleich zum Onshell-Ergebnis, die aus $\pi N \rightarrow S_{11} \rightarrow \eta N$ liegen

im Peakmaximum etwas unterhalb. Die hochenergetischen Reaktionen ('H.E.') liefern für beide Szenarien dasselbe. Die Reduktion des Zuwachses im Offshell-Querschnitt im Vergleich zum Onshell-Ergebnis im Bereich des Maximums hängt hauptsächlich damit zusammen, daß hier die sekundären Beiträge, die die Hälfte des totalen Querschnitts ausmachen, nur leicht modifiziert werden. Der Unterschied wird hier lediglich durch den γN -Anteil bewirkt und fällt in der Summe dann klein aus. Je weiter wir uns vom Maximum zu kleinen Photonenergien wegbewegen, umso größer wird der Offshell-Effekt.

Der Vollständigkeit halber erwähnen wir (ohne Beweis in Form einer Abbildung), daß die Beiträge in der Offshell-Rechnung mit FSI im Photonenergiebereich der Schwelle zwischen 1.4 und 1.8 GeV durch die primären Eta-Mesonen dominiert wird, oberhalb davon – wie auch in Abbildung 8.16 ansatzweise zu sehen ist – kommt der Hauptbeitrag von den sekundären Etas, vor allem aus den Kanälen ηN und πN .

Das Ergebnis dieses Abschnitts ist, daß in der Elektron-Kern-Reaktion bei $Q^2 = 3.6$ GeV² die Offshell-Effekte entlang des Anstiegs im Wirkungsquerschnitts größer sind als in der Eta-Photoproduktion, besonders im Subthreshold-Bereich. Wir haben hier nur die Ergebnisse für $Q^2 = 3.6$ GeV² präsentiert. Für $Q^2 = 2.4$ GeV² ergeben sich ähnliche, wenn auch nicht so deutliche Effekte. Für größere Impulsüberträge kann man sicherlich mit einem stärkeren Einfluß der Offshell-Aspekte rechnen, weil sowohl die Sensitivität auf die Hochimpulskomponenten der Spektralfunktion, als auch die Größe des $N\eta$ -Verzweignungsverhältnisses unterhalb der freien Schwelle steigen wird. Andererseits muß man aufgrund der Q^2 -Abhängigkeit der Amplituden einen noch kleineren Wirkungsquerschnitt in Kauf nehmen.

Kapitel 9

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit haben wir uns mit verschiedenen In-Medium-Modifikationen von Nukleonen und Resonanzen beschäftigt und deren Einfluß auf photon- und elektroninduzierte Reaktionen im Nukleon-Resonanzbereich im Rahmen eines semiklassischen BUU-Transportmodells studiert.

In Kapitel 2 haben wir einen Überblick über die theoretischen Grundlagen aus der Quantentransporttheorie gegeben sowie die Ableitung der Transportgleichung aus den Kadanoff-Baym-Gleichungen angesprochen. Darüberhinaus wurden unterschiedliche, in den bisherigen Arbeiten im Rahmen des Modells verwendete Transportgleichungen besprochen. Der Formalismus wurde in Kapitel 3 verwendet, um die Nukleon-Spektralfunktion in Kernmaterie selbstkonsistent zu berechnen. Dabei zeigte sich, daß die Spektralfunktion im Lochsektor durch Phasenraumeffekte und die globale Stärke der NN -Wechselwirkung im Medium dominiert wird. Paßt man diese an aufwendige Vielteilchen-Rechnungen mit realistischen Nukleon-Wechselwirkungen an, so zeigen die Spektralfunktionen bei konstantem Impuls als Funktion der Energie ein sehr ähnliches Verhalten. Wir haben gesehen, daß die Effekte der Selbstkonsistenz klein sind und die Konvergenz bereits nach der dritten Iteration eintritt. Die Verletzung der Analytizität der Selbstenergie macht sich in integralen Größen wie der Impulsverteilung oder der Normierung der Spektralfunktion bemerkbar. Eine Berücksichtigung des Realteils über die Dispersionsrelation macht in unserem vereinfachten Modell der Wechselwirkung als Fitparameter die Einführung eines Formfaktors notwendig, der sich jedoch nur schwach auf die Spektralfunktion selber auswirkt. Auch der Einfluß der Impulsabhängigkeit oder der Verwendung einer relativistischen Spektralfunktion ist mäßig.

In Kapitel 4 haben wir eine Beschreibung für die in den vorliegenden Rechnungen relevanten Aspekte des BUU-Transportmodells gegeben, wobei neben den Resonanzen besonderes Gewicht auf die lokale Dichtenäherung gelegt wurde, auf deren Basis die Grundzustandskorrelationen in das Modell implementiert wurden. Auch das Mean-Field-Potential der Nukleonen wurde im Hinblick auf diese Erweiterung diskutiert.

Die numerische Implementierung des Modells war das Thema von Kapitel 5. Hier war ein wesentlicher Aspekt die Verwendung der Bewegungsgleichungen zur Beschreibung der Offshell-Propagation. Wir haben eine einfache Erweiterung der Onshell-Bewegungsgleichungen angewendet, in denen die Spektralfunktion durch Einführung eines Offshell-'Potentials' berücksichtigt wird. Für den Fall der Nukleonen wird diese Vorgehensweise mit Bewegungsgleichungen verglichen, die über Testteilchenansätze di-

rekt aus Transportgleichungen gewonnen wurden. Es zeigte sich, daß die Methoden im nichtrelativistischen Grenzfall übereinstimmen. Im Rahmen eines einfachen Modells wurden die Unterschiede untersucht und stellten sich als nicht allzu groß heraus. Im übrigen erscheint die gewählte Methode zur Offshell-Propagation numerisch erheblich einfacher zu sein als die Umsetzung der abgeleiteten Offshell-Bewegungsgleichungen. Die Implementierung der Grundzustandskorrelationen der Nukleonen ist schwierig, weil die Nukleonen der entscheidende Freiheitsgrad des Modells sind; für die betrachteten Reaktionen ist es wichtig, daß der Kern über einen bestimmten Zeitraum der Simulation numerisch stabil ist, was durch die Einführung der Korrelationen nicht mehr unbedingt gewährleistet ist.

In Kapitel 6 haben wir einen Überblick über die In-Medium-Breiten von Resonanzen gegeben und die Ergebnisse der Kollisionsraten und realistischer Resonanz-Loch-Modell für die Resonanzen $P_{33}(1232)$, $D_{13}(1520)$ und $S_{11}(1535)$ verglichen. Die Beobachtbarkeit einer Kollisionsverbreiterung in resonanten Wirkungsquerschnitten haben wir in einem einfachen Faltungsmodell untersucht. Es hat sich gezeigt, daß die Vergrößerung der In-Medium-Breite in exklusiven Reaktionen weniger in einer Verbreiterung im Wirkungsquerschnitt, sondern eher in einer Reduktion resultiert. Für die Nukleonen haben wir die Spektralfunktion für Reaktionen oberhalb der Fermi-Energie durch Auswertung der Kollisionsraten mit den Nukleon-Wirkungsquerschnitten berechnet und auf der Massenschale eine gute Übereinstimmung mit anderen Modellen gefunden. Die Diskussion der Modifikation der Resonanz-Zerfallsbreiten durch die Nukleon-Spektralfunktion haben wir anhand des Beispiels der $S_{11}(1535)$ durchgeführt: Die Möglichkeit eines Zerfalls in ein leichtes Nukleon im Medium weicht die scharfe Schwelle z.B. für den $N\eta$ -Zerfall stark auf. Dieser Effekt ist besonders groß bei hohen Dichten und hohem Resonanzimpulsen.

In Kapitel 7 haben wir verschiedene Reaktionen zu photon- und elektroninduzierten Prozessen am Kern im Rahmen des BUU-Modells untersucht. Dabei haben wir die Nukleon-Spektralfunktion außen vor gelassen. Nach einer Beschreibung der Berechnung und der numerischen Umsetzung der Wirkungsquerschnitte am Kern haben wir die experimentellen Daten der TAPS-Gruppe zur π^0 -Photoproduktion an MAMI mit unseren Daten verglichen. Aufgrund der ausgesprochenen Datenfülle konnten verschiedene Aspekte der Resonanzmodifikation und Effekte der FSI betrachtet werden. Neben der schon in früheren Arbeiten gefundenen Hinweisen zur Güte der Beschreibung der FSI im Resonanz-Pion-Sektor zeigte sich, daß die Daten mit den in Kapitel 6 beschriebenen Resonanzmodifikationen in Einklang stehen. In der zweiten Resonanzregion ist hier zu klären, inwieweit sich Modifikationen des Zwei-Pion-Wirkungsquerschnitts am Nukleon auf unsere Rechnungen auswirken. Die Modifikation der $D_{13}(1520)$ steht aufgrund der in Kapitel 6 gefundenen Insensitivität exklusiver Querschnitte am Kern nicht im Widerspruch zu den experimentellen Daten im Rahmen der Single- π^0 -Produktion.

