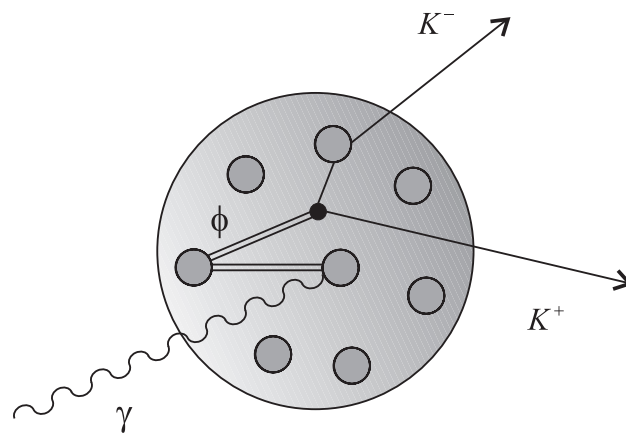

PHOTOPRODUKTION VON ϕ -MESONEN AN KERNEN



DIPLOMARBEIT

vorgelegt von

PASCAL MÜHLICH

aus Staufenberg/Hessen

INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK I
JUSTUS-LIEBIG-UNIVERSITÄT GIESSEN

Gießen, Juli 2001

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	S-Matrix Theorie	5
2.1	Grundlagen	5
2.1.1	Grundannahmen	6
2.1.2	Die T -Matrix	7
2.2	Die $2 \rightarrow 2$ Amplitude	8
2.2.1	Die Mandelstam Variablen	9
2.2.2	Observable	11
2.3	Das optische Theorem	13
2.4	Dispersionsrelationen	14
3	Regge-Theorie	17
3.1	Einleitung	17
3.1.1	Partialwellenentwicklung	18
3.2	Die Froissart-Gribov-Projektion	19
3.3	Die komplexe Drehimpulsebene	20
3.3.1	Signatur	20
3.3.2	Die Sommerfeld-Watson-Transformierte	21
3.3.3	Analytische Fortsetzung	22
3.3.4	Die Regge-Amplitude	24
3.4	Regge-Pole	25
3.5	Eigenschaften von Regge-Trajektorien	27
3.5.1	Austauschentartung	29
3.6	Totale Wirkungsquerschnitte - das Pomeron	31
3.7	Zusammenfassung	32
4	Beispiel: Photoproduktion von Pionen und Kaonen	35
4.1	Photoproduktionsamplituden am Nukleon	35
4.1.1	Pionen	36
4.1.2	Kaonen	38

4.2	Reggisierung der Amplituden	38
4.3	Ergebnisse	41
4.4	Die inkohärente Photoproduktion am Kern	44
4.4.1	Vektormesoninduzierte Pionenproduktion	45
4.4.2	Verwendete Parameter	46
4.4.3	Ergebnisse	47
5	Photoproduktion von ϕ-Mesonen	51
5.1	Einleitung	51
5.1.1	Vakuumeigenschaften des ϕ -Mesons	52
5.2	ϕ -Photoproduktion am Nukleon	53
5.2.1	Totaler Wirkungsquerschnitt	54
5.2.2	Differentielle Wirkungsquerschnitte	55
5.3	Kinematik der Photoproduktion am Kern	61
6	Das BUU-Transportmodell	69
6.1	Grundlagen	69
6.1.1	Die BUU-Gleichung	69
6.1.2	Der Kollisionsterm	71
6.2	Numerische Realisierung	72
6.2.1	Die Testteilchenmethode	72
6.2.2	Perturbative Teilchen	73
6.2.3	Initialisierung von Photon-Nukleon-Reaktionen	73
6.2.4	Resonanzformation- und zerfall	75
6.2.5	Rekonstruktion des invarianten Massenspektrums	76
6.3	Berechnung von γA -Wirkungsquerschnitten	77
6.4	Die Endzustandswechselwirkungen	78
6.4.1	Zweiteilchen-Stöße	78
6.4.2	Wirkungsquerschnitte für ϕN -Reaktionen	79
6.4.3	Wirkungsquerschnitte der KN - und $\bar{K}N$ -Reaktionen	80
7	Ergebnisse zur Photoproduktion von ϕ-Mesonen am Kern	83
7.1	Einleitung	83
7.2	Die ϕ -Endzustandswechselwirkung	84
7.2.1	Absorption	84
7.2.2	Elastische Streuung	87
7.3	Die Kaon-Endzustandswechselwirkung	90
7.3.1	Elastische Streuung	90
7.3.2	Absorption	93
7.4	Vollständige Rechnung	94

8	Mediummodifikationen des ϕ-Mesons	99
8.1	Verbreiterung	99
8.1.1	Vergleich unserer Rechnungen mit [Os00]	103
8.2	Massenverschiebung	105
9	Zusammenfassung	109
	Anhang	113
A	Notation	113
B	Legendre-Funktionen	115
B.1	Eigenschaften der Legendre-Funktionen	116
B.2	Asymptotisches Verhalten für $l \rightarrow \infty$ und $z \rightarrow \infty$	117
C	Die Berechnung von Feynman-Graphen	119
C.1	Feynman-Regeln	119
C.2	Berechnung des hadronischen Stromes	120
C.3	Relationen für Gamma-Matrizen	121
C.4	Kopplungen für die π - und K -Produktion	122
D	Die Vektormesonen-Dominanz-Hypothese	125
E	Der photonukleare Abschattungseffekt	129
E.1	Glauber-Vielfachstreuungs-Theorie	129
E.2	Der Abschattungseffekt im Glauber-Modell	131
E.2.1	Nukleare Photoabsorption	132
E.2.2	Inkohärente Photoproduktion	132
E.2.3	Photoproduktion pseudoskalarer Mesonen	133
	Literaturverzeichnis	135

Abbildungsverzeichnis

2.1	Integrationskontur C_1 in der komplexen s -Ebene.	15
3.1	Ersetzung des Einteilchenaustausches durch den Austausch der Regge-Trajektorie.	18
3.2	Die Integrationskontur in der komplexen Drehimpulsebene	23
3.3	Die π^- , ρ^- und ω -Trajektorien.	28
4.1	Beiträge zur Photoproduktion von Pionen	36
4.2	Beiträge zur Photoproduktion von Kaonen	38
4.3	Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$	42
4.4	Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma N \rightarrow \pi^0 N$	42
4.5	Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma p \rightarrow K^+ \Lambda$	43
4.6	Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma N \rightarrow K^+ \Sigma^0$	43
4.7	Beiträge zur vektormesoninduzierten Produktion positiver Pionen.	46
4.8	Ergebnisse der inkohärenten Pionenproduktion am Kern	48
5.1	Die Vakuumspektralfunktion des ϕ -Mesons	54
5.2	Der totale ϕ -Photoproduktionsquerschnitt	55
5.3	Der winkeldifferentielle ϕ -Photoproduktionsquerschnitt I	59
5.4	Der winkeldifferentielle ϕ -Photoproduktionsquerschnitt II	60
5.5	Laborimpuls der ϕ -Mesonen nach Photoproduktion	63
5.6	Laborimpuls der ϕ -Mesonen bei verschiedenen Photonenergien	64
5.7	Laborimpuls der ϕ -Mesonen mit Fermibewegung der Nukleonen	66
5.8	Impulsdifferentieller WQ für die Reaktion $\gamma N \rightarrow \phi N$	67
6.1	WQ für ϕN -Reaktionen	80
6.2	WQ für KN -Reaktionen	81
6.3	WQ für $\bar{K}N$ -Reaktionen	82
7.1	Dichteverteilung der ϕ -Zerfälle	85
7.2	Nukleonendichte eines Bleikerns in der BUU-Simulation	86
7.3	Impulsspektrum der ϕ -Mesonen	87
7.4	Impulsspektrum mit VMD-Querschnitt	89

7.5	Verbreiterung des Massenspektrums durch elastische Streuung . . .	91
7.6	Massenspektrum mit/ohne Pauli-Blocking	92
7.7	Ortsraumverteilung mit/ohne \bar{K} -Absorption	93
7.8	Massenspektrum mit Impulsschnitten ohne Mediummodifikationen	96
7.9	Massenspektrum mit Impulsschnitten ohne Mediummodifikationen ^{40}Ca	97
8.1	Breite des ϕ -Spektrums an verschiedenen Kernen	101
8.2	Faltung der ϕ -Spektralfunktion mit $dN/d\rho$	102
8.3	Ergebnisse der Rechnungen aus [Os00]	104
8.4	Massenspektrum mit Massenverschiebung von 10 MeV	106
8.5	Vergleich der Massenspektren mit/ohne Massenshift	107
D.1	Das einfache VMD-Bild	126
D.2	Die Reaktion $\gamma + X \rightarrow Y$ in einfachen VMD-Bild	127

Kapitel 1

Einleitung

In der vorliegenden Arbeit wollen wir die Photoproduktion von Mesonen an Atomkernen bei hohen Energien untersuchen.

Bei Photonenergien von einigen GeV ist die Wellenlänge des Photons klein gegen den mittleren Abstand der Nukleonen innerhalb eines Kerns, so daß die Reaktion des Photons mit dem Kern in der *impulse approximation* beschrieben werden kann, welche besagt, daß die Photon-Kern-Wechselwirkung an nur einem Nukleon des Kerns stattfindet. Die Photoproduktion von Mesonen kann somit als zweistufiger Prozeß beschrieben werden: zunächst reagiert das Photon mit einem Nukleon des Kerns und produziert ein oder mehrere Mesonen, im zweiten Schritt reagieren die primär produzierten Teilchen mit der umgebenden Kernmaterie (*final state interactions*).

$$\gamma + N_1 + (A - 1) \rightarrow m + N_2 + (A - 1) \rightarrow m + X$$

Betrachten wir Reaktionen bei hinreichend hohen Energien, kann der erste Schritt der Photon-Kern-Wechselwirkung beschrieben werden durch Modelle, die auf dem Austausch von Regge-Trajektorien beruhen [Co, Ma].

Die Wechselwirkung von Hadronen wird heute im Prinzip beschrieben durch die nicht abelsche Eichfeldtheorie der Quantenchromodynamik (QCD). Da jedoch die Kopplungskonstante α_s der QCD sehr groß ist, können die im Bereich der Quantenelektrodynamik (QED) entwickelten Lösungsmethoden nicht einfach auf die Lösung der QCD übertragen werden.

Bereits bevor die QCD als Theorie der starken Wechselwirkung anerkannt wurde hat man durch die Untersuchung sehr genereller Eigenschaften von Streuprozessen phänomenologische Theorien zur Beschreibung der hadronischen Wechselwirkungen entwickelt. Eine solche Theorie stellt die Regge-Theorie dar, die bereits 1959 von T.Regge auf dem Gebiet der nichtrelativistischen Potentialstreuung entwickelt wurde [Re59] und noch heute oftmals die einzige Möglichkeit

darstellt, hadronische Wirkungsquerschnitte bei hohen Energien zu berechnen (z.B.[Do92, Do00, Gu97, Gi97, La00]).

Eine vollständige quantenmechanische Beschreibung des zweiten Schrittes der Photon-Kern-Reaktion ist bislang unmöglich. Eine mögliche Lösung dieses Problems bietet ein transporttheoretischer Ansatz [Te97, Ef99, Le99]. Wir werden in dieser Arbeit ein semiklassisches BUU-Transportmodell verwenden, welches im Detail alle möglichen Wechselwirkungen der beteiligten Teilchen enthält, um die Endzustandswechselwirkungen der produzierten Teilchen zu simulieren.

Eine völlig andere Möglichkeit der Beschreibung von Photon-Kern-Reaktionen bietet die Glauber-Vielfachstreuungstheorie [Ba78, Re99, Fa00]. Das Glauber-Modell reduziert die Reaktion des Photons mit dem Kern auf die Wechselwirkungen mit einzelnen Nukleonen. Durch kohärente Addition verschiedener Beiträge zur Photon-Kern-Reaktion kommt es im Glauber-Modell zur Abschattung des einlaufenden Photons. Die Endzustandswechselwirkung ist in diesem Modell jedoch ausschließlich auf die Absorption der produzierten Teilchen beschränkt.

Wir werden in dieser Arbeit das Glauber-Modell verwenden, um den in [Gu97] im Rahmen der Regge-Theorie berechneten Prozess der Photoproduktion von Pionen am Nukleon auf die inkohärente Photoproduktion am Kern zu erweitern:

$$\gamma + A \rightarrow \pi + A'.$$

Mit inkohärent ist hier gemeint, daß der Kern im Gegensatz zur kohärenten Produktion nach der Reaktion nicht mehr in seinem Grundzustand bleibt. Leider existieren nur sehr wenige Daten zur π -Produktion an Kernen [By69], so daß wir nur wenige Vergleichsmöglichkeiten mit den Ergebnissen unserer Rechnungen haben.

Der Hauptteil der vorliegenden Arbeit ist dem Test der Eigenschaften des ϕ -Mesons in Kernmaterie mittels Photoproduktion und Beobachtung der Kaon-Antikaon-Paare, die den wichtigsten Zerfallskanal des ϕ -Mesons darstellen, gewidmet.

$$\gamma + A \rightarrow \phi + X \rightarrow K\bar{K} + X'$$

Hierbei soll untersucht werden, ob das in Osaka(Japan) geplante Experiment [Fu01, Na01] zu dieser Reaktion Ergebnisse liefern kann, die ein deutliches Signal für die eventuellen Modifikationen des ϕ -Mesons im nuklearen Medium [Ha92, Kl97, Oe00] zeigen.

Um die Medumeigenschaften von Vektormesonen zu messen, müssen geeignete Experimente gefunden werden, die es ermöglichen, Größen zu beobachten, die sensitiv sind auf die zu untersuchenden Modifikationen. Ein unmittelbarer Zugang zur Spektralfunktion eines Teilchens, die sowohl die Information über die Masse als auch über die Breite des entsprechenden Teilchens beinhaltet, ist das invariante Massenspektrum seiner Zerfallsprodukte, dessen Breite unmittelbar die Massenverteilung der zerfallenen Resonanzen wiedergibt.

Die Bereitstellung der zu untersuchenden Mesonen mittels Photoproduktion am Kern bietet im wesentlichen zwei Vorteile. Einerseits stellt die Photoproduktion eine relativ “saubere” Umgebung dar, da Photonen in der Regel mit nur einem Nukleon des Kerns wechselwirken und aufgrund der kleinen elektromagnetischen Kopplung nur unwesentlich durch die umgebende Kernmaterie beeinflusst werden. Andererseits bleibt der Kern auf der relevanten Zeitskala im wesentlichen bei normaler Kerndichte im Grundzustand, so daß die Informationen über Mediummodifikationen, die mit der Dichte skalieren, bei genau definierten Bedingungen erhalten werden.

Bereits in [Os00] wurden massendifferentielle Wirkungsquerschnitte für die ϕ -Produktion am Kern unter der Annahme einer Mediumverbreiterung des ϕ -Mesons berechnet, allerdings wurde in dem dort verwendeten Modell die Erweiterung von der Produktion am Nukleon auf die Produktion am Kern unter stark vereinfachenden Annahmen gewonnen. In den Ergebnissen dieser Arbeit hebt sich das Signal für die Modifikation des ϕ -Mesons deutlich von den Ergebnissen ohne Mediummodifikation ab.

Von der Beobachtung dieser Modifikationen erwartet man sich Aufschluß über fundamentale Eigenschaften der starken Wechselwirkung. Es existieren theoretische Modelle [Br91, Ha92], die in einer Modifikation der Eigenschaften von Vektormesonen in Kernmaterie ein Signal für eine partielle Restauration der chiralen Symmetrie bei endlichen Temperaturen bzw. Dichten erkennen. Ein Maß dafür ist der Grundzustandserwartungswert des skalaren Quark-Antiquark-Kondensats

$$\langle \bar{q}q \rangle,$$

den man daher auch Ordnungsparameter der chiralen Symmetrie oder chirales Kondensat nennt.

Ein von Brown und Rho vorgeschlagenes Modell [Br91] sagt voraus, daß die Massen der Vektormesonen proportional zum Erwartungswert des chiralen Kondensats sind (*Brown-Rho-Scaling*)

$$m_V = m_0 \left(1 - \alpha \frac{\rho}{\rho_0} \right),$$

wobei m_0 die Vektormesonmasse im Vakuum und ρ die Nukleonendichte bezeichnet. Eine Absenkung der Vektormesonmassen bei endlicher Nukleonendichte kann somit als eine partielle Restauration der chiralen Symmetrie verstanden werden. Die Beobachtung einer Massenabsenkung der Vektormesonen muß jedoch nicht auf diese Weise interpretiert werden. Es existiert eine Vielzahl anderer Modelle, die die Modifikationen der Eigenschaften von Vektormesonen im nuklearen Medium auf konventionellere Art erklären (z.B. [Kl97, Po98, Oe00]).

Die Photoproduktion von ϕ -Mesonen am Nukleon werden wir mit Hilfe des Modells aus [Do00] beschreiben. Dieses Modell basiert auf dem Austausch der Po-

meron-Trajektorie, die in der Regge-Theorie die Wechselwirkung über den Austausch von Gluonen erklärt. Zur Beschreibung der Endzustandswechselwirkungen greifen wir auf ein semiklassisches Transportmodell zurück, welches auf einer Lösung der klassischen Boltzmann-Gleichung beruht. Das hier verwendete BUU-Transportmodell wurde bereits in einigen Arbeiten auf die Berechnung photon-induzierter Reaktionen erweitert und angewendet [Ho94, Ef96, Ef99]. In dieser Arbeit gehen wir nur auf die Grundlagen und die für uns relevanten Details des Modells ein. Eine vollständige Beschreibung des verwendeten Transportmodells findet sich in [Ef99].

In Kapitel 2 wollen wir zunächst die grundsätzlichen Annahmen und Eigenschaften der Streumatrix, welche die Grundlage für die Entwicklung einer Theorie für die Reaktionen von Hadronen bei hohen Energien bildet, einführen. Auf dieser Basis werden wir in Kapitel 3 die Herleitung eines analytischen Ausdrucks für hadronische Streuamplituden bei hohen Energien im Rahmen der Regge-Theorie nachvollziehen. Kapitel 4 befasst sich mit einem Beispiel aus [Gu97], welches in einer Verbindung der Regge-Theorie und einer effektiven Feldtheorie stark wechselwirkender Teilchen die Photoproduktion von Pionen und Kaonen am Nukleon berechnet. Schließlich werden wir dieses Modell mittels der Glauber-Vielfachstreuungstheorie auf die π -Produktion am Kern erweitern.

In Kapitel 5 beginnen wir mit der Diskussion der Photoproduktion von ϕ -Mesonen. Zunächst erläutern wir dort die Berechnung des elementaren Querschnittes für die Reaktion am einzelnen Nukleon aus [Do00] und erweitern anschließend unsere Betrachtungen auf die Photoproduktion am Kern. In Kapitel 6 werden wir auf die Grundlagen und die für unsere Rechnungen relevanten Details des verwendeten Transportmodells eingehen. In Kapitel 7 präsentieren wir die Ergebnisse unserer mittels des BUU-Programms berechneten Simulation und in Kapitel 8 zeigen wir entsprechende Ergebnisse mit Mediummodifikationen des ϕ -Mesons.

Die Arbeit wird in Kapitel 9 mit einer Zusammenfassung beendet.

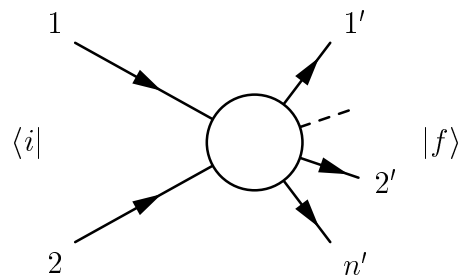
Kapitel 2

\mathcal{S} -Matrix Theorie

In dem folgenden Kapitel befassen wir uns mit sehr generellen Eigenschaften von Streuprozessen hadronischer Teilchen, die die Grundlage bilden für die Entwicklung der Regge-Theorie. Die wesentlichen Aussagen der Regge-Theorie basieren allein auf den analytischen Eigenschaften der \mathcal{S} -Matrix. Der Formalismus der \mathcal{S} -Matrix-Theorie findet sich auch in zahlreichen Lehrbüchern, wie z.B. [BD, Ga]. Eine gute Übersicht über das Thema befindet sich vor allem in [Co].

2.1 Grundlagen

In einem typischen Streuexperiment trifft ein auf hohe Geschwindigkeit beschleunigtes Teilchen (Projektil) ein zweites ruhendes Teilchen (Target). Das Ergebnis ist im allgemeinen die Produktion vieler verschiedener Arten von Teilchen, welche sich mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten in verschiedene Richtungen von ihrem Produktionsvertex fortbewegen.



Somit haben wir zu einem Zeitpunkt $t = -\infty$ vor der Wechselwirkung einen Anfangszustand $|i\rangle$, bestehend aus zwei freien Teilchen, und zu einem Zeitpunkt $t = +\infty$ nach der Wechselwirkung einen Endzustand $|f\rangle$, der häufig aus sehr vielen Teilchen besteht. Wir definieren die Streumatrix (oder kurz \mathcal{S} -Matrix) als Übergangsoperator zwischen Anfangs- und Endzustand, so daß das quadrierte

Matrixelement dieses Operators die Wahrscheinlichkeit angibt, vom Zustand $|i\rangle$ in den Zustand $|f\rangle$ zu gelangen:

$$P_{fi} = |\langle f|\mathcal{S}|i\rangle|^2 = \langle i|\mathcal{S}^\dagger|f\rangle\langle f|\mathcal{S}|i\rangle. \quad (2.1)$$

\mathcal{S}^\dagger ist der hermitesch adjungierte Operator zu \mathcal{S} . Um die vollständige \mathcal{S} -Matrix zu berechnen, die alle Matrixelemente enthält, um von jedem beliebigen Anfangszustand in jeden denkbaren Endzustand zu gelangen, wäre es notwendig, alle möglichen zugrundeliegenden Wechselwirkungen zu kennen, die zwischen den Teilchen des Anfangs- und des Endzustands wirken. Da die Theorie der starken Wechselwirkung (Quantenchromodynamik) bis heute nicht in der Lage ist, die hadronischen Wechselwirkungen vollständig zu beschreiben, hat man versucht, durch einfache Annahmen wie z.B. Analytizität und Lorentzinvarianz, zumindest einige generelle Eigenschaften der \mathcal{S} -Matrix abzuleiten.

Wir wollen im folgenden zunächst die wesentlichen Annahmen und Analytizitätseigenschaften der \mathcal{S} -Matrix-Theorie einführen, unter der Einschränkung auf den für uns relevanten Fall des zwei Teilchen Endzustandes die Verbindung der Streumatrix mit meßbaren Observablen ableiten und auf dieser Grundlage die wesentlichen Schritte, die zur Entwicklung einer Theorie für das Hochenergieverhalten hadronischer Streuprozesse geführt haben, nachvollziehen.

2.1.1 Grundannahmen

Die \mathcal{S} -Matrix Theorie startet von den folgenden Annahmen [Co]:

- **Die Zustände freier Teilchen erfüllen das quantenmechanische Superpositionsprinzip.**

Sind $|\psi_\alpha\rangle$ und $|\psi_\beta\rangle$ physikalische Zustände, so ist auch

$$|\psi_\gamma\rangle = a|\psi_\alpha\rangle + b|\psi_\beta\rangle \quad a, b \in \mathbb{C} \quad (2.2)$$

ein physikalischer Zustand.

- **Die Kräfte der starken Wechselwirkung sind von kurzer Reichweite.**

Da man glaubt, daß die Wechselwirkungen zwischen Hadronen durch den Austausch von Bosonen vermittelt werden, kann die maximale Reichweite der hadronischen Wechselwirkungen abgeschätzt werden durch die Comptonwellenlänge des leichtesten Austauschteilchens, des Pions. Somit können Teilchen, die mehr als einige Fermi (10^{-15}m) voneinander entfernt sind, bezüglich der starken Wechselwirkung als frei betrachtet werden.

- **Der Streuprozess, und somit auch die \mathcal{S} -Matrix, ist invariant unter Lorentztransformation.**

- **Die \mathcal{S} -Matrix ist unitär.**

Wenn wir annehmen, daß die Zustände freier Teilchen ein komplettes orthonormales System von Basiszuständen bilden, welche die Vollständigkeitsrelation

$$\sum_m |m\rangle\langle m| = 1 \quad (2.3)$$

erfüllen, folgt die Unitarität unmittelbar. Die Wahrscheinlichkeit von einem gegebenen Anfangszustand in einen beliebigen Endzustand zu gelangen muß gleich 1 sein.

$$\begin{aligned} \sum_m P_{mi} &= \sum_m |\langle m|\mathcal{S}|i\rangle|^2 = \sum_m \langle i|\mathcal{S}^\dagger|m\rangle\langle m|\mathcal{S}|i\rangle \\ &= \langle i|\mathcal{S}^\dagger\mathcal{S}|i\rangle = 1 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Da das für jeden Zustand $|i\rangle$ gelten soll, folgt unmittelbar

$$\mathcal{S}^\dagger\mathcal{S} = \mathbf{1} \quad (2.5)$$

- **Die \mathcal{S} -Matrix ist analytisch in allen Variablen.**

Da die Streumatrix $\mathcal{S}(\xi_i)$ von physikalischen Größen abhängt, ist klar, daß die Variablen ξ_i rein reell sein müssen. Trotzdem wollen wir im folgenden die Argumente der Streumatrix als beliebige komplexe Variablen betrachten. Mit der Forderung nach Analytizität der Streumatrix können wir ihre physikalischen Werte erhalten durch den Grenzübergang

$$\text{Phys}\{\mathcal{S}\} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \{\mathcal{S}(\xi_i + i\epsilon)\}$$

- **Alle Teilchen liegen auf ihrer Massenschale (*Quasi-Teilchen Näherung*).**

Die Energie eines Teilchens ist damit gegeben über

$$E \equiv p_0 = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}. \quad (2.6)$$

2.1.2 Die T -Matrix

Eine unserer Annahmen war, daß die Kräfte der starken Wechselwirkung von kurzer Reichweite sind. Für den Fall des Zwei-Teilchen-Anfangs- und des Zwei-Teilchen-Endzustandes, den wir im folgenden betrachten wollen, erscheint somit eine Zerlegung der \mathcal{S} -Matrix in folgender Weise sinnvoll [Co, PS, Ga]:

$$\langle p'_1 p'_2 | \mathcal{S} | p_1 p_2 \rangle = \langle p'_1 p'_2 | p_1 p_2 \rangle + \langle p'_1 p'_2 | \mathcal{A} | p_1 p_2 \rangle. \quad (2.7)$$

Der erste (“unverbundene”) Term gilt für den Fall, daß die zwei Teilchen sich niemals weit genug nähern, um wechselzuwirken, der zweite (“verbundene”) Term representiert die Wechselwirkung der beiden Teilchen. Wir schreiben dafür die Operatoridentität

$$\hat{\mathcal{S}} = \mathbf{1} + \hat{\mathcal{A}}. \quad (2.8)$$

Benutzen wir die Unitarität der \mathcal{S} -Matrix (2.5), können wir sofort eine Unitaritätsgleichung für den Operator \mathcal{A} schreiben:

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{S}}^\dagger \hat{\mathcal{S}} &= (\mathbf{1} + \hat{\mathcal{A}})(\mathbf{1} + \hat{\mathcal{A}}^\dagger) = \mathbf{1} \\ \Rightarrow \hat{\mathcal{A}} + \hat{\mathcal{A}}^\dagger &= -\hat{\mathcal{A}}\hat{\mathcal{A}}^\dagger. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Für die Normierung physikalischer Zustände übernehmern wir die Konventionen aus [Co]:

$$\langle p'|p\rangle = (2\pi)^3 2p_0 \delta^3(\vec{p}' - \vec{p}). \quad (2.10)$$

Führen wir jetzt noch eine δ -Funktion ein, die die Impulserhaltung während des Streuprozesses gewährleistet, können wir für (2.7) schreiben:

$$\begin{aligned} \langle p'_1 p'_2 | \mathcal{S} | p_1 p_2 \rangle &= (2\pi)^6 4p_{01} p_{02} \delta^3(\vec{p}'_1 - \vec{p}_1) \delta^3(\vec{p}'_2 - \vec{p}_2) \\ &\quad + i(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) \langle p'_1 p'_2 | T | p_1 p_2 \rangle. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Hierbei haben wir in der zweiten Zeile die T -Matrix oder Streuamplitude definiert. Durch Vergleich von (2.7) mit (2.11) finden wir somit folgenden Zusammenhang von \mathcal{S} - und T -Matrix:

$$\mathcal{S} = \mathbf{1} + i(2\pi)^4 \delta(P_i - P_f) T. \quad (2.12)$$

2.2 Die $2 \rightarrow 2$ Amplitude

Betrachten wir die Streuung spinloser Teilchen, hängt die Streuamplitude nur von den 4-Impulsen der ein- und auslaufenden Teilchen ab. Da alle am Streuprozess beteiligten Teilchen auf ihrer Massenschale sitzen, ist die nullte Komponente des 4-Impulses vollständig bestimmt durch die Masse und den 3-Impuls des jeweiligen Teilchens. Während des Streuprozesses gilt Impuls- und Energieerhaltung, somit sind auch die 4-Impulse der ein- und auslaufenden Teilchen nicht unabhängig. Es gilt:

$$\sum p_\mu^{\text{in}} = \sum p_\mu^{\text{out}}.$$

Für einen Prozess mit n externen Linien ergeben sich somit n Bedingungen durch die On-shell-Bedingung und 4 Bedingungen durch globale Energie- und Impulserhaltung. Außerdem ergeben sich sechs weitere Bedingungen durch Invarianz

des Streuprozesses unter Lorentztransformation und Rotation im 4-dimensionalen Minkowski-Raum. Die Streuamplitude eines n -Linien Prozesses ist somit von

$$4n - n - 4 - 6 = 3n - 10 \quad (2.13)$$

Variablen abhängig. In dem für uns im folgenden interessanten Fall des 2-Teilchen Anfangs- und 2-Teilchen Endzustandes hängt die Amplitude also nur von zwei unabhängigen Variablen ab.

Im Falle eines 3-Linien Prozesses (z.B. Resonanzzerfall) stellen globale Energie- und Impulserhaltung sowie die On-shell Bedingung keine unabhängigen Einschränkungen dar, so daß die Amplitude für diesen Prozess von $3 \times 3 - 9 = 0$ Variablen abhängt.

2.2.1 Die Mandelstam Variablen

Eine mögliche Wahl der unabhängigen Variablen, von denen die \mathcal{S} -Matrix im Falle der Streuung $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ abhängt, sind die sog. Mandelstam-Variablen. Sie sind in folgender Weise definiert:

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 \\ t &= (p_1 - p_3)^2 \\ u &= (p_1 - p_4)^2 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Da die Amplitude nur von zwei Variablen abhängen muß, sind s, t und u nicht unabhängig voneinander. Die Mandelstam-Variablen erfüllen folgende Bedingung:

$$s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2. \quad (2.15)$$

Wir wollen im folgenden s und t als unabhängige Variable verwenden. Hierbei gibt s das Quadrat der totalen Energie im Schwerpunktsystem und t das Quadrat des 4-Impulsübertrags an. Mit z_s bezeichnen wir den Kosinus des Streuwinkels zwischen Teilchen 1 und 3 im Schwerpunktsystem:

$$z_s \equiv \cos(\theta_s). \quad (2.16)$$

Für die Streuung $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ ist z_s vollständig bestimmt durch die Variablen s und t , denn

$$t = (p_1 - p_3)^2 = m_1^2 + m_3^2 - 2E_1^{\text{cms}} E_3^{\text{cms}} + 2p_{12}^{\text{cms}} p_{34}^{\text{cms}} \cos \theta_s. \quad (2.17)$$

p_{12}^{cms} und p_{34}^{cms} sind die Beträge der 3-Impulse im Schwerpunktsystem des Anfangs- und Endzustandes. Sie sind gegeben durch

$$\begin{aligned} p_{12}^{\text{cms}} &= \frac{\sqrt{(s - (m_1 + m_2)^2)(s - (m_1 - m_2)^2)}}{2\sqrt{s}} \\ p_{34}^{\text{cms}} &= \frac{\sqrt{(s - (m_3 + m_4)^2)(s - (m_3 - m_4)^2)}}{2\sqrt{s}}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Beschränken wir uns auf die Streuung von Teilchen identischer Masse, kann z_s sehr einfach aus s und t erhalten werden:

$$z_s = 1 + \frac{2t}{s - 4m^2}. \quad (2.19)$$

Crossing-Symmetrie

Aus den Analytizitätseigenschaften der Streuamplitude kann auf einfache Weise eine Verbindung zwischen verschiedenen Streuprozessen hergestellt werden, die als Crossing-Symmetrie bekannt ist [Ga, Co, PS]. Die Amplitude des Prozesses $1+2+\bar{4} \rightarrow 3+\dots$ hat die selben Singularitäten wie die Amplitude des Prozesses $1+2 \rightarrow 3+4+\dots$, wobei $\bar{4}$ das Antiteilchen zu Teilchen 4 bezeichnet. Formal können die Amplituden dieser Prozesse unmittelbar in Verbindung gebracht werden:

$$T(\dots \rightarrow p_4 + \dots) = T(\dots + p_{\bar{4}} = -p_4 \rightarrow \dots), \quad (2.20)$$

wobei allerdings keine Werte von p_4 und $p_{\bar{4}}$ existieren, für die beide Prozesse physikalisch erlaubt sind, da sowohl p_4^0 als auch $p_{\bar{4}}^0$ positiv sein müssen. Die Amplitude $T(\dots \rightarrow p_4 \dots)$ kann erhalten werden durch analytische Fortsetzung von $T(\dots p_{\bar{4}} \rightarrow \dots)$ in den unphysikalischen Bereich $p_{\bar{4}}^0 < 0$.

Klappen wir alle äußeren Beine des Prozesses $1+2 \rightarrow 3+4$ um ($\bar{3} + \bar{4} \rightarrow \bar{1} + \bar{2}$), gelangen wir wieder zur selben Situation der kinematischen Variablen, denn

$$\begin{aligned} s &= (p_{\bar{1}} + p_{\bar{2}})^2 = (-p_1 - p_2)^2 = (p_1 + p_2)^2 \\ t &= (p_{\bar{3}} - p_{\bar{1}})^2 = (-p_3 + p_1)^2 = (p_3 - p_1)^2. \end{aligned}$$

Man bezeichnet den Prozess, in dem $E_{\text{cms}}^2 = s = (p_1 + p_2)^2$ die Schwerpunktsenergie angibt, als s -Kanal und die Prozesse, in denen die Schwerpunktsenergie durch $E_{\text{cms}}^2 = t = (p_1 + p_3)^2$ bzw. $E_{\text{cms}}^2 = u = (p_1 + p_4)^2$ gegeben ist, als t - bzw. u -Kanal.

Insgesamt können die folgenden sechs Prozesse durch eine gemeinsame Streuamplitude beschrieben werden:

$$\begin{aligned} 1 + 2 \rightarrow 3 + 4 & \quad \bar{3} + \bar{4} \rightarrow \bar{1} + \bar{2} & (s\text{-Kanal}) \\ 1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4 & \quad 2 + \bar{4} \rightarrow \bar{1} + 3 & (t\text{-Kanal}) \\ 1 + \bar{4} \rightarrow \bar{2} + 3 & \quad 2 + \bar{3} \rightarrow \bar{1} + 4 & (u\text{-Kanal}). \end{aligned} \quad (2.21)$$

Die Variablen s , t und u nehmen in den verschiedenen Kanälen unterschiedliche Werte an. So ist beispielsweise für die elastische Streuung identischer Teilchen im s -Kanal die totale Schwerpunktsenergie gegeben durch die Variable $s = (p_1 + p_2)^2$, die somit immer positive Werte annimmt, während im t -Kanal $s = (p_1 - p_2)^2$ den Impulsübertrag angibt und daher immer negativ ist.