Im Bereich der Eta-Photoproduktion haben wir eine umfassende Übersicht aller experimenteller Daten in der zweiten Resonanzregion an verschiedenen Kernen gegeben. Hier haben wir gefunden, daß die Beschreibung der Daten – insbesondere der Querschnittmaxima – durch die Verwendung eines impulsabhängigen Mean-Field-Potentials für die Nukleonen gelingt. Geringe Abweichungen im Bereich der Schwelle schienen sich durch andere Konzepte für die Resonanzlebensdauer als den üblicherweise in Transportmodellen verwendeten verringern zu lassen. Eine Modifikation der $S_{11}(1535)$ ist im

Einklang mit den Betrachtungen in Kapitel 6 nur sehr klein und wirkt sich nicht auf die Rechnungen aus. Die Wirkungsweise der FSI auf die Etas ist hauptsächlich absorptiv, sekundäre Beiträge sind im betrachteten Energiebereich vernachlässigbar.

Genauere Informationen, insbesondere über die Impulsabhängigkeit der Resonanzselbstenergien, könnten durch elektroninduzierte Pion- oder Eta-Produktionsreaktionen am Kern gewinnen lassen, da in solchen Reaktionen der Impulsübertrag frei gewählt werden kann. In der Eta-Elektroproduktion am Kern bei JLab-Kinematik haben wir eine Veränderung der FSI festgestellt, die nun anders als in der Photoproduktion aufgrund der großen Impulsüberträge in der elementaren Reaktion auch Quelle signifikanter sekundärer Beiträge zum Eta-Wirkungsquerschnitt am Kern sind.

Die Experimente zum Proton-Transparenzverhältnis in Proton-Knockout-Reaktionen – ursprünglich zur Auffindung der der Eintrittsschwelle des Farbtransparenzeffekts gedacht – liefern einen weiteren Maßstab, der die Güte der FSI, die im BUU-Modell implementiert sind, beurteilen kann. Wir haben im Vergleich zu allen experimentellen Daten der SLAC- und JLab-Experimente eine hervorragende Übereinstimmung für verschiedene Kerne mit unseren BUU-Rechnungen gefunden, unabhängig von verschiedenen modellabhängigen Verfahrensweisen zur Extraktion dieser Daten.

In Kapitel 8 schließlich haben wir den Einfluß der Nukleon-Spektralfunktion auf photon- und elektroninduzierte Reaktionen im Resonanzbereich diskutiert. Zunächst haben wir uns einen Eindruck über die kinematische Situation verschafft und virtuelle Photonen als auf die Grundzustandskorrelationen besonders sensitive Proben ausgemacht. Der Einfluß auf Wirkungsquerschnitte im Resonanzbereich manifestierte sich durch eine leichte Reduktion in den Resonanzquerschnitten. In der vollen BUU-Rechnungen mit FSI konnten in der inklusiven π^0 -Photoproduktion keine weiteren Effekte entdeckt werden, was den Schluß nahelegt, daß die Vorgehensweise der Offshell-Propagation in den FSI keinen Einfluß auf die Ergebnisse hat. In der Eta-Photoproduktion haben wir die modifizierte Zerfallsbreite der $S_{11}(1535)$ implementiert und eine Erhöhung des Wirkungsquerschnitts am Kern bis zum Kurvenmaximum gefunden. Zusammen mit der modifizierten Lebensdauervorschrift ergab sich hier eine sehr gute Beschreibung der TAPS-Daten. Auch auf das Transparenzverhältnis, das sensitiv auf die FSI des Nukleons ist, hat die Nukleon-Spektralfunktion einen sehr geringen Einfluß. Die Eta-Elektroproduktion bei großen Q^2 -Werten ist aufgrund des großen Impulstransfers sensitiver auf die Grundzustandskorrelationen und die Zerfallsbreitenmodifikation als die Photoproduktion. Tatsächlich ergab sich im Eta-Wirkungsquerschnitt am Kern neben der auch in der Photoproduktion sichtbaren Erhöhung ein deutlicher Subthreshold-Effekt, der durch die modifizierte Breite noch verstärkt wurde. Beides konnte durch die Beiträge von Photon-Nukleon-Paaren mit invarianten Massen unterhalb der freien $N\eta$ -Schwelle erklärt werden. Die Verwendung der Spektralfunktion beschränkt sich bislang auf kinematische Effekte, wohingegen die Wirkungsquerschnitte – besonders für die FSI – weitgehend diejenigen im Vakuum sind. Eine weitergehende Untersuchung könnte jetzt auf Effekte, die durch die explizite Modifikation der Querschnitte verursacht werden, zielen.

Anhang A

Ergänzungen zu Kapitel 2

A.1 Greens-Funktionen und Selbstenergien

In Kapitel 2 wurde das Konzept der Greens-Funktionen eingeführt. Wir führen nun die verschiedenen Greens-Funktionen auf. Mit Hilfe der chronologischen und antichronologischen Zeitordnungsoperatoren \hat{T}^C und \hat{T}^A lassen sie sich als Funktion der Feldoperatoren wie folgt schreiben:

$$ig^C(X, Y) = \langle \hat{T}^C[\psi(X)\psi^\dagger(Y)] \rangle \quad (\text{A.1})$$

$$ig^A(X, Y) = \langle \hat{T}^A[\psi(X)\psi^\dagger(Y)] \rangle \quad (\text{A.2})$$

$$ig^>(X, Y) = \langle \psi(X)\psi^\dagger(Y) \rangle \quad (\text{A.3})$$

$$-ig^<(X, Y) = \langle \psi^\dagger(Y)\psi(X) \rangle. \quad (\text{A.4})$$

Von diesen sind nur jeweils zwei unabhängig. Die chronologische und antichronologische Greens-Funktion kann durch die Korrelationsfunktionen ausgedrückt werden:

$$g^C(X, Y) = \Theta(x^0 - y^0)g^>(X, Y) + \Theta(y^0 - x^0)g^<(X, Y)$$

$$g^A(X, Y) = \Theta(y^0 - x^0)g^>(X, Y) + \Theta(x^0 - y^0)g^<(X, Y).$$

Ebenfalls Verwendung finden die retardierte und avancierte Greens-Funktion:

$$g^{\text{ret}}(X, Y) = \Theta(x^0 - y^0)[g^>(X, Y) - g^<(X, Y)] \quad (\text{A.5})$$

$$g^{\text{av}}(X, Y) = \Theta(y^0 - x^0)[g^<(X, Y) - g^>(X, Y)]. \quad (\text{A.6})$$

Ähnlich sind retardierte und avancierte Selbstenergie gegeben durch

$$\Sigma^{\text{ret}}(X, Y) = \Sigma_{\text{HF}}(X, Y) + \Theta(x^0 - y^0)[\Sigma^>(X, Y) - \Sigma^<(X, Y)] \quad (\text{A.7})$$

$$\Sigma^{\text{av}}(X, Y) = \Sigma_{\text{HF}}(X, Y) + \Theta(y^0 - x^0)[\Sigma^<(X, Y) - \Sigma^>(X, Y)]. \quad (\text{A.8})$$

Dabei ist Σ_{HF} der Hartree-Fock-Beitrag zur Selbstenergie.

A.2 Normierung der Spektralfunktion

Wir wollen die Normierung der Spektralfunktion, Gleichung (2.11), beweisen. Hierzu verwenden wir, daß die Korrelationsfunktionen aus Feldoperatoren in Heisenberg-Darstellung bestehen. In einem System wie Kernmaterie kann es nur eine Abhängigkeit

vom Betrag des Abstandes von X und Y geben. Daher folgt

$$g^{<,>}(X, Y) = g^{<,>}(R + U/2, R - U/2) = g^{<,>}(U/2, -U/2) = g^{<,>}(U, 0).$$

Es folgt also mit den Antikommutatorrelationen (2.3)

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} a(\omega, p) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} [ig^{>}(\omega, p) - ig^{<}(\omega, p)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int d^4u e^{iPU} [ig^{>}(U, 0) - ig^{<}(U, 0)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int d^4u e^{iPU} \langle \psi(U)\psi^\dagger(0) + \psi^\dagger(0)\psi(U) \rangle \\ &= \int d^4u e^{-i\vec{p}\cdot\vec{u}} \delta(u^0) \langle \psi(U)\psi^\dagger(0) + \psi^\dagger(0)\psi(U) \rangle \\ &= \int d^3u \delta^3(\vec{u}) = 1. \end{aligned}$$

Wie in Kapitel 2.2.2 beschrieben wird, ist die Spektralfunktion auch im Nichtgleichgewicht im Rahmen der Gradientenentwicklung erster Ordnung weiterhin auf eins normiert.