2.2.2 Observable

Mit den Gleichungen (2.1) und (2.12) ist die Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeit und Einheitsvolumen von einem Anfangszustand $|i\rangle$ in einen Endzustand $|f\rangle$ zu gelangen gegeben durch

$$R_{fi} = (2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_i) |\langle f|T|i\rangle|^2. \quad (2.22)$$

Der totale Wirkungsquerschnitt für diesen Prozess ist definiert als die totale Übergangswahrscheinlichkeit geteilt durch den einfallenden Teilchenfluß F . Im Schwerpunktsystem des 2-Teilchen-Anfangszustandes ist F mit der Normierung der physikalischen Zustände (2.10) gegeben durch die Energien und die Relativgeschwindigkeit der Teilchen:

$$F = 4E_1 E_2 |\vec{v}_1 - \vec{v}_2|. \quad (2.23)$$

Die Geschwindigkeiten können durch die entsprechenden Impulse im Schwerpunktsystem (2.18) ausgedrückt werden:

$$|\vec{v}_1| = \frac{p_{12}^{\text{cms}}}{E_1^{\text{cms}}} \quad |\vec{v}_2| = \frac{p_{12}^{\text{cms}}}{E_2^{\text{cms}}} \quad \vec{v}_1 = -\vec{v}_2. \quad (2.24)$$

Damit ergibt sich für den Fluß:

$$F = 4E_1^{\text{cms}} E_2^{\text{cms}} p_{12}^{\text{cms}} \left(\frac{1}{E_1^{\text{cms}}} + \frac{1}{E_2^{\text{cms}}} \right) = 4\sqrt{s} p_{12}^{\text{cms}}. \quad (2.25)$$

Dieser Ausdruck für den einfallenden Teilchenfluß ist explizit lorentzinvariant. Um den totalen Wirkungsquerschnitt zu erhalten müssen wir über alle möglichen Endzustände summieren:

$$\sigma_{12 \rightarrow X} = \sum_f \frac{R_{fi}}{F}. \quad (2.26)$$

Benutzen wir jetzt die Ausdrücke für R_{fi} und F erhalten wir den totalen Wirkungsquerschnitt als inkohärente Summe über alle möglichen Kanäle:

$$\sigma_{12 \rightarrow X} = \frac{1}{4p_{12}^{\text{cms}} \sqrt{s}} \sum_f (2\pi)^4 \delta(P_f - P_i) |\langle f|T|i\rangle|^2. \quad (2.27)$$

Eine weitere Observable, die bei unseren späteren Untersuchungen noch von Interesse sein wird, ist der impulsdifferentielle Wirkungsquerschnitt, den wir mit [Po01] berechnen. Ganz allgemein kann der differentielle Wirkungsquerschnitt geschrieben werden als Produkt des quadrierten Matrixelements mit dem Phasenraum des Endzustandes geteilt durch den einlaufenden Fluß [PS]:

$$d^6\sigma = \frac{1}{F} |\langle f|T|i\rangle|^2 \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{d^3p_4}{(2\pi)^3 2E_4} (2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4), \quad (2.28)$$

wobei die δ -Funktion Energie- und Impulserhaltung gewährleistet. Mit Hilfe der δ -Funktion können wir nun zunächst über d^3p_4 integrieren:

$$d^3\sigma = \frac{1}{(2\pi)^2 F} |\langle f|T|i \rangle|^2 \frac{1}{2E_3 2E_4} \delta(p_1^0 + p_2^0 - p_3^0 - p_4^0) p_3^2 dp_3 d\phi d(\cos\theta). \quad (2.29)$$

Wenn wir mit $k = p_1 + p_2$ den Gesamtimpuls vor der Wechselwirkung bezeichnen, können wir das Argument der δ -Funktion schreiben als

$$k^0 - \sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} - \sqrt{m_4^2 + \vec{k}^2 + \vec{p}_3^2 - 2|\vec{k}||\vec{p}_3|\cos\theta}, \quad (2.30)$$

wobei θ den Winkel zwischen einlaufendem Gesamtimpuls und dem Impuls \vec{p}_3 des auslaufenden Teilchens bezeichnet. Wir können die δ -Funktion daher benutzen, um die Integration über θ auszuführen. Dazu benötigen wir noch die partielle Ableitung des Argumentes nach $\cos\theta$:

$$\frac{\partial(k^0 - p_3^0 - p_4^0)}{\partial(\cos\theta)} = \frac{|\vec{k}||\vec{p}_3|}{E_4}. \quad (2.31)$$

Die Integration über ϕ ist trivial, da wir nur unpolarisierte Streuprozesse beobachten wollen und der Streuprozess somit nicht vom Azimutalwinkel abhängt. Für den Fall, daß Teilchen 2 vor der Reaktion ruht, folgt damit schließlich für den impulsdifferenziellen Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d|\vec{p}_3|^l} = \frac{1}{32\pi\sqrt{s}p_{12}^{\text{cms}}} \frac{|\vec{p}_3|^l}{E_3^l |\vec{p}_1|^l} |\langle f|T(s, t)|i \rangle|^2. \quad (2.32)$$

Zur besseren Unterscheidung haben wir die Variablen, die Größen im Laborsystem bezeichnen, mit einem hochgestellten Index l versehen.

Mit ganz ähnlichen Überlegungen kann ein Ausdruck für den winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitt im Schwerpunktsystem erhalten werden. Die Herleitung dieser Formel findet sich in den meisten Büchern über Streu- oder Quantenfeldtheorie [PS, BD, Co, PDG]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{cms}}} = \frac{p_{34}^{\text{cms}}}{64\pi^2 s p_{12}^{\text{cms}}} |\langle f|T(s, t)|i \rangle|^2. \quad (2.33)$$

Der differentielle Querschnitt $d\sigma/dt$ kann erhalten werden mittels folgender einfacher Überlegung. Die ϕ -Integration kann wieder unmittelbar ausgeführt werden:

$$\frac{d\sigma}{dz_s} = \int_0^{2\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\phi = 2\pi \frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{cms}}}.$$

Das Quadrat des Impulsübertrags t ist für die Streuung $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ gegeben durch Gleichung (2.17). Damit können wir schreiben

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{2p_{12}^{\text{cms}} p_{34}^{\text{cms}}} \frac{d\sigma}{dz_s} = \frac{\pi}{p_{12}^{\text{cms}} p_{34}^{\text{cms}}} \frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{cms}}}. \quad (2.34)$$

Somit erhalten wir den differentiellen Querschnitt $d\sigma/dt$ aus der Streuamplitude nach folgender Formel:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\pi s} \frac{1}{(p_{12}^{\text{cms}})^2} |\langle f|T(s,t)|i\rangle|^2. \quad (2.35)$$

2.3 Das optische Theorem

Der totale Wirkungsquerschnitt (2.27) erfüllt eine sehr nützliche Unitaritätsgleichung, die man optisches Theorem nennt. Gleichung (2.5) kann für einen speziellen Anfangs- und Endzustand geschrieben werden als

$$(\mathcal{S}\mathcal{S}^\dagger)_{fi} = \sum_n \mathcal{S}_{fn}\mathcal{S}_{ni}^\dagger = \delta_{fi}. \quad (2.36)$$

Für die elastische Streuung $1 + 2 \rightarrow 1 + 2$ können wir \mathcal{S}_{fi} mit (2.12) schreiben als

$$\mathcal{S}_{fi} = \delta_{fi} + i(2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_i) \langle f|T|i\rangle. \quad (2.37)$$

Das setzen wir nun in die Summe von (2.36):

$$\begin{aligned} \sum_n \mathcal{S}_{fn}\mathcal{S}_{ni}^\dagger &= \sum_n (\delta_{fn} + i(2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_n) \langle f|T|n\rangle) \times \\ &\quad \times (\delta_{ni} - i(2\pi)^4 \delta^4(P_n - P_i) \langle n|T^*|i\rangle) \\ &= \sum_n (\delta_{fn}\delta_{ni} + \delta_{ni}i(2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_n) \langle f|T|n\rangle - \\ &\quad - \delta_{fn}i(2\pi)^4 \delta^4(P_n - P_i) \langle n|T^*|i\rangle + \\ &\quad + (2\pi)^8 \delta^4(P_f - P_n) \delta^4(P_n - P_i) \langle f|T|n\rangle \langle n|T^*|i\rangle) \\ &= \delta_{fi} + i(2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_i) (\langle f|T|i\rangle - \langle f|T^*|i\rangle) + \\ &\quad + \sum_n (2\pi)^8 \delta^4(P_f - P_i) \delta^4(P_n - P_i) \langle f|T|n\rangle \langle n|T^*|i\rangle \\ &\equiv \delta_{fi}. \end{aligned}$$

Es folgt somit die Unitaritätsgleichung

$$i(\langle f|T|i\rangle - \langle f|T^*|i\rangle) = -(2\pi)^4 \sum_n \delta^4(P_n - P_i) \langle f|T|n\rangle \langle n|T^*|i\rangle. \quad (2.38)$$

Wenn nun der Anfangszustand mit dem Endzustand identisch ist, steht auf der linken Seite gerade zweimal der Imaginärteil der Amplitude:

$$2\mathcal{I}m\{\langle i|T|i\rangle\} = (2\pi)^4 \sum_n \delta^4(P_n - P_i) |\langle n|T|i\rangle|^2. \quad (2.39)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung können wir nun unmittelbar mit (2.27) vergleichen. Daraus erhalten wir

$$\sigma^{\text{tot}}(s) = \frac{1}{2p^{\text{cm}}\sqrt{s}} \mathcal{I}m\{\langle i|T|i\rangle\}. \quad (2.40)$$

Da Anfangs- und Endzustand identisch sein müssen, ist $\langle i|T|i\rangle$ das Matrixelement für die elastische Streuung $1 + 2 \rightarrow 1 + 2$, wobei die Impulse der ein- und auslaufenden Teilchen unverändert sind, also der Impulsübertrag gleich null ist. Damit erhalten wir das optische Theorem:

$$\sigma^{\text{tot}} = \frac{1}{2p^{\text{cm}}\sqrt{s}} \mathcal{I}m\{T^{\text{el}}(s, t = 0)\}. \quad (2.41)$$

2.4 Dispersionsrelationen

Die Methode der Dispersionsrelationen [BD, Ga, Co] beruht auf der Untersuchung der Streuamplitude in der komplexen Ebene, wobei die reellen Variablen von ihrem physikalischen Wertebereich, d.h. der Bereich, der bei Experimenten im Labor angenommen werden kann, in ein unphysikalisches Gebiet in der komplexen Ebene fortgesetzt werden. Die Annahme der Analytizität erlaubt es, eine beliebige komplexe Funktion mit Hilfe der Cauchy-Relation als Integral über eine geschlossene Kontur auszudrücken, wobei das Gebiet, welches die Kontur umschließt, einfach zusammenhängend und die Funktion auf diesem Gebiet analytisch sein muß (wir untersuchen T als Funktion von s , halten also t konstant, so daß $u = u(s, t = \text{const})$, also $u' = u(s', t)$ wegen (2.15)):

$$T(s, t, u) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{ds'}{s' - s} T(s', t, u'). \quad (2.42)$$

Die Integrationskontur muß daher so gewählt werden, daß sie keine Singularitäten der Streuamplitude $T(s, t, u)$ umschließt. Um etwas über die Singularitätsstruktur der Streuamplitude zu erfahren, betrachten wir die Diskontinuität ("absorptiven Anteil") der Amplitude:

$$\mathcal{D}_s(s, t) = \frac{1}{2i} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (T(s + i\epsilon, t) - T(s - i\epsilon, t)). \quad (2.43)$$

Wird im Zwischenzustand ein Teilchen mit Masse m ausgetauscht, enthält die Amplitude einen Term [BD, PS]

$$T(s + i\epsilon, t) \sim \frac{1}{s - m^2 + i\epsilon}.$$

Die Diskontinuität erhält somit einen Beitrag

$$\frac{1}{s - m^2 + i\epsilon} - \frac{1}{s - m^2 - i\epsilon} \sim 2\pi i \delta(s - m^2). \quad (2.44)$$

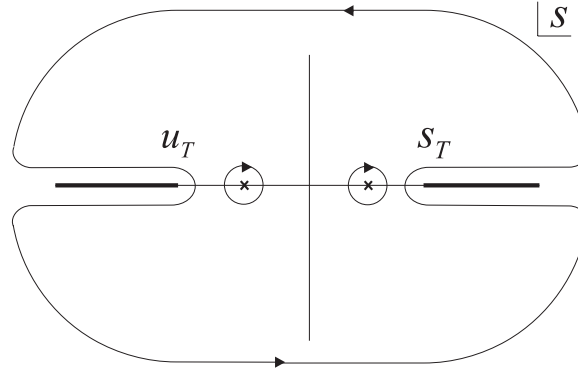


Abbildung 2.1: Integrationskontur C_1 in der komplexen s -Ebene.

Für Energien oberhalb der 2-Teilchenschwelle

$$s_T = \max \{ (m_1 + m_2)^2, (m_3 + m_4)^2 \}$$

existiert zu jedem Wert von s ein Zwei- oder Mehrteilchenzwischenzustand, der zu einer nichtverschwindenden Diskontinuität der Streuamplitude führt [Co, BD, Ga].

Analoge Überlegungen können wir für den u -Kanal-Prozess $1+\bar{4} \rightarrow \bar{2}+3$ anstellen. Die Schwelle für diesen Prozess liegt bei

$$u_T = \max \{ (m_1 + m_{\bar{4}})^2, (m_{\bar{2}} + m_3)^2 \},$$

so daß für $u \geq u_T$ ein Verzweigungsschnitt auftritt. Bei festgehaltenem t ist s wegen (2.15) eine Funktion von u :

$$s = s(u) = \sum_i m_i^2 - t - u. \quad (2.45)$$

Entlang der reellen s -Achse erhalten wir somit einen weiteren Verzweigungsschnitt bei

$$s \leq \sum_i m_i^2 - t - u_T.$$

Natürlich kann auch im u -Kanal ein Pol durch den Einteilchenaustausch im Zwischenzustand auftreten. Hat die Amplitude einen u -Kanal-Pol bei $u = m^2$, erhalten wir einen weiteren Beitrag zur Diskontinuität bei $s = \sum_i m_i^2 - t - m^2$.

Um eine Dispersionsrelation für die Streuamplitude aufzuschreiben, wählen wir daher die Integrationskontur C_1 wie in Abbildung (2.1) gezeigt. Der Integrand (die Streuamplitude) hat zwei Pole bei $s = m^2$ und bei $u = m^2$. Wir nehmen diese beiden Pole aus der Integrationskontur heraus und bezeichnen die Residuen

des Integranden an diesen Stellen mit $g_s(t)$ und $g_u(t)$. Die Verzweigungsschnitte entlang der s - und der u -Achse liegen ausserhalb der Integrationskontur.

$$T(s, t, u) = \frac{g_s(t)}{m^2 - s} + \frac{g_u(t)}{m^2 - u} + \frac{1}{2\pi i} \oint_{C_1} \frac{ds'}{s' - s} T(s', t, u'). \quad (2.46)$$

Wenn wir annehmen, daß die Amplitude für sehr große Energien verschwindet

$$|T(s, t, u)| \xrightarrow{s \rightarrow \infty} |s|^{-\epsilon}, \quad \epsilon > 0, \quad (2.47)$$

können wir im Grenzübergang $C_1 \rightarrow C_\infty$ die Amplitude als Integral über die s - und u -Kanal Diskontinuitäten

$$\mathcal{D}_s(s, t) = \frac{1}{2i} (T(s_+, t, u) - T(s_-, t, u)) \quad (2.48)$$

$$\mathcal{D}_u(u, t) = \frac{1}{2i} (T(s, t, u_+) - T(s, t, u_-)), \quad (2.49)$$

mit $s_\pm = s \pm i\epsilon$ und $u_\pm = u \pm i\epsilon$, ausdrücken. Aus der Analytizität der Streuamplitude und der Tatsache, daß die Amplitude unterhalb der Schwelle reell ist, folgt unter Benutzung des Schwarzschen Spiegelungsprinzips¹

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_s &= \mathcal{I}m\{T(s, t, u)\} & s > 4m^2 \\ \mathcal{D}_u &= \mathcal{I}m\{T(s, t, u)\} & u > 4m^2. \end{aligned}$$

Wir gelangen schließlich zu einer Dispersionsrelation, die außer den Pol-Beiträgen nur Integrale über die Imaginärteile der Amplitude enthält:

$$T(s, t, u) = \frac{g_s(t)}{m^2 - s} + \frac{g_u(t)}{m^2 - u} + \frac{1}{\pi} \int_{s_T}^{\infty} \frac{\mathcal{D}_s(s', t)}{s' - s} ds' + \frac{1}{\pi} \int_{u_T}^{\infty} \frac{\mathcal{D}_u(u', t)}{u' - u} du' \quad (2.50)$$

Wenn wir diese Dispersionsrelation verwenden um Aussagen über physikalisch beobachtbare Größen zu erhalten, kann das optische Theorem, welches die Unitarität der Streumatrix ausdrückt, angewendet werden, um die Diskontinuitäten auf beobachtbare oder berechenbare Größen zu beziehen. Umgekehrt ist es somit möglich, durch die sehr generellen Eigenschaften Analytizität und Unitarität der \mathcal{S} -Matrix, die vollständige Vorwärtsstreuamplitude aus einer Messung des totalen Wirkungsquerschnittes zu berechnen.

¹Das Schwarzsche Spiegelungsprinzip: Ist die komplexe Funktion $F : \{\mathbf{D} \subseteq \mathbf{C}, z \mapsto F(z)\}$ analytisch und auf einem Gebiet $G \subseteq \mathbf{D}$ reell $\Rightarrow F(z^*) = F^*(z)$.

Kapitel 3

Regge-Theorie

Die Inhalte des folgenden Kapitels stammen im wesentlichen aus [Co, Ma, RR]. Da diese Referenzen nur sehr begrenzt erhältlich sind, versuchen wir eine stark zusammengefasste aber relativ komplette Darstellung der Grundlagen der Regge-Theorie zu geben. Wir folgen dabei im wesentlichen dem Vorgehen aus [Co]. Das Kapitel wird beendet mit einer Zusammenfassung der wichtigsten Punkte.

3.1 Einleitung

Bevor begonnen wurde, mit Hilfe der Quantenfeldtheorie eine Theorie der starken Wechselwirkung zu entwickeln, hat man versucht, die Reaktionen stark wechselwirkender Teilchen zu verstehen, indem man die Konsequenzen möglicher Annahmen wie Unitarität und Analytizität der \mathcal{S} -Matrix (Kapitel 2.1) untersucht hat. Da die störungstheoretische Reihe aufgrund der großen hadronischen Kopplungskonstanten nicht konvergiert, sondern im Falle hoher Energien immer komplexere Prozesse mitberücksichtigt werden müssen, bietet die klassische Theorie der starken Wechselwirkung keine Möglichkeit, hochenergetische Reaktionen hadronischer Teilchen vollständig zu beschreiben.

Im Grenzfall hoher Energien und kleiner Impulsüberträge ($s \gg t$) kann das Energieverhalten der Streuamplitude erfolgreich beschrieben werden durch die Regge-Theorie. Ursprünglich im Rahmen einer Arbeit auf dem Gebiet der nichtrelativistischen Potentialstreuung entwickelt [Re59], wurde die Regge-Theorie sehr schnell vor allem in der Teilchenphysik ein nützliches Werkzeug, um die Reaktionen von Teilchen bei hohen Energien zu erklären [Co, RR, Ma].

In der modernen Teilchenphysik wird die Wechselwirkung von Hadronen durch den Austausch massiver Teilchen mit den erforderlichen Quantenzahlen beschrieben. Geht man zu höheren Energien, ist theoretisch der Austausch immer schwererer Teilchen möglich. Die Regge-Theorie ersetzt den Einteilchen-Austausch der

Quantenfeldtheorie durch den Austausch einer ganzen Gruppe von Teilchen (Abbildung (3.1)).

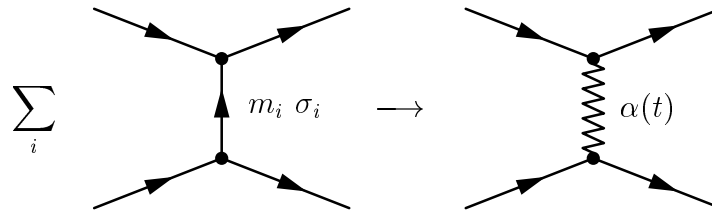


Abbildung 3.1: Ersetzung des Einteilchenaustausches durch den Austausch der Regge-Trajektorie.

Eine Gruppe von Teilchen, die in einem Prozess ausgetauscht wird, muß aus Teilchen bestehen, die dieselben intrinsischen Quantenzahlen (Baryonenzahl, Strangeness, Isospin, ..) besitzen. Trägt man den Spin dieser Teilchen gegen das Quadrat ihrer Masse auf, macht man die Beobachtung, daß diese Teilchen auf nahezu linearen Trajektorien liegen. Eine solche Teilchengruppe trägt daher auch den Namen Regge-Trajektorie und wird dargestellt durch die kontinuierliche Funktion $\alpha(t)$:

$$\alpha(t) = \sigma_i \quad t = m_i^2, \quad (3.1)$$

die zwischen den physikalischen Werten ($\sigma_i = n/2$, $n \in \mathbf{N}$) des Teilchenspins interpoliert, wobei σ_i den Spin und m_i die Masse des jeweiligen Teilchens bezeichnet.

Um die generelle Form der Regge-Amplitude, die die vollständige Energieabhängigkeit des Streuprozesses enthält, herzuleiten, beginnen wir mit der Partialwellenentwicklung der Streuamplitude im kinematischen Bereich des t -Kanals.

3.1.1 Partialwellenentwicklung

Wir sind interessiert an der Energieabhängigkeit des s -Kanal-Prozesses $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$. Da wir kein Modell für die zugrundeliegenden Wechselwirkungen haben, versuchen wir, die wesentliche Form der Streuamplitude aus sehr generellen Eigenschaften abzuleiten.

Betrachten wir den t -Kanal-Prozess $1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4$, so stellt die Variable s das Quadrat des 4-Impulsübertrags von Teilchen 1 auf Teilchen $\bar{2}$ dar und t die totale Energie im Schwerpunktsystem von Teilchen 1 und $\bar{3}$:

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_1 - p_{\bar{2}})^2 \\ t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_1 + p_{\bar{3}})^2 \end{aligned}$$

Die Partialwellenentwicklung der Amplitude für diesen Prozess kann geschrieben werden als [Co, WS99]

$$T(s, t) = 16\pi \sum_l (2l + 1) A_l(t) P_l(z_t), \quad (3.2)$$

wobei in dem Fall, daß alle beteiligten Teilchen die gleiche Masse m besitzen,

$$z_t = 1 + \frac{2s}{t - 4m^2} \quad (3.3)$$

der Kosinus des Streuwinkels zwischen Teilchen 1 und $\bar{2}$ im Schwerpunktsystem ist (vgl.(2.16)). Die Partialwellenamplitude $A_l(t)$ ist nicht mehr von s abhängig, die s -Abhängigkeit des Streuprozesses ist vollständig enthalten in den Legendre-Polynomen $P_l(z_t)$. Benutzt man die Vollständigkeitsrelation (B.8), kann Gleichung (3.2) invertiert werden, und wir erhalten für die Entwicklungskoeffizienten $A_l(t)$:

$$A_l(t) = \frac{1}{32\pi} \int_{-1}^1 dz_t P_l(z_t) T(s, t). \quad (3.4)$$

3.2 Die Froissart-Gribov-Projektion

Die Partialwellenprojektion (3.4) kann nicht in den Bereich des physikalischen s -Kanals fortgesetzt werden [Ma], da das Integral divergiert, sobald wir den ersten Pol bei $s = m^2$ erreichen, wo

$$T(s \rightarrow m^2, t) \sim \frac{1}{m^2 - s} \Big|_{s=m^2} \sim \frac{1}{m^2} \left(1 + \frac{s}{m^2} + \left(\frac{s}{m^2} \right)^2 + \dots \right).$$

Um dieses Problem zu umgehen, benutzen wir die Dispersionsrelation (2.50), die mit der Substitution (3.3) unter Vernachlässigung der Pol-Beiträge geschrieben werden kann als

$$T(s, t) = \frac{1}{\pi} \int_{z_t(s_T)}^{\infty} \frac{\mathcal{D}_s(s', t)}{z'_t - z_t} dz'_t + \frac{1}{\pi} \int_{z_t(u_T)}^{-\infty} \frac{\mathcal{D}_u(u', t)}{z'_t - z_t} dz'_t, \quad (3.5)$$

wobei \mathcal{D}_s und \mathcal{D}_u für die s -Kanal (2.48) und die u -Kanal (2.49) Diskontinuität stehen. s_T und u_T bezeichnen die Schwellen des s - bzw. u -Kanal Prozesses und z_t ist gegeben über (3.3). Diese Relation setzen wir in die Partialwellenprojektion (3.4) ein. Unter der Annahme, daß die Integrale vertauschbar sind, erhalten wir

für den ersten Term

$$\begin{aligned}
A_l(t) &= \frac{1}{32\pi^2} \int_{-1}^1 dz_t P_l(z_t) \int_{z_t(s_T)}^{\infty} \frac{\mathcal{D}_s(s', t)}{z'_t - z_t} dz'_t \\
&= \frac{1}{32\pi^2} \int_{z_t(s_T)}^{\infty} dz'_t \mathcal{D}_s(s', t) \int_{-1}^1 \frac{P_l(z_t)}{z'_t - z_t} dz_t. \tag{3.6}
\end{aligned}$$

Jetzt benutzen wir die Neumann-Relation (B.17) und formen damit weiter um zu

$$A_l(t) = \frac{1}{16\pi^2} \int_{z_t(s_T)}^{\infty} dz'_t \mathcal{D}_s(s', t) Q_l(z'_t). \tag{3.7}$$

Der Ausdruck für den zweiten Term von Gleichung (3.5) folgt analog. Damit erhalten wir für die Partialwellenprojektion den folgenden Ausdruck [Co]:

$$A_l(t) = \frac{1}{16\pi^2} \int_{z_t(s_T)}^{\infty} \mathcal{D}_s(s', t) Q_l(z'_t) dz'_t + \frac{1}{16\pi^2} \int_{z_t(u_T)}^{-\infty} \mathcal{D}_u(u', t) Q_l(z'_t) dz'_t \tag{3.8}$$

Gleichung (3.8) nennt man die **Froissart-Gribov-Projektion**. Die Integration wird nun nicht über die Amplitude, sondern über die s - bzw. u -Kanal Diskontinuität ausgeführt, die im Falle eines Pols die δ -Funktion (2.44) enthält. Somit sollte es kein Problem sein, das Integral auszuführen, wenn wir bei der analytischen Fortsetzung der t -Kanal-Amplitude in den s -Kanal in einen Pol laufen.

Die neue Idee, welche Regge 1960 in die Streutheorie einführte [Re59], war die analytische Fortsetzung der Streuamplitude in die komplexe Drehimpulsebene. Unter der Annahme, daß abseits der reellen ganzzahligen Werte von l die Streuamplitude weitere Pole in der komplexen l -Ebene besitzt, läßt sich durch analytische Fortsetzung der Partialwellenentwicklung eine generelle Form der Streuamplitude im Regge-Grenzfall $s \gg t$ herleiten.

3.3 Die komplexe Drehimpulsebene

3.3.1 Signatur

Wenn wir die Froissart-Gribov-Projektion verwenden, um die Partialwellenamplitude in der komplexen Drehimpulsebene zu definieren, wird das zweite Integral in

(3.8) divergieren, da die Legendre-Polynome der zweiten Art für negative Werte von z folgende asymptotische Form haben [Co]:

$$Q_l(z) \sim f(z) \exp(-i\pi l).$$

Somit divergiert das Integral über die u -Kanal-Diskontinuität für $l \rightarrow i\infty$. Um dieses Problem zu umgehen, definieren wir die **Signum Amplitude** [Co]:

$$\begin{aligned} A_l^{\mathcal{S}}(t) &= \frac{1}{16\pi^2} \int_{z_t(s)}^{\infty} D_s(s', t) Q_l(z'_t) dz'_t + \mathcal{S} \frac{1}{16\pi^2} \int_{z_t(s)}^{\infty} D_u(s', t) Q_l(z'_t) dz'_t \\ &\equiv \frac{1}{16\pi^2} \int_{z_t(s)}^{\infty} D_s^{\mathcal{S}}(s', t) Q_l(z'_t) dz'_t \end{aligned} \quad (3.9)$$

mit der Signatur $\mathcal{S} = \pm 1$. Beide Integrale laufen jetzt über positive Werte von z_t . Mit Hilfe der Beziehung (B.15) können wir (3.9) mit der Froissart-Gribov-Projektion (3.8) vergleichen. Aus diesem Vergleich folgt unmittelbar

$$\begin{aligned} A_l^{\mathcal{S}=+1} &= A_l & l = 0, 2, 4, \dots \\ A_l^{\mathcal{S}=-1} &= A_l & l = 1, 3, 5, \dots \end{aligned} \quad (3.10)$$

Die Partialwellenentwicklung der Signum-Amplitude schreiben wir analog zur Partialwellenentwicklung der ursprünglichen Amplitude:

$$T^{\mathcal{S}}(s, t) = 16\pi \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) A_l^{\mathcal{S}}(t) P_l(z_t). \quad (3.11)$$

Damit können wir die physikalische Amplitude aus der Signum-Amplitude erhalten durch (mit (B.10))

$$T(s, t) = \frac{1}{2} (T^+(z_t, t) + T^+(-z_t, t) + T^-(z_t, t) - T^-(-z_t, t)). \quad (3.12)$$

3.3.2 Die Sommerfeld-Watson-Transformierte

Wir wollen die komplette Partialwellenentwicklung aufsummieren, ohne daß wir die individuellen Beiträge der einzelnen Partialwellen kennen. Dazu schreiben wir die Summe (3.11) um in ein Konturintegral in der komplexen l -Ebene:

$$T^{\mathcal{S}}(s, t) = \frac{16\pi}{2i} \int_{C_1} (2l+1) A_l^{\mathcal{S}}(t) \frac{P_l(-z_t)}{\sin \pi l} dl, \quad (3.13)$$

wobei über die Integrationskontur C_1 (Abbildung 3.2) integriert wird. Gleichung (3.13) nennt man die **Sommerfeld-Watson-Transformierte** [Co, RR]. Mit Hilfe des Residuensatzes kann das Integral sofort ausgeführt werden. Der Integrand

hat Pole bei allen ganzzahligen reellen Werten von l , wo der Sinus im Nenner angenähert werden kann durch

$$\begin{aligned}\sin(\pi l) \Big|_{l \rightarrow n} &\approx \sin(\pi n) + \cos(\pi n)\pi(l - n) + \dots \\ &= (-1)^n \pi(l - n) \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad .\end{aligned}$$

Die Residuen sind somit

$$\begin{aligned}\mathcal{R}es &= \lim_{l \rightarrow n} \left\{ (l - n)(2l + 1)A_l^S(t) \frac{P_l(-z_t)}{(-1)^n \pi(l - n)} \right\} \\ &= (2n + 1)A_n^S(t)P_n(-z_t) \frac{1}{(-1)^n \pi} \\ &= \frac{(2n + 1)}{\pi} A_n^S P_n(z_t).\end{aligned}\tag{3.14}$$

Die Amplitude ergibt sich damit zu

$$\begin{aligned}T^S(s, t) &= (2\pi i) \left(\frac{16\pi}{2i} \right) \sum_l \frac{(2l + 1)}{\pi} A_l^S(t) P_l(z_t) \\ &= 16\pi \sum_l (2l + 1) A_l^S(t) P_l(z_t).\end{aligned}$$

Damit haben wir gezeigt, daß die Sommerfeld-Watson-Transformierte (3.13) in der Tat identisch zu der Summe über die Partialwellen (3.11) ist.

3.3.3 Analytische Fortsetzung

Wir erweitern unsere Integrationskontur C_1 zur Kontur C_2 (Abbildung (3.2)) und integrieren jetzt über die komplette rechte Halbebene. Wir nehmen an, daß die Amplitude $A_l^S(t)$ auf dem ganzen Gebiet analytisch in l ist und nur einen weiteren Pol an der Stelle $\alpha(t) \in \mathbf{C}$ besitzt¹, der die Form $\beta(t)(l - \alpha(t))^{-1}$ hat, wobei $\beta(t)$ das Residuum der Partialwellenamplitude $A_l^S(t)$ in $l = \alpha(t)$ ist. Diesen Pol müssen wir subtrahieren, wenn er von der erweiterten Integrationskontur erfaßt wird. Der zusätzliche Beitrag dieses Pols zur Streuamplitude ist

$$\begin{aligned}&2\pi i \lim_{l \rightarrow \alpha(t)} \left\{ (l - \alpha(t)) \left(\frac{16\pi}{2i} \right) (2l + 1) \left[\frac{\beta(t)}{l - \alpha(t)} \right] \frac{P_l(-z_t)}{\sin \pi l} \right\} \\ &= 2\pi i \left(\frac{16\pi}{2i} \right) (2\alpha(t) + 1) \beta(t) \frac{P_{\alpha(t)}(-z_t)}{\sin \pi \alpha(t)} \\ &= 16\pi^2 (2\alpha(t) + 1) \beta(t) \frac{P_{\alpha(t)}(-z_t)}{\sin \pi \alpha(t)}.\end{aligned}$$

¹Um die Notation im folgenden zu vereinfachen, beschränken wir uns auf einen Pol, jedoch ist die Verallgemeinerung auf mehrere Pole offensichtlich. Ausser Polen können auch noch sog. "Regge-cuts" auftauchen, jedoch ist ihre Behandlung wesentlich aufwendiger und für unsere Zwecke nicht erforderlich.

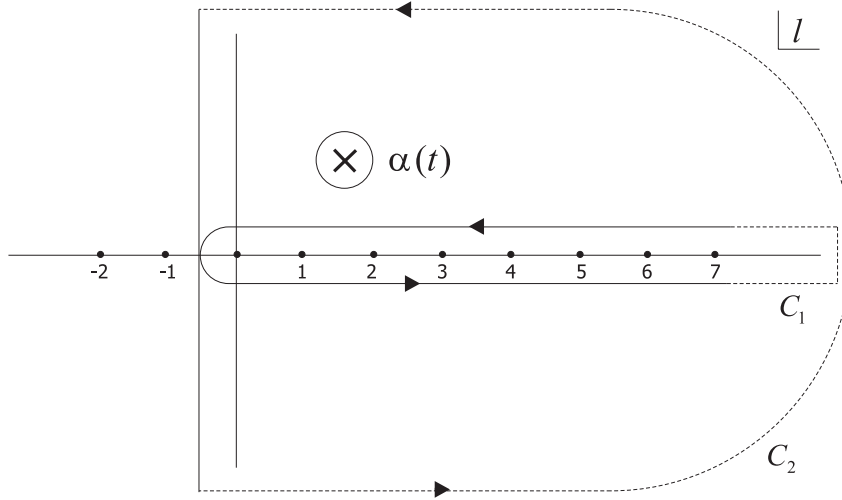


Abbildung 3.2: Die Integrationskontur in der komplexen Drehimpulsebene

Damit erhalten wir folgende Amplitude:

$$T^S(s, t) = \frac{16\pi}{2i} \int_{C_2} (2l + 1) A_l^S(t) \frac{P_l(-z_t)}{\sin \pi l} dl - 16\pi^2 (2\alpha(t) + 1) \beta(t) \frac{P_{\alpha(t)}(-z_t)}{\sin \pi \alpha(t)}. \quad (3.15)$$

Wir wollen zunächst den ersten Term von (3.15) genauer untersuchen. Von der Froissart-Gribov-Projektion (3.9) wissen wir, daß

$$A_l^S(t) \propto \int_{z_t(s)}^{\infty} \mathcal{D}_s^S(s', t) Q_l(z') dz'.$$

Das asymptotische Verhalten der Legendre Polynome für $l \rightarrow \infty$ ist (B.23)

$$Q_l(z) \propto l^{-\frac{1}{2}} e^{-(l+\frac{1}{2})\zeta(z)}$$

mit

$$\zeta(z) = \log(z + \sqrt{z^2 - 1}).$$

Da im physikalischen Bereich des s -Kanals z_t immer größer als Eins ist, ist $\zeta(z_t)$ immer positiv. Weiterhin kann man zeigen, daß

$$\frac{P_l(z)}{\sin \pi l} \xrightarrow{l \rightarrow \infty} g(z) \frac{1}{\sqrt{l}}.$$

Unter Verwendung des Lemmas von Jordan [Br] verschwindet somit der Beitrag des Halbkreises in der rechten Halbebene und übrig bleibt der Beitrag der Integration parallel zur imaginären Achse bei $\mathcal{R}e(l) = -1/2$.

In dem für uns interessanten Bereich $s \gg |t|$ ("Regge limit") sind die Legendre Polynome proportional zu s^l (mit (3.3)). Damit folgt für das erste Integral aus (3.15):

$$\begin{aligned} T_B^{\mathcal{S}} &\propto \int_{-\frac{1}{2}-i\infty}^{-\frac{1}{2}+i\infty} f(l)s^l dl = i \int_{-\infty}^{\infty} f\left(-\frac{1}{2} + it\right) s^{-\frac{1}{2}+it} dt \\ &= \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \exp\left\{i\left(t \ln s + \frac{\pi}{2}\right)\right\} dt \quad s \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Dieser Beitrag ist somit für hinreichend hohe Energie und nicht zu große Impulsüberträge vernachlässigbar.

Für $s \gg t$ erhalten wir schließlich die folgende Amplitude [Co]:

$$T^{\mathcal{S}}(t) = -16\pi^2(2\alpha(t) + 1)\beta(t) \frac{P_{\alpha(t)}(-z_t)}{\sin \pi\alpha(t)}. \quad (3.17)$$

3.3.4 Die Regge-Amplitude

Den zweiten Term in (3.15) nennt man **Regge-Pol**. Für hohe Energien wird die Streuamplitude ausschließlich durch diesen Beitrag bestimmt. Um die physikalische Amplitude zu erhalten, müssen wir (3.12) anwenden. Wir bilden daher zunächst

$$\begin{aligned} T_{\mathcal{S}}(s, t) &= T^{\mathcal{S}}(z_t(s), t) + \mathcal{S} \cdot T^{\mathcal{S}}(-z_t(s), t) \\ &= -16\pi^2 \frac{(2\alpha(t) + 1)\beta(t)}{\sin \pi\alpha(t)} \left[P_{\alpha(t)}(-z_t) + \mathcal{S} P_{\alpha(t)}(z_t) \right]. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Jetzt benutzen wir die Beziehung (B.9) und erhalten

$$\begin{aligned} T_{\mathcal{S}}(s, t) &= -16\pi^2 \frac{(2\alpha(t) + 1)\beta(t)}{\sin \pi\alpha(t)} \left[(1 + \mathcal{S}e^{-i\pi\alpha(t)}) P_{\alpha(t)}(-z_t) \right. \\ &\quad \left. - \mathcal{S} \frac{2}{\pi} \sin(\pi\alpha(t)) Q_{\alpha(t)}(-z_t) \right]. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Aufgrund des Verhaltens der Legendre Polynome $Q_t(z) \rightarrow z^{-l-1}$, wenn $z \rightarrow \infty$, kann der zweite Term für hinreichend hohe Energien vernachlässigt werden.

Wir nehmen an, daß die Funktion $\beta(t)$ eine Form hat, die versichert, daß keine unphysikalischen Pole bei negativen ganzzahligen Werten von l auftreten. Diese Forderung ist unbedingt notwendig, um sicherzustellen, daß die resultierende Streuamplitude physikalisch sinnvoll ist, da Pole bei negativen Werten von l zu Teilchen mit negativem Spin korrespondieren würden. Damit diese Eigenschaft explizit in der endgültigen Form der Streuamplitude enthalten ist, nehmen wir für β die einfachst mögliche Form, welche die geforderte Eigenschaft besitzt, an [Ma]:

$$\beta(t) \propto \tilde{\beta}(t) \cdot \frac{1}{\Gamma(\alpha)}. \quad (3.20)$$

Die Gammafunktion kann umgeschrieben in

$$\frac{1}{\Gamma(\alpha(t))} = -\frac{\sin \pi\alpha(t)}{\pi} \Gamma(1 - \alpha(t)). \quad (3.21)$$

Somit verschwinden alle Pole der Amplitude bei negativen ganzzahligen Werten von $\alpha(t)$.

Benutzen wir jetzt noch (B.19), folgt

$$T_S(s, t) \propto (-z_t)^{\alpha(t)} = (e^{-i\pi})^{\alpha(t)} z^{\alpha(t)} \quad (3.22)$$

Schließlich substituieren wir z_t durch (3.3) und führen einen Faktor s_0 ein um (s/s_0) dimensionslos zu machen. Die verbleibenden Vorfaktoren fassen wir in den Faktor $\gamma(t)$ zusammen. Damit erhalten wir die folgende **Regge-Amplitude** [Ma]:

$$T_S(s, t) = \frac{\gamma(t)}{\Gamma(\alpha(t)) \sin(\pi\alpha(t))} \frac{1}{(e^{-i\pi\alpha(t)} + \mathcal{S})} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha(t)}, \quad (3.23)$$

wobei die Funktion $\gamma(t)$ die Kopplung der Trajektorie an die externen Teilchen beschreibt. Das Verhalten der Amplitude mit s ist vollständig festgelegt durch den Faktor $(s/s_0)^{\alpha(t)}$.

3.4 Regge-Pole

Wenn im t -Kanal eine Resonanz mit Spin σ ausgetauscht wird, erwarten wir einen Pol-Beitrag der l -ten Partialwelle zur Streuamplitude mit $l = \sigma$. Um den Regge-Pol $l = \alpha(t)$ physikalisch zu interpretieren, betrachten wir nun die Partialwellenamplitude, die wir mit Hilfe der Froissart-Gribov-Projektion (3.9) aus der

Regge-Amplitude erhalten. Dazu berechnen wir zunächst die s -Kanal Diskontinuität der Amplitude (3.17):

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_s^{\mathcal{S}}(s, t) &:= \frac{1}{2i} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (T^{\mathcal{S}}(s + i\epsilon, t) - T^{\mathcal{S}}(s - i\epsilon, t)) \\ &= -\frac{16\pi^2 (2\alpha(t) + 1)\beta(t)}{2i \sin \pi\alpha(t)} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \{P_{\alpha(t)}(-z_t) - P_{\alpha(t)}(-z_t^*)\}. \end{aligned}$$

Da die Legendre-Funktionen zumindest für ganzzahlige reelle Werte von $\alpha(t)$ reelle Funktionen von z sind, können wir das Schwarzsche Spiegelungsprinzip benutzen

$$P(z^*) \equiv P(z)^*. \quad (3.24)$$

Damit folgt (mit (B.12)):

$$\begin{aligned} P_{\alpha}(-z) - P_{\alpha}(-z^*) &= P_{\alpha}(-z) - P_{\alpha}^*(-z) \\ &= -2iP_{\alpha}(z) \sin(\pi\alpha). \end{aligned} \quad (3.25)$$

Somit erhalten wir folgende Diskontinuität

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_s^{\mathcal{S}}(s, t) &= -\frac{16\pi^2 (2\alpha(t) + 1)\beta(t)}{2i \sin \pi\alpha(t)} (-2i \sin(\pi\alpha(t)) P_{\alpha(t)}(z_t)) \\ &= 16\pi^2 (2\alpha(t) + 1)\beta(t) P_{\alpha(t)}(z_t). \end{aligned} \quad (3.26)$$

Dieses Resultat setzen wir in (3.9) ein.

$$\begin{aligned} A_l^{\mathcal{S}}(s, t) &= \frac{1}{16\pi^2} \int_{z_t}^{\infty} \mathcal{D}_s^{\mathcal{S}}(s', t) Q_l(z'_t) dz'_t \\ &= \int_{z_t}^{\infty} (2\alpha(t) + 1)\beta(t) P_{\alpha(t)}(z'_t) Q_l(z'_t) dz'_t \\ &= (2\alpha(t) + 1)\beta(t) \int_{z_t}^{\infty} P_{\alpha(t)}(z'_t) Q_l(z'_t) dz'_t \end{aligned} \quad (3.27)$$

Für die Integration über die Legendre-Funktionen benutzen wir die Relation (B.18) und erhalten damit für die l -te Partialwelle

$$A_l^{\mathcal{S}}(s, t) \propto \frac{(2\alpha(t) + 1)\beta(t)}{(l - \alpha(t))(l + \alpha(t) + 1)}, \quad (3.28)$$

die für $l \approx \alpha(t)$ die Form eines Pols annimmt:

$$A_l^{\mathcal{S}} \xrightarrow{l \rightarrow \alpha(t)} \frac{\beta(t)}{l - \alpha(t)}. \quad (3.29)$$

Für einen gegebenen festen Wert von $t = t_R$ mit $\alpha(t_R)$ = ganzzahlig hat also die Partialwellenamplitude $A_l(t)$ mit $l = \alpha(t_R)$ die Form eines Pols. Wäre $\alpha(t)$ eine reelle Funktion von t , könnten wir $\alpha(t)$ in Analogie zum Einteilchenaustausch bereits mit dem intrinsischen Spin eines im t -Kanal ausgetauschten Teilchens identifizieren, was auch anhand von (3.23) naheliegender ist, da die Regge-Amplitude Pole bei allen ganzzahligen Werten von $\alpha(t)$ aufgrund des verschwindenden $\sin(\pi\alpha(t))$ im Nenner hat. Wir werden daher im folgenden Abschnitt die Partialwellenamplitude im Hinblick auf diese mögliche Interpretation der Regge-Amplitude und der Funktion $\alpha(t)$ näher untersuchen.

3.5 Eigenschaften von Regge-Trajektorien

Wir haben bereits gesehen, daß $\alpha(t)$ in irgendeiner Form zu dem Spin der ausgetauschten Teilchen korrespondiert. Jedoch ist $\alpha(t)$ im allgemeinen keine reelle Funktion von t . Wir schreiben α daher als Summe aus Real- und Imaginärteil.

$$\alpha(t) = \alpha_R(t) + i\alpha_I(t) \quad (3.30)$$

Um die Eigenschaften von α genauer zu untersuchen, entwickeln wir $\alpha(t)$ um die Stelle t_R , wo $\alpha_R(t_R) = l$:

$$\alpha(t) \approx l + \alpha'_R(t_R)(t - t_R) + \dots + i\{\alpha_I(t_R) + \alpha'_I(t_R)(t - t_R) + \dots\}, \quad (3.31)$$

wobei $' \equiv \frac{d}{dt}$. Diese Entwicklung setzen wir nun in (3.29). Wenn wir außerdem annehmen, daß $\alpha'_I \ll \alpha'_R$ kommen wir zu folgender Form der Partialwellenamplitude:

$$A_l(t) \approx \frac{\beta(t_R)/\alpha'_R(t_R)}{t_r - t - i\alpha_I(t_R)/\alpha'_R(t_R)}, \quad t \approx t_R. \quad (3.32)$$

Dieses Ergebnis können wir nun unmittelbar mit der bekannten Breit-Wigner-Formel, welche die Form der Amplitude in der Nähe einer Resonanz beschreibt, vergleichen. Die Partialwellenamplitude $A_l(t)$ kann somit als Resonanzbeitrag eines Teilchens im t -Kanal mit Masse und Breite

$$\begin{aligned} m_R &= \sqrt{t_R} \\ \Gamma_R &= \frac{\alpha_I(t_R)}{\alpha'_R(t_R)m_R} \end{aligned} \quad (3.33)$$

interpretiert werden. Aus dieser Interpretation folgt, daß unterhalb der Schwelle für den Zerfall der Resonanz ($t_S > 0$) der Imaginärteil der Funktion $\alpha(t)$ verschwindet. In dem für uns interessanten kinematischen Bereich der s -Kanal-Streuung, wo $s > 0$ und $t < 0$, ist die Funktion $\alpha(t)$ somit rein reell.

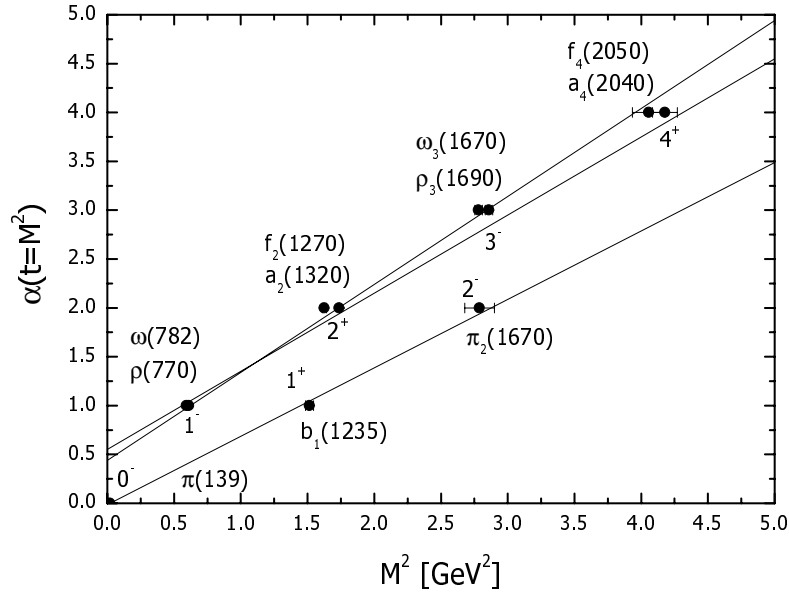


Abbildung 3.3: Die π , ρ und ω Trajektorien. Die Daten sind aus [PDG] und die Trajektorien aus [Gu97].

Bereits zu Beginn dieses Kapitels haben wir angemerkt, daß die bekannten Hadronen, welche zu einer Gruppe von Teilchen zusammengefasst werden können, auf nahezu linearen Trajektorien liegen, wenn man ihren Spin gegen das Quadrat ihrer Masse aufträgt. In Abbildung (3.3) haben wir die ρ -, ω - und π -Trajektorie gezeichnet. Man sieht deutlich, daß die Linearität recht gut erfüllt ist. Der Realteil der Funktion $\alpha(t)$ kann wie folgt angegeben werden [Gu97]:

$$\alpha_{\pi}(t) = 0.7(t - m_{\pi}^2) \quad (3.34)$$

$$\alpha_{\rho}(t) = 0.55 + 0.8t \quad (3.35)$$

$$\alpha_{\omega}(t) = 0.44 + 0.9t. \quad (3.36)$$

Bereits hier machen wir die Beobachtung, daß die drei Trajektorien beinahe die gleiche Steigung haben. In der Tat haben die meisten Meson-Trajektorien eine Steigung von etwa $\alpha' \approx 0.8 - 0.9 \text{ GeV}^{-2}$ und einen Achsenabschnitt von $\alpha(0) \approx 0.45 - 0.55$ (mit Ausnahme der π -Trajektorie). Diese Gemeinsamkeit aller bekannten Trajektorien kann man als Hinweis auf das gemeinsame Potential, welches die Quarks in den Mesonen bindet, verstehen. Die beobachtete Linearität der Trajektorien korrespondiert zu zumindest partiellem Confinement des Quark-Antiquark Potentials [Ma].

Für s -Kanal-Prozesse benötigen wir die Trajektorien bei negativen Werten des 4-Impulsübertrages t . Durch die Teilchen, welche auf einer Trajektorie liegen,

sind natürlich nur die Werte von $\alpha(t = M^2)$ im Bereich positiver t bekannt. Im kinematischen Bereich des s -Kanals wird die Funktion α zunächst durch lineare Extrapolation der im Bereich positiver t -Werte an die Daten angepaßten Geraden gewonnen.

Um Regge-Trajektorien auch im Bereich des physikalischen s -Kanals durch direkte Messung von physikalischen Observablen zu gewinnen, geht man folgendermaßen vor:

Bei hinreichend hoher Energie erwarten wir, daß ein gegebener Prozeß durch die führende Trajektorie dominiert wird. In diesem Fall kann der Wirkungsquerschnitt für diesen Prozeß mit (3.23) und (2.35) geschrieben werden als

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right) = F(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{2\alpha(t)-2}. \quad (3.37)$$

Durch Logarithmieren dieser Gleichung erhalten wir

$$\log\left(\frac{d\sigma}{dt}\right) = (2\alpha(t) - 2) \log\left(\frac{s}{s_0}\right) + \log(F(t)). \quad (3.38)$$

Trägt man nun den Logarithmus des differentiellen Wirkungsquerschnittes gegen den Logarithmus des Quadrates der Schwerpunktsenergie auf, kann die effektive Trajektorie im kinematischen Bereich des s -Kanals aus der Steigung der Datenpunkte bestimmt werden. Auf diese Weise konnte z.B. die effektive ρ -Trajektorie aus dem Prozess $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$, für den Daten bei sehr hohen Energien existieren und der in diesem Bereich durch den Austausch der ρ -Trajektorie dominiert wird, gemessen werden.

3.5.1 Austauschentartung

Alle Teilchen, die gemeinsam eine Regge-Trajektorie bilden, müssen - mit Ausnahme des Spins, der entlang einer Trajektorie monoton steigt - identische Quantenzahlen haben. Die intrinsische Parität eines Teilchens ist gegeben durch den Spin J . Wir führen eine weitere Quantenzahl η ein: ist die Parität des jeweiligen Teilchens gegeben über ²

$$P = (-1)^J \Rightarrow \eta = +1, \quad (3.39)$$

hat das Teilchen natürliche Parität; ist die Parität jedoch gegeben über

$$P = (-1)^{J+1} \Rightarrow \eta = -1, \quad (3.40)$$

²Wir betrachten hier nur Mesonen, so daß wir nur Teilchen mit ganzzahligem Spin berücksichtigen müssen. Für die Verallgemeinerung auf den Austausch baryonischer Trajektorien verweisen wir auf [Co].

spricht man von unnatürlicher Parität. Da alle Quantenzahlen entlang einer Trajektorie unverändert bleiben sollen, muß sich der innere Drehimpuls benachbarter Teilchen um $\Delta J = 2$ unterscheiden. Nur so kann sowohl die Quantenzahl P als auch die Quantenzahl η den selben Wert annehmen. Mit Gleichung (3.10) ist klar, daß Teilchen mit geradem Drehimpuls nur zur Amplitude mit positiver Signatur beitragen und Teilchen mit ungeradem Drehimpuls nur zur Amplitude mit negativer Signatur:

$$J \text{ gerade} \Rightarrow \mathcal{S} \text{ gerade} \quad (3.41)$$

$$J \text{ ungerade} \Rightarrow \mathcal{S} \text{ ungerade.} \quad (3.42)$$

Damit können wir zwischen Parität und Signatur der Trajektorie den folgenden Zusammenhang herstellen:

$$P = \eta \cdot \mathcal{S}. \quad (3.43)$$

Regge-Trajektorien treten häufig in Paaren auf, wobei auf der einen Trajektorie Teilchen mit geradem Spin und auf der anderen Trajektorie Teilchen mit ungeradem Spin liegen. Können beide Trajektorien durch eine gemeinsame Funktion $\alpha(t)$ beschrieben werden, werden diese Trajektorien als **austauschentartet** bezeichnet. Da entweder beide Trajektorien natürliche oder unnatürliche Parität haben, ist klar, daß die Parität entlang einer austauschentarteten Trajektorie, die jetzt Teilchen bei allen ganzzahligen Werten von J besitzt, alterniert. Eine austauschentartete Trajektorie besteht also eigentlich aus zwei Trajektorien, von denen eine Trajektorie positive Signatur und die andere negative Signatur besitzt. Hängt ein gegebener Prozeß von der Summe der Amplitude mit positiver Signatur und und der Amplitude mit negativer Signatur ab, hat die resultierende Streuamplitude eine rotierende Phase (vgl. Gleichung (3.23)).

$$T(s, t) \propto [(e^{-i\pi\alpha(t)} + 1) + (e^{-i\pi\alpha(t)} - 1)] = 2 \cdot e^{-i\pi\alpha(t)} \quad (3.44)$$

Ist der Prozeß jedoch abhängig von der Differenz beider Beiträge, ist die Phase konstant.

$$T(s, t) \propto [(e^{-i\pi\alpha(t)} + 1) - (e^{-i\pi\alpha(t)} - 1)] = 2 \quad (3.45)$$

Der Wirkungsquerschnitt, welcher aus dem Betragsquadrat der Streuamplitude gewonnen wird, ist in beiden Fällen identisch. Da jedoch in der Regel weitere Prozesse bei der Berechnung hadronischer Wirkungsquerschnitte berücksichtigt werden müssen, kann die Phase der Amplitude von entscheidender Bedeutung sein für die kohärente Summe der Beiträge. So ist z.B. die unterschiedliche Phase des π - und des ρ -Austausch Diagramms in den Prozessen

$$\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$$

$$\gamma + n \rightarrow \pi^- + p$$

Grund für die Abweichung des Verhältnisses $(d\sigma(\gamma n \rightarrow \pi^- p)/dt)/(d\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+ n)/dt)$ von dem Wert 1 [Gu97].

3.6 Totale Wirkungsquerschnitte - das Pomeron

Die Regge Amplitude hat eine sehr einfache Energieabhängigkeit (3.23):

$$T(s, t) \propto f(t) s^{\alpha(t)}. \quad (3.46)$$

Den totalen Wirkungsquerschnitt eines beliebigen Prozesses können wir einfach berechnen mit Hilfe des optischen Theorems (2.41). Daraus folgt:

$$\sigma^{\text{tot}}(s) \equiv \text{const.} \cdot s^{\alpha(0)-1}. \quad (3.47)$$

Da die meisten Meson-Trajektorien, welche für hohe Energien den führenden Beitrag zum Wirkungsquerschnitt liefern, einen Achsenabschnitt $\alpha(0) \approx 0.45 - 0.55$ haben, kann ein guter Fit an die meisten totalen hadronischen Wirkungsquerschnitte erreicht werden mit dem Ansatz [Do92]

$$\sigma^{\text{tot}}(s) = A \cdot s^{-\eta} \quad \text{mit} \quad \eta = 0.4525. \quad (3.48)$$

Allerdings hat man einige Wirkungsquerschnitte gefunden, die nicht das erwartete Verhalten zeigen, sondern über einen großen Energiebereich nahezu konstant sind. Als Beispiel sei die elastische Proton-Proton-Streuung $p + p \rightarrow p + p$ genannt. Um dieses Verhalten zu erklären, ist wegen (3.47) eine Trajektorie mit $\alpha(0) \approx 1$ erforderlich. Jedoch hat keine der bekannten Meson-Trajektorien, welche in dem elastischen Proton-Proton-Streuprozess ausgetauscht werden können, diesen erforderlichen Achsenabschnitt.

Bei einem elastischen Streuprozess $1 + 2 \rightarrow 1 + 2$ können im t -Kanal Teilchen mit Vakuumquantenzahlen ausgetauscht werden, da der t -Kanal Prozess $1 + \bar{1} \rightarrow 2 + \bar{2}$ sowohl im Anfangs- als auch im Endzustand die Quantenzahlen des Vakuums ($B = 0, P = +1, C = +1, S = 0, \dots$) besitzt. Man hat daher eine neue Trajektorie eingeführt, die sogenannte Pomeron-Trajektorie, von der man glaubt, daß sie zu dem Austausch von zwei oder mehreren Gluonen, welche durch komplizierte Wechselwirkungen miteinander korreliert sein können (*gluon-ladder*), korrespondiert. Die Pomeron-Trajektorie ist gegeben durch die folgende Gleichung [Co]:

$$\alpha_P(t) = 1.08 + 0.25 \cdot t. \quad (3.49)$$

Schreiben wir den totalen Wirkungsquerschnitt als inkohärente Summe aus den Beiträgen der Meson- und der Pomeron-Trajektorie, erhalten wir folgenden Ansatz für den totalen Wirkungsquerschnitt [Do92]:

$$\sigma^{\text{tot}}(s) = A \cdot s^{-\eta} + B \cdot s^{\epsilon}, \quad (3.50)$$

wobei η und ϵ effektive Konstanten darstellen, die sehr nahe bei den Achsenabschnitten $\alpha(0)$ der Trajektorien liegen. Die Werte für η und ϵ wurden in [Do92] aus elastischen Proton- und Antiproton-Daten gewonnen:

$$\eta = 0.4525 \quad \epsilon = 0.0808.$$

Man erwartet einen identischen Beitrag der Pomeron-Trajektorie zu den beiden elastischen Streuprozessen $pp \rightarrow pp$ und $p\bar{p} \rightarrow p\bar{p}$, da die Kopplung der Gluonen an Teilchen und Antiteilchen die gleiche ist. In der Tat können die Daten beider Prozesse mit demselben Koeffizienten B sehr gut wiedergegeben werden [Do92].

3.7 Zusammenfassung

Die wesentlichen Punkte des letzten Kapitels fassen wir kurz zusammen:

- Es war unsere Absicht, etwas über die Energieabhängigkeit der Streuamplitude im Regge-Grenzfall $s \gg t$ zu erfahren, ohne daß wir ein Modell für die der Streuung zugrundeliegende Wechselwirkung verwenden. Aus diesem Grund war unser Startpunkt die t -Kanal Partialwellenentwicklung (3.2), deren s -Abhängigkeit vollständig in den Legendre-Polynomen enthalten ist. Die Froissart-Gribov-Projektion (3.8) definiert im Gegensatz zur herkömmlichen Partialwellenprojektion die t -Kanal Partialwellenamplitude im kinematischen Bereich des s -Kanals.
- Wir haben anschließend, motiviert durch das Vorgehen Regges im Fall der nichtrelativistischen Potentialstreuung und analog zu [Co], die Partialwellenentwicklung für kontinuierliche Werte des Drehimpulses l definiert und anschließend die Amplitude über die gesamte komplexe l -Ebene fortgesetzt.
- Unter der Annahme, daß die Streuamplitude für komplexe l -Werte einen (oder mehrere) weiteren Pol besitzt, konnte für die Streuamplitude eine generelle Form der Energieabhängigkeit im Grenzfall kleiner Impulsüberträge und hoher Energien abgeleitet werden (3.23).
- Durch Vergleich der mittels der Froissart-Gribov Projektion erhaltenen Partialwellenamplitude in der Nähe eines Pols in $\alpha(t_R) = l$ mit einer Breit-Wigner-Form der Amplitude, konnte die Partialwellenamplitude als Resonanzbeitrag einer t -Kanal Resonanz mit Masse $m_R = \sqrt{t_R}$ und einer Breite proportional zum Imaginärteil der Funktion $\alpha(t)$ identifiziert werden (3.33). Daraus haben wir geschlossen, daß im physikalischen Bereich des s -Kanals der Imaginärteil von α verschwindet.

- Aufgrund der nahezu identischen linearen Regge-Trajektorien konnte mittels des optischen Theorems eine sehr einfache Fitfunktion für alle totalen Wirkungsquerschnitte gefunden werden (3.50). Aufgrund der signifikanten Abweichung mancher Wirkungsquerschnitte von dem erwarteten Verhalten hat man eine weitere Trajektorie eingeführt, die den Namen Pomeron erhalten hat. Da bei den genannten Wirkungsquerschnitten im t -Kanal Teilchen mit Vakuumquantenzahlen ausgetauscht werden können, interpretiert man das Pomeron als den Austausch von zwei Gluonen, welche durch komplexe Selbstwechselwirkungen miteinander korreliert sein können.

Kapitel 4

Beispiel: Photoproduktion von Pionen und Kaonen

Als konkretes Beispiel für die Anwendung der Regge-Theorie wollen wir im folgenden die Photoproduktion von Pionen und Kaonen am Nukleon berechnen. Eine detaillierte Diskussion des zugrundeliegenden Modells findet sich in Referenz [Gu97, Gi97]. Nachdem wir die aus diesem Ansatz resultierenden Wirkungsquerschnitte mit experimentellen Daten verglichen haben, erweitern wir das Modell auf die Photoproduktion von Pionen an Kernen mittels des Glauber-Modells (Anhang E), welches, wie wir sehen werden, nur unbefriedigende Ergebnisse liefert. Eine deutlich bessere Beschreibung dieses Vielteilchenproblems kann nur ein transporttheoretischer Ansatz, wie wir ihn in späteren Kapiteln vorstellen und für die Produktion von ϕ -Mesonen anwenden wollen, liefern.

4.1 Photoproduktionsamplituden am Nukleon

Für die Amplituden zur Photoproduktion von Pionen und Kaonen an Nukleonen wird in [Gu97] ein feldtheoretischer Ansatz gemacht. Die invarianten Feynman-Amplituden schreiben wir als Produkt des elektromagnetischen Polarisationsvektors mit dem hadronischen Teil der Amplitude

$$\mathcal{M}_{fi} = \epsilon_\mu \cdot J^\mu. \quad (4.1)$$

Die Ausdrücke für die hadronischen Stromoperatoren übernehmen wir aus [Gu97]. Die Amplituden wurden in [Gu97] aus effektiven Lagrangedichten (siehe C.4) mittels der in Anhang C.1 zusammengefaßten Feynman-Regeln abgeleitet. Anschließend werden die gewöhnlichen Feynman-Propagatoren (Einteilchen-Austausch) durch die entsprechenden Regge-Propagatoren (Mehrteilchen-Austausch) ersetzt, während die durch die Feynman-Diagramme gegebene Vertexstruktur beibehalten wird. Durch diese Prozedur berücksichtigen wir automatisch den Austausch

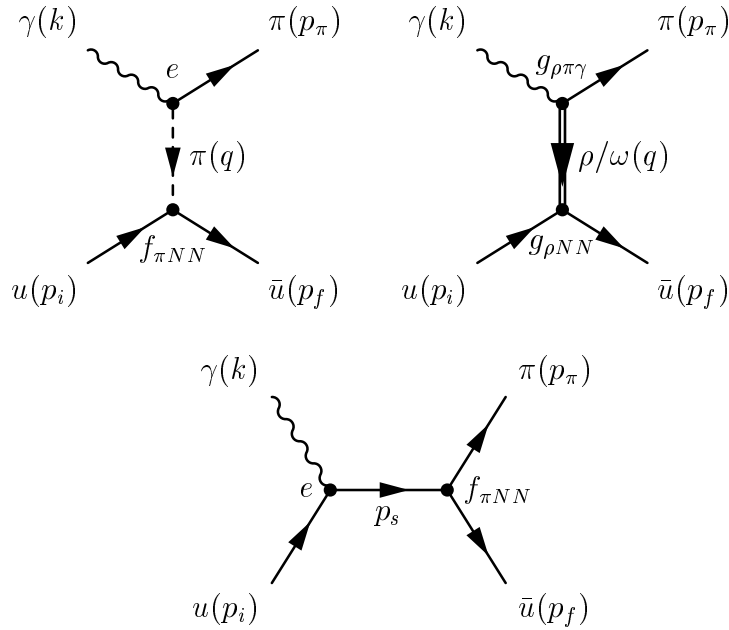


Abbildung 4.1: Beiträge zur Photoproduktion von Pionen

einer ganzen Gruppe von Teilchen mit denselben intrinsischen Quantenzahlen, die nicht mehr vernachlässigt werden können, wenn man zu höheren Energien geht, da bei hohen Energien immer schwerere Teilchen ausgetauscht werden können.

4.1.1 Pionen

Durch das Modell [Gu97] werden gleichzeitig die folgenden vier Prozesse beschrieben:

$$\begin{aligned}
 \gamma + p &\rightarrow \pi^+ + n \\
 \gamma + n &\rightarrow \pi^- + p \\
 \gamma + p &\rightarrow \pi^0 + p \\
 \gamma + n &\rightarrow \pi^0 + n
 \end{aligned}$$

Dazu berücksichtigen wir die in Abbildung (4.1) dargestellten Diagramme. Da wir im Eingangskanal masselose Teilchen haben (Photonen), müssen wir fordern, daß die Amplituden eichinvariant sind. Diagramme, die den Austausch von Vektormesonen beinhalten, sind eichinvariant, da die entsprechenden Amplituden den total antisymmetrischen Tensor enthalten und somit einen Term $\propto \epsilon^{\nu\mu\rho\alpha} k_\nu$, der bei der Kontraktion mit k_μ verschwindet. Das π -Austausch-Diagramm ist alleine nicht eichinvariant, so daß ein weiterer Beitrag berücksichtigt werden muß, welcher die Eichinvarianz herstellt. In [Gu97] wurde dazu für die π^+ -Produktion

das s -Kanal-Nukleon-Austausch-Diagramm berechnet (bzw. das entsprechende u -Kanal-Diagramm für die π^- -Produktion), welches, wie an dem resultierenden Strom Operator leicht überprüft werden kann, die Amplitude eichinvariant macht.

Die Stromoperatoren haben folgende Form:

- π (0^-)-Austausch:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_\pi^\mu(\gamma p \rightarrow \pi^+ n) \\ J_\pi^\mu(\gamma n \rightarrow \pi^- p) \end{array} \right\} = -i \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} \end{array} \right\} e \frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \bar{u}_f (q - p_\pi)^\mu \mathcal{P}^0 \not{q} \gamma^5 u_i, \quad (4.2)$$

wobei $\mathcal{P}^0 = 1/(t - m_\pi^2)$ den Pionpropagator bezeichnet.

- ρ (1^-)-Austausch:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} J_\rho^\mu(\gamma p \rightarrow \pi^+ n) \\ J_\rho^\mu(\gamma p \rightarrow \pi^0 p) \end{array} \right\} &= \left\{ \begin{array}{l} J_\rho^\mu(\gamma \rightarrow \pi^- p) \\ -J_\rho^\mu(\gamma n \rightarrow \pi^0 n) \end{array} \right\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{2} \\ 1 \end{array} \right\} e \frac{g_{\rho\pi\gamma}}{m_\pi} g_{\rho NN} \bar{u}_f \epsilon^{\nu\mu\rho\alpha} k_\nu q_\rho \mathcal{P}_{\alpha\beta}^\rho \times \\ &\quad \times \left[\gamma^\beta + \kappa_\rho \sigma^{\beta\lambda} \frac{q_\lambda}{2m_N} \right] u_i. \end{aligned} \quad (4.3)$$

$\mathcal{P}_{\alpha\beta}^\rho = \frac{1}{t - m_\rho^2} \left[-g_{\alpha\beta} + \frac{q_\alpha q_\beta}{m_\rho^2} \right]$ ist der Propagator des ρ -Mesons. Der Term $\propto q_\alpha q_\beta$ kann weggelassen werden, da er bei Kontraktion mit dem total antisymmetrischen Tensor verschwindet.

- ω (1^-)-Austausch:

$$\begin{aligned} J_\omega^\mu(\gamma p \rightarrow \pi^0 p) &= J_\omega^\mu(\gamma n \rightarrow \pi^0 n) = \\ &= -e \frac{g_{\omega\pi\gamma}}{m_\pi} g_{\omega NN} \bar{u}_f \epsilon^{\nu\mu\rho\alpha} k_\nu q_\rho \mathcal{P}_{\alpha\beta}^\omega \times \\ &\quad \times \left[\gamma^\beta + \kappa_\omega i \sigma^{\beta\lambda} \frac{q_\lambda}{2m_N} \right] u_i \end{aligned} \quad (4.4)$$

- Nukleon ($1/2^+$) Austausch:

$$J_N^\mu(\gamma p \rightarrow \pi^+ n) = -i\sqrt{2} e \frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \bar{u}_f \left[-2m_N \gamma^5 \mathcal{P}_s^{1/2} \gamma^\mu \right] u_i \quad (4.5)$$

$$J_N^\mu(\gamma n \rightarrow \pi^- p) = -\sqrt{2} e \frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \bar{u}_f \left[2m_N \gamma^\mu \mathcal{P}_u^{1/2} \gamma^5 \right] u_i, \quad (4.6)$$

wobei $\mathcal{P}_s^{1/2} = (\not{p}_s + m_N)/(s - m_N^2)$ und $\mathcal{P}_u^{1/2} = (\not{p}_u + m_N)/(u - m_N^2)$ die Spin-1/2-Propagatoren der Nukleonen im s - bzw. u -Kanal sind. Für die γNN -Kopplung wurde nur der minimale Term, welcher die Eichinvarianz der Amplitude herstellt, berücksichtigt.

Die verwendeten Werte für die Kopplungskonstanten finden sich im Anhang.