A.3 Der Mean-Field-Anteil zur Selbstenergie

Wir betrachten nun den Hartree-Fock-Beitrag zur Selbstenergie etwas genauer. Die Auswertung der Diagramme in Abbildung 2.3 mit Feynman-Regeln ergibt den Ausdruck

$$\begin{aligned} \Sigma_{\text{HF}}(X, Y) &= \delta(x^0 - y^0) [\delta^3(\vec{x} - \vec{y}) \int d^3z v(\vec{x} - \vec{z}) (-ig^{<}(x^0, \vec{z}; x^0, \vec{z})) + \\ &\quad v(\vec{x} - \vec{y}) ig^{<}(x^0, \vec{y}; x^0, \vec{y})]. \end{aligned}$$

In Kernmaterie können alle vorkommenden Größen nur vom Betrag der Relativkoordinate $U = X - Y$ abhängen. Die Korrelationsfunktionen sind in diesem Fall reell, da die beiden Zeitargumente identisch sind:

$$\begin{aligned} -ig^{<}(x^0, \vec{x}; x^0, \vec{y}) &= \langle \psi^\dagger(x^0, \vec{x})\psi(x^0, \vec{y}) \rangle = \langle \psi^\dagger(x^0, \vec{y})\psi(x^0, \vec{x}) \rangle \\ &= \langle \psi^\dagger(x^0, \vec{x})\psi(x^0, \vec{y}) \rangle^* = (-ig^{<}(x^0, \vec{x}; x^0, \vec{y}))^*. \end{aligned}$$

Offenbar ist $\Sigma_{\text{HF}}(X, Y)$ dann auch reell. Desweiteren gilt $\Sigma_{\text{HF}}(X, Y) = \Sigma_{\text{HF}}(u^0, \vec{u}) = \Sigma_{\text{HF}}(-u^0, -\vec{u})$. Es ist nun leicht zu zeigen, daß die Wigner-Transformierte ebenfalls

reell ist:

$$\begin{aligned}
\Sigma_{\text{HF}}(\omega, p) &= \int d^4u e^{iPU} \Sigma_{\text{HF}}(u^0, \vec{u}) \\
&= \int d^4u e^{-iPU} \Sigma_{\text{HF}}(-u^0, -\vec{u}) \\
&= \int d^4u e^{-iPU} \Sigma_{\text{HF}}(u^0, \vec{u})^* \\
&= \Sigma_{\text{HF}}(\omega, p)^*.
\end{aligned}$$

A.4 Greens-Funktion, Selbstenergie und Spektralfunktion

Wir wollen nun die Beziehungen (2.25) - (2.29) beweisen (siehe [4, 14]). Zunächst leiten wir die explizite Darstellung der retardierten Greens-Funktion, Gleichung (2.25), her. Dabei gehen wir von den Kadanoff-Baym-Gleichungen (2.39) aus. Die beiden Gleichungen lassen sich mit Definition (2.23) zu einer Bewegungsgleichung für g^{ret} zusammenfassen:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial x^0} + \frac{\vec{\nabla}_x^2}{2m} \right) g^{\text{ret}}(X, Y) = \delta^4(X - Y) + \int d^4x' \Sigma^{\text{ret}}(X, X') g^{\text{ret}}(X', Y).$$

Die linke Seite dieser Gleichung schreiben wir mit Hilfe der Wigner-Transformierten von g^{ret} wie folgt:

$$\text{L.S.} = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{-iPU} \left(\omega - \frac{p^2}{2m} \right) g^{\text{ret}}(\omega, p).$$

Auf der rechten Seite hängt die Delta-Funktion nur von den Relativkoordinaten ab und kann daher durch ihre Fourier-Transformierte (= Wigner-Transformierte) dargestellt werden. Der zweite Term ist etwas schwieriger, doch kann man im Gleichgewicht durch Einsetzen der Wigner-Transformierten von Σ^{ret} und g^{ret} zeigen, daß

$$\int d^4x' \Sigma^{\text{ret}}(X, X') g^{\text{ret}}(X', Y) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{-iPU} \Sigma^{\text{ret}}(\omega, p) g^{\text{ret}}(\omega, p)$$

gilt. Zusammen erhält man

$$\begin{aligned}
\left(\omega - \frac{p^2}{2m} \right) g^{\text{ret}}(\omega, p) &= 1 + \Sigma^{\text{ret}}(\omega, p) g^{\text{ret}}(\omega, p) \\
\Leftrightarrow g^{\text{ret}}(\omega, p) &= \frac{1}{\omega - \frac{p^2}{2m} - \Sigma^{\text{ret}}(\omega, p)}.
\end{aligned}$$

Als nächstes beweisen wir Gleichung (2.26). Aus der Definition der retardierten Greens-Funktion ergibt sich sofort

$$g^{\text{ret}}(U) = -i\Theta(u^0) \int \frac{d^4p'}{(2\pi)^4} e^{-iP'U} a(\omega', p').$$

Dann gilt weiterhin mit der Wigner-Transformierten

$$g^{\text{ret}}(\omega, p) = \int d^4u e^{iPU} g^{\text{ret}}(U),$$

daß

$$\begin{aligned} \text{Im } g^{\text{ret}}(\omega, p) &= \frac{1}{2i}(g^{\text{ret}}(\omega, p) - g^{\text{ret}*}(\omega, p)) \\ &= -\frac{1}{2} \int d^4u \Theta(u^0) \int \frac{d^4p'}{(2\pi)^4} a(\omega', p') [e^{-i(P'-P)U} + e^{-i(P-P')U}] \\ &= -\frac{1}{2} \int \frac{d^4p'}{(2\pi)^4} a(\omega', p') (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}' - \vec{p}) \left[\int_0^\infty du^0 e^{-iu^0(\omega' - \omega)} - \int_\infty^0 du^0 e^{iu^0(\omega' - \omega)} \right]. \end{aligned}$$

Nach Substitution der Integrationsvariablen $x^0 \rightarrow -x^0$ im zweiten Term der eckigen Klammer folgt

$$\begin{aligned} -2 \text{Im } g^{\text{ret}}(\omega, p) &= \int \frac{d^4p'}{(2\pi)^4} a(\omega', p') (2\pi)^4 \delta(\omega' - \omega) \delta^3(\vec{p}' - \vec{p}) \\ &= a(\omega, p). \end{aligned}$$

Praktisch analog kann man Gleichung (2.27) herleiten. Insgesamt folgt dann die Darstellung der retardierten Greens-Funktion:

$$\begin{aligned} a(\omega, p) &= -2 \text{Im } g^{\text{ret}}(\omega, p) \\ &= -2 \text{Im} \left[\frac{\omega - \frac{p^2}{2m} - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p) + i \text{Im}\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p)}{\left(\omega - \frac{p^2}{2m} - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p)\right)^2 + (\text{Im}\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p))^2} \right] \\ &= \frac{\Gamma(\omega, p)}{\left(\omega - \frac{p^2}{2m} - \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p)\right)^2 + \frac{1}{4}\Gamma(\omega, p)^2}. \end{aligned}$$

In ähnlicher Weise folgt der Zusammenhang (2.29) zwischen dem Real- und Imaginärteil der retardierten Selbstenergie. Hier gilt zunächst¹ (siehe Gleichungen (A.7) und (2.27))

$$\Sigma^{\text{ret}}(\vec{u}, u^0) = -i\Theta(u^0) \int \frac{d^4p'}{(2\pi)^4} e^{-iP'U} \Gamma(\omega', p').$$

Es folgt

$$\begin{aligned} \text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p) &= \frac{1}{2}[\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p) + \Sigma^{\text{ret}}(\omega, p)^*] \\ &= -\frac{i}{2} \int \frac{d^4p'}{(2\pi)^4} \int d^4u \Theta(u^0) \Gamma(\omega', p') [e^{-i(P'-P)U} - e^{i(P'P)U}] \\ &= -\frac{i}{2} \int \frac{d\omega'}{2\pi} \Gamma(\omega', p') \left[\int_0^\infty du^0 e^{-i(\omega' - \omega)u^0} - \int_{-\infty}^0 du^0 e^{-i(\omega' - \omega)u^0} \right]. \end{aligned}$$

¹Wir vernachlässigen hier den rein reellen Hartree-Fock-Beitrag zur Selbstenergie.

Wir betrachten nun den Ausdruck in den eckigen Klammern:

$$\begin{aligned}
 [\dots] &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\int_0^{\infty} du^0 e^{-i(\omega' - \omega - i\varepsilon)u^0} - \int_{-\infty}^0 du^0 e^{-i(\omega' - \omega + i\varepsilon)u^0} \right) \\
 &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{-i(\omega' - \omega - i\varepsilon)} - \frac{1}{-i(\omega' - \omega + i\varepsilon)} \right) \\
 &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-2i(\omega' - \omega)}{(\omega' - \omega)^2 + \varepsilon^2}
 \end{aligned}$$

Mit dem Cauchy'schen Hauptwert können wir also schreiben:

$$\text{Re}\Sigma^{\text{ret}}(\omega, p) = \mathcal{P} \int \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{\Gamma(\omega', p)}{\omega - \omega'}.$$

Soweit haben wir ein System im Gleichgewicht diskutiert. In Kapitel 2.2.2 erwähnen wir, daß die Gleichungen (2.25), (2.28), (2.29) auch im Rahmen der Gradientenentwicklung erster Ordnung in einem Nichtgleichgewichtssystem Bestand haben.

Anhang B

Eigenschaften der Teilchen mit Strangeness und Charm

B.1 Baryonen mit $S = -1$

$Y(M_0/\text{MeV})$	Γ_0 [MeV]	Zerfallswahrscheinlichkeiten in %						
		$\Lambda\pi$	NK	$\Sigma\pi$	$\Sigma^*\pi$	$\Lambda\eta$	NK^*	$\Lambda^*\pi$
$\Lambda(1116)$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\Sigma(1189)$	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{13}(1385)$	36	88	0	12	0	0	0	0
$S_{01}(1405)$	50	0	0	100	0	0	0	0
$D_{03}(1520)$	16	0	46	43	11	0	0	0
$P_{01}(1600)$	150	0	35	65	0	0	0	0
$P_{11}(1660)$	100	40	20	40	0	0	0	0
$S_{01}(1670)$	35	0	25	45	0	30	0	0
$D_{13}(1670)$	60	15	15	70	0	0	0	0
$D_{03}(1690)$	60	0	25	30	45	0	0	0
$S_{11}(1750)$	90	10	30	60	0	0	0	0
$D_{15}(1775)$	120	20	45	5	10	0	0	20
$S_{01}(1800)$	300	0	35	35	30	0	0	0
$P_{01}(1810)$	150	0	35	20	0	0	45	0
$F_{05}(1820)$	80	0	60	12	28	0	0	0
$D_{05}(1830)$	95	0	5	60	35	0	0	0
$P_{03}(1890)$	100	0	30	10	30	0	30	0
$F_{15}(1915)$	120	45	10	45	0	0	0	0
$F_{17}(2030)$	180	25	25	10	15	0	5	20
$G_{07}(2100)$	200	0	30	5	45	0	20	0
$F_{05}(2110)$	200	0	15	30	0	0	55	0

Tabelle B.1: Eigenschaften der Baryonen mit Strangeness-Quantenzahl $S = -1$. M_0 und Γ_0 bezeichnen die Resonanzmasse und die Breite auf der Resonanzmasse.

B.2 Baryonen mit $S < -1$ und/oder $C = 1$

	M_0 [MeV]	Γ_0 [MeV]	$I(J^P)$	S	C	Zerfalls- kanal
Ξ	1315	0	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	-2	0	
Ξ^*	1530	9.5	$\frac{1}{2}(\frac{3}{2}^+)$	-2	0	$\Xi \pi$
Ω	1672	0	$0(\frac{3}{2}^+)$	-3	0	
Λ_c	2285	0	$0(\frac{1}{2}^+)$	0	1	
Σ_c	2455	0	$1(\frac{1}{2}^+)$	0	1	
Σ_c^*	2530	15	$1(\frac{3}{2}^+)$	0	1	$\Lambda_c \pi$
Ξ_c	2466	0	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	-1	1	
Ξ_c^*	2645	4	$\frac{1}{2}(\frac{3}{2}^+)$	-1	1	$\Xi_c \pi$
Ω_c	2704	0	$0(\frac{1}{2}^+)$	-2	1	

Tabelle B.2: Eigenschaften der berücksichtigten Baryonen mit Strangeness-Quantenzahl $S < -1$ oder Charm-Quantenzahl $C = 1$.

B.3 Mesonen mit Strangeness und Charm

Meson	M_0 [MeV]	Γ_0 [MeV]	J	I	S	C	Zerfallskanäle
η_c	2980	0	0	0	0	0	
J/Ψ	3097	0	1	0	0	0	
D	1869	0	0	1/2	0	1	
\bar{D}	1869	0	0	1/2	0	-1	
D^*	2007	1	1	1/2	0	1	$D \pi$
\bar{D}^*	2007	1	1	1/2	0	-1	$\bar{D} \pi$
D_s	1969	0	0	0	1	1	
\bar{D}_s	1969	0	0	0	-1	-1	
D_s^*	2112	1.9	0	0	1	1	$D_s \gamma$ (94%), $D_s \pi$ (4%)
\bar{D}_s^*	2112	1.9	0	0	-1	-1	$\bar{D}_s \gamma$ (94%), $\bar{D}_s \pi$ (4%)

Tabelle B.3: Eigenschaften der Mesonen mit Strangeness und Charm.

Anhang C

Der skalierte Wirkungsquerschnitt für $\gamma N \rightarrow X$

In diesem Anhang beschäftigen wir uns mit dem skalierten Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $\gamma N \rightarrow N\pi$ (siehe Kapitel 4.7.6). Wir zerlegen den gemäß Gleichung (4.40) bestimmten totalen kohärenten Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma N \rightarrow N\pi}^{\text{koh}}$ in Anteile, die den einzelnen in BUU implementierten Reaktionen $\gamma N \rightarrow R$ und $\gamma N \rightarrow N\pi$ (Untergrund) zugeordnet werden können. Wie schon in Kapitel 4.7.6 beschrieben, kann man auch für diese inkohärente Wirkungsquerschnitte $\sigma_{\gamma N \rightarrow R}^{\text{ink}}$ und $\sigma_{\gamma N \rightarrow bg}^{\text{ink}}$ definieren, indem man in Gleichung (4.40) nur die resonanten bzw. nur die Untergrundamplituden berücksichtigt. Allerdings beschreibt die inkohärente Summe dieser Anteile nicht den totalen Wirkungsquerschnitt [20]. An Proton und Neutron gibt es jeweils zwei Isospinkanäle $k = p\pi^0, n\pi^+$ bzw. $k = n\pi^0, p\pi^-$. Wir schreiben für den kohärenten Wirkungsquerschnitt zur Ein-Pionen-Produktion:

$$\sigma_{\gamma N \rightarrow N\pi}^{\text{koh}} = \int d\Omega \frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow N\pi}^{\text{koh}}}{d\Omega} = \int d\Omega \sum_k \left(\sum_R \frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow R \rightarrow k}^{\text{eff}}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow bg(k)}^{\text{eff}}}{d\Omega} \right) \quad (\text{C.1})$$

mit den skalierten, effektiven Querschnitten

$$\frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow S_{11} \rightarrow k}^{\text{eff}}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow S_{11} \rightarrow k}^{\text{ink}}}{d\Omega}$$

$$\frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow R, bg \rightarrow k}^{\text{eff}}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow R, bg \rightarrow k}^{\text{ink}}/d\Omega}{\sum_{R \neq S_{11}, bg} d\sigma_{\gamma N \rightarrow R, bg \rightarrow k}^{\text{ink}}/d\Omega} \left(\frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow k}^{\text{koh}}}{d\Omega} - \frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow S_{11} \rightarrow k}^{\text{ink}}}{d\Omega} \right)$$

Die Summen über k laufen dabei über die beiden Isospinkanäle. Aus den in Kapitel 4.7.6 beschriebenen Gründen wird die $S_{11}(1535)$ separat behandelt und der effektive gleich dem inkohärenten Querschnitt gesetzt (dieser entspricht Gleichung (4.42)). Der Ausdruck für die anderen Kanäle in der zweiten Zeile folgt daraus dann sofort. Den Faktor vor der Klammer kann man als interpretieren als Wahrscheinlichkeit für einen bestimmten Kanal außer der S_{11} . Die Definition der effektiven Wirkungsquerschnitte erfüllt die Forderung

$$\frac{d\sigma_{\gamma \rightarrow k}^{\text{koh}}}{d\Omega} = \sum_R \frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow R \rightarrow k}^{\text{eff}}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow bg(k)}^{\text{eff}}}{d\Omega}$$

. In der bisherigen numerischen Realisierung wird Gleichung (C.1) von außen nach innen umgesetzt:

1. Bestimmung des Winkels
2. Bestimmung des Isospinkanals k
3. Bestimmung, ob eine Resonanz oder Untergrund produziert wird

Die Punkte 1. und 2. sind prinzipiell austauschbar (dies entspricht lediglich dem Austausch von Integral und Summe in Gleichung (C.1)).