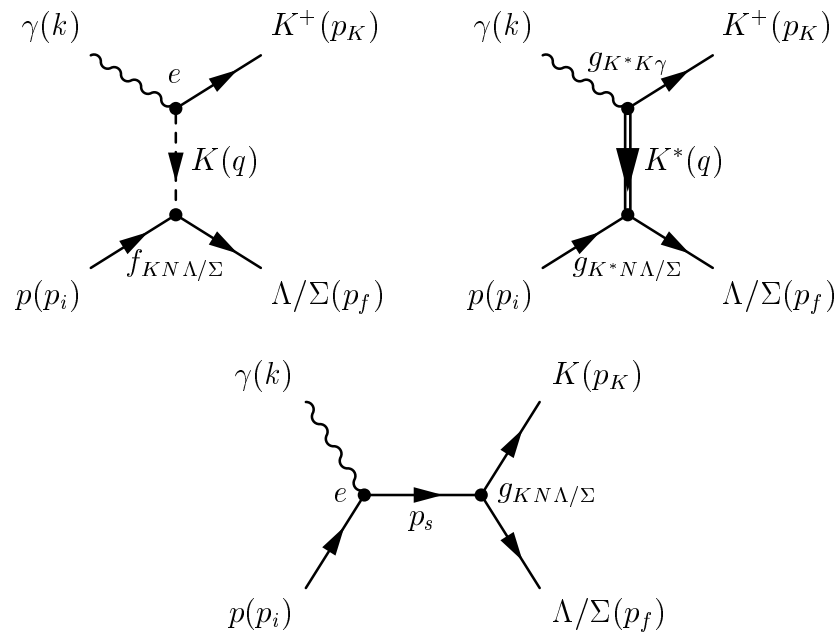


Abbildung 4.2: Beiträge zur Photoproduktion von Kaonen

4.1.2 Kaonen

Mit dem gleichen Modell wie für die Pionen können auch die folgenden Kaon-Produktionsprozesse beschrieben werden:

$$\begin{aligned}\gamma + p &\rightarrow K^+ + \Lambda \\ \gamma + p &\rightarrow K^+ + \Sigma^0.\end{aligned}$$

Dazu berücksichtigen wir die in Abbildung (4.2) gezeichneten Diagramme. Für den Nukleonaustausch im s -Kanal gelten die gleichen Argumente wie im Falle der Pionproduktion.

Da sowohl die Stromoperatoren als auch die Regge-Propagatoren für Kaonen und Pionen aufgrund identischer Paritäten und Spins von Pionen und Kaonen in ihrer Struktur identisch sind, diskutieren wir im folgenden nur noch den Fall der Pionproduktion.

4.2 Reggesierung der Amplituden

Um den Austausch aller Teilchen mit den erforderlichen Quantenzahlen zu berücksichtigen, ersetzen wir die gewöhnlichen Feynman-Propagatoren durch Regge-Propagatoren, behalten jedoch die Vertexstruktur, welche durch die feldtheoretische Berechnung der Austauschdiagramme, die zu den jeweils leichtesten Teilchen der entsprechenden Regge-Trajektorie korrespondieren, gegeben ist, bei. Bei

dieser Vorgehensweise machen wir implizit die Annahme, daß die Kopplungen der verschiedenen Teilchen einer Trajektorie identisch sind, was abgesehen von der Spinstruktur der Vertizes naheliegend ist, da diese Teilchen als gebundene Quark-Antiquark-Systeme aufgefaßt werden, welche sich nur durch ihren relativen Bahndrehimpuls und somit durch ihre Bindungsenergie unterscheiden. Wir geben zunächst die in [Gu97] verwendeten Regge-Propagatoren an:

- $\pi(0^-)$ -Austausch:

$$\frac{1}{t - m_\pi^2} \rightarrow \mathcal{P}_{\text{Regge}}^\pi = \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_\pi(t)} \frac{\pi\alpha'_\pi}{\sin(\pi\alpha_\pi(t))} \frac{\mathcal{S}_\pi + e^{-i\pi\alpha_\pi(t)}}{2} \frac{1}{\Gamma(1 + \alpha_\pi(t))} \quad (4.7)$$

- $\rho(1^-)$ -Austausch:

$$\frac{1}{t - m_\rho^2} \rightarrow \mathcal{P}_{\text{Regge}}^\rho = \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_\rho(t)-1} \frac{\pi\alpha'_\rho}{\sin(\pi\alpha_\rho(t))} \frac{\mathcal{S}_\rho + e^{-i\pi\alpha_\rho(t)}}{2} \frac{1}{\Gamma(\alpha_\rho(t))} \quad (4.8)$$

- $\omega(1^-)$ -Austausch:

$$\frac{1}{t - m_\omega^2} \rightarrow \mathcal{P}_{\text{Regge}}^\omega = \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_\omega(t)-1} \frac{\pi\alpha'_\omega}{\sin(\pi\alpha_\omega(t))} \frac{\mathcal{S}_\omega + e^{-i\pi\alpha_\omega(t)}}{2} \frac{1}{\Gamma(\alpha_\omega(t))}. \quad (4.9)$$

Die Regge-Theorie beschreibt den Austausch von t -Kanal-Resonanzen, aus Gründen der Eichinvarianz wurde jedoch ein s -Kanal-Nukleon-Austausch-Diagramm mit berücksichtigt. Da es im Prinzip keine Möglichkeit gibt, den Austausch eines Teilchens im s -Kanal zu „reggesieren“, wird das Nukleon-Diagramm als zusätzlicher Beitrag zum Pionenaustausch aufgefaßt. Daraus ergibt sich folgende Vorschrift zur Reggesierung:

- Nukleon($\frac{1}{2}^+$)-Austausch:

$$\frac{1}{s - m_N^2} \longrightarrow \frac{t - m_\pi^2}{s - m_N^2} \times \mathcal{P}_{\text{Regge}}^\pi. \quad (4.10)$$

Für die Massenskala s_0 wird in [Gu97] ein Wert von $s_0 = 1 \text{ GeV}^2$ verwendet. Die Regge-Propagatoren reduzieren sich auf die gewöhnlichen Feynman-Propagatoren wenn der erste Pol der Trajektorien erreicht wird.

Die oben aufgeführten Propagatoren besitzen die prinzipielle Struktur der Regge-Amplitude (3.23). Da jedoch die π -Produktionsamplituden gewonnen werden durch Ersetzung der herkömmlichen Feynman-Propagatoren durch die Regge-Propagatoren, müssen wir fordern, daß ein Regge-Propagator in der Nähe seines

ersten Poles in den entsprechenden Feynman-Propagator übergeht. Diese Eigenschaft ist in den Propagatoren aus [Gu97] enthalten. Wir zeigen das am Beispiel des ρ -Propagators.

Die $\rho - a_2$ -Trajektorien sind austauschentartet. Hängt ein Prozeß von der Summe beider Beiträge ab, folgt für den Propagator der austauschentarteten Amplitude:

$$\mathcal{P} \sim \frac{1 + e^{-i\pi\alpha(t)}}{2} + \frac{-1 + e^{-i\pi\alpha(t)}}{2} = 1 \quad (4.11)$$

Der effektive Regge-Propagator der resultierenden Amplitude reduziert sich damit auf folgenden Ausdruck:

$$\mathcal{P} = \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha(t)-1} \frac{\pi\alpha'}{\sin(\pi\alpha(t))} \frac{1}{\Gamma(\alpha(t))}. \quad (4.12)$$

Diesen Propagator entwickeln wir nun um die Stelle $t \approx m_\rho^2$. Da das ρ -Meson ein Spin-1-Teilchen ist, gilt

$$\alpha(t = m_\rho^2) = 1. \quad (4.13)$$

Damit folgt für den Propagator

$$\mathcal{P}(t \approx m_\rho^2) = \frac{\pi\alpha'}{\sin(\pi\alpha(t))} \approx \frac{\pi\alpha'}{\pi(1 - \alpha(t))} = \frac{\alpha'}{1 - \alpha_0 - \alpha't}, \quad (4.14)$$

wobei wir die Linearität der Trajektorie $\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha't$ benutzt haben. Daraus folgt außerdem

$$\alpha(m_\rho^2) = \alpha_0 + \alpha'm_\rho^2 = 1 \Rightarrow m_\rho^2 = \frac{1 - \alpha_0}{\alpha'}. \quad (4.15)$$

Setzen wir diese Beziehung in (4.14) ein, folgt unmittelbar

$$\mathcal{P}(t \approx m_\rho^2) \approx \frac{1}{m_\rho^2 - t}. \quad (4.16)$$

Analoge Betrachtungen gelten für die anderen Propagatoren. Die Form des π -Propagators weicht etwas von den übrigen Propagatoren ab. Das liegt gerade an der genannten Forderung, daß die Regge-Propagatoren asymptotisch gegen die herkömmlichen Feynman-Propagatoren gehen. Da das Pion ein skalares Teilchen (Spin=0) ist, ist

$$\alpha_\pi(m_\pi^2) = 0. \quad (4.17)$$

Aus dieser Tatsache folgt der abweichende Exponent von (s/s_0) und das Argument der Γ -Funktion.

4.3 Ergebnisse

Die Abbildungen (4.3) bis (4.6) zeigen die Ergebnisse dieser Rechnungen im Bereich kleiner Impulsüberträge. Die Berechnung der Wirkungsquerschnitte aus den zuvor gezeigten Amplituden skizzieren wir in Anhang (C.2).

Bei der Herleitung der Regge-Amplitude im letzten Kapitel haben wir mehrmals von der Näherung $s \gg |t|$ Gebrauch gemacht. Wir erwarten daher, daß die Ergebnisse nur für kleine Werte des 4-Impulsübertrags die Wirkungsquerschnitte wiedergeben. In der Tat zeigen die Ergebnisse für die vier dargestellten Prozesse eine deutlicher werdende Diskrepanz zu den Daten ab Impulsüberträgen von etwa $-t > 1 \text{ GeV}^2$. Für Impulsüberträge ab $-t > 2 \text{ GeV}^2$ kann dieses Modell nicht mehr benutzt werden um die Daten zu beschreiben [Gu97].

In [Gu97] wurde gezeigt, daß durch die Verwendung saturierender Regge-Trajektorien, die für negative Werte von t asymptotisch einen konstanten Wert annehmen, auch die Daten bei mittleren t -Werten beschrieben werden können. Allerdings ist unklar, welche physikalische Bedeutung saturierenden Trajektorien zugeschrieben werden kann. Wir beschränken uns daher auf die Querschnitte bei kleinen Impulsüberträgen, die das klassische Gebiet der Regge-Theorie darstellen.

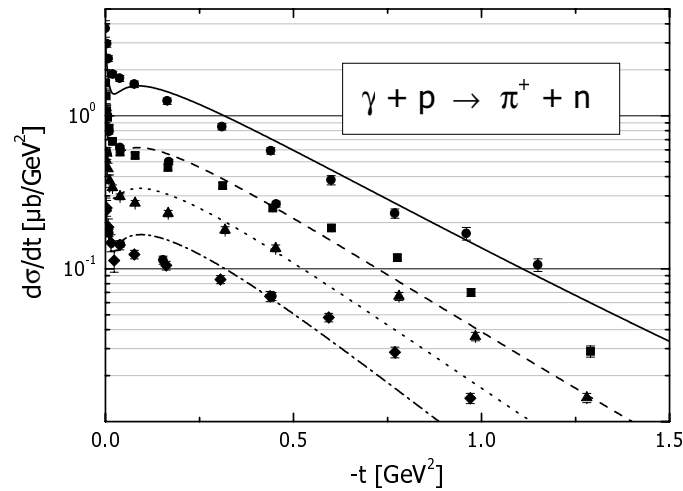


Abbildung 4.3: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ für die Photonenergien $E_\gamma = 5$ (Kreise/volle Linie), 8 (Vierecke/Strich), 11 (Dreiecke/Punkt) und 16 GeV (Karus/Punkt-Strich). Die Daten stammen aus [Bo68]. Die Rechnungen entsprechen dem Modell aus [Gu97].

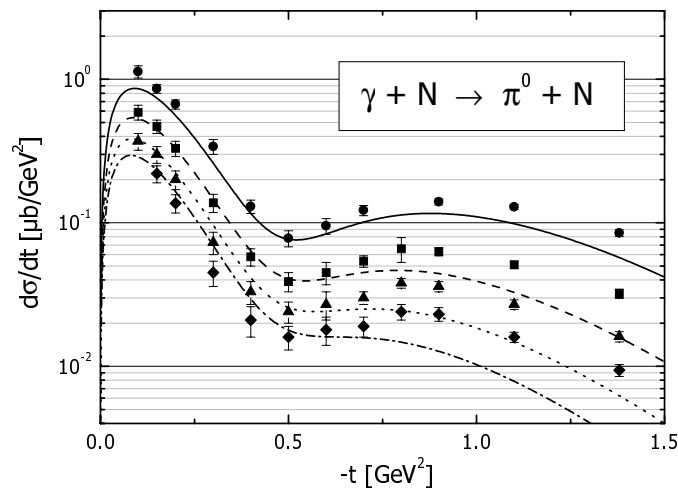


Abbildung 4.4: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma N \rightarrow \pi^0 N$ für die Photonenergien $E_\gamma = 6$ (Kreise/volle Linie), 9 (Vierecke/Strich), 12 (Dreiecke/Punkt) und 15 GeV (Karus/Punkt-Strich). Die Daten stammen aus [An70]. Die Rechnungen entsprechen dem Modell aus [Gu97].

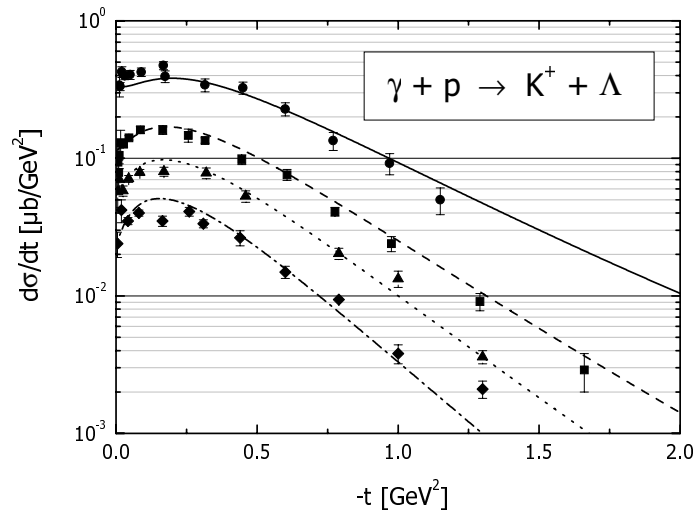


Abbildung 4.5: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma p \rightarrow K^+ \Lambda$ für die Photonenergien $E_\gamma = 5$ (Kreise/volle Linie), 8 (Vierecke/Strich), 11 (Dreiecke/Punkt) und 16 GeV (Karus/Punkt-Strich). Die Daten stammen aus [Bo69]. Die Rechnungen entsprechen dem Modell aus [Gu97].

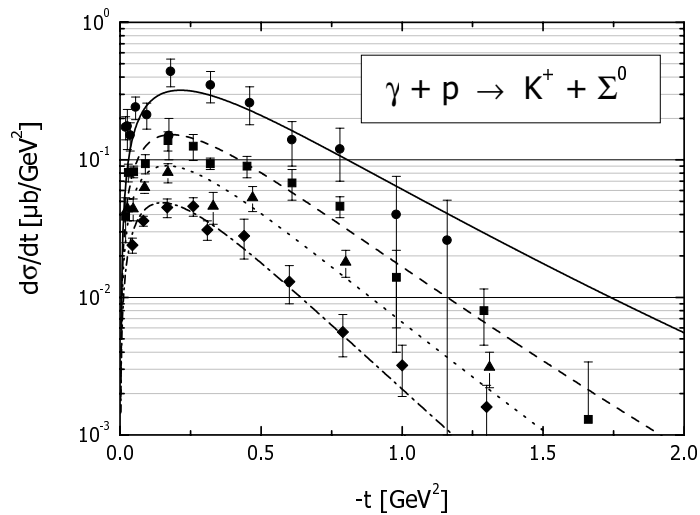
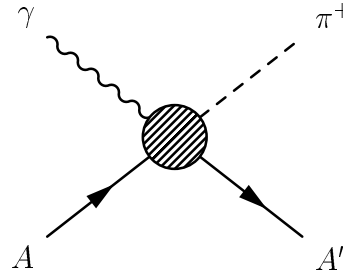


Abbildung 4.6: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma N \rightarrow K^+ \Sigma^0$ für die Photonenergien $E_\gamma = 5$ (Kreise/volle Linie), 8 (Vierecke/Strich), 11 (Dreiecke/Punkt) und 16 GeV (Karus/Punkt-Strich). Die Daten stammen aus [Bo69]. Die Rechnungen entsprechen dem Modell aus [Gu97].

4.4 Die inkohärente Photoproduktion am Kern

Wir wollen jetzt das Modell aus [Gu97] verwenden, um die Photoproduktion positiv geladener Pionen an Atomkernen zu berechnen. Dieser Prozeß ist rein inkohärent, da aufgrund der Ladung des Pions keine Möglichkeit besteht, den Kern in seinem Grundzustand zu belassen.



Den inkohärenten Photoproduktionsquerschnitt am Kern erhalten wir aus dem elementaren Photon-Nukleon-Querschnitt mit Hilfe der Glauber-Vielfachstreuungs-Theorie. In [Ba78] wurde folgender inklusiver Wirkungsquerschnitt für die Photoproduktion eines skalaren Mesons m hergeleitet (für eine nähere Erläuterung siehe Anhang (E)):

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{ink}}{dt}(\gamma A \rightarrow mA') &= \int_{-\infty}^{\infty} d^2b dz n_m(\vec{b}, z) \exp \left\{ -\sigma_m \int_z^{\infty} n(\vec{b}, z') dz' \right\} \times \quad (4.18) \\ &\times \left| T_{\gamma m}(t) - \sum_V \frac{e}{g_V} T_{Vm}(t) \int_{-\infty}^z dz'' n(\vec{b}, z'') \frac{\sigma_V}{2} (1 - i\alpha_V) \times \right. \\ &\left. \exp(ik_V(z - z'')) \exp \left\{ -\frac{\sigma_V}{2} (1 - i\alpha_V) \int_{z''}^z dz''' n(\vec{b}, z''') \right\} \right|^2 \end{aligned}$$

Das Betragsquadrat enthält die Interferenz der direkten Photon-Nukleon-Amplitude und der Amplituden, bei denen zunächst ein Vektormeson erzeugt wird, welches in einer weiteren Wechselwirkung das Pion produziert. Die Exponentialfunktion in der ersten Zeile sorgt für die Absorption des Pions auf seinem Weg aus dem Kern. Der gesamte Wirkungsquerschnitt enthält eine Integration über alle Nukleonen des Kerns, an denen die inkohärente Wechselwirkung stattfinden kann.

Zunächst berechnen wir jetzt die Amplituden $T_{Vm}(s, t)$, die die durch ein Vektormeson induzierte Produktion des entsprechenden Mesons beschreiben.

4.4.1 Vektormesoninduzierte Pionenproduktion

Zur Berechnung der Übergangsamplituden für die Prozesse $V + N \rightarrow m + N$ machen wir Gebrauch von der Vektormeson-Dominanz-Hypothese (Anhang (D)). Daraus folgt, daß die Amplituden $T_{VN \rightarrow mN}$ bis auf die Kopplungskonstanten dieselbe Struktur haben wie die Amplitude des Prozesses $\gamma N \rightarrow mN$. Bei der Summation über die leichten Vektormesonen in (4.18) vernachlässigen wir das ϕ -Meson, da wir zum einen die Kopplungskonstanten nicht kennen und zum anderen erwarten, daß die Kopplung des ϕ -Mesons an die Pionen klein ist.

Da das ϕ -Meson ein nahezu reiner $s\bar{s}$ -Zustand ist, das Pion jedoch ausschließlich aus up- und down-Quarks besteht, ist die Kopplung dieser Teilchen nach den Zweischen Regeln unterdrückt. Vergleicht man die Zerfälle $\phi \rightarrow \pi\pi\pi$ und $\omega \rightarrow \pi\pi\pi$, von denen wir annehmen können, daß sie im wesentlichen über ein intermediäres ρ -Meson ablaufen, erkennt man, daß die Breite des ϕ -Mesons in diesen Kanal trotz des wesentlich größeren Phasenraumes um etwa einen Faktor 30 kleiner ist. Wir können daher annehmen, daß die Kopplung des ϕ -Mesons an die Pionen im Vergleich zur Kopplung des ω -Mesons sehr klein ist und die entsprechenden Diagramme damit vernachlässigbar sind.

Ausgehend von den Diagrammen zur photoninduzierten π^+ -Produktion berücksichtigen wir die in Abbildung (4.7) gezeigten Beiträge. Graphen mit den Kopplungen $\rho\rho\pi$ und $\omega\pi\pi$ existieren nicht, da diese Kopplungen aufgrund der Erhaltung der G -Parität verboten sind. Das ρ -Meson hat positive G -Parität und das Pion hat negative G -Parität. Aus diesem Grund können Pion und ρ -Meson nur gemeinsam an einen Zustand negativer G -Parität (z.B. das ω -Meson) koppeln. Entsprechendes gilt für die $\omega\pi\pi$ -Kopplung.

Die Kopplungskonstante $g_{\rho\pi\pi}$ übernehmen wir aus [Oc97]. Dort wird ein aus dem 2-Pionen-Zerfall des ρ -Mesons berechneter Wert angegeben von

$$g_{\rho\pi\pi} \approx \sqrt{4\pi \cdot 2.9}.$$

Die einzige noch unbekannt Kopplung ist somit der obere Vertex des t -Kanal-Diagramms des Prozesses $\omega p \rightarrow \pi^+ n$ (ρ -Austausch). Im Vektormeson-Dominanz-Modell können wir die Kopplungskonstanten in folgender Weise miteinander verknüpfen:

$$g_{\rho\pi\gamma} \approx \frac{e}{g_\omega} g_{\rho\pi\omega} \quad (4.19)$$

$$g_{\omega\pi\gamma} \approx \frac{e}{g_\rho} g_{\rho\pi\omega} \quad (4.20)$$

Diese Beziehungen gelten, da aus den oben genannten Gründen jeweils nur ein Vektormeson zum ρ - bzw. π -Austausch beiträgt und daher keine Summen über verschiedene Vektormesonen entstehen. Mit den Werten aus den Tabellen (C.1)

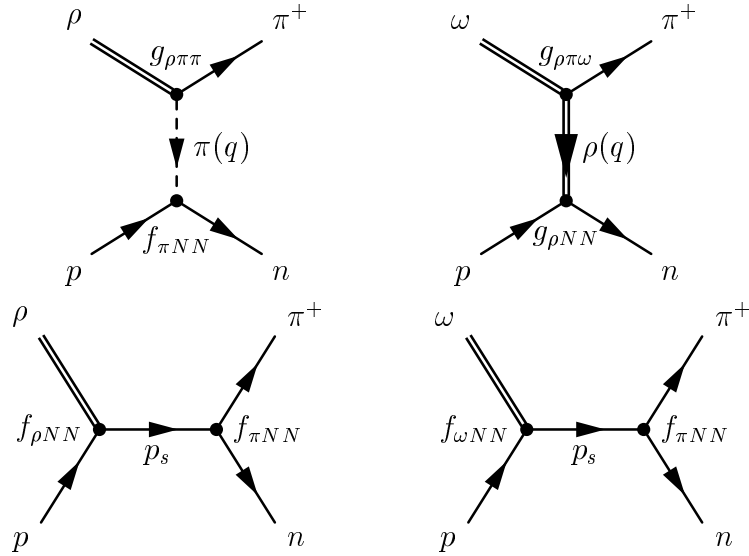


Abbildung 4.7: Beiträge zur vektormesoninduzierten Produktion positiver Pionen.

und (D.1) ergibt sich damit ein Wert von

$$g_{\rho\pi\omega} \approx 1.755. \quad (4.21)$$

4.4.2 Verwendete Parameter

Für die Berechnung des inkohärenten Wirkungsquerschnittes nach Formel (4.18) benötigen wir die totalen Vektormeson-Nukleon-Wirkungsquerschnitte. Wir übernehmen die Parametrisierungen aus [Ba78] (Model I):

$$\sigma_{\rho} = \sigma_{\omega} = 20.8 \left(1 + \frac{0.766}{\sqrt{p/\text{GeV}}} \right) \text{mb}. \quad (4.22)$$

Für die Verhältnisse α_V der Realteile zu den Imaginärteilen der Vorwärtsstreuamplituden werden in [Ba78] die folgenden Parametrisierungen angegeben:

$$\alpha_{\rho} = \alpha_{\omega} = -\frac{0.766}{\sqrt{p/\text{GeV}} + 0.766}. \quad (4.23)$$

Für den totalen πN -Wirkungsquerschnitt können wir eine Reggeparametrisierung aus [Do92] analog zu Gleichung (3.50) verwenden, die die Daten oberhalb der Resonanzregion ($s \geq 5 \text{ GeV}^2$) gut beschreibt. Der Wirkungsquerschnitt besteht aus der Summe des Beitrages der Pomeron-Trajektorie und des Beitrages der (ρ, ω, a, f) -Regge-Trajektorien:

$$\sigma_{\pi+p} = \left(13.63 \left(\frac{s}{\text{GeV}^2} \right)^{0.0808} + 27.56 \left(\frac{s}{\text{GeV}^2} \right)^{-0.4525} \right) \text{mb}. \quad (4.24)$$

Den Wirkungsquerschnitt für die Pion-Neutron-Streuung erhalten wir unmittelbar über Isospinspiegelung

$$\sigma_{\pi+n} = \sigma_{\pi-p} = \left(13.63 \left(\frac{s}{\text{GeV}} \right)^{0.0808} + 36.02 \left(\frac{s}{\text{GeV}} \right)^{-0.4525} \right) \text{mb.} \quad (4.25)$$

In dem Bereich kleiner Impulsüberträge, den wir mit den Regge-Amplituden zur Photoproduktion von Pionen am Nukleon beschreiben können, ist die Energie des produzierten Pions etwa gleich der Energie des einlaufenden Photons. Wir führen unsere Rechnungen bei den zwei Photonenergien 8 GeV und 16 GeV, für die experimentelle Daten existieren, durch. Der isospingemittelte Querschnitt $\sigma_{\pi+N} = (\sigma_{\pi+p} + \sigma_{\pi+n})/2$ variiert in diesem Energiebereich nur unwesentlich:

$$\begin{aligned} \sigma_{\pi+N}(E_\pi = 8 \text{ GeV}) &= 26.2 \text{ mb} \\ \sigma_{\pi+N}(E_\pi = 16 \text{ GeV}) &= 24.8 \text{ mb.} \end{aligned}$$

In recht guter Näherung kann also bei diesen Energien der π^+p -Wirkungsquerschnitt als konstant angenommen werden. Wir verwenden für unsere Rechnungen einen Wert von

$$\sigma_{\pi N} = 25.5 \text{ mb}, \quad (4.26)$$

der nur geringfügig von dem in [Go69] angegebenen Wert von $\sigma_{\pi N} = 26 \text{ mb}$ abweicht.

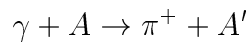
Für die Dichteverteilung des Kerns verwenden wir eine Woods-Saxon-Verteilung

$$\rho(r) = \rho_0 \left[1 + \exp \left(\frac{r - r_0}{a} \right) \right]^{-1} \quad (4.27)$$

mit den Parametern aus [Ef99]. Abgesehen von einigen sehr kleinen Kernen, werden die experimentell bestimmten Dichteverteilung durch diese Verteilungsfunktion gut wiedergegeben.

4.4.3 Ergebnisse

Abbildung (4.8) zeigt die Ergebnisse unserer Rechnungen an drei verschiedenen Kernen für die Produktion positiv geladener Pionen



nach Gleichung (4.18). Die durchgezogene Linie der vollständigen Glauber-Rechnung beschreibt die Daten besser als das A -fache des nukleonischen Wirkungsquerschnittes. Man erkennt, daß sowohl Abschattung als auch Absorption des

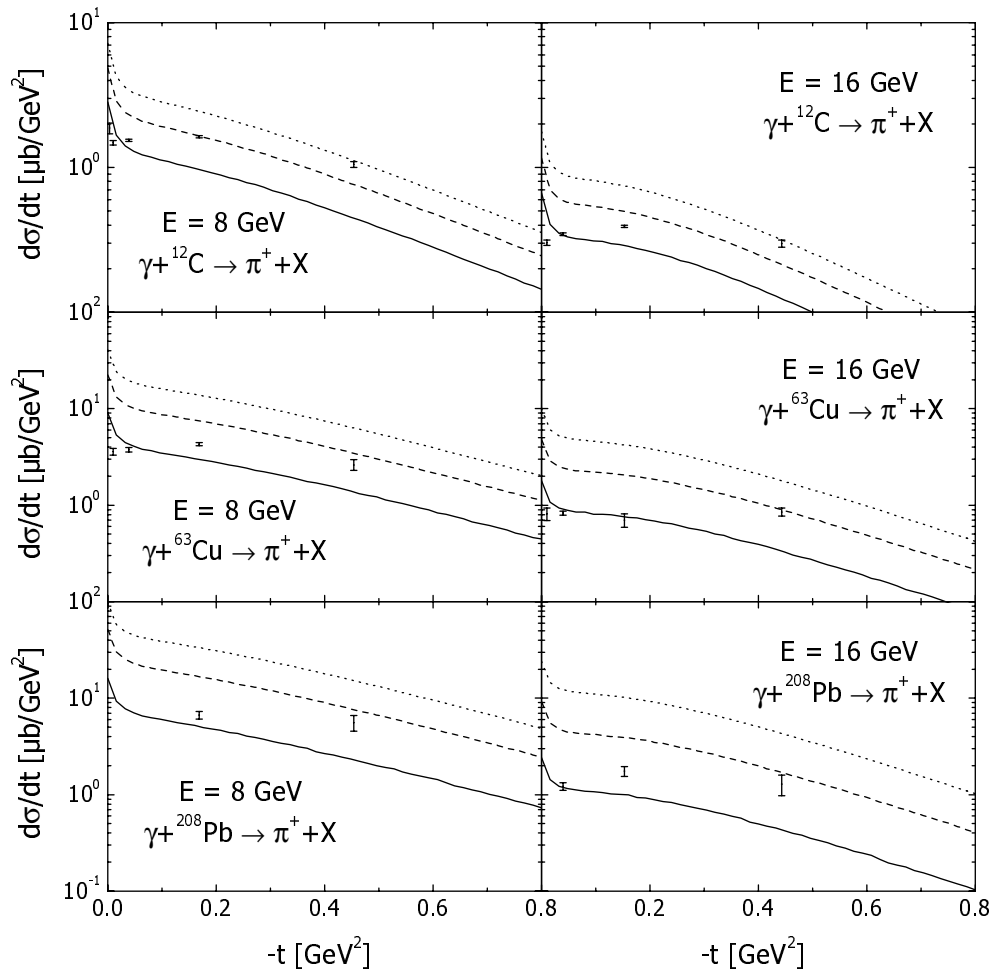
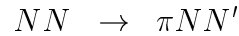


Abbildung 4.8: Die gepunkteten Linien zeigen das A -fache des nukleonischen Wirkungsquerschnittes, die gestrichelten Linien beinhalten die Anfangszustandswechselwirkung (Abschattung) und die durchgezogenen Linien beinhalten sowohl Anfangs- als auch Endzustandswechselwirkung (Absorption). Die Daten stammen aus [By69].

produzierten Mesons mit steigender Massenzahl des Kerns an Bedeutung gewinnen. Gleichzeitig kann man in den Abbildungen zum einen die Energieunabhängigkeit der Mesonabsorption, die durch die Verwendung eines konstanten Pion-Nukleon-Querschnittes bei hohen Energien zustande kommt, und zum anderen die zunehmende Stärke des Abschattungseffektes mit steigender Energie beobachten.

Insgesamt muß man jedoch sagen, daß der im Glauber-Modell berechnete Wirkungsquerschnitt die Daten nur ungenügend beschreibt. Vor allem bei kleinen Impulsüberträgen wird der experimentelle Wirkungsquerschnitt durch unsere Rech-

nungen überschätzt. Der Grund hierfür ist sicher zumindest teilweise die Nicht-Berücksichtigung des Pauli-Prinzips, welches Photon-Nukleon-Reaktionen mit sehr kleinem Impulsübertrag unterdrückt. Bei größeren Impulsüberträgen unterschätzen wir den gemessenen Wirkungsquerschnitt. Hierbei hat das Nukleon nach der Reaktion einen relativ großen Impuls und es werden Prozesse der Art



möglich. Dieses “side-feeding”, also die Produktion des entsprechenden Teilchens durch andere inelastische Kanäle, kann nicht in unserer einfachen Glauber-Rechnung berücksichtigt werden. Die detaillierte Simulation all dieser Prozesse ist der große Vorteil des BUU-Transportmodells, welches wir in den nächsten Kapiteln vorstellen und anwenden wollen.

Kapitel 5

Photoproduktion von ϕ -Mesonen

5.1 Einleitung

Die Reaktion, die wir im folgenden untersuchen wollen, ist die inklusive Photoproduktion von ϕ -Mesonen an Kernen:

$$\gamma + A \rightarrow \phi + X \rightarrow K\bar{K} + X'.$$

Dabei soll die Massenverteilung der ϕ -Mesonen beobachtet werden über das invariante Massenspektrum der Kaon-Antikaon-Paare, die den dominanten Zerfallskanal des ϕ -Mesons darstellen.

Bei den im folgenden betrachteten Photonenergien ist die Wellenlänge des Photons klein gegenüber dem Abstand der Nukleonen, so daß die betrachtete Reaktion in der sogenannten *impulse approximation* beschrieben werden kann, welche besagt, daß die Wechselwirkung des Photons mit dem Kern an nur einem Nukleon stattfindet. Wenn man weiter annimmt, daß die elementare Photon-Nukleon-Reaktion ausschließlich über den exklusiven Produktionsprozess $\gamma + N \rightarrow \phi + N$ stattfindet, kann die gesamte Reaktion als zweistufiger Prozess beschrieben werden.

Für den ersten Schritt - die exklusive Photoproduktion des ϕ -Mesons an einem einzelnen Nukleon des Kerns - verwenden wir das Modell aus [Do00], welches auf der im zweiten Kapitel vorgestellten Regge-Theorie basiert. Den zweiten Schritt beschreiben wir mit Hilfe eines BUU-Transportmodells, welches im nächsten Kapitel vorgestellt wird. Unter der Voraussetzung, daß die Wirkungsquerschnitte aller elastischen und inelastischen Reaktionen der produzierten Teilchen bekannt sind, können wir im Rahmen dieses Transportmodells überprüfen, ob die Observablen der betrachteten Reaktion sensitiv sind auf die zu messenden Mediummodifikationen.

Bereits 1998 wurde in Osaka (Japan) begonnen, das Experiment SPring-8 aufzubauen mit einer maximalen Photonenergie von 2.4 GeV [Fu01, Na01]. Es wer-

den im wesentlichen zwei Absichten verfolgt: zum einen die Untersuchung des ϕ -Photoproduktionsquerschnittes am Nukleon, der Rückschlüsse auf einen eventuellen Strangeness-Inhalt der Nukleonen zulässt, und zum anderen die Beobachtung des invarianten Massenspektrums der beim ϕ -Zerfall entstehenden Kaon-Antikaon-Paare bei ϕ -Produktion am Kern, welches Aufschluß geben soll über die Mediumeigenschaften des ϕ -Mesons.

Einige theoretische Veröffentlichungen [Os00, Kl97, Ha92] haben in den letzten Jahren versucht, die Verbreiterung und Massenverschiebung des ϕ Mesons zu berechnen. Allen gemeinsam ist dabei die Vorhersage einer relativ kleinen Massenverschiebung von etwa 1% der Vakuummasse, während die Breite um bis zu eine Größenordnung die Breite im Vakuum übersteigen soll. Da wir auch im folgenden häufig Gebrauch machen werden von den dort berechneten Werten, listen wir einige Vorhersagen zur besseren Übersicht auf:

Referenz	$\Gamma(\rho_0)$ [MeV]	$\Delta m(\rho_0)$ [MeV]
[Os00]	22	-
[Kl97]	45	10
[Ha92]	-	20 – 40

Tabelle 5.1: Vorhersagen der Mediummodifikationen des ϕ Mesons

Zwei wesentliche Probleme bei der experimentellen Beobachtung dieser Eigenschaften sind die kleine Breite und damit große Lebensdauer des ϕ -Mesons und der relativ große K^-N -Wirkungsquerschnitt. Durch ihre große Lebensdauer zerfallen die meisten ϕ -Mesonen außerhalb des Kerns, so daß das gemessene Massenspektrum im wesentlichen die Vakuumbreite des ϕ -Mesons besitzt. Das Massenspektrum aller $K\bar{K}$ -Paare ist somit nur unwesentlich modifiziert durch die Verbreiterung der ϕ -Mesonen, die im Kern zerfallen. Zerfällt ein ϕ -Meson aber im Kern, ist durch den großen K^-N -Wirkungsquerschnitt die Wahrscheinlichkeit einer Absorption oder elastischen Streuung der Antikaonen und eine damit einhergehende 'triviale' Verbreiterung des invarianten Massenspektrums sehr groß.