Einzuwenden ist, daß die Bestimmung des Winkels mit dem vollen winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitt vorgenommen wird, d.h. inklusive aller resonanten Anteile. Verwendet wird der Winkel jedoch nur für die Untergrund-Pionen (da die Resonanzen propagiert werden). Weiterhin müssen wir laut Gleichung (4.38) in einer Rechnung mit Offshell-Nukleonen die Masse und den Streuwinkel auslaufender Nukleonen simultan bestimmen. Dies ist in der momentanen Vorgehensweise nicht möglich. Daher verwenden wir eine neue Methode, bei der der Winkel zuletzt bestimmt wird (d.h. wenn klar ist, daß tatsächlich Untergrund-Pionen produziert werden).

Wir setzen also an:

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma N \rightarrow N\pi}^{\text{koh}} &= \sum_k \sigma^{\text{koh}} = \sum_k \left(\sum_R \sigma_{\gamma N \rightarrow R \rightarrow k}^{\text{eff}} + \sigma_{\gamma N \rightarrow bg(k)}^{\text{eff}} \right) \\ &= \sum_k \left(\sum_R \sigma_{\gamma N \rightarrow R \rightarrow k}^{\text{eff}} + \int d\Omega \frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow bg(k)}^{\text{eff}}}{d\Omega} \right) \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

mit

$$\sigma_{\gamma N \rightarrow S_{11} \rightarrow k}^{\text{eff}} = \sigma_{\gamma N \rightarrow R \rightarrow k}^{\text{ink}} \quad (\text{C.3})$$

$$\sigma_{\gamma N \rightarrow R, bg \rightarrow k}^{\text{eff}} = \frac{\sigma_{\gamma N \rightarrow R, bg \rightarrow k}^{\text{ink}}}{\sum_{R \neq S_{11}, bg} \sigma_{\gamma N \rightarrow R, bg \rightarrow k}^{\text{ink}}} (\sigma_{\gamma N \rightarrow k}^{\text{koh}} - \sigma_{\gamma N \rightarrow S_{11} \rightarrow k}^{\text{ink}}) \quad (\text{C.4})$$

und

$$\frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow bg(k)}^{\text{eff}}}{d\Omega} = \frac{\sigma_{\gamma N \rightarrow k}^{\text{koh}} - \sigma_{\gamma N \rightarrow S_{11} \rightarrow k}^{\text{ink}}}{\sum_{R \neq S_{11}, bg} \sigma_{\gamma N \rightarrow R, bg \rightarrow k}^{\text{ink}}} \frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow bg(k)}^{\text{ink}}}{d\Omega}. \quad (\text{C.5})$$

Diese ersten beiden Ausdrücke entsprechen den obigen effektiven Querschnitten mit dem Unterschied, daß dort winkeldifferentielle und hier totale Wirkungsquerschnitte eingehen. Der erste Faktor auf der rechten Seite von Gleichung (C.5) hängt nicht vom Winkel ab, d.h. die Streuwinkel werden tatsächlich gemäß des inkohärenten, winkeldifferentiellen Querschnitts des Ein-Pionen-Untergrundes bestimmt.

Gemäß Gleichung (C.2) gehen wir nun wie folgt vor:

1. Bestimmung des Isospin-Kanals
2. Bestimmung, ob Resonanzen oder Untergrund produziert wird
3. Im Falle des Untergrundes: Bestimmung des Streuwinkels.

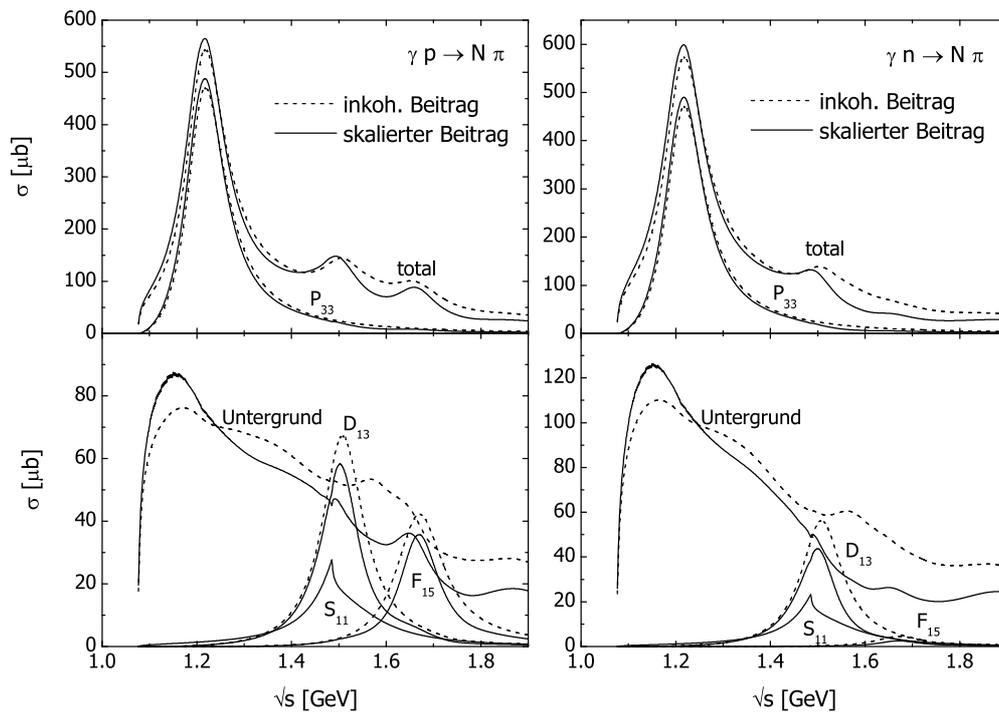


Abbildung C.1: Vergleich zwischen dem inkohärent ermittelten und dem skalierten totalen Wirkungsquerschnitt zur Ein-Pion-Produktion aus Gleichung (C.3).

Wie oben schon gesagt, kann wie hier auch in der alten Methode prinzipiell der Isospin-Kanal zuerst bestimmt werden, ohne das Ergebnis zu ändern. Das ist wichtig, denn somit bleiben die Verhältnisse zwischen den unterschiedlich geladenen Pionen in beiden Vorgehensweisen dieselben.

Unterschiede zwischen den beiden Methoden bei Rechnungen am Kern sind im Energiebereich bis 1 GeV vernachlässigbar. Dies gilt für alle totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitte.

Wir betrachten nun, wie die skalierten Wirkungsquerschnitte für die verschiedenen Kanäle im Vergleich zu den inkohärenten Querschnitten aussehen. In der oberen Reihe in Abbildung C.1 sind die totalen Wirkungsquerschnitte an Proton und Neutron sowie die Beiträge der $P_{33}(1232)$ zu sehen. Man sieht, daß die Summe der inkohärenten Querschnitte besonders im Bereich der zweiten und dritten Resonanzregion oberhalb der Summe der skalierten Querschnitte (d.h. per Konstruktion der totale kohärente Querschnitt) liegt. In der unteren Reihe sind die anderen Beiträge zu sehen. Generell haben die inkohärenten Beiträge die Tendenz, oberhalb ihrer skalierten Gegenstücke zu liegen. Insgesamt sind die Unterschiede aber nicht allzu groß.

Literaturverzeichnis

- [1] M. Gell-Mann,
A schematic model of baryons and mesons,
Phys. Lett. **8**, 214 (1964).
- [2] F. Halzen, A.D. Martin,
Quarks and Leptons,
John Wiley and Sons, New York, 1984.
- [3] B.D. Serot, J.D. Walecka,
The relativistic nuclear many-body problem,
Adv. Nucl. Phys. **16**, 1 (1986).
- [4] L.P. Kadanoff and G. Baym,
Quantum Statistical Mechanics,
Benjamin, New York, 1962.
- [5] C. Ciofi degli Atti, S. Simula,
Realistic model of the nucleon spectral function in few- and many-nucleon systems,
Phys. Rev. C **53**, 1689 (1996).
- [6] S. Fantoni, V.R. Pandharipande,
Correlated basis theory of nuclear matter response functions,
Nucl. Phys. A **473**, 234 (1987).
- [7] O. Benhar, A. Fabrocini, S. Fantoni,
The nucleon spectral function in nuclear matter,
Nucl. Phys. A **505**, 267 (1989).
- [8] J. Schwinger,
Brownian motion of a quantum oscillator,
J. Math. Phys. **2**, 407 (1961).
- [9] L.P. Keldysh,
Diagram technique for nonequilibrium processes,
Sov. Phys. JETP **20**, 1018 (1965).
- [10] G.F. Bertsch, H. Kruse, S. Das Gupta,
Boltzmann equation for heavy-ion collisions,
Phys. Rev. C **29**, 673 (1984).