Das Hauptziel der folgenden Kapitel ist es, zu überprüfen, ob die Beobachtung der In-Medium-Eigenschaften des ϕ -Mesons über Photoproduktion am Kern und Rekonstruktion der invarianten Masse des ϕ -Mesons aus den Impulsen der Kaon-Antikaon-Paare trotz der oben genannten Probleme möglich ist.

5.1.1 Vakuumeigenschaften des ϕ -Mesons

Vektormesonen können erzeugt werden in der Reaktion $e^+e^- \rightarrow$ Hadronen. Im Wirkungsquerschnitt für diesen Prozeß finden sich drei Resonanzen bei Schwerpunktsenergien um 1 GeV. Die Resonanz mit der höchsten Energie bei 1019 MeV

wird als ϕ -Meson bezeichnet. Da der Zerfall des ϕ -Mesons in Mesonen mit Strangeness deutlich bevorzugt ist, interpretiert man das ϕ -Meson als $s\bar{s}$ -Zustand

$$|\phi\rangle = |s^\uparrow \bar{s}^\uparrow\rangle^1,$$

wobei die Pfeile die z-Komponente des jeweiligen Quarkspins bezeichnen. Die beiden leichteren, fast massengleichen Resonanzen ρ und ω werden als Mischzustände von u - und d -Quarks aufgefaßt. Das ϕ -Meson hat folgende intrinsischen Eigenschaften:

$I^G(J^{PC})$	$0^-(1^{--})$
Masse	1019.413 ± 0.008 MeV
Breite	4.43 ± 0.06 MeV

Tabelle 5.2: Vakuumeigenschaften des ϕ -Mesons [PDG]

Die wichtigsten Zerfallskanäle des ϕ -Mesons sind in der nächsten Tabelle aufgeführt. Ein Anteil von ϕ -Mesonen zerfällt in ein ρ - und ein π -Meson bzw.

Zerfallskanal	Verzweigungsverhältnis	p [MeV]
$K^+ K^-$	49.1 ± 0.9	127
$K^0 \bar{K}^0$	34.3 ± 0.7	110
$\rho\pi$	12.9 ± 0.7	181
$\pi^+ \pi^- \pi^0$	2.5 ± 0.9	462
$e^+ e^-$	$(3.09 \pm 0.07) \times 10^{-4}$	510

Tabelle 5.3: Die Zerfallskanäle des ϕ -Mesons im Vakuum [PDG]. p bezeichnet hierbei den Impuls der Zerfallsprodukte im Ruhesystem des ϕ -Mesons.

in drei π -Mesonen, jedoch sind diese Zerfallskanäle aufgrund der *Okubo-Zweig-Iizuka(OZI)*-Regel stark unterdrückt und das Verzweigungsverhältnis ist somit entsprechend klein. Der relativ kleine Phasenraum für den Hauptzerfallskanal des ϕ -Mesons ist Grund für die lange Lebensdauer bzw. geringe Breite des ϕ -Mesons.

5.2 ϕ -Photoproduktion am Nukleon

Die energetische Schwelle für die Photoproduktion von ϕ -Mesonen am ruhenden Nukleon liegt aufgrund der großen ϕ -Masse relativ hoch. Bei der Reaktion

¹Im SU(3)-Quarkbild existieren zunächst drei Vektormesonenzustände mit $I_3 = S = 0$, jedoch können diese Zustände aufgrund der Brechung der Flavour-SU(3)-Symmetrie vermischen. Wegen des nahezu idealen Mischungswinkels zwischen Singulett- und Oktett($I = 0$)-Zustand weist das ϕ -Meson eine beinahe reine $s\bar{s}$ -Konfiguration auf: $|\phi\rangle = \cos\theta|\omega_8\rangle + \sin\theta|\omega_1\rangle = |s\bar{s}\rangle$ mit $\theta = \arctan 1/\sqrt{2}$ [PR].

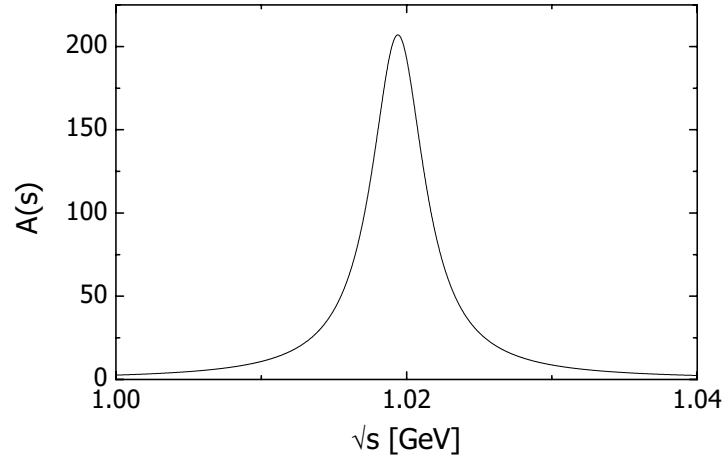


Abbildung 5.1: Die Vakuumspektralfunktion des ϕ -Mesons

$\gamma + N$ muß die totale Schwerpunktsenergie mindestens so groß wie die Massen der Endprodukte sein:

$$s \geq (m_N + m_\phi)^2.$$

Daraus errechnet sich eine Schwellenenergie für die Photoproduktion am ruhenden Nukleon von $E_\gamma^S = 1.57$ GeV.

Für die Berechnung des Prozesses $\gamma A \rightarrow \phi X$ in unserem Transportmodell brauchen wir zunächst den totalen Wirkungsquerschnitt der Reaktion, um zu entscheiden, mit welcher Wahrscheinlichkeit das entsprechende Teilchen produziert wird, und anschließend den winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitt, um die Winkel- und somit die Impulsverteilung der primär produzierten Teilchen festzulegen.

5.2.1 Totaler Wirkungsquerschnitt

Der totale Wirkungsquerschnitt für die exklusive ϕ -Photoproduktion am Nukleon wurde in [Ef99] an die experimentellen Daten aus [AB68] angepaßt. Dazu wurde folgender Ansatz gemacht:

$$\sigma_{\gamma N \rightarrow N\phi} = \frac{1}{p_i s} \int |\mathcal{M}_{\gamma\phi}|^2 p_f \mathcal{A}_\phi(\mu) d\mu, \quad (5.1)$$

wobei p_i den Schwerpunktsimpuls der einlaufenden und p_f den Schwerpunktsimpuls der auslaufenden Teilchen bezeichnen. Die Spektralfunktion $\mathcal{A}_\phi(s)$ ist in ihrer relativistischen Form gegeben durch

$$\mathcal{A}_\phi(s = \mu^2) = \frac{2}{\pi} \frac{s\Gamma_{\text{tot}}(s)}{(s - m_\phi^2)^2 + s\Gamma_{\text{tot}}^2(s)}. \quad (5.2)$$

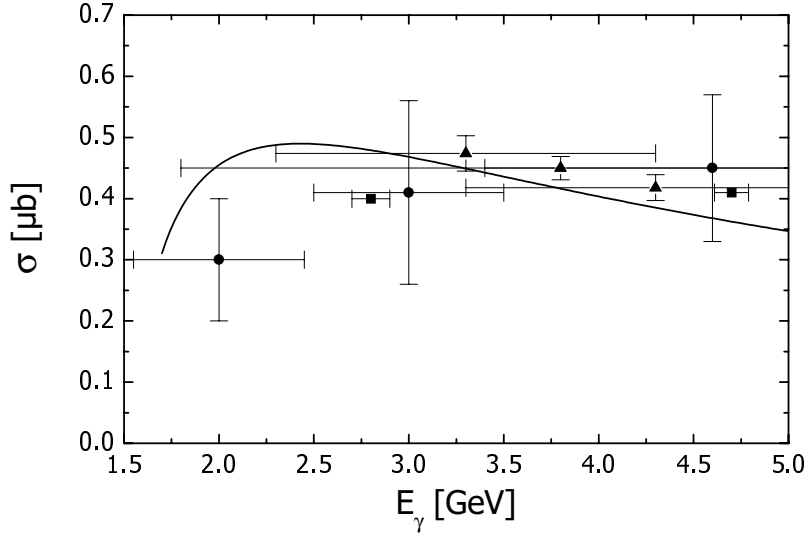


Abbildung 5.2: Der totale ϕ -Photoproduktionsquerschnitt. Die durchgezogene Linie entspricht der Parametrisierung aus [Ef99], die Daten stammen aus [AB68] (Kreise), [Ba73] (Quadrate) und [Ba83] (Dreiecke).

Für die Vakuumbreite des ϕ -Mesons verwenden wir die Parametrisierung aus [Ef99]. Abbildung (5.1) zeigt die ϕ -Spektralfunktion im Vakuum in Abhängigkeit von der invarianten Masse $M_{\text{inv}} = \sqrt{s}$ des ϕ -Mesons. Folgende Parametrisierung des invarianten Matrixelements passt den Wirkungsquerschnitt recht gut an die wenigen existierenden Daten an:

$$|\mathcal{M}_\phi|^2 = 0.004 \text{ mb GeV}^2. \quad (5.3)$$

Der resultierende totale Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma N \rightarrow \phi N}$ ist in Abbildung (5.2) dargestellt. Bis zu einer Energie von 5 GeV werden die Daten recht gut wiedergegeben.

5.2.2 Differentielle Wirkungsquerschnitte

In unserem Transportmodell wurde bisher eine Parametrisierung der winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitte für die Photoproduktion der leichten Vektormesonen ρ , ω und ϕ aus [AB68] verwendet [Ef99]:

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto \exp(Bt), \quad (5.4)$$

wobei t das Quadrat des Viererimpulsübertrags vom Photon auf das Vektormeson bezeichnet. Der Parameter B wurde dabei in Abhängigkeit von der Photonenergie

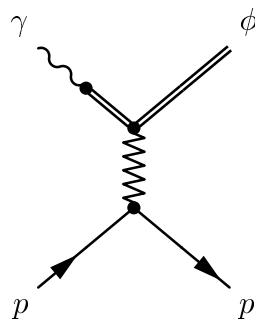
an die experimentellen Daten zur ρ^0 Photoproduktion angepaßt und sowohl für die ρ als auch für die ω und ϕ Photoproduktion verwendet.

E_γ [GeV]	B [GeV $^{-2}$]
- 1.8	5.7
1.8 - 2.5	5.43
2.5 - 3.5	6.92
3.5 - 4.5	8.1
4.5 - 5.8	7.9

Bis zu Impulsüberträgen von $t = -0.4$ GeV 2 werden die Daten recht gut wiedergegeben. Bereits bei Impulsüberträgen $t < -0.5$ GeV 2 zeigt sich allerdings, daß die auf diese Weise extrapolierten Wirkungsquerschnitte zu stark mit steigendem Impulsübertrag abfallen. Da, wie wir noch sehen werden, für den Test der Mediumeigenschaften des ϕ -Mesons in photonuklearen Reaktionen vor allem die Produktion des ϕ -Mesons unter Rückwärtswinkeln im Schwerpunktsystem von Interesse ist, sind die so gewonnenen Wirkungsquerschnitte für unsere Rechnungen unbrauchbar.

Ein analytischer Ausdruck für den photonuklearen ϕ -Produktionsquerschnitt, der die Daten wesentlich besser beschreibt, ist in [Do00] mit Hilfe der in Kapitel 3 vorgestellten Regge-Theorie erreicht worden.

Die Photoproduktion von ϕ -Mesonen kann, da der Austausch von Quarks aufgrund der OZI-Regeln stark unterdrückt wird, als rein diffraktiver Prozess beschrieben werden. Das Photon konvertiert zunächst in ein virtuelles ϕ -Meson, welches anschließend durch die elastische Streuung mit einem Nukleon auf seine Massenschale gesetzt wird. Für hohe Energien wird die elastische Streuung dominiert durch den Austausch der Pomeron-Trajektorie (vgl. Kapitel 3.6):



Das Modell aus [Do00] geht davon aus, daß das Verhalten des Wirkungsquerschnittes vollständig bestimmt wird durch den Regge-Propagator. Für die Produktionsamplitude wird daher zunächst der Ansatz (3.23) übernommen:

$$T_S(s, t) = \frac{\gamma(t)}{\Gamma(\alpha(t)) \sin(\pi\alpha(t))} \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha(t)} (\exp(-i\pi\alpha(t)) + \mathcal{S}). \quad (5.5)$$

Die Pomeron-Trajektorie ist gegeben durch [Co]:

$$\alpha_1(t) = 1.08 + \alpha'_1 t \quad \alpha'_1 = 0.25 \quad \mathcal{S} = -1. \quad (5.6)$$

Die komplexe Phase kann für eine Trajektorie mit ungerader Signatur geschrieben werden als

$$e^{-i\pi\alpha(t)} - 1 \propto ie^{-i\pi\alpha(t)/2}. \quad (5.7)$$

Den differentiellen Wirkungsquerschnitt (2.35) schreiben wir im Grenzfall hoher Energien als

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto \frac{1}{s^2} |T(s, t)|^2. \quad (5.8)$$

Wir können daher die Produktionsamplitude $A(s, t)$ mit dem nicht näher bestimmten Faktor $\tilde{\gamma}(t)$ einführen:

$$A(s, t) = \frac{\tilde{\gamma}(t)}{\Gamma(\alpha(t)) \sin(\pi\alpha(t))} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha(t)-1} \exp\left(-\frac{i}{2}\pi\alpha(t)\right), \quad (5.9)$$

wobei $A(s, t)$ so normiert ist, daß $d\sigma/dt = |A(s, t)|^2$. Der Vorfaktor kann weiter umgeformt werden zu

$$\frac{\tilde{\gamma}(t)}{\Gamma(\alpha(t)) \sin(\pi\alpha(t))} = -\tilde{\gamma}(t)\Gamma(1 - \alpha(t)). \quad (5.10)$$

Im physikalischen t -Wertebereich ist das Argument der Gammafunktion auf der rechten Seite immer größer Null. Aufgrund der geringen Steigung der Pomeron-Trajektorie kann diese Gammafunktion daher, um eine möglichst einfache Fitfunktion für den resultierenden Wirkungsquerschnitt zu erhalten, durch eine Konstante genähert werden.

Die Funktion $\tilde{\gamma}(t)$ enthält die Kopplung der Trajektorie an die äußeren Teilchen,

$$\tilde{\gamma}(t) \sim F(t)G(t) \quad (5.11)$$

wobei $F(t)$ die Kopplung des Pomerons an das Nukleon und $G(t)$ die Kopplung der Pomeron-Trajektorie an den $\gamma\phi$ -Vertex bezeichnen. Eine gute Übereinstimmung mit den Daten konnte in [Do00] erreicht werden durch die Verwendung des Diracschen elektrischen Formfaktors für die Pomeron-Nukleon-Kopplung, was gleichbedeutend ist mit der Annahme, daß das Pomeron in gleicher Weise an das

Nukleon koppelt wie das Photon:

$$F(t) = \frac{4m^2 - 2.79t}{4m^2 - t} \left(\frac{1}{1 - t/(0.71 \text{ GeV}^2)} \right). \quad (5.12)$$

Für die Kopplung an den $\gamma\phi$ -Vertex wurde in [Do00] ein Monopolformfaktor mit der Massenskala t_0 eingeführt:

$$G(t) = \frac{1}{1 - t/t_0}. \quad (5.13)$$

Damit erhält man schließlich die folgende Photoproduktionsamplitude mit dem konstanten Fitparameter A_1 :

$$A(s, t) = F(t)G(t)A_1 \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha(t)-1} e^{-\frac{1}{2}i\pi\alpha(t)}. \quad (5.14)$$

Die Massenskala s_0 wird übernommen aus dem Veneziano-Modell [Co], welches s_0 gleichsetzt mit der inversen Steigung der Regge-Trajektorie:

$$s_0 \equiv (\alpha')^{-1}. \quad (5.15)$$

Die einzigen unbekanntenen Größen in der Streuamplitude sind somit die absolute Kopplungsstärke des Pomerons an die s -Quarks und die Massenskala im ϕ -Formfaktor. Durch Anfitzen dieser beiden Parameter an die experimentellen Daten können die Daten bei kleinen Impulsüberträgen gut wiedergegeben werden (Abbildung 5.3):

$$t_0 = 1.5 \text{ GeV}^2 \quad A_1 = 1.49 \frac{\sqrt{\mu\text{b}}}{\text{GeV}} \quad (5.16)$$

Geht man jedoch zu größeren Energien, wird der Wirkungsquerschnitt bei großen Impulsüberträgen deutlich unterschätzt. In [Do00] wurde daher als weiterer Beitrag zur ϕ -Photoproduktionsamplitude der Austausch eines harten Pomerons eingeführt.

Das harte Pomeron wurde zuerst eingeführt um die Daten für die Proton-Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ bei kleinen Bjorken- x zu erklären. Spätere Messungen des Charm-Beitrags zur Strukturfunktion schienen die Existenz einer solchen Trajektorie zu bestätigen. Die Werte für die Steigung α'_0 und den Achsenabschnitt $\alpha_0(t=0)$ wurden in [Do00] aus dem Wirkungsquerschnitt des Prozesses $\gamma + p \rightarrow J/\psi + p$ gewonnen:

$$\alpha_0(t) = 1.44 + \alpha'_0 t \quad \alpha'_0 = 0.1. \quad (5.17)$$

Die resultierende Streuamplitude ist eine kohärente Summe aus den Beiträgen von "weichem" und "hartem" Pomeron und kann, wenn für das harte Pomeron

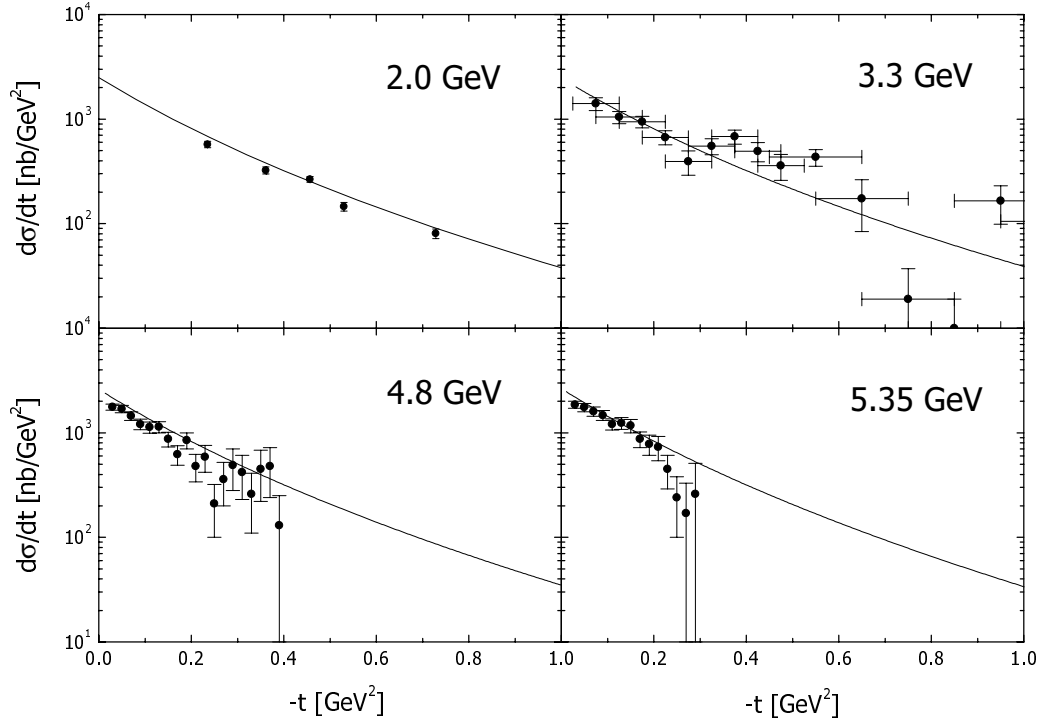


Abbildung 5.3: Die Linien entsprechen der Pomeron Parametrisierung gemäß Gleichung 5.14 für den Prozess $\gamma p \rightarrow \phi p$. Die Daten stammen aus [Bs74] (2 GeV) und [Be78].

die gleichen Annahmen wie für das weiche Pomeron gemacht werden, in folgender Form geschrieben werden:

$$T(s, t) = F(t)G(t) \times \left[A_1(\alpha'_1 s)^{\alpha_1(t)-1} e^{-\frac{1}{2}i\pi\alpha_1(t)} + A_0(\alpha'_0 s)^{\alpha_0(t)-1} e^{-\frac{1}{2}i\pi\alpha_0(t)} \right]. \quad (5.18)$$

Mit folgendem Fit der Kopplungsstärke des harten Pomerons konnte eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten, welche bis dato verfügbar waren, erhalten werden:

$$A_0 = 0.014 \frac{\sqrt{\mu\text{b}}}{\text{GeV}}. \quad (5.19)$$

Der große Erfolg dieses Modells ist es, daß sämtliche Daten zur ϕ -Photoproduktion ab der Schwelle (1.57 GeV) bis zu sehr hohen Energien (94 GeV) bei Impulsüberträgen bis $-t = 2 \text{ GeV}^2$ durch die selbe Amplitude beschrieben werden können.

Eine neuere Messung des differentiellen ϕ -Photoproduktionsquerschnittes [An00] bei einer Photonenergie von 3.6 GeV hat allerdings gezeigt, daß der Wirkungsquerschnitt bei größeren Impulsüberträgen nicht wie in diesem einfachen Modell

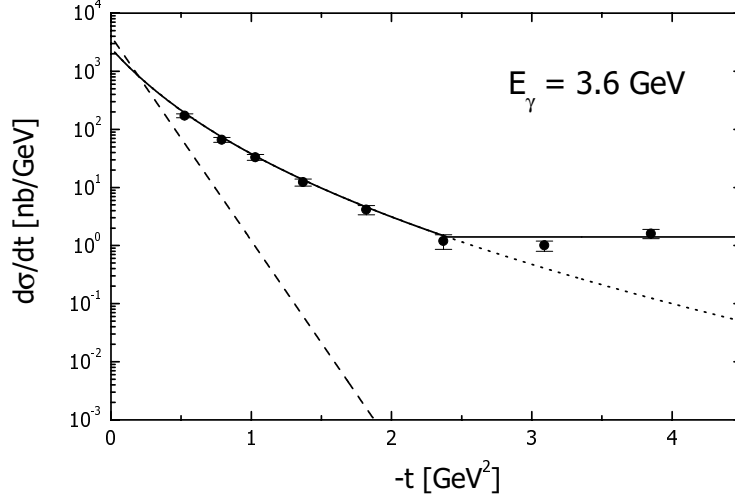


Abbildung 5.4: Die durchgezogene Linie entspricht der von uns verwendeten Parametrisierung nach Gleichung 5.20, gepunktet gezeichnet ist die Pomeron Parametrisierung aus [Do00] und gestrichelt die Parametrisierung aus [AB68]. Die Daten stammen von [An00].

erwartet weiter abfällt, sondern nahezu konstant wird. Leider sind bislang keine Daten verfügbar bei anderen Photonenergien, so daß nicht beantwortet werden kann, ob dieses “Abknicken” des Querschnittes bei einem festen Wert des Impulsübertrags geschieht oder durch Effekte verursacht wird, welche zur Folge haben, daß bei höheren Energien das Plateau erst bei größeren Impulsüberträgen erreicht wird. In mehreren Arbeiten [La00, Za01, Ko01, Wi98] wurde versucht dieses Verhalten zu erklären, jedoch erlaubt die momentane Datenlage keine eindeutige Entscheidung für eines dieser Modelle.

Aus diesem Grund verwenden wir im folgenden eine einfache Parametrisierung des Querschnittes bei großen Impulsüberträgen:

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{\gamma N \rightarrow \phi N} = \begin{cases} (d\sigma/dt) & |t| < t_{1/2} \\ (d\sigma/dt)_{t=t_{1/2}} & |t| > t_{1/2} \end{cases} \quad (5.20)$$

$$t_{1/2} = |t_{\max}| + \frac{|t_{\max} - t_{\min}|}{2}$$

wobei $t_{\max} = t(\cos \theta = +1)$ und $t_{\min} = t(\cos \theta = -1)$. Abbildung 5.4 zeigt den resultierenden Wirkungsquerschnitt, der die Daten bei einer Photonenergie von $E_\gamma = 3.6$ GeV offensichtlich gut beschreibt.

Am SPring8 in Osaka können allerdings nur Photonenergien im Bereich von 1.6 GeV bis 2.4 GeV erreicht werden [Na01]. Da für diese Energien keine Messungen der differentiellen Wirkungsquerschnitte bei großen Impulsüberträgen existieren und die theoretischen Modelle sehr unterschiedliche Vorhersagen geben, ist der Wirkungsquerschnitt bei diesen Energien weitgehend unbekannt.

5.3 Kinematik der Photoproduktion am Kern

Wegen ihrer relativ großen Lebensdauer von 45 fm/c zerfallen die meisten ϕ -Mesonen außerhalb des Kerns, in dem sie produziert wurden. Um jedoch eventuelle Mediummodifikationen zu messen, müssen wir sicherstellen, daß eine ausreichende Anzahl von ϕ -Mesonen bei endlicher Kerndichte zerfallen. Dazu ist es notwendig, ϕ -Mesonen mit sehr kleinem Impuls zu produzieren.

Wir schätzen zunächst ab, bei welchem Impuls die Flugweite des ϕ -Mesons innerhalb seiner Lebensdauer dem Radius eines Bleikerns entspricht. Der Radius von Atomkernen kann nach der empirischen Formel [PR]

$$R \approx 1.21 \text{ fm} \cdot A^{1/3}. \quad (5.21)$$

abgeschätzt werden. Für Bleikerne ($A = 208$, $Z = 82$) errechnet sich daraus ein Radius von etwa 7.2 fm. Wir definieren nun die Flugweite $d(p)$ eines Teilchens als die Strecke, die das Teilchen bei gegebenem Impuls innerhalb seiner Lebensdauer $\tau = 1/\Gamma$, wobei Γ die totale Zerfallsbreite bezeichnet, zurücklegt. Die Flugweite im Laborsystem ist dann gegeben durch die Geschwindigkeit multipliziert mit der ins Laborsystem transformierten Lebensdauer des ϕ -Mesons:

$$d(p) = \gamma\beta\tau, \quad (5.22)$$

wobei die Geschwindigkeit β und der Lorentzfaktor γ durch Impuls und Energie des ϕ -Mesons gegeben sind:

$$\beta = \frac{p}{E} \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (5.23)$$

Es folgt somit für die Flugweite des ϕ -Mesons im Laborsystem:

$$d(p) = \frac{E\tau}{p} \left[1 - \left(\frac{p}{E} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} = \frac{p}{m} \tau = \frac{p}{m\Gamma}. \quad (5.24)$$

Soll nun die Flugweite kleiner als der Radius des Bleikerns sein, so muß der Impuls des ϕ -Mesons kleiner als ≈ 170 MeV sein.

Jetzt müssen wir zunächst berechnen, ob es überhaupt möglich ist, ϕ -Mesonen mit so kleinem Impuls in einer photoninduzierten Reaktion zu produzieren. Da die Masse des ϕ -Mesons größer ist als die Masse eines Nukleons, ist es nicht möglich, ein ϕ -Meson an einem ruhenden Nukleon so zu produzieren, daß es im Laborsystem ruht (im Gegensatz zu ρ - und ω -Mesonen, deren Masse kleiner als die Nukleonenmasse ist).

Wird ein Meson der Masse m ruhend im Laborsystem produziert, gilt für den Viererimpuls des Gesamtsystems:

$$\begin{pmatrix} k + m_N \\ 0 \\ 0 \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m + \gamma_N m_N \\ 0 \\ 0 \\ \beta_N \gamma_N m_N \end{pmatrix}, \quad (5.25)$$

wobei k den Impuls des aus der z -Richtung einlaufenden Photons, β_N die Geschwindigkeit des Nukleons nach der Reaktion und $\gamma_N = (1 - \beta_N^2)^{-1/2}$ den Lorentzfaktor für die Transformation vom Ruhesystem des Nukleons nach der Reaktion ins Laborsystem (=Ruhesystem des Nukleons vor der Reaktion) bezeichnen. Mit der physikalischen Bedingung $\beta_N < 1$ kann Gleichung (5.25) auf folgende Form gebracht werden:

$$\frac{m}{m_N} = 1 - \sqrt{\frac{1 - \beta_N}{1 + \beta_N}}. \quad (5.26)$$

Diese Gleichung kann offensichtlich nur erfüllt werden, wenn die Masse des produzierten Mesons m kleiner als die Nukleonenmasse m_N ist. Da die Masse des ϕ -Mesons mit $m_\phi = 1.019$ GeV etwas größer als die Nukleonenmasse $m_N = 0.938$ GeV ist, kann das ϕ -Meson in dieser Reaktion also nicht ruhend produziert werden.

Den Laborimpuls von ϕ -Mesonen nach Photoproduktion am ruhenden Nukleon berechnen wir durch Transformation des Schwerpunktsimpulses des ϕN -Systems in das Ruhesystem des Kerns. Der Produktionswinkel θ_{cms} bezeichnet den Winkel zwischen einlaufendem Photon und auslaufendem ϕ -Meson im Schwerpunktsystem. Der Schwerpunktsimpuls des ϕ -Mesons kann in zwei Komponenten aufgespalten werden:

$$p_{\parallel}^{\text{cms}} = p^{\text{cms}} \cdot \cos \theta_{\text{cms}} \quad p_{\perp}^{\text{cms}} = p^{\text{cms}} \cdot \sin \theta_{\text{cms}}. \quad (5.27)$$

Die entsprechenden Impulskomponenten im Laborsystem erhalten wir über Lorentztransformation:

$$p_{\parallel} = \gamma (p_{\parallel}^{\text{cms}} + \beta \cdot E^l) \quad (5.28)$$

$$p_{\perp} = p_{\perp}^{\text{cms}}, \quad (5.29)$$

wobei β die Geschwindigkeit des Schwerpunktsystems relativ zum Laborsystem bezeichnet und γ den Lorentzfaktor für die entsprechende Transformation:

$$\beta = \frac{E_\gamma}{E_\gamma + m_N} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (5.30)$$

In Abbildung (5.5) ist der totale Laborimpuls des ϕ -Mesons

$$p_\phi^{\text{lab}} = \sqrt{p_{\parallel}^2 + p_{\perp}^2} \quad (5.31)$$

als Funktion der einfallenden Photonenergie E_γ und des Produktionswinkel im Schwerpunktsystem θ_{cms} aufgetragen. Niedrige Laborimpulse können nur erreicht werden, wenn das ϕ -Meson im Schwerpunktsystem unter Rückwärtswinkeln produziert wurde.

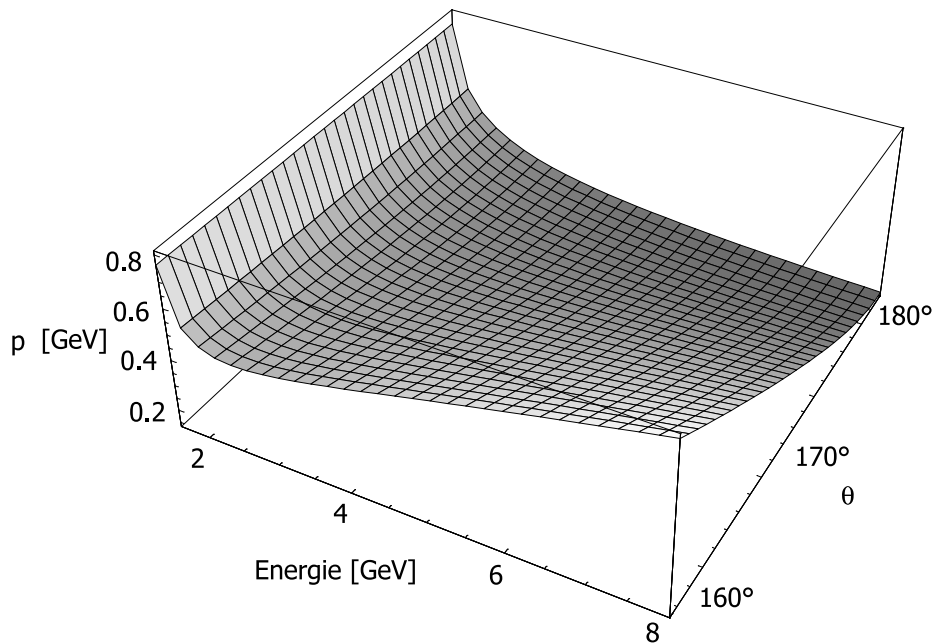


Abbildung 5.5: Laborimpuls der ϕ -Mesonen nach Produktion am ruhenden Nukleon in Abhängigkeit von der Photonenergie E und dem Produktionswinkel im Schwerpunktsystem θ

Bereits aus diesem Bild kann eine geeignete Wahl der Photonenergie getroffen werden. Wird die Energie direkt oberhalb der Schwelle gewählt, werden keine ϕ -Mesonen mit dem geforderten niedrigen Laborimpuls produziert. Wählt man die Energie sehr groß, entstehen einige sehr langsame ϕ -Mesonen, jedoch wird der Winkelbereich, in dem die Impulse klein genug sind, mit zunehmender Energie immer kleiner, so daß die Produktion langsamer ϕ -Mesonen zwar möglich, aber auch unwahrscheinlicher wird.

In Abbildung (5.6) zeigen wir den Laborimpuls der ϕ -Mesonen als Funktion des Produktionswinkels bei verschiedenen Photonenergien. Direkt an der Schwelle ist der Laborimpuls unabhängig von θ , da das ϕ -Meson im Schwerpunktsystem ruht und sein Impuls gegeben ist durch den Boost ins Laborsystem. Für Energien zwischen 3 und 6 GeV werden unter Rückwärtswinkeln bereits deutlich kleinere Impulse erreicht, trotzdem ist der Verlauf des Impulses als Funktion des Winkels noch relativ flach, so daß die Wahrscheinlichkeit, diese kleinen Impulse zu erreichen, nicht zu klein ist.

Berechnen wir den Laborimpuls von ϕ -Mesonen, die bei Photonenergien von 1.6 bzw. 2.4 GeV (= in Osaka erreichbare Energien) unter Rückwärtswinkeln ($\cos \theta_{\text{cms}} = -1$) im Schwerpunktsystem produziert wurden, erhalten wir einen Wert von 692 bzw. 341 MeV. Es wird also nur ein sehr kleiner Bruchteil der pro-

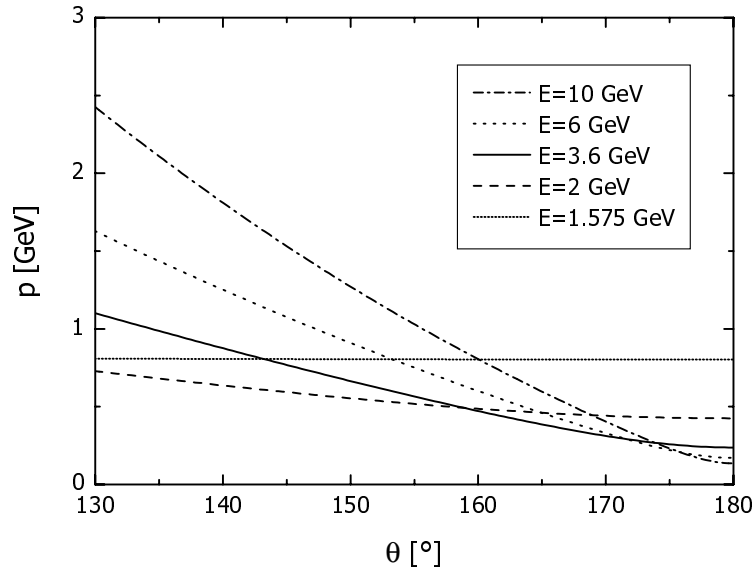


Abbildung 5.6: Laborimpuls des ϕ -Mesons nach Photoproduktion bei verschiedenen Photonenergien E als Funktion des Produktionswinkels im Schwerpunktsystem.

duzierten ϕ -Mesonen innerhalb eines Radius um den Produktionsvertex, der den Abmessungen eines Bleikernes entspricht, zerfallen.

Betrachten wir jedoch die Photoproduktion von Mesonen am Kern unter realistischeren Annahmen, so ist das Nukleon, an dem die elementare Photon-Nukleon Reaktion stattfindet, im allgemeinen nicht in Ruhe. Im Grundzustand des Kerns sind alle Impulszustände bis zu einem maximalen Impuls, dem Fermiimpuls, besetzt. In einem einfachen Fermigasmodell [PR] wird die Impulsverteilung durch eine θ -Funktion beschrieben:

$$f(\vec{p}) = \theta(p_f - |\vec{p}|). \quad (5.32)$$

Die Zahl möglicher Zustände in einem Phasenraumelement ist gegeben durch

$$dn = g \frac{4\pi p^2 dp}{(2\pi)^3} V. \quad (5.33)$$

Der Entartungsfaktor ist in unserem Fall $g = 4$, ein Faktor 2 für die Spin- und ein Faktor 2 für die Isospin-Freiheitsgrade. Die Gesamtzahl der besetzten Impulsraumzustände ergibt sich aus Integration

$$N = \int f(\vec{p}) \frac{dn}{dp} dp = \frac{gV p_f^3}{6\pi^2}. \quad (5.34)$$

Führen wir nun noch die Nukleonendichte $\rho = N/V$ ein, so erhalten wir für den Fermiimpuls der Nukleonen

$$p_f = \left(\frac{6}{g} \pi^2 \rho \right)^3. \quad (5.35)$$

Mit einem Wert von $\rho_0 \sim 0.17 f m^{-3}$ errechnet sich daraus ein Fermiimpuls von etwa 250 MeV.

Trifft nun ein einfallendes Photon ein Nukleon, dessen Impuls gleich dem Fermiimpuls und dessen Richtung der Richtung des einlaufenden Photons entgegengesetzt ist, so ist die Schwerpunktsenergie bereits bei kleineren Photonenergien groß genug um ein ϕ -Meson zu produzieren. Die minimale Photonenergie im Laborsystem, bei der die Produktion von ϕ -Mesonen möglich wird, ist somit

$$E_\gamma^S = \frac{m_\phi^2 + 2m_N m_\phi}{2\sqrt{m_N^2 + p_f^2} + 2p_f} \approx 1.21 \text{ GeV}. \quad (5.36)$$

Eine weitere Erniedrigung der Produktionsschwelle ist theoretisch möglich durch die Produktion leichterer ϕ -Mesonen. Im Vakuum ist die ϕ -Spektralfunktion jedoch so schmal, daß dieser Effekt vernachlässigbar ist. Sollte die Breite des ϕ -Mesons allerdings tatsächlich um eine Größenordnung bei der Dichte gewöhnlicher Kernmaterie ansteigen und/oder seine Masse um bis zu 40 MeV abgesenkt werden, kann die ϕ -Produktionsschwelle weiter erniedrigt werden.

In Abbildung (5.7) haben wir den Laborimpuls des ϕ -Mesons als Funktion des Produktionswinkels im Schwerpunktsystem aufgetragen, wobei wir neben der Rechnung ohne Fermibewegung der Nukleonen jeweils die beiden Extremwerte zeigen, bei denen das Nukleon einen Fermiimpuls von 250 MeV entgegengesetzt zur Richtung des Photons bzw. in die gleiche Richtung wie das Photon hat (bei einer Energie von 1.6 GeV kann für den Fall gleichgerichteter Impulse noch kein ϕ -Meson erzeugt werden, da die Schwerpunktsenergie zu klein ist).

Für kleine Photonenergien können sehr niedrige ϕ -Impulse ohne Fermibewegung nicht erreicht werden, jedoch ist der Einfluß des Fermiimpulses der Nukleonen recht groß. Bei einer Energie von 2.4 GeV ist damit theoretisch möglich, ein im Laborsystem ruhendes ϕ -Meson zu produzieren. Auch für eine Energie von 3.6 GeV können mit Hilfe der Fermibewegung noch sehr kleine Impulse erreicht werden, geht man jedoch zu deutlich höheren Energien, hat die Fermibewegung fast keinen Einfluß mehr auf den Laborimpuls des ϕ -Mesons.

Da Daten für den winkeldifferentiellen ϕ -Photoproduktionsquerschnitt zu hohen Impulsüberträgen nur bei einer Energie von 3.6 GeV verfügbar sind und wir bislang nicht wissen, wie gut unsere einfache Parametrisierung des Wirkungsquerschnittes auch für andere Energien anwendbar ist, werden wir unsere folgenden Rechnungen zunächst bei dieser Energie durchführen. Weitere Rechnungen

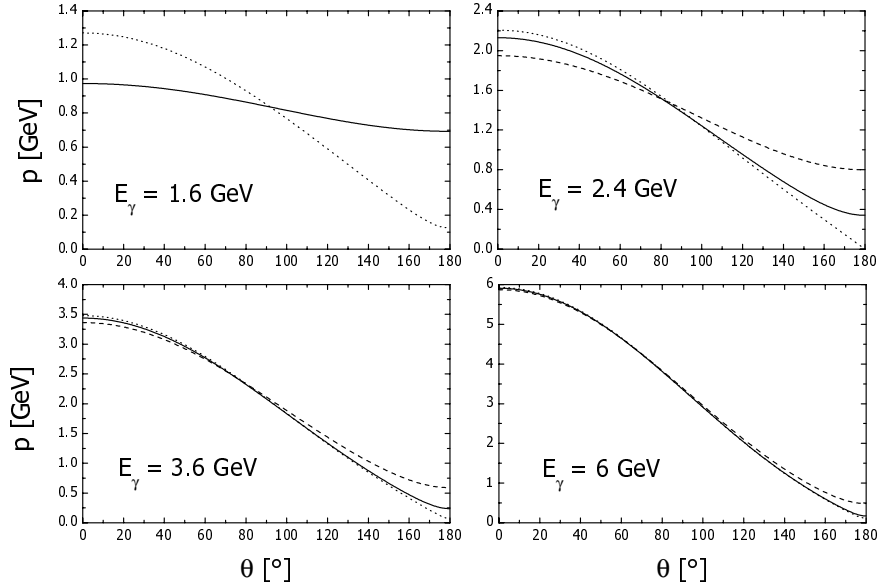


Abbildung 5.7: Laborimpuls des ϕ -Mesons bei verschiedenen Photonenergien als Funktion des Produktionswinkels im Schwerpunktsystem. Ohne Fermibewegung (durchgezogen), Nukleon mit Fermiimpuls dem Photonimpuls entgegengesetzt (Punkt), Nukleon mit Fermiimpuls gleichgerichtet zum Photonimpuls (Strich).

bei kleineren Photonenergien erscheinen aufgrund der kinematischen Situation in gleichem Maße erfolgversprechend, enthalten jedoch eine gewisse Unsicherheit aufgrund unserer Unkenntnis des elementaren Wirkungsquerschnitts für große Impulsüberträge bei diesen Energien.

Der Laborimpuls eines ϕ -Mesons, welches bei einer Photonenergie von 3.6 GeV unter Rückwärtswinkeln produziert wurde, beträgt bei der Produktion am ruhenden Nukleon noch 237 MeV. Trifft das einlaufende Photon jedoch ein Nukleon, dessen Impuls dem des Photons entgegengesetzt ist, so sind kleinere ϕ -Impulse bis zu 88 MeV möglich. Prinzipiell können also mit Hilfe der Fermibewegung der Nukleonen ϕ -Mesonen mit dem erforderlichen kleinen Impuls erzeugt werden.

Um in unserer Simulation sicherzustellen, daß eine ausreichende Anzahl der beobachteten Ereignisse von Zerfällen im Kern stammt, setzen wir einen Impuls-Cutoff auf den 3-Impuls der beobachteten $K\bar{K}$ -Paare:

$$|\vec{p}_\phi| = |\vec{p}_K + \vec{p}_{\bar{K}}| \leq \Lambda. \quad (5.37)$$

Wir werden bei unseren Rechnungen jeweils mit zwei verschiedenen Cutoffs rechnen: schneiden wir den Impuls bei $\Lambda = 150$ MeV, beträgt die Flugweite des ϕ -Mesons im Laborsystem 6.4 fm, schneiden wir bei $\Lambda = 100$ MeV, beträgt die

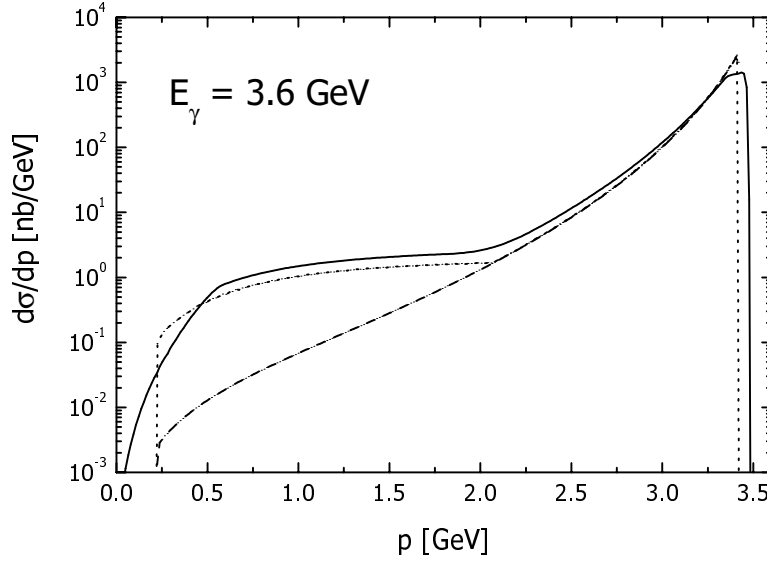


Abbildung 5.8: Der impulsdifferenzielle Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $\gamma N \rightarrow \phi N$. Die gepunktete Linie entspricht der Produktion am ruhenden Nukleon, die durchgezogene Linie enthält die Mittelung über die möglichen Fermiimpulse des entsprechenden Nukleons. Die gestrichelte Linie zeigt die Rechnung mit dem Pomeron WQ (ohne das “Abknicken”) am ruhenden Nukleon.

Flugweite nur noch 4.3 fm.

Um abzuschätzen, wieviele der produzierten ϕ -Mesonen mit kleinem Impuls entstehen, berechnen wir den impulsdifferenziellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dp$. Wenn wir die Fermi-Bewegung der Nukleonen nochmals vernachlässigen, können wir den impulsdifferenziellen Wirkungsquerschnitt aus dem winkeldifferenziellen Querschnitt mit Hilfe von (2.32) ausrechnen:

$$\frac{d\sigma}{dp_\phi^l} = 2\sqrt{s} p_i^{\text{cms}} \frac{p_\phi^l}{E_\phi^l E_\gamma^l} \cdot \frac{d\sigma}{dt}, \quad (5.38)$$

wobei alle Variablen mit hochgestelltem Index l Größen im Laborsystem bezeichnen. Der Impuls des p_ϕ^l des ϕ -Mesons ist gegeben über (5.31).

Das Ergebnis zeigt Abbildung (5.8). Der Querschnitt am ruhenden Nukleon fällt bei Impulsen kleiner 237 MeV wie erwartet auf Null ab, da kleinere Impulse aufgrund der Kinematik des Photoproduktionsprozesses nicht erreicht werden können (siehe oben). Der Vergleich mit dem Pomeron-Wirkungsquerschnitt, der für große Impulsüberträge nicht konstant wird sondern weiter abfällt, zeigt die Sensitivität des Impulspektrums auf die Parametrisierung des winkeldifferenziellen Wirkungsquerschnittes. Diese Unsicherheit wird sich vor allem auf die Absolutskala der

Observablen unserer Simulation auswirken, wenn wir Impulsschnitte auf den 3-Impuls der beobachteten Kaon-Antikaon-Paare setzen.

Beziehen wir die Fermibewegung der Nukleonen mit ein, müssen wir über die Fermikugel integrieren:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dp_\phi^l}(E_\gamma, p_\phi^l) &= \frac{3}{2\pi p_f^3} \int^{p_f} d^3 p_N \sqrt{s(\vec{p}_\gamma, \vec{p}_N)} p_i^{\text{cms}}(\vec{p}_\gamma, \vec{p}_N) \times \\ &\quad \times \frac{p_\phi^l(\vec{p}_\gamma, \vec{p}_N)}{E_\phi^l(\vec{p}_\gamma, \vec{p}_N) E_\gamma} \frac{d\sigma}{dt}(s(\vec{p}_\gamma, \vec{p}_N), t), \end{aligned} \quad (5.39)$$

wobei \vec{p}_N den 3-Impuls des entsprechenden Nukleons bezeichnet. Das gesamte Spektrum wird etwas breiter, da jetzt auch niedrigere bzw. höhere Impulse erreicht werden können ("Fermiverschmierung"). Bei sehr kleinen Impulsen (< 250 MeV) fällt allerdings auch dieser Querschnitt sehr stark ab, was dadurch zu erklären ist, daß nur sehr wenige Nukleonen den erforderlichen Impuls genau entgegengesetzt zum Photonimpuls haben. Es wird somit schwierig sein - zumindest experimentell - bei Impulsschnitten von 100 oder 150 MeV eine ausreichende Statistik zu erhalten, welche die Untersuchung von Modifikationen des invarianten Massenspektrums erlaubt.

Kapitel 6

Das BUU-Transportmodell

6.1 Grundlagen

Die Beschreibung der Endzustandswechselwirkung bei der numerischen Simulation der Photoproduktion von ϕ -Mesonen in der vorliegenden Arbeit basiert auf einem BUU¹-Transportmodell. Dieses Modell wurde zur Beschreibung von Schwerionenkollisionen entwickelt und später auf die Untersuchung von Photon-Kern Reaktionen erweitert [Ho94, Ef96, Ef99]. Das Modell basiert auf einer Lösung der Boltzmann-Gleichung, welche durch Einführung von Pauli-Faktoren für die Beschreibung fermionischer Systeme zunächst von Nordheim und später von Uehling und Uhlenbeck erweitert wurde. Für die Herleitung dieser Gleichung verweisen wir auf die Literatur. Wir wollen hier nur sehr kurz die Struktur der eigentlichen BUU-Gleichung motivieren und etwas ausführlicher auf die für die Photoproduktion neutraler Vektormesonen relevanten Details des Modells eingehen. Eine ausführliche Diskussion des Transportmodells und aller inkorporierten Mechanismen findet sich in [Ef99].

6.1.1 Die BUU-Gleichung

Die entscheidende Größe, welche bei der Untersuchung von Vielteilchensystemen von Interesse ist, ist die zeitliche Entwicklung der N-Teilchen Phasenraumverteilungsfunktion

$$f_N(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \dots, \vec{r}_N, \vec{p}_N, t). \quad (6.1)$$

¹Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck

In der klassischen Mechanik wird die Dynamik des N-Teilchensystems beschrieben durch die Hamiltonfunktion

$$H = \sum_i t(i) + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} v(i, j), \quad (6.2)$$

wobei $t(i)$ die kinetische Energie des jeweiligen Teilchens und $v(i, j)$ das Zweiteilchen-Potential bezeichnen (Mehrteilchenkorrelationen können bei nicht zu hohen Dichten vernachlässigt werden). Das Liouvillesche Theorem besagt, daß die zeitliche Änderung der Phasenraumdichte in der Nähe eines mitbewegten Phasenraumpunktes verschwindet (z.B.[Gr89]):

$$\frac{df_N}{dt} = 0. \quad (6.3)$$

Diese totale Zeitableitung kann mit Hilfe der Poisson-Klammer geschrieben werden als

$$\frac{df_N}{dt} = \frac{\partial f_N}{\partial t} + \{f_N, H\}. \quad (6.4)$$

Nimmt man nun unter Vernachlässigung sämtlicher dynamischer Teilchenkorrelationen an, daß die N-Teilchen-Phasenraumdichte als Produkt von Einteilchen-Phasenraumdichten geschrieben werden kann

$$f_N(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \dots, \vec{r}_N, \vec{p}_N, t) = \prod_{i=1}^N f_1(\vec{r}_i, \vec{p}_i, t), \quad (6.5)$$

so folgt eine Bewegungsgleichung für die Einteilchen-Phasenraumverteilungsfunktion, die als **Vlasov-Gleichung** bekannt ist:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial \vec{r}} \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} - \frac{\partial H}{\partial \vec{p}} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} = 0. \quad (6.6)$$

Die Hamilton Funktion hat die Form

$$H(\vec{r}, \vec{p}, t) = \frac{\vec{p}^2}{2m} + U(\vec{r}, t), \quad (6.7)$$

wobei $U(\vec{r}, t)$ das mittlere Potential des i -ten Teilchens, welches durch die übrigen Teilchen hervorgerufen wird, darstellt. Dieses mittlere Potential hängt mit dem ursprünglichen Zwei-Teilchen-Potential in folgender Weise zusammen:

$$U(\vec{r}, t) = \int d^3 r' d^3 p' f(\vec{r}', \vec{p}', t) v(\vec{r}, \vec{r}'). \quad (6.8)$$

Mit der Vlasov-Gleichung kann die zeitliche Entwicklung der Phasenraumdichte eines Systems nicht wechselwirkender Teilchen in einem mittleren Potential U beschrieben werden. Da jedoch im zeitlichen Verlauf einer Teilchen-Kern-Reaktion

die Dichten nicht so klein sind, daß die Wechselwirkungen der Teilchen untereinander vernachlässigbar sind, ist die Vlasov-Gleichung für die Beschreibung nuklearer Systeme ungeeignet. Um die Kollisionen von Teilchen, und somit die Streuung von Teilchen von einem Phasenraumelement in ein anderes Phasenraumelement mit zu berücksichtigen, wird folgender Ansatz gemacht:

$$\frac{df}{dt} = I_{\text{coll}}[f]. \quad (6.9)$$

Gleichung (6.9) ist mit dem im nächsten Abschnitt diskutierten Kollisionsterm die **BUU-Gleichung**.

6.1.2 Der Kollisionsterm

Die rechte Seite von Gleichung (6.9) wird als Kollisionsterm oder Stossintegral bezeichnet. Ein Prozess im nuklearen Medium

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4$$

bewirkt, daß die Teilchen 1 und 2 aus ihren ursprünglichen Phasenraumelementen $f(\vec{r}_1, \vec{p}_1, t)$ und $f(\vec{r}_2, \vec{p}_2, t)$ herausgestreut werden, die Teilchen 3 und 4 jedoch in andere Phasenraumelemente $f(\vec{r}_3, \vec{p}_3, t)$ und $f(\vec{r}_4, \vec{p}_4, t)$ hineingestreut werden. Der Kollisionsterm muß somit aus einem Verlustterm, welcher den Verlust der Teilchen in dem betrachteten Phasenraumelement beschreibt, und aus einem Gewinnterm, welcher die Anreicherung von Teilchen in dem entsprechenden Element beschreibt, bestehen.

Im sogenannten Stoßzahlansatz wird angenommen, daß der Verlustterm proportional zu den Phasenraumdichten des Anfangszustandes $f(\vec{r}, \vec{p}_1, t)$ und $f(\vec{r}, \vec{p}_2, t)$ und zur Übergangswahrscheinlichkeit des Prozesses $W(p_1, p_2, p_3, p_4)$ ist. Da wir die Dynamik eines fermionischen Systems beschreiben wollen, kann der Endzustand des jeweiligen Prozesses Pauli-geblockt sein. Das wird berücksichtigt durch die Einführung sogenannter Pauli-Faktoren $(1 - f(\vec{r}, \vec{p}_3, t))$ und $(1 - f(\vec{r}, \vec{p}_4, t))$. Mit ähnlichen Überlegungen können wir die entsprechenden Faktoren des Gewinnterms motivieren.

Betrachten wir die zeitliche Änderung des Phasenraumelementes (\vec{r}, \vec{p}_1) müssen wir über alle möglichen Zustände summieren, welche die Phasenraumdichte $f(\vec{r}, \vec{p}_1, t)$ beeinflussen können. Der Kollisionsterm enthält somit die Integration über die Impulse \vec{p}_2, \vec{p}_3 und \vec{p}_4 sowie die Summation über eventuelle innere Freiheitsgrade der beteiligten Teilchen. Wir können den Kollisionsterm schließlich in folgender Form schreiben:

$$\begin{aligned} I_{\text{coll}} = \frac{df(\vec{r}, \vec{p}_1, t)}{dt} = & \int d^3 p_2 d^3 p_3 d^3 p_4 \times \\ & [W(p_3, p_4, p_1, p_2) f(\vec{r}, \vec{p}_3, t) f(\vec{r}, \vec{p}_4, t) (1 - f(\vec{r}, \vec{p}_1, t)) (1 - f(\vec{r}, \vec{p}_2, t)) \\ & - W(p_1, p_2, p_3, p_4) f(\vec{r}, \vec{p}_1, t) f(\vec{r}, \vec{p}_2, t) (1 - f(\vec{r}, \vec{p}_3, t)) (1 - f(\vec{r}, \vec{p}_4, t))] . \end{aligned} \quad (6.10)$$

Bei der Beschreibung photonuklearer Prozesse muß eine Vielzahl von verschiedenen Teilchenarten berücksichtigt werden. In diesem Transportmodell wird für jede dieser Teilchenarten eine eigene BUU-Gleichung eingeführt, welche mit den Bewegungsgleichungen der anderen Teilchen über den Kollisionsterm gekoppelt ist. Wir erhalten auf diese Weise ein System gekoppelter Integro-Differentialgleichungen.

6.2 Numerische Realisierung

6.2.1 Die Testteilchenmethode

Eine Standardmethode zur Lösung der BUU-Gleichung ist die Testteilchenmethode. Dabei wird die kontinuierliche Phasenraumverteilungsfunktion durch eine diskrete Verteilungsfunktion, die gegeben ist als Summe über eine endliche Anzahl sogenannter Testteilchen, ersetzt:

$$f(\vec{r}, t, \vec{p}, m) = \frac{1}{N} \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t)) \frac{(2\pi)^3}{g} \delta(\vec{p} - \vec{p}_i(t)) \quad (6.11)$$

N ist die Anzahl von Testteilchen pro Nukleon, also die Anzahl betrachteter Ensembles. g ist wiederum der bereits in Kapitel 5 eingeführte Entartungsfaktor der Einteilchen-Impulszustände bei Existenz innerer Freiheitsgrade.

In der parallelen Ensemble-Methode werden für jedes Nukleon N Testteilchen initialisiert, jedoch dürfen die Teilchen immer nur mit anderen Teilchen aus demselben Ensemble wechselwirken. Wirkungsquerschnitte und Teilchenspektren, die am Ende der Simulation als Ergebnis ausgelesen werden, werden zunächst in jedem Ensemble separat berechnet und am Ende über alle Ensembles gemittelt. Größen wie das mittlere Feld U und die Phasenraumdichten, die in die Pauli-Faktoren $(1 - f)$ eingehen, werden während der Rechnung durch Mittelung über alle Testteilchen gewonnen.

Setzt man den Ansatz (6.11) in die Transportgleichung (6.9) ein, erhält man folgenden Satz von Bewegungsgleichungen:

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \vec{p}} \quad (6.12)$$

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \vec{r}}. \quad (6.13)$$

Dies sind gerade die klassischen Hamilton-Gleichungen. Die Einteilchen-Hamiltonfunktion ist jetzt allerdings ein Funktional der Phasenraumverteilungsfunktionen.

6.2.2 Perturbative Teilchen

Da die maximale Anzahl von Testteilchen aus numerischen Gründen auf etwa 1000 beschränkt ist, ist es sehr schwierig die Produktion von Teilchen zu berechnen, deren elementare Produktionsquerschnitte klein sind gegen den totalen Projektil-Kern-Querschnitt. Vor allem für die Berechnung photon- und pioninduzierter Reaktionen hat sich daher die Methode der perturbativen Teilchen als numerische Lösungsmethode der Transportgleichungen etabliert. Dieses Verfahren wurde bereits in [Ef99, Le99] beschrieben und für die Simulation der oben genannten Reaktionen verwendet.

Die Produkte einer jeden Photon-Nukleon-Reaktion werden als perturbative Teilchen initialisiert. Jedes dieser perturbativen Teilchen trägt ein Gewicht, welches in Photon-Kern-Reaktionen gleich dem elementaren Wirkungsquerschnitt der Reaktion ist, in der das Teilchen produziert wurde. In jeder Reaktion eines perturbativen Teilchens mit einem Nukleon des Kerns wird das perturbative Teilchen vernichtet, während der Zustand des Nukleons unverändert bleibt. Die Endprodukte dieser Reaktionen werden wiederum als perturbative Teilchen behandelt. Reaktionen der perturbativen Teilchen untereinander sind nicht erlaubt.

Dieses Verfahren entspricht damit der Annahme, das der Kern während der betrachteten Reaktion im Grundzustand bleibt, was für unseren Fall der photoninduzierten Reaktionen sicher gut erfüllt ist.

Aufgrund der kleinen elektromagnetischen Kopplungskonstanten kann das einlaufende Photon den gesamten Kern "beleuchten". Aus diesem Grund können wir, um die Statistik für die Berechnung selten produzierter Teilchen zu erhöhen, an jedem Nukleon eines Ensembles eine elementare Photon-Nukleon-Reaktion initialisieren. Bei der Berechnung von Observablen wird jetzt nicht nur über N Ensembles, sondern über

$$k = N \cdot A$$

Photon-Nukleon-Reaktionen gemittelt.

Bei gleicher Statistik bringt dieses Verfahren gegenüber der gewöhnlichen Parallel-Ensemble-Methode einen Rechenzeitgewinn um einen Faktor 100 [Ef99].

6.2.3 Initialisierung von Photon-Nukleon-Reaktionen

Das Transportmodell wurde bereits in [Ho94, Ef99] auf die Simulation photoninduzierter Reaktionen erweitert. Wir betrachten an dieser Stelle nur einige für die in dieser Arbeit betrachtete Reaktion relevante Details.

Initialisierung des Kerns

Die Nukleonen des Kerns initialisieren wir im Ortsraum gemäß einer Woods-Saxon-Verteilung:

$$\rho(r) = \rho_0 \left[1 + \exp\left(\frac{r - r_0}{a}\right) \right]^{-1}. \quad (6.14)$$

Die Initialisierung im Impulsraum erfolgt unter Benutzung einer lokalen Thomas-Fermi-Näherung mit dem lokalen dichteabhängigen Fermiimpuls nach Gleichung (5.32) und (5.35). Die Nukleonen werden gleichmäßig in der Fermikugel mit Radius p_f verteilt.

Abschattung

Bei Photonenergien über 2 GeV ist der in Kapitel 4 bereits erwähnte Abschattungseffekt nicht mehr vernachlässigbar. Da jedoch die Berechnung eines kohärenten Wirkungsquerschnittes im Rahmen eines solchen Transportmodells nicht möglich ist, wird in diesem Modell ein ortsabhängiger Abschattungsfaktor berechnet [Ef99], der im Glauber-Modell für die Absorption von Photonen an Kernen erhalten werden kann (Anhang [E.2.1]):

$$s_N(\vec{r}) = 1 - \frac{S(\vec{r})}{\sigma_{\gamma N}}, \quad (6.15)$$

wobei $S(\vec{r})$ gegeben ist als

$$\begin{aligned} S(\vec{b}, z) &= \frac{1}{2} \sum_V \mathcal{I}m \left\{ i \left[\frac{e}{g_V} \sigma_V (1 - i\alpha_V) \right]^2 \int_{-\infty}^z dz' \rho(\vec{b}, z') \times \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left[ik_V(z' - z) - \frac{\sigma_V}{2} (1 - i\alpha_V) \int_{z'}^z \rho(\vec{b}, z'') dz'' \right] \right\}. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Wirkungsquerschnitte, die durch eine Simulation an einem bestimmten Nukleon berechnet wurden, müssen mit dem Faktor $s_N(\vec{r})$ multipliziert werden, der zu den ursprünglichen Koordinaten dieses Nukleons korrespondiert. Der totale Photon-Kern-Querschnitt kann erhalten werden durch Integration der gewichteten Photon-Nukleon-Querschnitte über die Dichteverteilung des Kerns:

$$\sigma_{\gamma A} = \int d^3r \rho(\vec{r}) s_N(\vec{r}) \sigma_{\gamma N} \equiv \int d^3r a_{\text{eff}}(\vec{r}) \sigma_{\gamma N}. \quad (6.17)$$

Mit einem BUU-Transportmodell kann nur der inkohärente Teil der Photon-Kern-Wechselwirkung berechnet werden, jedoch werden die Partialquerschnitte

so summiert, daß als Ergebnis der totale Photon-Kern-Querschnitt, der eigentlich eine Summe aus inkohärentem und kohärentem Anteil sein sollte, erhalten wird. Man erkennt daher anhand von (6.17), daß die mit dieser Methode berechneten Wirkungsquerschnitte in der Regel zu groß sind. Desweiteren erkennt man bei einer genaueren Untersuchung der Abschattung inkohärenter Photoproduktionsprozesse, daß der Abschattungsfaktor nicht nur vom Ort, sondern auch von den entsprechenden Reaktionsprodukten abhängt [Fa].

Initialisierung der Reaktionsprodukte

Bei jeder elementaren Photon-Nukleon-Reaktion entscheiden wir zunächst mit einer Monte-Carlo Methode welche Reaktionsprodukte entstehen. Dazu summieren wir nacheinander über alle möglichen Kanäle X_i bis zu einem Kanal X_n , den wir produzieren:

$$\sum_i^{n-1} \frac{\sigma_{\gamma N \rightarrow X_i}}{\sigma_{\gamma N}^{\text{tot}}} \leq x < \sum_i^n \frac{\sigma_{\gamma N \rightarrow X_i}}{\sigma_{\gamma N}^{\text{tot}}}, \quad (6.18)$$

wobei x eine Zufallszahl im Intervall $[0, 1]$ darstellt. Für die Photoproduktion von ϕ -Mesonen berücksichtigen wir nur den exklusiven Kanal $\gamma + N \rightarrow \phi + N$.

Nachdem die Teilchen des Endzustandes festgelegt sind, müssen wir noch den Streuwinkel und damit die Impulse der auslaufenden Teilchen bestimmen. Das geschieht durch Integration des winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnittes $d\sigma/dt$ von t_{\min} bis t :

$$x = \left(\int_{t_{\min}}^t \frac{d\sigma}{dt'} dt' \right) / \left(\int_{t_{\min}}^{t_{\max}} \frac{d\sigma}{dt'} dt' \right) \quad x \in [0, 1]. \quad (6.19)$$

An dieser Stelle geht die Pomeron-Parametrisierung des winkeldifferentiellen ϕ -Photoproduktionsquerschnittes (5.20) in das Transportmodell ein. Durch die Wahl des Produktionswinkels im Schwerpunktsystem wird die Impulsverteilung der primär produzierten ϕ -Mesonen festgelegt.

6.2.4 Resonanzformation- und zerfall

Die Masse einer Resonanz wird bei der Produktion der Resonanz am Nukleon entsprechend ihrer Spektralfunktion gewählt. Dazu wird folgende Substitution gemacht:

$$d\nu = \frac{\Gamma_0}{(m - m_0)^2 + \Gamma_0^2/4} dm. \quad (6.20)$$

Diese Gleichung kann sofort integriert werden:

$$\nu(m) = 2 \arctan \frac{2(m - m_0)}{\Gamma_0}. \quad (6.21)$$

Γ_0 geht an dieser Stelle ausschließlich als numerischer Parameter ein. Wir verwenden $\Gamma_0 = \Gamma_{\text{res}}^{\text{tot}}$. Nachdem eine minimale und eine maximale Masse der Resonanz festgelegt wurden, würfeln wir die Hilfsgröße ν aus durch

$$\nu = x \cdot (\nu(m_{\text{max}}) - \nu(m_{\text{min}})) + \nu(m_{\text{min}}), \quad (6.22)$$

wobei x eine Zufallszahl im Intervall $[0, 1]$ darstellt. Für das ϕ -Meson verwenden wir $m_{\text{min}} = 3m_\pi$ und $m_{\text{max}} = \sqrt{s} - m_N$. Das so ausgewürfelte ν wird mit der Wahrscheinlichkeit

$$w(\nu) = \frac{\mathcal{A}(m(\nu))}{I(m(\nu))} \quad (6.23)$$

akzeptiert, wobei $\mathcal{A}(m)$ die relativistische Spektralfunktion (5.2) der produzierten Resonanz bezeichnet. Der Faktor

$$I(m) = \frac{d\nu}{dm} = \frac{\Gamma_0}{(m - m_0)^2 + \Gamma_0^2/4} \quad (6.24)$$

erscheint aufgrund der Substitution $m \rightarrow \nu$. Die Masse der Resonanz ist dann gegeben über

$$m(\nu) = m_0 + \frac{\Gamma_0}{2} \tan\left(\frac{\nu}{2}\right). \quad (6.25)$$

Die Zerfallswahrscheinlichkeit einer Resonanz in einem Zeitintervall Δt ist gegeben als

$$p = 1 - \exp\left(-\frac{\Gamma^{\text{tot}}}{\gamma} \Delta t\right), \quad (6.26)$$

wobei $\gamma = E/m_R$ der Lorentzfaktor für die Transformation vom Ruhesystem der Resonanz in das Laborsystem (=Ruhesystem des Kerns) ist und Γ^{tot} die totale Zerfallsbreite der Resonanz. Anschließend wird der Zerfallskanal durch Aufsummieren der Partialbreiten über eine Monte-Carlo-Entscheidung festgelegt. In der vorliegenden Arbeit ist nur der Zerfall in den 2-Teilchen-Endzustand von Interesse.

6.2.5 Rekonstruktion des invarianten Massenspektrums

Die Breite des Massenspektrums der im Kern produzierten ϕ -Mesonen beobachten wir über die invariante Masse der Zerfallsprodukte K und \bar{K} . Dabei ist die invariante Masse gegeben als

$$M_{\text{inv}}^2 = s = (p_K + p_{\bar{K}})^2 = (p_K^0 + p_{\bar{K}}^0)^2 - (\vec{p}_K + \vec{p}_{\bar{K}})^2. \quad (6.27)$$

Initialisieren wir an jedem Nukleon jedes Ensembles ein ϕ -Meson, können wir in unserer Transportsimulation über $k \approx 10^5 - 10^6$ $\gamma A \rightarrow \phi X$ Ereignisse mitteln. Die Anzahl perturbativer Teilchen ist aus Rechenzeitgründen auf diese Zahl begrenzt. Natürlich müssen bei dieser Vorgehensweise Wirkungsquerschnitte, die als Ergebnis der Simulation ausgelesen werden, entsprechend skaliert werden. Das besprechen wir im nächsten Abschnitt.

Um die invariante Masse einer solchen Menge an Kaon-Antikaon-Paaren korrekt zu rekonstruieren, müssen wir zwischen den Kaonen und den Antikaonen Koinzidenz herstellen. Dazu erhalten innerhalb des Programms alle primären und sekundären Reaktionsprodukte eines bestimmten Photon-Nukleon-Events eine Nummer. Am Ende der Simulation werden nur die Kaonen mit Antikaonen gepaart, deren Identifikationsnummern identisch sind. Auf diese Weise ist sichergestellt, daß wir im Massenspektrum nur die invarianten Massen der Teilchen berücksichtigen, die ursprünglich aus dem gleichen Photon-Nukleon-Ereignis stammen. Dieses Vorgehen entspricht der experimentellen Event-by-event Analyse, bei der die Kaonenpaare durch eine zeitliche Koinzidenzmessung miteinander gepaart werden.

6.3 Berechnung von γA -Wirkungsquerschnitten

Die Berechnung von Wirkungsquerschnitten zur Photoproduktion eines Mesons m am Kern im Rahmen des Transportmodells wurde bereits in [Ef99] und [Le99] formal erläutert. Durch die Mittelung über alle Ensembles und alle Nukleonen des Kerns kann der resultierende γA -Wirkungsquerschnitt als Integral über das Kernvolumen und den lokalen Fermiimpuls der Nukleonen, an dem die elementare Wechselwirkung stattfindet, geschrieben werden. In einer anschaulichen Notation hat der Wirkungsquerschnitt folgende Form:

$$\sigma_{\gamma A \rightarrow mX} = 4 \int_{KV} d^3r s_N(\vec{r}) \int^{p_f(r)} \frac{d^3p_1}{(2\pi)^3} d\Omega_{\text{cms}} \frac{p_i^{\text{cms}} \sqrt{s}}{E_\gamma^l E_{N_1}^l} \frac{d\sigma_{\gamma N_1 \rightarrow mN_2}^{\text{cms}}}{d\Omega_{\text{cms}}} \times \\ \times \theta(|\vec{p}_2| - p_f) M_m(\vec{r}, \vec{p}_2, \vec{p}_m), \quad (6.28)$$

wobei M_m die asymptotische Multiplizität der spezifischen Mesonen bezeichnet, welche sich als Ergebnis einer BUU-Simulation bei Initialisierung eines Nukleons mit Impuls \vec{p}_2 und eines Mesons mit Impuls \vec{p}_m am Ort \vec{r} ergibt. Variablen mit hochgestelltem Index l bezeichnen Größen im Laborsystem. Die θ -Funktion berücksichtigt ein eventuelles Pauli-Blocking des Nukleon-Endzustandes. $s_N(\vec{r})$ bezeichnet den lokalen Abschattungsfaktor nach Gleichung (6.15). Für Rechnungen ohne Abschattung des Photons ist $s_N(\vec{r}) = 1$.