- [11] G.F. Bertsch, S. Das Gupta,
A guide to microscopic models for intermediate energy heavy ion collisions,
Phys. Rep. **160**, 189 (1988).
- [12] W. Cassing, V. Metag, U. Mosel, K. Niita,
Production of energetic particles in heavy-ion collisions,
Phys. Rep. **188**, 363 (1990).
- [13] P. Danielewicz,
Quantum theory of nonequilibrium processes I,
Ann. Phys. **152**, 239 (1984).
- [14] S. Leupold,
Towards a test particle description of transport processes for states with continuous mass spectra,
Nucl. Phys. A **672**, 475 (2000).
- [15] W. Cassing, S. Juchem,
Semiclassical transport of particles with dynamical spectral functions,
Nucl. Phys. A **665**, 377 (2000).
- [16] M. Effenberger, U. Mosel,
Off-shell effects on particle production,
Phys. Rev. C **60**, 051901 (1999).
- [17] Yu.B. Ivanov, J. Knoll, D.N. Voskresensky,
Self-consistent approach fo off-shell transport,
nucl-th/0303006, submitted to Phys. Atom. Nucl.
- [18] S. Teis,
Transporttheoretische Beschreibung von relativistischen Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien,
Dissertation 1996, Institut für Theoretische Physik, Gießen.
- [19] S. Teis, W. Cassing, M. Effenberger, A. Hombach, U. Mosel, G. Wolf,
Pion production in heavy-ion collisions at SIS energies,
Z. Phys. A **356**, 421 (1997).
- [20] M. Effenberger,
Eigenschaften von Hadronen in Kernmaterie in einem vereinheitlichten Transportmodell,
Dissertation 1999, Institut für Theoretische Physik, Gießen.
- [21] J. Lehr, M. Effenberger, U. Mosel,
Electron and photon induced reactions on nuclei in the nucleon resonance region,
Nucl. Phys. A **671**, 503 (2000).
- [22] T. Ericson, W. Weise,
Pions and nuclei,
Clarendon Press, Oxford, 1988.

- [23] E. Oset, L.L. Salcedo,
Delta self-energy in nuclear matter,
Nucl. Phys. A **468**, 631 (1987).
- [24] W. Peters, M. Post, H. Lenske, S. Leupold, U. Mosel,
The spectral function of the rho meson in nuclear matter,
Nucl. Phys. A **632**, 109 (1998).
- [25] M. Post, S. Leupold, U. Mosel,
Hadronic spectral functions in nuclear matter,
nucl-th/0309085.
- [26] M. Effenberger,
Gammaabsorption an Kernen,
Diplomarbeit 1996, Institut für Theoretische Physik, Gießen.
- [27] M. Effenberger, A. Hombach, S. Teis, U. Mosel,
Photoabsorption on nuclei,
Nucl. Phys. A **613**, 353 (1997).
- [28] M. Effenberger, E.L. Bratkovskaya, U. Mosel,
 e^+e^- pair production from γA reactions,
Phys. Rev. C **60**, 44614 (1999).
- [29] A.B. Larionov, U. Mosel,
Off-shell pions in Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck transport theory,
Phys. Rev. C **66**, 034902 (2002).
- [30] G. Agakishiev et al.,
Enhanced production of low mass electron pairs in 200-GeV/u S-Au collisions at the CERN SPS,
Phys. Rev. Lett. **75**, 1272 (1995).
- [31] N. Bianchi et al.,
Total hadronic photoabsorption cross-section on nuclei in the nucleon resonance region,
Phys. Rev. C **54**, 1688 (1996).
- [32] M. Hirata, N. Katagiri, K. Ochi, T. Takaki,
Nuclear photoabsorption at photon energies between 300 and 850 MeV,
Phys. Rev. C **66**, 014612 (2002).
- [33] M. Post,
Spectral function of hadrons in nuclear matter,
Dissertation 2003, Institut für Theoretische Physik, Gießen.
- [34] M. Hirata, J.H. Koch, F. Lenz, E.J. Moniz,
Isobar hole doorway states and π ^{16}O scattering,
Ann. Phys. **120**, 205 (1979).

- [35] M. Effenberger, E.L. Bratkovskaya, W. Cassing, U. Mosel,
 e^+e^- pairs from π^-A reactions,
Phys. Rev. C **60**, 27601 (1999).
- [36] A.L. Fetter, J.D. Walecka,
Quantum theory of many particle systems,
McGraw-Hill, 1971.
- [37] W. Botermans, R. Malfliet,
Quantum transport theory of nuclear matter,
Phys. Rep. **198**, 115 (1990).
- [38] E.K.U. Gross und E. Runge,
Vielteilchentheorie,
Teubner Studienbücher, Stuttgart, 1986.
- [39] M.E. Peskin, D.V. Schroeder,
An introduction to quantum field theory,
Addison-Wesley, 1995.
- [40] S. Leupold, private Mitteilung.
- [41] F. Reif,
Statistische Physik und Theorie der Wärme,
de Gruyter, Berlin, 1987
- [42] L.W. Nordheim,
Proc. Roy. Soc. (London) A **119**, 689 (1928).
- [43] E.A. Uehling, G.E. Uhlenbeck,
Transport phenomena in Einstein-Bose and Fermi-Dirac Gases. I,
Phys. Rev. **43**, 552 (1933).
- [44] S.M. Banks et al.,
The $^{48}\text{Ca}(\vec{d}, ^3\text{He})^{47}\text{K}$ reaction at 80 MeV,
Nucl. Phys. A **437**, 381 (1985).
- [45] N. Matsuoka et al.,
RCNP Annual Report, 1985, S. 63.
- [46] S. Boffi, C. Giusti, F.D. Pacati, M. Radici,
Electromagnetic response of atomic nuclei,
Clarendon Press, Oxford, 1996.
- [47] P.K.A. de Witt Huberts,
Proton spectral functions and momentum distributions in nuclei from high-resolution ($e, e'p$) experiments,
J. Phys. G **16**, 507 (1990).

- [48] A.E.L. Dieperink, P.K.A. de Witt Huberts,
On high resolution ($e, e'p$) reactions,
Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **40**, 239 (1990).
- [49] V.R. Pandharipande, I. Sick, P.K.A. de Witt Huberts,
Independent particle motion and correlations in fermion systems,
Rev. Mod. Phys. **69**, 981 (1997).
- [50] G.J. Kramer, H.P. Blok, L. Lapikas,
A consistent analysis of ($e, e'p$) and ($d, {}^3\text{He}$) experiments,
Nucl. Phys. A **679**, 267 (2001).
- [51] O. Benhar, A. Fabrocini, S. Fantoni,
Nuclear matter Green functions in correlated-basis theory,
Nucl. Phys. A **550**, 201 (1992).
- [52] S. Fantoni, V.R. Pandharipande,
Momentum distribution of nucleons in nuclear matter,
Nucl. Phys. A **427**, 473 (1984).
- [53] J. Lehr, M. Effenberger, H. Lenske, S. Leupold, U. Mosel,
Transport theoretical approach to the nucleon spectral function in nuclear matter,
Phys. Lett. B **483**, 342 (2000).
- [54] J. Lehr, H. Lenske, S. Leupold, U. Mosel,
Nuclear matter spectral functions by transport theory,
Nucl. Phys. A **703**, 393 (2002).
- [55] F. Frömel, H. Lenske, U. Mosel,
Short-range correlations in nuclear matter at finite temperatures and high densities,
Nucl. Phys. A **723**, 544 (2003).
- [56] F. Frömel,
Selbstkonsistente Berechnung der Quark-Spektralfunktion in unendlich ausgedehnter Quarkmaterie,
Diplomarbeit 2001, Institut für Theoretische Physik, Gießen.
- [57] F. Frömel, S. Leupold, U. Mosel,
Spectral function of quarks in quark matter,
Phys. Rev. C **67**, 015206 (2003).
- [58] N.M. Hugenholtz, L. van Hove,
Physica **24**, 363 (1958).
- [59] A. Akmal, V.R. Pandharipande, D.G. Ravenhall,
Equation of state of nucleon matter and neutron star structure,
Phys. Rev. C **58**, 1804 (1998).

- [60] C. Ciofi degli Atti, E. Pace, G. Salme,
y-scaling analysis of quasielastic electron scattering and nucleon momentum distributions in few-body systems, complex nuclei, and nuclear matter,
Phys. Rev. C **43**, 1153 (1991).
- [61] T. Feuster, U. Mosel,
Unitary model for meson-nucleon scattering,
Phys. Rev. C **58**, 457 (1997).
- [62] A.B. Midgal,
The momentum distribution of interacting Fermi particles,
Sov. Phys. JETP **5**, 333 (1957).
- [63] G.M. Welke, M. Prakash, T.T.S. Kuo, S. Das Gupta,
Azimuthal distributions in heavy ion collisions and the nuclear equation of state,
Phys. Rev. C **38**, 2101 (1988);
C. Gale, G.M. Welke, M. Prakash, S.J. Lee, S. Das Gupta,
Transverse momenta, nuclear equation of state, and momentum-dependent interactions in heavy-ion collisions,
Phys. Rev. C **41**, 1545 (1990).
- [64] S. Leupold,
Life time of resonances in transport simulations,
Nucl. Phys. A **695**, 377 (2001).
- [65] T. Weidmann, E.L. Bratkovskaya, W. Cassing, U. Mosel,
 e^+e^- pairs from π^-A reactions,
Phys. Rev. C **59**, 919 (1999).
- [66] J. Lehr,
Elektroproduktion von Mesonen an Kernen,
Diplomarbeit 1999, Institut für Theoretische Physik, Gießen.
- [67] M. Effenberger, U. Mosel,
Photoproduction of mesons in nuclei at GeV energies,
Phys. Rev. C **62**, 014605 (2000).
- [68] T. Falter, U. Mosel,
Hadron formation in high-energy photonuclear reactions,
Phys. Rev. C **66**, 024608 (2002).
- [69] T. Falter, W. Cassing, K. Gallmeister, U. Mosel,
Hadron formation and attenuation in deep inelastiv lepton scattering off nuclei,
nucl-th/0303011.
- [70] P. Bozek,
One-body properties of nuclear matter with off-shell propagation,
Phys. Rev. C **65**, 054306 (2002).

- [71] S. Stringari, M. Traini, O. Bohigas,
Momentum distribution in heavy nuclei,
Nucl. Phys. A **516**, 33 (1990).
- [72] M. Jaminon, C. Mahaux, H. Ngo,
Effect of correlations on the momentum distribution of protons in ^{208}Pb ,
Nucl. Phys. A **452**, 445 (1986).
- [73] D.M. Manley and E.M. Saleski,
Multichannel parametrization of πN scattering amplitudes,
Phys. Rev. D **45**, 4002 (1992).
- [74] Particle Data Group,
Review of particle physics,
Phys. Rev. D **66**, 010001 (2002).
- [75] J.M. Blatt, V.F. Weisskopf,
Theoretical nuclear physics,
Wiley, New York, 1952.
- [76] P. Danielewicz, S. Pratt,
Delays associated with elementary processes in nuclear reaction simulations,
Phys. Rev. C **53**, 249 (1996).
- [77] A.B. Larionov, M. Effenberger, S. Leupold, U. Mosel,
Resonance lifetime in Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck theory: Observable consequences,
Phys. Rev. C **66**, 054604 (2002).
- [78] B. Andersson, G. Gustafson, H. Pi,
The FRITIOF model for very high energy hadronic collisions,
Z. Phys. C **57**, 485 (1993).
- [79] J. Cugnon, T. Mizutani, J. Vandermeulen,
Equilibration in relativistic nuclear collisions. A Monte Carlo calculation,
Nucl. Phys. A **352**, 505 (1981).
- [80] V. Dmitriev, O. Sushkov,
 Δ -formation in the $^1\text{H}(^3\text{He}, ^3\text{H})\Delta^{++}$ reaction at intermediate energies,
Nucl. Phys. A **459**, 503 (1986).
- [81] R.A. Arndt, R.L. Workman, Z. Li, L.D. Roper,
Partial-wave analysis of pion photoproduction,
Phys. Rev. C **42**, 1853 (1990).
- [82] R.L. Walker,
Phenomenological analysis of single-pion photoproduction,
Phys. Rev. **182**, 182 (1969).

- [83] B. Krusche et al.,
Near threshold photoproduction of η mesons off the proton,
Phys. Rev. Lett. **74**, 3736 (1995).
- [84] F. Renard et al.,
Differential cross section measurement of η photoproduction on the proton from threshold to 1100 MeV,
Phys. Lett. B **528**, 215 (2002).
- [85] G. Penner,
Vector meson production and nucleon resonance analysis in a coupled-channel approach,
Dissertation 2002, Institut für Theoretische Physik, Gießen.
- [86] B. Krusche et al.
Near-threshold photoproduction of η -mesons from the deuteron,
Phys. Lett. B **358**, 40 (1995).
- [87] J.A. Gomez Tejedor, E. Oset,
Double pion photoproduction on the nucleon: study of the isospin channels,
Nucl. Phys. A **600**, 413 (1996).
- [88] L.N. Hand,
Experimental investigation of pion electroproduction,
Phys. Rev. **129**, 1834 (1963).
- [89] F.W. Brasse et al.,
Parametrization of the q^2 dependence of $\gamma_v p$ total cross sections in the resonance region,
Nucl. Phys. B **110**, 413 (1976).
- [90] P. Stoler,
Baryon form factors at high Q^2 and the transition to perturbative QCD,
Phys. Rep. **226**, 104 (1993).
- [91] F.W. Brasse et al.,
Electroproduction of η mesons in the region of the resonance $S_{11}(1535)$ at momentum transfers of 2 and 3 GeV^2 ,
Z. Phys. C **22**, 33 (1984).
- [92] C.S. Armstrong et al.,
Electroproduction of the $S_{11}(1535)$ resonance at high momentum transfer,
Phys. Rev. D **60**, 052004 (1999).
- [93] W. Cassing, S. Juchem,
Semiclassical transport of hadrons with dynamical spectral functions in $A + A$ collisions at SIS/AGS energies,
Nucl. Phys. A **672**, 417 (2000).

- [94] E.L. Bratkovskaya, W. Cassing, R. Rapp, J. Wambach,
Dilepton production and m_T scaling at BEVELAC/SIS energies,
Nucl. Phys. A **634**, 168 (1998).
- [95] T. Kodama,
Causality and relativistic effects in intranuclear cascade calculations,
Phys. Rev. C **29**, 2146 (1984).
- [96] C. Fuchs, A. Faessler, M. El-Shabshiry,
Off shell behaviour of the in medium nucleon-nucleon cross section,
Phys. Rev. C **64**, 024003 (2001).
- [97] A. Larionov, U. Mosel,
The $NN \rightarrow N\Delta$ cross section in nuclear matter,
nucl-th/0307035
- [98] C. Dover, J. Hüfner, R.H. Lemmer,
Pions in nuclear matter - an approach to the pion-nucleus optical potential,
Ann. Phys. **66**, 248 (1971).
- [99] M. Baldo, I. Bombaci, G. Giansiracusa, U. Lombardo, C. Mahaux, R. Sartor,
Off-the-energy-shell properties of the mass operator and spectral functions in nuclear matter,
Nucl. Phys. A **545**, 741 (1992).
- [100] J. Helgesson, J. Randrup,
Spin-isospin modes in heavy-ion collisions,
Ann. Phys. **244**, 12 (1995).
- [101] M. Post, S. Leupold, U. Mosel,
The ρ spectral function in a relativistic resonance model,
Nucl. Phys. A **689**, 753 (2001).
- [102] M. Post, private Mitteilung
- [103] J. Lehr, U. Mosel,
In-medium broadening of nucleon resonances,
Phys. Rev. C **64**, 042202 (2001).
- [104] T. Falter,
Der Abschattungseffekt im nuklearen Photoabsorptionsquerschnitt,
Diplomarbeit 2000, Institut für Theoretische Physik, Gießen.
- [105] T.A. Armstrong et al.,
Total hadronic cross section of γ rays in hydrogen in the energy range 0.265-4.215 GeV,
Phys. Rev. D **5**, 1640 (1972);
A. Baldini et al.,
Landolt-Börnstein,
Band 12, Springer-Verlag, Berlin, 1987.