Andere Observablen, wie impuls- oder massendifferentielle Wirkungsquerschnitte

können analog berechnet werden. Wir werden diese Querschnitte an entsprechender Stelle im Ergebnisteil angeben.

Um den speziellen Prozess der Photoproduktion von ϕ -Mesonen mit guter Statistik berechnen zu können, umgehen wir das ‘‘Auswürfeln’’ des Produktionskanals und initialisieren an jedem Nukleon jedes Ensembles ein $\gamma N_1 \rightarrow \phi N_2$ -Event. Bei der Berechnung der resultierenden Wirkungsquerschnitte entspricht dieses Verfahren der Ersetzung des elementaren Querschnittes $\sigma_{\gamma N_1 \rightarrow \phi N_2}$ durch den totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma N_1}^{\text{tot}}$. Da diese Wirkungsquerschnitte aufgrund der \sqrt{s} -Abhängigkeit für die Reaktionen an verschiedenen Nukleonen nicht gleich sind, müssen wir jedes Event einzeln entsprechend skalieren mit dem Faktor:

$$\frac{\sigma_{\gamma N_1 \rightarrow \phi N_2}(s(\vec{p}_\gamma, \vec{p}_1))}{\sigma_{\gamma N_1}^{\text{tot}}(s(\vec{p}_\gamma, \vec{p}_1))}. \quad (6.29)$$

6.4 Die Endzustandswechselwirkungen

6.4.1 Zweiteilchen-Stöße

Klassisch kann der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion zweier Teilchen geschrieben werden als Integral über den Stoßparameter b :

$$\sigma = \int d^2 b p(b), \quad (6.30)$$

wobei $p(b)$ die Wahrscheinlichkeit eines Stoßes bezeichnet. Da es Wirkungsquerschnitte gibt, wie etwa für den Prozess der Nukleon-Resonanz-Streuung, die an der Schwelle divergieren, muß ein maximaler Stoßparameter b_{max} eingeführt werden, so daß ein Teilchen nur mit Teilchen seiner näheren Umgebung stoßen kann.

$$p(b) = \min\left(\frac{\sigma}{\sigma_{\text{max}}}, 1\right) \theta(b_{\text{max}} - b) \quad \sigma_{\text{max}} = \pi b_{\text{max}}^2 \quad (6.31)$$

In [Ef99] wurde gezeigt, daß die Ergebnisse nicht von der speziellen Wahl des maximalen Stoßparameters abhängen. Wir verwenden für die für uns relevanten Meson-Baryon-Stöße $b_{\text{max}} = 2.52$ fm, was zu einem maximalen Wirkungsquerschnitt von $\sigma_{\text{max}} = 200$ mb korrespondiert.

Nachdem entsprechend dieser Stoßwahrscheinlichkeit entschieden wurde, ob ein Stoß stattfindet, werden für den Fall kleiner Energien zunächst über die totalen Wirkungsquerschnitte die Reaktionsprodukte und anschließend mittels der differentiellen Querschnitte deren Winkelverteilung bestimmt. Zur Beschreibung hochenergetischer Teilchenkollisionen ($\sqrt{s} > 2.2$ GeV) wird das Lund-Stringmodell FRITIOF verwendet. Eine Beschreibung der Funktionsweise dieses Modells findet sich in [Ef99] bzw. in den dort angegebenen Referenzen. Für die vorliegende

Arbeit sind Teilchenstöße bei sehr großen Energien allerdings ohne Bedeutung, da wir vor allem an Ereignissen interessiert sind, bei denen das ϕ -Meson und damit auch die Kaonen einen sehr kleinen Impuls haben.

6.4.2 Wirkungsquerschnitte für ϕN -Reaktionen

Für die Reaktionen von Vektormesonen mit Nukleonen gibt es keine direkten experimentellen Daten. Für die Wechselwirkungen des ϕ -Mesons mit Nukleonen benutzen wir die Parametrisierungen aus [Go97]. Die Parametrisierung des totalen Wirkungsquerschnittes wurde so gewählt, daß die Kollisionsbreite des ϕ -Mesons im Falle eines verschwindenden Laborimpulses nicht divergiert, sondern konstant wird:

$$\sigma_{\phi N}^{\text{tot}} = \left(5 + \frac{4.5 \text{ GeV}}{p_\phi} \right) \text{ mb.} \quad (6.32)$$

Analog zur Photoproduktion der leichten Vektormesonen wurde der elastische ϕ -Nukleon-Wirkungsquerschnitt so gewählt, daß er mit steigendem ϕ -Impuls abfällt. Diese Parametrisierung kann sicher nur für nicht zu hohe Energien benutzt werden:

$$\sigma_{\phi N \rightarrow \phi N} = \frac{10 \text{ mb}}{1 + p_\phi / \text{GeV}}. \quad (6.33)$$

Für den Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\phi N \rightarrow \pi N}$ wird das Prinzip *detailed balance* zur Rate gezogen. Man geht davon aus, daß die invarianten Amplituden der Prozesse $\pi N \rightarrow \phi N$ und $\phi N \rightarrow \pi N$ identisch sind und der einzige Unterschied der Wirkungsquerschnitte somit durch den Phasenraum gegeben ist.

$$\sigma_{\phi N \rightarrow \pi N} = \frac{1 p_f^2}{3 p_i^2} \sigma_{\pi N \rightarrow \phi N} \quad (6.34)$$

Der Querschnitt $\sigma_{\pi N \rightarrow \phi N}$ wurde in [Si96] durch ein einfaches Resonanzmodell parametrisiert und mit experimentellen Daten zur pioninduzierten ϕ -Produktion verglichen. Wir multiplizieren den WQ mit den entsprechenden Isospinfaktoren für die vier möglichen Kanäle:

$$\begin{aligned} \sigma_{\pi N \rightarrow \phi N} &= \left| \left\langle \frac{1}{2} 1 m_{N_1} m_\pi \left| \frac{1}{2} 1 \frac{1}{2} m_{N_2} \right\rangle \right|^2 0.00882 \text{ mb GeV}^3 \times \\ &\times \frac{(0.99 \text{ GeV})^2}{(\sqrt{s} - 1.8 \text{ GeV})^2 + (0.99 \text{ GeV})^2 / 4} \frac{\pi^2 p_f}{4 p_i^2 s}. \end{aligned} \quad (6.35)$$

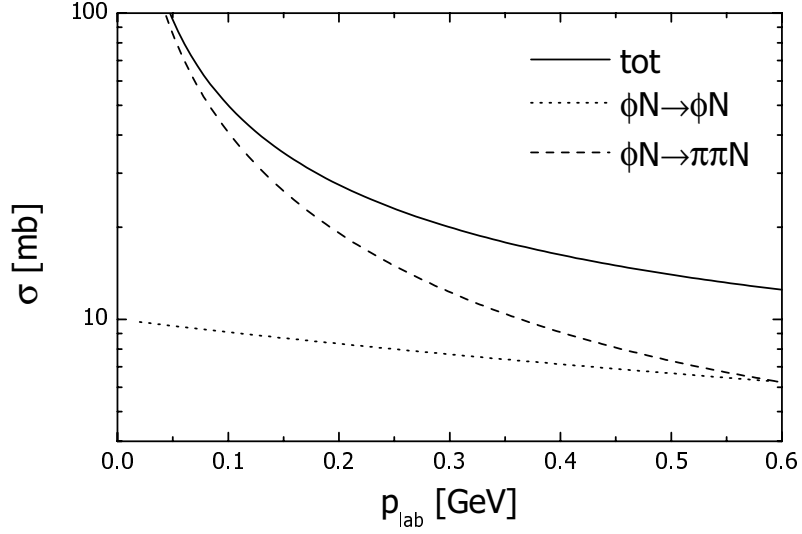


Abbildung 6.1: Wirkungsquerschnitte für ϕN -Reaktionen. Gepunktet gezeichnet ist der elastische Wirkungsquerschnitt, gestrichelt der Querschnitt für die Reaktion $\phi N \rightarrow \pi\pi N$, die durchgezogene Linie entspricht dem totalen Wirkungsquerschnitt.

Die restlichen Inelastizitäten absorbieren wir in den Kanal $\phi N \rightarrow \pi\pi N$.

$$\sigma_{\phi N \rightarrow \pi\pi N} = \sigma_{\phi N}^{\text{tot}} - \sigma_{\phi N \rightarrow \phi N} - \sigma_{\phi N \rightarrow \pi N} \quad (6.36)$$

In Abbildung (6.1) haben wir den über die vier möglichen Isospin Kanäle gemittelten Wirkungsquerschnitt gezeichnet. Nicht in unserem Bild enthalten ist der Wirkungsquerschnitt des Prozesses $\phi N \rightarrow \pi N$, der mit $0.01 - 0.1$ mb sehr klein ist. Der Querschnitt für den umgekehrten Prozess $\pi N \rightarrow \phi N$ ist aufgrund des kleineren Phasenraumes noch kleiner. Da dieser Querschnitt mehr als zwei Größenordnungen unter dem totalen πN -Wirkungsquerschnitt liegt, ist 'side-feeding' durch diesen Prozess sicher vernachlässigbar.

Da für die elastische Streuung der Vektormesonen an Nukleonen weder Daten noch vernünftige theoretische Modelle existieren, nehmen wir die Winkelverteilung elastisch gestreuter ϕ -Mesonen im Schwerpunktsystem als isotrop an.

6.4.3 Wirkungsquerschnitte der KN - und $\bar{K}N$ -Reaktionen

Für die Wirkungsquerschnitte der Kaon- und der Antikaon-Nukleon-Reaktionen verweisen wir auf [Ef99], Anhang A.2. Diese Querschnitte wurden teilweise durch ein einfaches Resonanzmodell berechnet, wobei der totale Querschnitt gegeben ist als inkohärente Summe über die Breit-Wigner-Beiträge der Resonanzen mit den

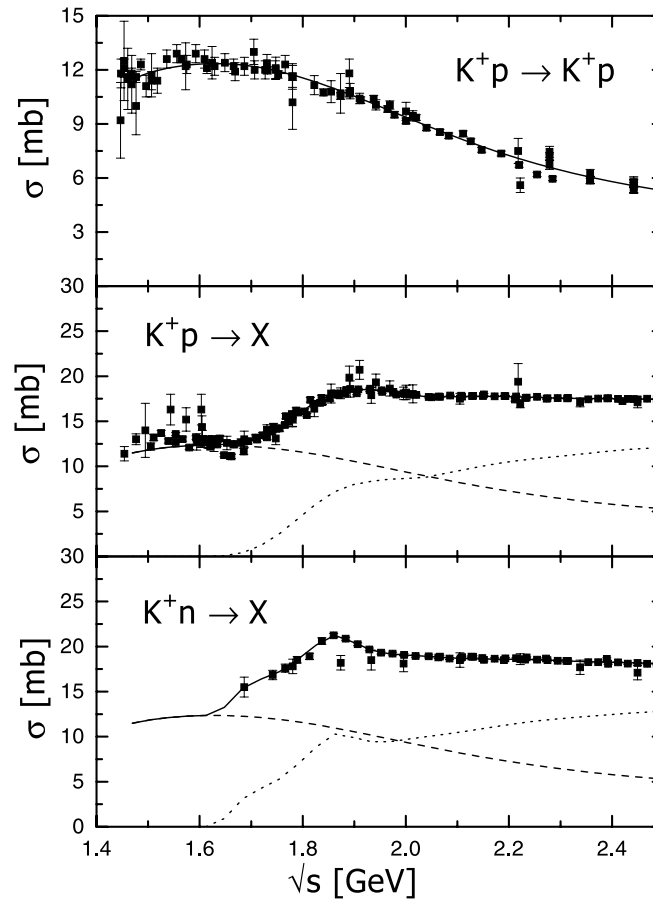


Abbildung 6.2: Verwendete Kaon-Wirkungsquerschnitte. Vergleich der Parametrisierungen mit experimentellen Daten. In den Abbildungen der totalen Wirkungsquerschnitte stellen die gestrichelten Linien den elastischen und die gepunktete Linie den inelastischen Beitrag dar. Die Bilder stammen aus [Ef99].

erforderlichen Quantenzahlen zuzüglich eines Hintergrund-Beitrages, und teilweise durch eine Spline-Interpolation der existierenden Daten.

Die Abbildungen (6.2) und (6.3) zeigen die aus den verwendeten Parametrisierungen resultierenden Querschnitte der in unser Modell eingebauten elastischen und absorptiven Prozesse. Für die KN -Wechselwirkung wird angenommen, daß der inelastische Wirkungsquerschnitt nur aus $K\pi N$ -Endzuständen besteht.

Die Wirkungsquerschnitte für die Reaktionen von Antikaonen mit Nukleonen sind vor allem bei kleinen Energien sehr groß. Da wir vor allem an Ereignissen interessiert sind, bei denen das ϕ -Meson und damit auch die Kaonen einen sehr kleinen Impuls haben, erwarten wir, daß recht viele Antikaonen nach ihrer Entstehung im Kern mit Nukleonen wechselwirken. Wir verwenden wiederum eine isotrope

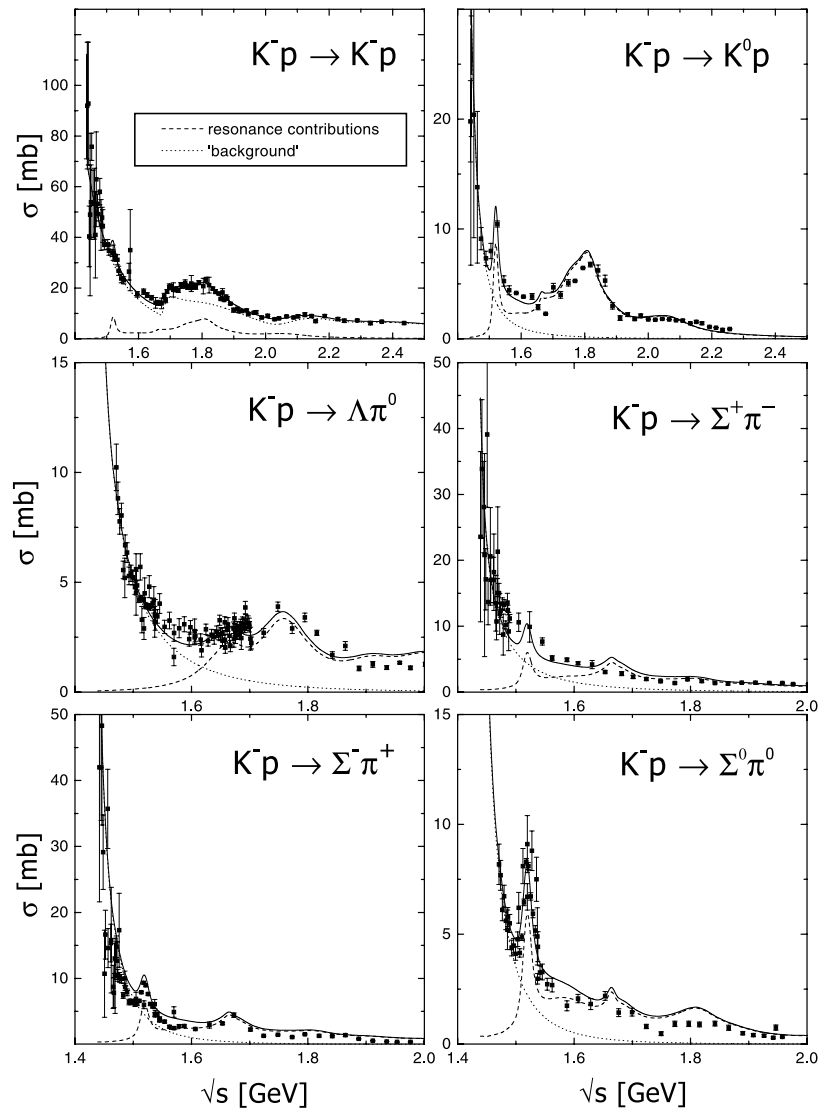


Abbildung 6.3: Verwendete Antikaon-Wirkungsquerschnitte. Vergleich mit experimentellen Daten. Die Bilder stammen aus [Ef99]

Winkelverteilung der elastisch gestreuten Kaonen im Schwerpunktsystem, welche in erster Näherung eine nicht zu schlechte Beschreibung der Daten darstellt, da die Winkelabhängigkeit dieser Wirkungsquerschnitte im interessanten Energiebereich nicht sehr stark ist [MTK00].

Kapitel 7

Ergebnisse zur Photoproduktion von ϕ -Mesonen am Kern

7.1 Einleitung

Wir berechnen die Reaktion

$$\gamma + A \rightarrow \phi + X \rightarrow K\bar{K} + X'$$

wobei wir zunächst keine Mediummodifikationen für das ϕ -Meson einführen. Um einen Eindruck zu bekommen, welchen Einfluß die elastischen und inelastischen Wechselwirkungen der produzierten Teilchen auf das beobachtbare Massenspektrum der Kaon-Antikaon-Paare haben, schalten wir die Endzustandswechselwirkungen nacheinander ein. Auch den Abschattungseffekt lassen wir zunächst unberücksichtigt.

Zuerst betrachten wir die Absorption und anschließend die elastische Streuung der ϕ -Mesonen. Von den Endzustandswechselwirkungen des ϕ -Mesons vor dessen Zerfall erwarten wir keinen Einfluss auf die prinzipielle Struktur des invarianten Massenspektrums der Kaonenpaare. Eine Absorption der ϕ -Mesonen bewirkt eine Verminderung des totalen Wirkungsquerschnittes und somit nur eine Reskalierung der vertikalen Achse im invarianten Massenspektrum. Die elastische Streuung der ϕ -Mesonen hat zunächst keinen Einfluß auf das Massenspektrum, ändern jedoch sehr viele ϕ -Mesonen durch die elastische ϕN -Streuung ihren Impuls, kann das Spektrum modifiziert werden, da jetzt eventuell mehr ϕ -Mesonen innerhalb des Kerns zerfallen und somit Kaon-Endzustandswechselwirkungen möglich werden.

Nachdem wir den Einfluß der Endzustandswechselwirkungen des ϕ -Mesons untersucht haben, konzentrieren wir uns auf die Streuung und Absorption der Kaonen. Im letzten Kapitel haben wir bereits gesehen, daß die Wirkungsquerschnitte für

die Reaktionen der Antikaonen mit Nukleonen vor allem bei kleinen Schwerpunktsenergien relativ groß sind. Wird ein Antikaon absorbiert, so ist das Event im Massenspektrum einfach verloren und bewirkt somit vor allem eine Reduktion des massendifferentiellen Querschnittes. Streuen die Kaonen oder Antikaonen jedoch elastisch, kann die ursprüngliche invariante Masse des entsprechenden Kaon-Antikaon-Paares nicht korrekt rekonstruiert werden. Wir erwarten somit eine Verbreiterung des Massenspektrums durch diesen Effekt.

Schließlich werden wir in einer vollständigen Rechnung alle möglichen Prozesse berücksichtigen. Interessant wird hierbei vor allem sein, wieviele der ϕ -Mesonen bei den am Ende des vorletzten Kapitels besprochenen Impulsschnitten bei endlicher Nukleonendichte zerfallen und damit das Massenspektrum im Falle einer Mediummodifikation des ϕ -Mesons beeinflussen.

7.2 Die ϕ -Endzustandswechselwirkung

7.2.1 Absorption

Eine interessante Größe bei der Untersuchung der In-Medium-Eigenschaften ist die Anzahl von Zerfällen pro Dichteintervall. Wir definieren die Größe

$$\left(\frac{dN}{d\rho}\right)_{\phi \rightarrow K\bar{K}} \quad (7.1)$$

als die Anzahl von ϕ -Mesonen, die im Dichteintervall $[\rho, \rho + d\rho]$ in $K\bar{K}$ -Paare zerfallen sind. Wir haben bereits gesehen, daß das Impulsspektrum der ϕ -Mesonen aus der Reaktion $\gamma N \rightarrow \phi N$ sehr stark in Vorwärtsrichtung gepeakt ist. Wir erwarten daher, daß die meisten ϕ -Mesonen ausserhalb des Kerns zerfallen, das Spektrum $dN/d\rho$ sollte also bei $\rho = 0$ ein deutliches Maximum haben.

Um einen deutlichen Beitrag von ϕ -Zerfällen bei endlicher Nukleonendichte zu erhalten, haben wir bereits vorher (5.37) die Einführung von Impulsschnitten auf den 3-Impuls der ϕ -Mesonen besprochen. Für die qualitative Untersuchung von elastischer Streuung und Absorption der produzierten Teilchen und des Einflusses dieser Effekte auf das Massenspektrum initialisieren wir daher zunächst alle ϕ -Mesonen mit kleinem Impuls im Kern. Wir verteilen die ϕ -Mesonen entsprechend der Nukleonendichte im Ortsraum und geben jedem ϕ -Meson einen beliebigen Impuls zwischen 0 und 100 MeV. Das Impulsspektrum entspricht somit einer Stufenfunktion:

$$f(|\vec{p}_\phi|) = \theta(p_{\max} - |\vec{p}_\phi|) \quad \text{mit} \quad p_{\max} = 0.1 \text{ GeV}. \quad (7.2)$$

Wir führen die folgenden Untersuchungen an einem Bleikern ($Z = 82, A = 208$) durch.

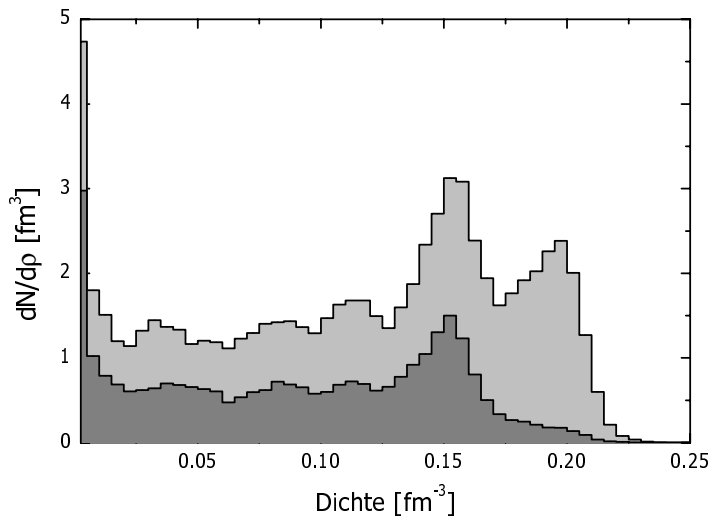


Abbildung 7.1: Dichteverteilung der ϕ -Zerfälle. Hellgrau: ohne Absorption der ϕ -Mesonen, Dunkelgrau: mit Absorption.

Abbildung (7.1) zeigt das dichtedifferentielle Spektrum der ϕ -Zerfälle einer Rechnung ohne ϕ -Absorption (hellgrau) und einer Rechnung mit ϕ -Absorption (dunkelgrau). Die Spektren sind normiert auf die Anzahl aller primär produzierten ϕ -Mesonen. Bei der Rechnung mit ϕ -Absorption sieht man deutlich die Reduktion der Anzahl von Ereignissen um etwa einen Faktor zwei gegenüber der Rechnung ohne ϕ -Absorption.

Das Spektrum ohne Absorption zeigt im wesentlichen drei Maxima. Ein Maximum liegt natürlich bei $\rho = 0$, da auch jetzt noch sehr viele ϕ -Mesonen außerhalb des Kerns zerfallen. Die anderen beiden Maxima sind zu erklären durch das berechnete Dichteprofil des Bleikerns im Verlauf unserer Simulation (Abbildung 7.2).

In [Ef99] wurde gezeigt, daß die beobachteten Dichteschwankungen auf einer Inkonsistenz des verwendeten Nukleon-Potentials und der Initialisierung des Kerns zum Zeitpunkt $t = 0$ beruhen. Da die Woods-Saxon-Dichteverteilung nicht dem exakten Grundzustand des Potentials entspricht, ergeben sich Dichteschwankungen, deren Schwingungsdauer allerdings deutlich größer ist als die übliche Dauer einer Photon-Kern-Reaktion. Darüberhinaus wurde in [Ef99] gezeigt, daß diese Oszillationen vor allem bei Rechnungen mit großen Targetkernen von verschwindendem Einfluß auf die Berechnung der Observablen sind.

ϕ -Zerfälle zu Beginn der Simulation tragen vor allem zu dem Peak bei $\rho = 0.154 \text{ fm}^{-3}$ ($= \rho_0$ für ^{208}Pb) bei. Nach etwa $50 \text{ fm}/c$ ist die Dichte aufgrund der Grundzustandsoszillationen angestiegen auf ungefähr 0.2 fm^{-3} , somit tragen die Zerfälle nach diesem Zeitpunkt zu dem Peak bei $\rho \approx 0.2 \text{ fm}^{-3}$ bei. Physikalisch ist die

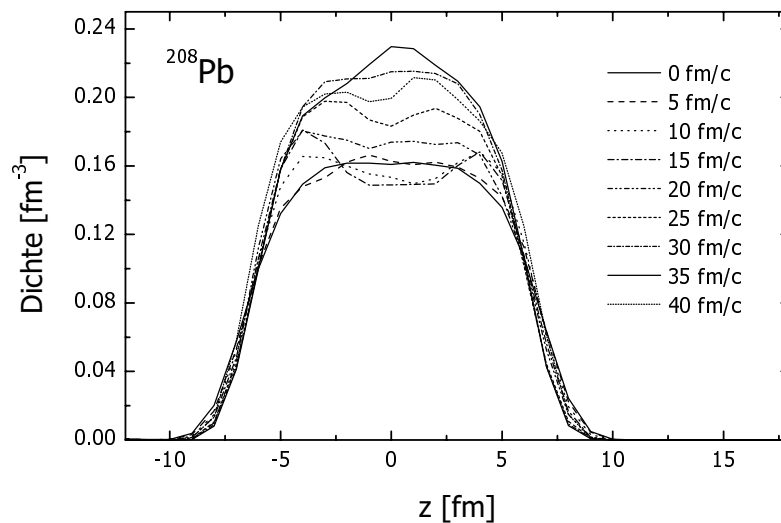


Abbildung 7.2: Numerisch bedingte Fluktuationen der Dichteverteilung eines Bleikerns im Verlauf der Photon-Kern-Reaktion. Der Zeitnullpunkt $t = 0$ ist durch die elementare Photon-Nukleon-Reaktion festgelegt.

ser Peak natürlich nicht vorhanden, da der Kern im Verlauf der Photon-Kern-Reaktion im wesentlichen im Grundzustand bleibt. Insbesondere bei der Lösung der Transportgleichungen mit der Methode der perturbativen Teilchen werden die Nukleonen nicht durch Teilchenstöße beeinflusst, so daß ein Ansteigen der Dichte nicht auf physikalische Gründe zurückzuführen ist.

In der Rechnung mit ϕ -Absorption verschwindet der Peak bei $\rho \approx 0.2 \text{ fm}^{-3}$ nahezu vollständig, was anhand unserer vorangegangenen Argumentation plausibel ist: Das Maximum bei $\rho \approx 0.2 \text{ fm}^{-3}$ entsteht durch Zerfälle, die relativ spät stattfinden, das ϕ -Meson hatte somit genug Zeit durch den Kern zu propagieren und mit Nukleonen zu reagieren, also absorbiert zu werden, im Gegensatz zu ϕ -Mesonen, die zu Anfang der Photon-Kern Reaktion zerfallen sind und damit kaum Gelegenheit hatten, absorbiert zu werden.

Der Prozess der Absorption von ϕ -Mesonen hat also im Extremfall (da hier alle ϕ -Mesonen einen kleinen Impuls hatten) den Effekt einer Reduktion der Spektren um einen Faktor Zwei bis Drei. Natürlich wird hierdurch die Statistik bei der Untersuchung der In-Medium-Zerfälle des ϕ -Mesons verschlechtert, jedoch wird die Untersuchung - falls prinzipiell möglich, d.h. wenn genügend langsame ϕ -Mesonen entstehen und die Kaon-Endzustandswechselwirkungen nicht zu stark sind - nicht durch diesen Effekt unmöglich gemacht.

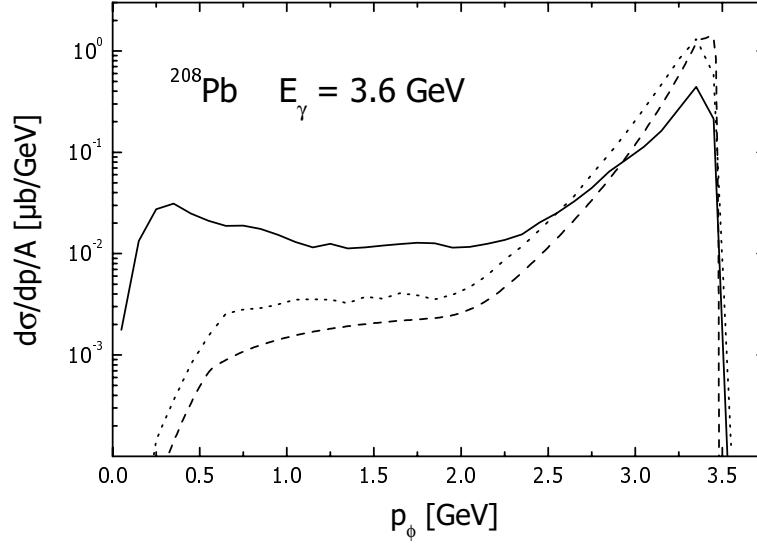


Abbildung 7.3: Impulsspektrum der ϕ -Mesonen. Gepunktet gezeichnet ist das Spektrum ohne Endzustandswechselwirkung, die durchgezogene Linie entspricht der Rechnung mit Endzustandswechselwirkung. Die gestrichelte Kurve stellt den analytisch berechneten impulsdifferenziellen Querschnitt nach Gleichung (5.39) aus Abbildung (5.8) dar.

7.2.2 Elastische Streuung

Zur Untersuchung der Modifikation der Spektren durch elastische Streuung der ϕ Mesonen betrachten wir den impulsdifferenziellen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma A \rightarrow \phi X \rightarrow K \bar{K} X'$. Da wir noch keine Endzustandswechselwirkungen für die Kaonen in unsere Rechnungen implementiert haben, ist auch am Ende der Simulation

$$\vec{p}_\phi = \vec{p}_K + \vec{p}_{\bar{K}}.$$

Der impulsdifferenzielle Wirkungsquerschnitt für die Photoproduktion eines ϕ -Mesons am Kern kann mit (6.28) geschrieben werden als Integral über den Produktionswinkel im Schwerpunktsystem bei gleichzeitiger Projektion auf den Laborimpuls der ϕ -Mesonen:

$$\frac{d\sigma}{dp_\phi^l} \sim \int_{KV} d^3r \int_{p_f(r)} d^3p_N \int \frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow \phi N'}}{d\Omega_{\text{cms}}} d\Omega_{\text{cms}} \delta(p_\phi^l - |\vec{p}_\phi(E_\gamma, \vec{p}_N, \Omega_{\text{cms}})|), \quad (7.3)$$

wobei p_ϕ^l den Betrag des 3-Impulses des ϕ -Mesons im Laborsystem und Ω_{cms} den Produktionswinkel im Schwerpunktsystem des γN -Systems bezeichnen.

Abbildung (7.3) zeigt den impulsdifferentiellen Querschnitt einer Rechnung ohne Endzustandswechselwirkung und einer Rechnung mit Endzustandswechselwirkung. Die gepunktete Kurve der BUU-Simulation können wir direkt vergleichen mit unserer analytischen Berechnung des impulsdifferentiellen Wirkungsquerschnittes in Kapitel (5.3), die wir gestrichelt eingezeichnet haben.

Betrachten wir das Spektrum mit Endzustandswechselwirkung, erkennen wir eine deutliche Modifikation des Spektrums vor allem bei kleinen Impulsen. Ohne Endzustandswechselwirkung fällt das Spektrum von hohen Impulsen bis zur Mitte exponentiell ab und wird dann etwa konstant. Wird die Endzustandswechselwirkung miteinbezogen, ist eine deutliche Erhöhung des Spektrums bei mittleren und kleinen Impulsen erkennbar.

Der Grund hierfür sind elastische Stöße der ϕ -Mesonen mit den Nukleonen des Kerns. Da die Masse eines ϕ -Mesons etwas größer ist als die Nukleonenmasse, ist es möglich, daß ein ϕ -Meson (mit Hilfe der Fermi-Bewegung der Nukleonen) seine gesamte kinetische Energie in einem elastischen Stoß an ein Nukleon abgibt, so daß ein unter Vorwärtswinkeln mit großem Impuls produziertes ϕ -Meson nach dem Stoß einen sehr kleinen Impuls haben kann und damit die Möglichkeit hat, noch im Kern zu zerfallen.

Diese Rechnungen wurden allerdings durchgeführt unter der Annahme, daß die Winkelverteilung der ϕ -Nukleon-Streuung im Schwerpunktsystem isotrop ist (Kapitel (6.4)). In diesem Falle sind alle Impulsüberträge von dem einlaufenden ϕ -Meson auf das entsprechende Nukleon gleichwahrscheinlich. Eine realistischere Winkelabhängigkeit des ϕ -Nukleon Querschnittes kann das Vektormeson-Dominanz-Modell liefern (Anhang D). In einer Diagonalnäherung für die Photoproduktion von Vektormesonen kann die invariante Amplitude geschrieben werden als [Fa00]:

$$\mathcal{M}_{\gamma V}(s, t) = \frac{e}{g_V} \mathcal{M}_{VV}(s, t). \quad (7.4)$$

Für Energien nicht zu nah an der Schwelle folgt damit für den Wirkungsquerschnitt des Prozesses $\phi N \rightarrow \phi N$:

$$\left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{\phi N \rightarrow \phi N} = \left(\frac{g_\phi}{e} \right)^2 \left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{\gamma N \rightarrow \phi N}. \quad (7.5)$$

Wenn wir für den Wirkungsquerschnitt $\gamma N \rightarrow \phi N$ die Parametrisierung aus Kapitel (5.2.2) übernehmen, fällt der elastische ϕ -Nukleon-Querschnitt aus der Vorwärtsrichtung zunächst annähernd exponentiell ab und wird dann für größere Impulsüberträge konstant. In Abbildung 7.4 zeigen wir den Vergleich einer Rechnung mit isotropem Streuquerschnitt mit einer Rechnung mit dem VMD-Querschnitt. Überraschenderweise zeigt sich der Unterschied dieser beiden Rechnungen nicht bei kleinen, sondern im Bereich mittlerer Impulse.

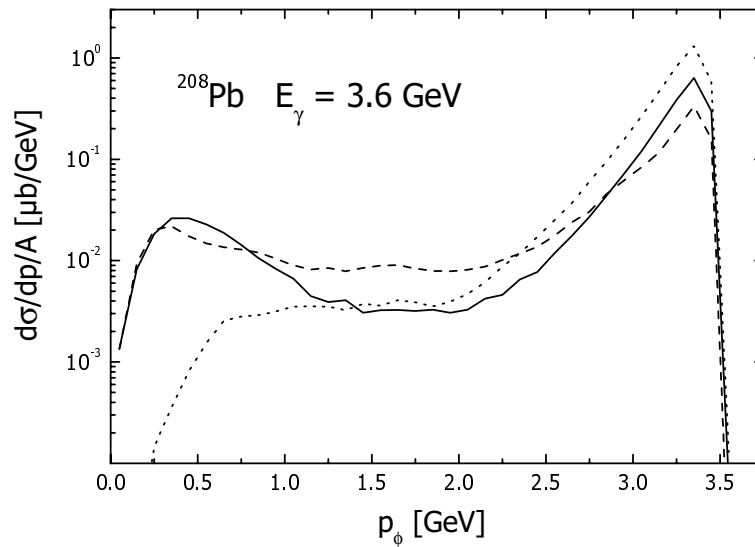


Abbildung 7.4: Impulsspektrum der ϕ -Mesonen aus einer Rechnung mit isotropem (Strich), einer Rechnung mit VMD-Streuquerschnitt (durchgezogen) und einer Rechnung ohne Endzustandswechselwirkungen (Punkt).