- [106] R.C. Carrasco, E. Oset,
Interaction of real photons with nuclei from 100 to 500 MeV,
Nucl. Phys. A **536**, 445 (1992).
- [107] B. Krusche et al.,
Photoproduction of π^0 -mesons from nuclei,
in Vorbereitung.
- [108] B. Krusche et al.,
Coherent π^0 -photoproduction from atomic nuclei,
Phys. Lett. B **526**, 287 (2002).
- [109] L. Alvarez-Ruso, private Mitteilung.
- [110] J. Arends et al.,
Inclusive charged pion photoproduction on ^{12}C using tagged photons in the energy range (200-390) MeV,
Z. Phys. A **305**, 205 (1982).
- [111] B. Krusche et al.,
In-medium properties of the $D_{13}(1520)$ nucleon resonance,
Phys. Rev. Lett. **86**, 4763 (2001).
- [112] B. Krusche, private Mitteilung.
- [113] B. Krusche et al.,
Surface and volume effects in nuclear photoabsorption,
in Vorbereitung.
- [114] M. Röbig-Landau et al.,
Near threshold photoproduction of η -mesons from complex nuclei,
Phys. Lett. B **373**, 45 (1996).
- [115] T. Yorida et al.
Observation of the $S_{11}(1535)$ resonance in nuclear medium via the $^{12}\text{C}(\gamma, \eta)$ reaction,
Phys. Lett. B **476**, 226 (2000).
- [116] H. Yamazaki et al.,
Study of S_{11} resonance in nuclei through (γ, η) reactions,
Nucl. Phys. A **670**, 202c (2000).
- [117] J. Lehr, M. Post, U. Mosel,
In-medium modifications of the $S_{11}(1535)$ resonance and eta photoproduction,
Phys. Rev. C **68**, 044601 (2003).
- [118] W. Peters, H. Lenske, U. Mosel,
Coherent photoproduction of eta mesons on spin zero nuclei in a realistic, nonlocal model,
Nucl. Phys. A **645**, 506 (1998).

- [119] T. Maruyama, S. Chiba,
In-medium effects in the eta-photoproduction through the S_{11} resonance with the relativistic approach,
nucl-th/0204051.
- [120] J. Lehr, U. Mosel,
 η electroproduction on nuclei in the nucleon resonance region,
Phys. Rev. C **68** 044603, (2003).
- [121] T. Falter, private Mitteilung.
- [122] N.C.R. Makins et al.,
Momentum transfer dependence of nuclear transparency from the quasielastic $^{12}\text{C}(e, e'p)$ reaction,
Phys. Rev. Lett. **72**, 1986 (1994).
- [123] T.G. O'Neill et al.,
A-dependence of nuclear transparency in quasielastic $A(e, e'p)$ at high Q^2 ,
Phys. Lett. B **351**, 87 (1995).
- [124] D. Abbott et al.,
Quasifree $(e, e'p)$ reactions and proton propagation in nuclei,
Phys. Rev. Lett. **80**, 5072 (1998).
- [125] K. Garrow et al.,
Nuclear transparency from quasielastic $A(e, e'p)$ reactions up to $Q^2 = 8.1 (\text{GeV}/c)^2$,
Phys. Rev. C **66**, 044613 (2002).
- [126] L. Frankfurt, G. Miller, M. Strikman,
Geometrical color optics of coherent high-energy processes,
Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **45**, 501 (1994).
- [127] P. Jain, B. Pire, J. Ralston,
Quantum color transparency and nuclear filtering,
Phys. Rept. **271**, 67 (1996).
- [128] A.H. Mueller,
Topics in high-energy perturbative QCD including interactions with nuclear matter,
Proceedings of the XVII Rencontre de Moriond, ed. J. Tran Thanh Van,
Editions Frontiers, Gif-sur-Yvette, 1982;
S.J. Brodsky,
Testing quantum chromodynamics,
Proceedings of the XIIIth International Symposium on Multiparticle Dynamics,
eds. W. Kittel, W. Metzger, A. Stergiou,
World Scientific, Singapore, 1982.

- [129] L. Frankfurt, M. Strikman,
Color screening and color transparency in hard nuclear processes,
Prog. Part. Nucl. Phys. **27**, 135 (1991).
- [130] G. Miller,
Introduction to color transparency,
Int. J. Mod. Phys. E **1**, 629 (1992).
- [131] T. Falter, Dissertation, in Vorbereitung.
- [132] K. Garrow et al.,
Measurement of pion transparency in nuclei,
JLab proposal, 2001.
- [133] E.M. Aitala et al.,
Observation of color-transparency in diffractive dissociation of pions,
Phys. Rev. Lett. **86**, 4773 (2001).
- [134] D. van Westrum,
Quasielastic ($e, e'p$) reactions and proton propagation through nuclei,
PhD-Thesis, University of Colorado, 1998.
- [135] Ye.S. Golubeva, L.A. Kondratyuk, A. Bianconi, S. Boffi, M. Radici,
Nuclear transparency in quasielastic $A(e, e'p)$: Intranuclear cascade versus eikonal approximation,
Phys. Rev. C **57**, 2618 (1998).
- [136] B. Povh, K. Rith, C. Scholz, F. Zetsche,
Teilchen und Kerne,
Springer-Verlag, 1997
- [137] S. Frullani, J. Mougey,
Single-particle properties of nuclei through ($e, e'p$) reactions,
Adv. Nucl. Phys. **14**, 1 (1984).
- [138] T. de Forest Jr.,
Off-shell electron-nucleon cross sections - The impulse approximation,
Nucl. Phys. A **392**, 232 (1983).
- [139] L. Frankfurt, M. Strikman, M. Zhalov,
Single-particle strength restoration and nuclear transparency in high- Q^2 exclusive ($e, e'p$) reactions,
Phys. Lett. B **503**, 73 (2001).
- [140] L. Lapikas, G. van der Steenhoven, L. Frankfurt, M. Strikman, M. Zhalov,
Transparency of ^{12}C for protons,
Phys. Rev. C **61**, 064325 (2000).
- [141] J. Lehr, U. Mosel,
Influence of the nucleon spectral function in photon and electron induced reactions

on nuclei,
nucl-th/0309084

- [142] U. Camerini et al.,
Photoproduction of the ψ particles,
Phys. Rev. Lett. **35**, 483 (1975);
B. Gittelman et al.,
Photoproduction of the $\psi(3100)$ meson at 11 GeV,
Phys. Rev. Lett. **35**, 1616 (1975).
- [143] T. Falter, private Mitteilung.

Danksagung

Mein Dank gilt vor allem Herrn Prof. Dr. Ulrich Mosel für die Aufnahme an sein Institut und die interessante Themenstellung. Sein Interesse, verschiedenste Anregungen und Diskussionen, aber auch die Gewährung von Freiräumen haben den Fortgang dieser Arbeit maßgeblich beeinflußt.

Herrn Prof. Dr. Horst Lenske danke ich für die gute Zusammenarbeit bei der Untersuchung der Nukleon-Spektralfunktion. In diesem Zusammenhang gilt mein Dank ebenso Dr. Stefan Leupold, der sich insbesondere beim zweiten Paper sehr stark engagiert hat. Auch darüberhinaus hatte er immer ein offenes Ohr für physikalische Probleme und Fragen.

Herrn Dr. Martin Effenberger gilt mein Dank für die Überlassung seines BUU-Codes und die Anfertigung eines überaus nützlichen Handbuchs.

Zu besonderem Dank verpflichtet bin ich meinem langjährigen Zimmergenossen und 'alden Gumbel' Thomas Falter für die überaus gute Arbeitsatmosphäre und viele erheiternde Gespräche, die die tägliche Arbeit sehr erleichtert haben. Zahlreiche Diskussionen über die Interpretation so mancher Zeile des gemeinsam geerbten BUU-Codes sowie andere fachliche Themen haben ihren Eingang in diese Arbeit gefunden. Darüberhinaus hat er sich durch weite Teile des Manuskripts gearbeitet.

Auch bei Marcus Post bedanke ich mich für viele Gespräche über photonukleare und In-Medium-Physik (und gelegentlich auch 'clearly beyond'), viele Anregungen und kritische Kommentare.

Der mit den Jahren immer wieder wechselnden Computer-Crew danke ich als einer ihrer 'Hauptkunden' besonders, daß sie einen (fast) reibungslosen Ablauf meiner Rechnungen ermöglicht haben und für die zuverlässige Unterstützung in Computerfragen aller Art.

Allen jetzigen und ehemaligen Mitgliedern des Instituts für Theoretische Physik I danke ich für die überaus gute und produktive Stimmung, neben den schon genannten Personen insbesondere Prof. Dr. Carsten Greiner, Dr. Gregor Penner, Dr. Martin Effenberger, Dr. Frank Hofmann, Frank Frömel, Christoph Keil, Gunnar Martens und Tino Mehlmann.

Ebenso bin ich Prof. Dr. Bernd Krusche und Dr. Susan Schadmand für die bereitwillige Versorgung mit Daten zu Dank verpflichtet.

Auch Elke Jung danke ich für ihre Hilfe in administrativen Dingen (Reisekostenabrechnungen, anstehende Vertragsverlängerungen...) aller Art.

Schließlich geht noch ein Dank an meine Familie für die Unterstützung in den vergangenen Jahren.