Insgesamt werden jetzt weniger ϕ -Mesonen abgebremst, allerdings besteht aufgrund des Pauli-Blockings keine Möglichkeit, die Zustände mit kleinen Impulsen zu entvölkern (wie natürlich auch im isotropen Fall), so daß sich die ϕ -Mesonen nach mehreren Stößen mit kleinen Impulsüberträgen in Zuständen mit kleinem Impuls ansammeln. Der “Durchhänger” bei mittleren Impulsen entsteht aufgrund der Impulsabhängigkeit des elastischen ϕ -Nukleon-Querschnittes. Der Wirkungsquerschnitt ist bei kleinen ϕ -Impulsen deutlich größer (vgl. Abbildung (5.2)), so daß ϕ -Mesonen mit mittlerem Impuls mit hoher Wahrscheinlichkeit ein weiteres mal stossen und auf diese Weise noch mehr Impuls verlieren.

Da in dem für uns relevanten Bereich bei Impulsen unter 200 MeV die Impulsspektren nahezu identisch sind, sind die Kaon-Antikaon-Spektren mit Impulsschnitten von 100 MeV und 150 MeV nicht sensitiv auf die spezielle Wahl des winkeldifferentiellen ϕ -Nukleon-Wirkungsquerschnitts.

Durch die elastische Streuung der ϕ -Mesonen mit den Nukleonen des Kerns entstehen sehr viel mehr langsame ϕ -Mesonen wie zunächst erwartet. Dieser Effekt ist weitgehend unabhängig vom differentiellen ϕN -Wirkungsquerschnitt. Da die meisten ϕ -Mesonen mit kleinem Impuls erst durch diese elastischen Stöße entstehen, verlieren die Ergebnisse zumindest teilweise ihre Sensitivität auf den winkeldifferentiellen ϕ -Photoproduktionsquerschnitt bei großen Impulsüberträgen. Die Untersuchung des Kaon-Antikaon-Massenspektrums bei Impuls-Cutoffs von 100 oder 150 MeV wird durch diesen Effekt im positiven Sinne unterstützt.

7.3 Die Kaon-Endzustandswechselwirkung

Um den Einfluß von Absorption und elastischer Streuung der Kaonen zu untersuchen, initialisieren wir zunächst an jedem Nukleon entsprechend der Dichteverteilung des Kerns ein Kaon-Antikaon-Paar mit der invarianten Masse eines ϕ -Mesons im Vakuum. Analog zur Untersuchung der ϕ -Absorption erhält jedes Kaon-Antikaon-Paar einen entsprechenden Impuls $|\vec{p}_K + \vec{p}_{\bar{K}}| \leq 100 \text{ MeV}$.

7.3.1 Elastische Streuung

Die Masse eines ϕ -Mesons wird rekonstruiert über die invariante Masse seiner Zerfallsprodukte K und \bar{K} .

$$M_{\text{inv}} = \sqrt{s} = (p_K + p_{\bar{K}})^2 = m_K^2 + m_{\bar{K}}^2 + 2(E_K E_{\bar{K}} - |\vec{p}_K| |\vec{p}_{\bar{K}}| \cos \theta) \quad (7.6)$$

Streut nun eines der Kaonen elastisch, ändert sich der Winkel θ zwischen den Impulsen des Kaons und des Antikaons, so daß bei Rekonstruktion der invarianten Masse nicht die tatsächliche Masse des ursprünglichen ϕ -Mesons, sondern ein anderer Wert berechnet wird. Da der Kaon-Nukleon-Streuquerschnitt in unserem Modell isotrop ist und der Winkel θ somit nach einer elastischen Streuung völlig unkorreliert gewählt wird, erwarten wir durch diesen Effekt eine isotrope Verbreiterung des Massenspektrums.

Wenn wir zunächst vereinfachend annehmen, daß der Betrag der 3-Impulse von Kaon und Antikaon im Mittel konstant bleibt und wir mit einem mittleren Kaon-Impuls von etwa 130 MeV rechnen (vgl. Kapitel 5.1), können wir diese zusätzliche 'triviale' Verbreiterung des Massenspektrums durch die beiden Extremwerte

$$M_{\pm}^2 \approx m_K^2 + m_{\bar{K}}^2 + 2E_K E_{\bar{K}} \pm 2|\vec{p}_K| |\vec{p}_{\bar{K}}|$$

abschätzen. Die Verbreiterung ergibt sich dann zu

$$\Delta M_{\text{inv}} = M_+ - M_- \approx 32 \text{ MeV}. \quad (7.7)$$

Damit erwarten wir für das Massenspektrum von Kaonen, die nach ihrer Produktion noch mindestens einmal elastisch an einem Nukleon gestreut haben, eine Breite von

$$\Gamma = \Gamma_{\phi}^{\text{vac}} + \Delta M_{\text{inv}} \approx 35 - 40 \text{ MeV}. \quad (7.8)$$

In Abbildung 7.5 vergleichen wir das Massenspektrum von Kaonen, die nach ihrer Produktion an keiner weiteren Wechselwirkung mehr teilgenommen haben, mit dem Massenspektrum von Kaonen, die noch mindestens einmal elastisch gestoßen haben. Die gepunktet gezeichnete Kurve entspricht der Massenverteilung gemäß

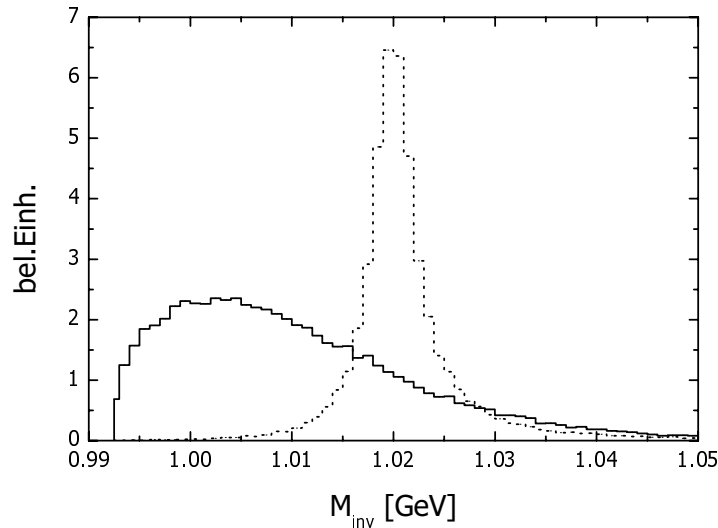


Abbildung 7.5: Invariantes Massenspektrum von Kaonpaaren mit $|\vec{p}_K + \vec{p}_{\bar{K}}| \leq 100$ MeV, die nach ihrer Produktion an keiner Wechselwirkung mehr teilgenommen haben (Punkt), und von Kaonpaaren, die noch mindestens einmal gestossen haben (durchgezogen).

der Vakuumspektralfunktion des ϕ -Mesons mit einer Breite von 4.4 MeV. Wenn die Kaonen elastisch gestossen haben, ist das Spektrum wie erwartet über eine Breite von etwa 40 MeV verteilt.

Auffällig ist jedoch die unsymmetrische Struktur des Spektrums der Kaonenpaare, die nach ihrer Produktion elastisch gestoßen haben. Wir können diese Form qualitativ verstehen mit folgender Überlegung: Lassen wir ein ϕ -Meson in Ruhe zerfallen (Schwerpunktsystem \equiv Laborsystem), gehen Kaon und Antikaon mit entgegengesetzt gleichen Impulsen auseinander. Der Winkel θ in (7.6) beträgt dann 180° , also $\cos \theta = -1$, d.h. die korrekte invariante Masse des Kaon-Antikaon-Paares entspricht dem Maximum von (7.6) als Funktion von $\cos \theta$. Stößt nun eines der beiden Zerfallsprodukte elastisch mit einem Nukleon des Kerns, wird $\cos \theta$ größer -1 und damit nimmt M_{inv} einen kleineren Wert an.

Wenn man jetzt zunächst annimmt, daß alle Werte von θ gleichwahrscheinlich sind, würde man eine annähernd isotrope Verbreiterung des Massenspektrums zu kleinen invarianten Massen hin erwarten. (Anti-)Kaon-Nukleon-Stöße, bei denen sich $\cos \theta$ nur wenig von seinem ursprünglichen Wert $\cos \theta = -1$ ändert, sind Stöße mit sehr kleinem Impulsübertrag. Diese Stöße sind jedoch durch das Pauli-Prinzip stark unterdrückt. Das invariante Massenspektrum der Kaon-Antikaon-Paare, die an einer zusätzlichen elastischen Wechselwirkung teilgenommen haben hat somit ein zu kleineren Werten der invarianten Masse verschobenes Maximum und ist auf 35-40 MeV verbreitert, wie man in Abbildung (7.5) sehen kann.

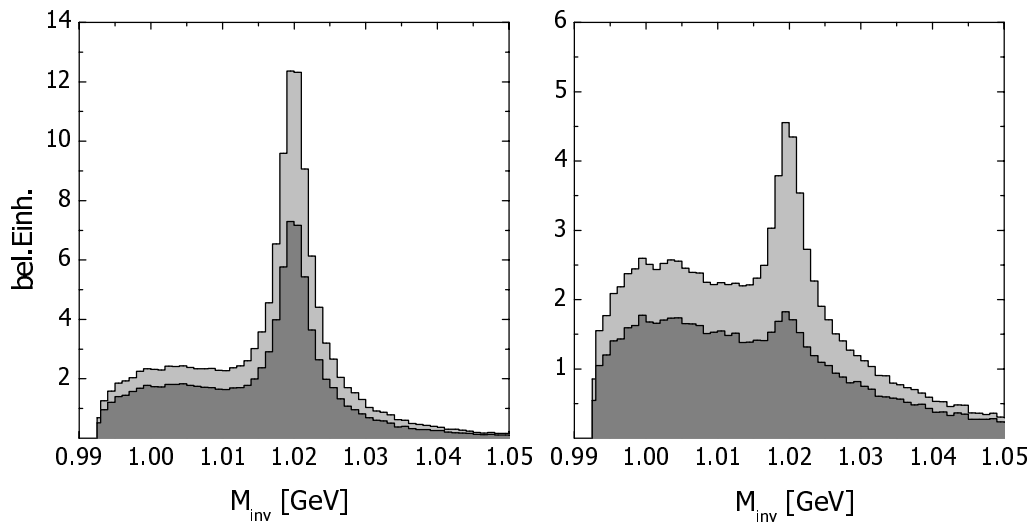


Abbildung 7.6: Invariantes Massenspektrum von Kaon-Antikaon-Paaren mit $|\vec{p}_K + \vec{p}_{\bar{K}}| \leq 100$ MeV einer Rechnung mit (links) und ohne (rechts) Pauli-blocking. Dunkelgrau hervorgehoben sind Events, bei denen die Dichte am Zerfallsort der ϕ -Mesonen größer 60% ρ_0 war.

Der kleine mittlere Impuls der Kaonen und das Pauli-Prinzip sind auch der Grund dafür, daß das Spektrum freier Kaonen das durch elastische Stöße trivial verbreiterte Kaon-Antikaon-Spektrum noch deutlich überragt. Da im Grundzustand des Kerns die Zustände unterhalb der Fermienergie besetzt sind, muß bei einem elastischen Stoß der Impulsübertrag mindestens so groß sein, daß das entsprechende Nukleon nach dem Stoß eine Energie über der Fermienergie hat. Nun ist die Energie der Kaonen häufig nicht ausreichend, um das Nukleon in einen so hohen Zustand anzuheben, der Stoß dieses Kaons mit dem entsprechenden Nukleon ist somit durch das Pauli-Prinzip verboten.

Das Pauli-Blocking hat also für unsere Untersuchungen den positiven Effekt, daß das anhand der invarianten Masse der Kaonenpaare rekonstruierte Massenspektrum der im Kern zerfallenen ϕ -Mesonen nicht zu stark durch den trivialen Prozess der elastischen (Anti-)Kaon-Nukleon-Streuung verbreitert wird. In Abbildung (7.6) zeigen wir den Vergleich einer Rechnung mit Pauli-Blocking und einer Rechnung, in der das Pauli-Blocking ignoriert wurde. Der Effekt ist vor allem bei Kaonpaaren, die im Zentrum des Kerns entstanden sind, deutlich sichtbar.

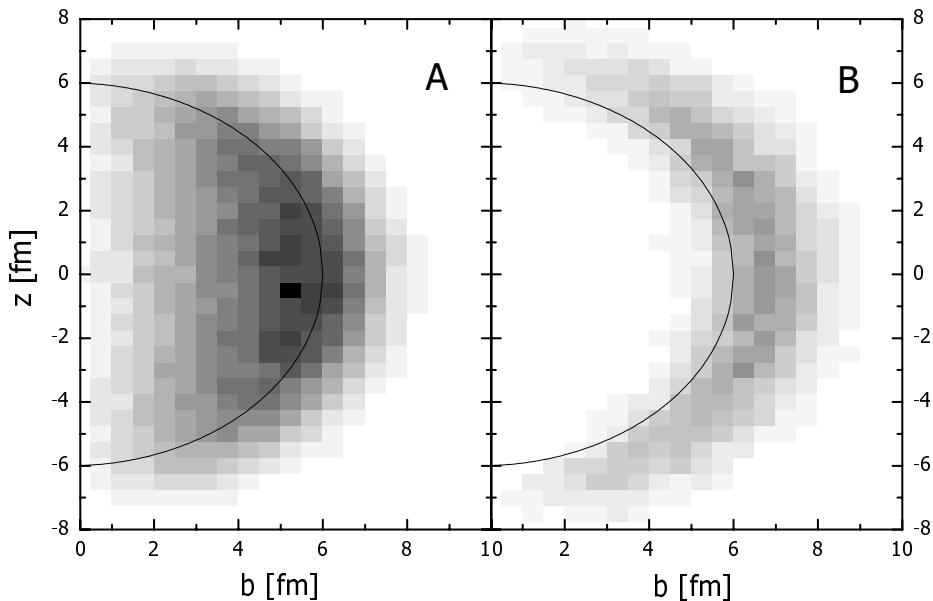


Abbildung 7.7: Ortsraumverteilung der ϕ Zerfälle ohne (A) und mit (B) \bar{K} -Absorption. Die Linie stellt einen Kreis mit Radius 6 fm dar.

7.3.2 Absorption

Die Wirkungsquerschnitte für die Absorption von Antikaonen an Nukleonen sind für kleine Schwerpunktenenergien sehr groß. Zerfällt ein langsames ϕ -Meson ($p_\phi \approx 100$ MeV) in ein Kaon-Antikaon-Paar, tragen Kaon und Antikaon jeweils einen mittleren Impuls von etwa 140 MeV. Die Schwerpunktenenergie eines Kaon-Nukleon-Systems beträgt in dem Fall, daß das Nukleon ruht $E_{\text{cms}} = \sqrt{s} \approx 1.45$ MeV. Der totale Absorptionsquerschnitt des Antikaons liegt bei dieser Energie in dem Bereich von 20 – 50 mb (vgl. Abbildungen (6.2),(6.3)). Die freie Weglänge eines Antikaons (= Strecke, nach der 63% der Antikaonen absorbiert wurden) bezüglich Absorption bei Kerndichte ρ_0 ergibt sich damit zu

$$\lambda = (\rho_0 \cdot \sigma)^{-1} \approx (1 - 3) \text{ fm.} \quad (7.9)$$

Wir können also erwarten, daß die Antikaonen, welche im Zentrum des Kerns entstanden sind, zu einem großen Teil absorbiert werden. Das zeigt sehr deutlich Abbildung (7.7). Bei dieser Rechnung wurden die Kaon-Antikaon Paare entsprechend der Dichtverteilung des Kerns initialisiert. Die durchgezogene Linie mit Radius 6 fm entspricht etwa dem Gebiet mit Dichte ρ_0 im Inneren eines Blei Kerns. Die Rechnung ohne Absorption spiegelt die Ortsraumverteilung der Nukleonen zum Zeitpunkt $t = 0$ wieder. Bei der Rechnung mit Absorption erhalten wir fast nur Kaonpaare, die bei ϕ -Zerfällen am Rand des Kerns entstanden sind.

Die Verbreiterung und Massenverschiebung von Vektormesonen in Kernmaterie skalieren typischerweise mit der Nukleonendichte am Aufenthaltsort des Vektormesons. Da für die invariante Masse der Kaonpaare die Dichte am Zerfallsort des ϕ -Mesons entscheidend ist, ist es fraglich, ob diese Effekte aufgrund der deutlichen Absorption der Antikaonen noch zu beobachten sein werden. Das soll die vollständige Simulation zur Photoproduktion von ϕ -Mesonen im nächsten Abschnitt zeigen.

7.4 Vollständige Rechnung

In die vollständige Rechnung haben wir alle absorptiven und elastischen Prozesse sowie die Abschattung inkorporiert. Die ϕ -Mesonen werden an den Nukleonen des Kerns mit einer Impulsverteilung entsprechend dem differentiellen Wirkungsquerschnitt (5.20) produziert. Für die Produktion eines Mesons endlicher Breite enthält Formel (6.28) zur Berechnung des Photon-Kern-Wirkungsquerschnittes noch eine zusätzliche Integration über die Spektralfunktion der produzierten Resonanz. Wenn wir die Integration über die Winkelverteilung im Schwerpunktsystem formal ausführen, kann der massendifferentielle Wirkungsquerschnitt für die Photoproduktion von ϕ -Mesonen am Kern in folgender Form geschrieben werden:

$$\frac{d\sigma_{\gamma A \rightarrow \phi X}}{dm} = 4 \int_{KV} d^3 r s_N(\vec{r}) \int^{p_f(r)} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \frac{p_i^{\text{cms}} \sqrt{s}}{E_\gamma^l E_1^l} \frac{d\sigma_{\gamma N_1 \rightarrow \phi N_2}}{dm} \theta(|\vec{p}_2| - p_f) M_\phi. \quad (7.10)$$

Den massendifferentiellen Querschnitt für die Photoproduktion am Nukleon schreiben wir als Produkt des totalen Wirkungsquerschnittes mit der ϕ -Spektralfunktion:

$$\frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow \phi N}}{dm} = \sigma_{\gamma N \rightarrow \phi N}(m) \cdot \mathcal{A}_\phi(m), \quad (7.11)$$

wobei wir die Massenabhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnittes für ϕ -Mesonen, die gemäß ihrer Vakuumspektralfunktion produziert werden, aufgrund der kleinen ϕ -Breite vernachlässigen. Den Querschnitt für die Reaktion $\gamma N \rightarrow \phi N \rightarrow K \bar{K} N$ erhalten wir durch Multiplikation mit dem Verzweungsverhältnis $\Gamma_{\phi \rightarrow K \bar{K}}(m)/\Gamma_\phi^{\text{tot}}(m)$.

Für die Berechnung dieser Spektren initialisieren wir, da der ϕ -Photoproduktionsquerschnitt im Vergleich zum totalen Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt recht klein ist, an jedem Nukleon ein $\gamma N \rightarrow \phi N$ -Ereignis. Dieses Vorgehen entspricht der Ersetzung

$$\frac{d\sigma_{\gamma N \rightarrow \phi N}}{dm} = \sigma_{\gamma N \rightarrow \phi N}(m) \cdot \mathcal{A}_\phi(m) \longrightarrow \sigma_{\gamma N}^{\text{tot}} \cdot \mathcal{A}_\phi(m) \quad (7.12)$$

Um den richtigen Wirkungsquerschnitt zu erhalten, müssen wir daher den Reskalierungsfaktor (6.29) berücksichtigen. Setzen wir außerdem noch Impulsschnitte

auf den 3-Impuls der beobachteten Kaonpaare, kann der resultierende Wirkungsquerschnitt geschrieben werden als:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\gamma A \rightarrow \phi X \rightarrow K \bar{K} X'}}{dm} &= 4 \int_{KV} d^3 r s_N(\vec{r}) \int^{p_f(r)} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \frac{E_\gamma^{\text{cms}} \sqrt{s}}{E_\gamma^l E_{N_1}^l} \sigma_{\gamma N_1}^{\text{tot}}(s) \mathcal{A}_\phi(m) \times \\ &\quad \times \theta(|\vec{p}_2| - p_f) \theta(\Lambda - |\vec{p}_K + \vec{p}_{\bar{K}}|) M_{\phi K \bar{K}} \cdot \frac{\sigma_{\gamma N_1 \rightarrow \phi N_2}(m, s)}{\sigma_{\gamma N_1}^{\text{tot}}(s)}, \end{aligned} \quad (7.13)$$

wobei Λ den Impuls-Cutoff und $\mathcal{A}_\phi(M)$ die ϕ -Spektralfunktion bezeichnen. $M_{\phi K \bar{K}}$ gibt die asymptotische Anzahl von Kaon-Antikaon-Paaren mit der invarianten Masse m an, welche sich aus der Lösung der Transportgleichungen ergibt und damit formal die Endzustandswechselwirkungen der produzierten Mesonen berücksichtigt.

In Abbildung (7.8) zeigen wir das Ergebnis einer Rechnung bei einer Photonenergie von $E_\gamma = 3.6$ GeV. Als Targetkern haben wir einen Bleikern verwendet. Wir zeigen das aus der Summe geladener ($K^+ K^-$) und ungeladener ($K^0 \bar{K}^0$) Kaonenpaare resultierende invariante Massenspektrum, wobei wir im oberen Bild alle Kaonenpaare zur Rekonstruktion der invarianten Masse verwenden, im mittleren und unteren Bild jedoch nur Kaonenpaare berücksichtigen, die einen Impuls kleiner 150 MeV bzw. 100 MeV haben. Die grau unterlegten Kurven entsprechen ϕ -Zerfällen bei einer Dichte $\rho > 10\% \rho_0$ (hellgrau), $\rho > 60\% \rho_0$ (grau) und $\rho > 90\% \rho_0$ (dunkelgrau).

Bei Impulsschnitten von 100 bzw. 150 MeV ist der recht hohe Anteil an Zerfällen, die im Randbereich des Kerns ($0 < \rho < 60\% \rho_0$) stattfanden, gut zu erkennen. Aufgrund der starken Absorption, vor allem der Antikaonen, ist jedoch der Beitrag von Zerfällen aus dem Kerninneren ($\rho > 60\% \rho_0$) relativ klein. Eine Verbreiterung der Spektren durch elastische (Anti-)Kaon-Streuung ist nicht erkennbar, da fast alle Kaon-Antikaon-Paare, die zu den Spektren beitragen, von ϕ -Zerfällen am Rand des Kerns stammen. Da bei kleiner Nukleonendichte eventuelle Mediummodifikationen nicht sehr stark sind, wird der Einfluß dieser Modifikationen auf das invariante $K \bar{K}$ -Massenspektrum nur gering sein.

In Abbildung (7.9) zeigen wir die Ergebnisse einer analogen Rechnung an einem ^{40}Ca -Kern bei einer Photonenergie von $E_\gamma = 2.4$ GeV. Diese Rechnung entspricht damit den erreichbaren Bedingungen des Experimentes in Osaka [Fu01]. Auch hier ist der deutlicher werdende Anteil an ϕ -Zerfällen bei endlicher Nukleonendichte erkennbar, wenn der Dreierimpuls der Kaon-Antikaon-Paare auf kleinere Werte beschränkt wird, jedoch ist der Anteil an Zerfällen bei wirklich großer Dichte hier geringer, da der kleinere ^{40}Ca -Kern im Vergleich zum Bleikern ein wesentlich kleineres Gebiet hoher Dichte besitzt. Der gesamte Wirkungsquerschnitt pro Nukleon ist für ^{40}Ca etwa um einen Faktor Zwei größer. Das ist

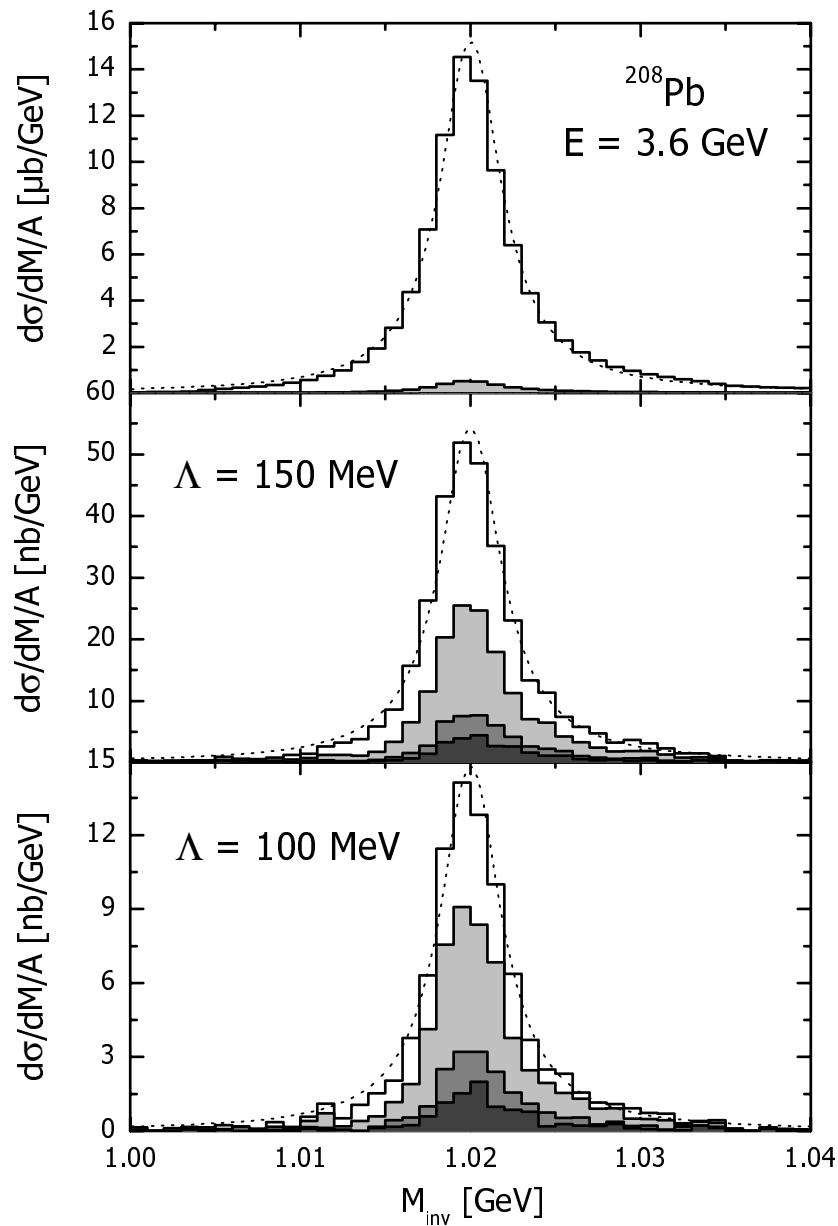


Abbildung 7.8: Invariantes Massenspektrum ohne Impulscut (oben) und mit Impulsschnitten bei 150 (Mitte) und 100 MeV (unten). Die schattierten Flächen entsprechen ϕ -Zerfällen bei einer Dichte $\rho > 10\% \rho_0$ (hellgrau), $\rho > 60\% \rho_0$ (grau) und $\rho > 90\% \rho_0$ (dunkelgrau). Die gepunktete Linie zeigt die Vakuumspektralfunktion des ϕ -Mesons.

zum einen durch die geringere Absorption der produzierten Teilchen und den aufgrund der kleineren Massenzahl und der niedrigeren Energie kleineren Abschattungseffekt und zum anderen durch den bei dieser Energie größeren ele-

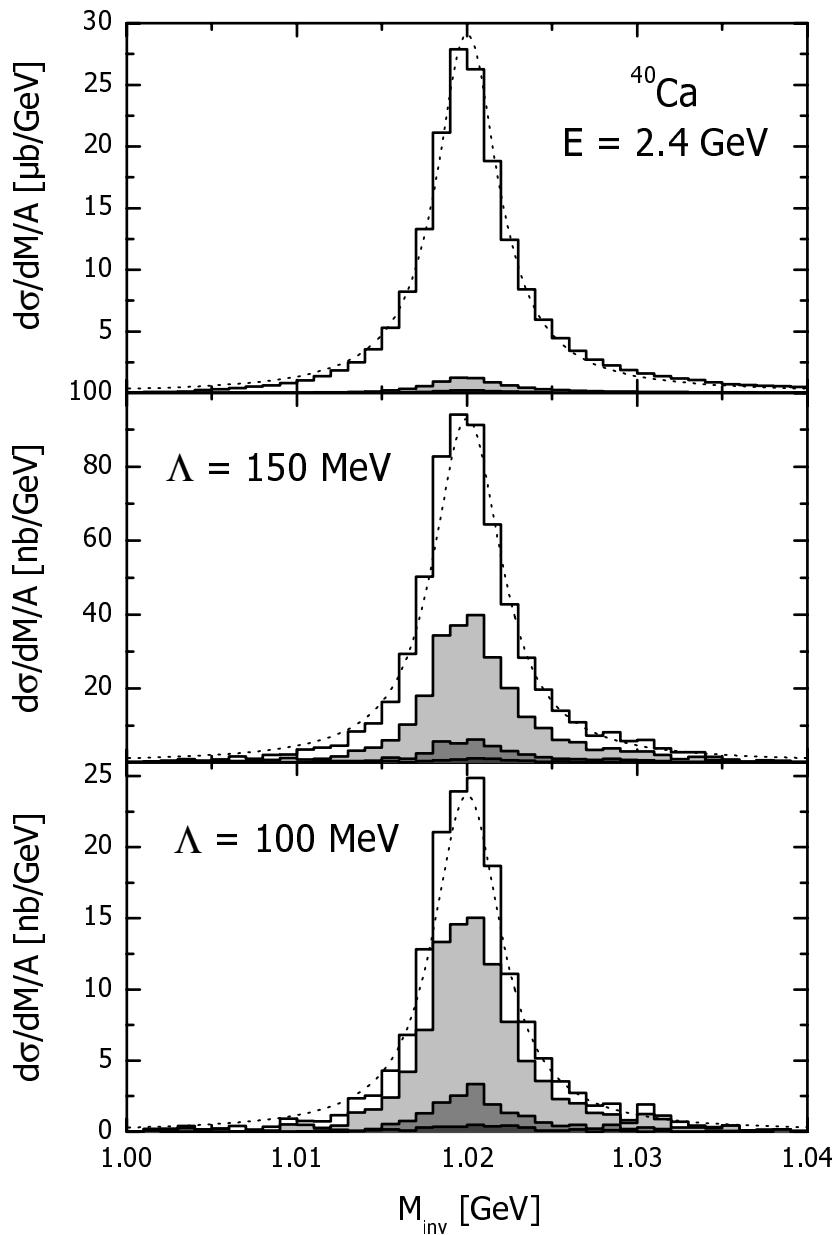


Abbildung 7.9: Die Reaktion $\gamma + {}^{40}\text{Ca} \rightarrow \phi X \rightarrow K\bar{K}X'$ bei $E_\gamma = 2.4$ GeV. Invariantes Massenspektrum ohne Impulscut (oben) und mit Impulsschnitten bei 150 (Mitte) und 100 MeV (unten). Die schattierten Flächen entsprechen ϕ -Zerfällen bei einer Dichte $\rho > 10\%\rho_0$ (hellgrau), $\rho > 60\%\rho_0$ (grau) und $\rho > 90\%\rho_0$ (dunkelgrau). Die gepunktete Linie zeigt die Vakuumspektralfunktion des ϕ -Mesons.

mentaren ϕ -Photoproduktionsquerschnitt, den wir in unserem Modell verwenden (vgl. Abbildung (5.2)), zu erklären.

Unter der Annahme, daß unsere Extrapolation des winkeldifferentiellen ϕ -Photoproduktionsquerschnittes bei niedrigen Energien nicht zu stark von dem tatsächlichen Wirkungsquerschnitt abweicht, erscheint somit die Durchführung eines Experiments bei einer Photonenergie von 2.4 GeV in gleichem Maße erfolgversprechend wie bei der von uns zuvor gewählten Energie von 3.6 GeV. Bei Dreierimpuls-Cutoffs von 100 und 150 MeV sind auch hier die Wirkungsquerschnitte für den experimentellen Nachweis groß genug.

Um unmittelbar das Signal für eine Mediummodifikation des ϕ -Mesons mit dem Spektrum nicht modifizierter ϕ -Mesonen vergleichen zu können, führen wir im nächsten Kapitel Rechnungen durch, bei denen wir die existierenden Vorhersagen für die Mediummodifikationen des ϕ -Mesons in unser Modell einbauen.

Kapitel 8

Mediummodifikationen des ϕ -Mesons

Bereits in [Ef99, Eb99] wurde der Einfluß von Mediummodifikationen der ρ - und ω -Mesonen auf die photoninduzierte Dileptonenproduktion im Rahmen des Transportmodells untersucht. Unter Verwendung der dort entwickelten Methoden erweitern wir unsere Betrachtungen der Photoproduktion von ϕ -Mesonen durch die Einführung dichteabhängiger Breiten bzw. Massen des ϕ -Mesons. Wir werden außerdem einen qualitativen Vergleich unserer Rechnungen mit den Ergebnissen aus [Os00] anstellen.

8.1 Verbreiterung

Eine Beschreibung der Berechnung dichteabhängiger Breiten von ρ - und ω -Mesonen findet sich in [Ef99]. Die In-Medium-Breiten der Vektormesonen können als Summe aus Vakuumbreite und einer zusätzlichen dichteabhängigen Kollisionsbreite geschrieben werden:

$$\Gamma_{\text{tot}}(\mu, |\vec{p}|, \rho) = \Gamma_{\text{vac}}(\mu) + \Gamma_{\text{coll}}(\mu, |\vec{p}|, \rho), \quad (8.1)$$

wobei die Kollisionsbreite berechnet werden kann über

$$\Gamma_{\text{coll}}(\mu, |\vec{p}|, \rho) = \gamma \rho \langle v \sigma_V^{\text{tot}} \rangle. \quad (8.2)$$

ρ bezeichnet die Nukleonendichte, γ den Lorentzfaktor für die Transformation vom Ruhesystem der Kernmaterie ins Ruhesystem des Mesons, v die Relativgeschwindigkeit von Meson und Nukleon und σ_V den totalen Vektormeson-Nukleon-Wirkungsquerschnitt. Die eckige Klammer ist als Mittelung über die Fermibewegung der Nukleonen zu verstehen.

Da wir kein eigenes theoretisches Modell für die Wechselwirkung des ϕ -Mesons mit Nukleonen haben, berechnen wir keine eigenen In-Medium-Breiten des ϕ -Mesons. Statt dessen übernehmen wir die Breiten bei Nukleonendichte ρ_0 aus der Literatur (5.1) und machen für die dichtabhängige Breite einen Ansatz, der in Anlehnung an (8.2) von einer linearen Dichtabhängigkeit ausgeht. Die Breiten Γ_m aus Tabelle (5.1) sind totale Breiten ($\Gamma_{\text{vac}} + \Gamma_{\text{med}}(\rho_0)$) bei Dichte ρ_0 . Die totale dichtabhängige ϕ -Breite ist dann gegeben über:

$$\Gamma_{\text{tot}}(\rho) = \Gamma_{\text{vac}} + \Gamma_{\text{med}}(\rho) \quad (8.3)$$

$$\Gamma_{\text{med}}(\rho) = (\Gamma_m - \Gamma_{\text{vac}}) \frac{\rho}{\rho_0}. \quad (8.4)$$

Produzieren wir die ϕ -Mesonen im Kern mit einer Masse gemäß ihrer In-Medium-Spektralfunktion, sind zunächst alle ϕ -Mesonen verbreitert, da am Ort ihrer Entstehung die Nukleonendichte natürlich ungleich Null ist. Entscheidend für die Massenverteilung der detektierten $K\bar{K}$ -Paare ist jedoch die Dichte am Zerfallsort der entsprechenden ϕ -Mesonen.

In [Ef99, Eb99, Eg99] wurde eine Methode entwickelt, die gewährleistet, daß die Kollisionsbreite von Teilchen, die ins Vakuum propagieren, verschwindet. Dazu wurde ein skalares Off-shell-Potential eingeführt, das Teilchen, die ins Vakuum laufen, auf ihre Vakuumspektralfunktion schiebt. Dieses Potential ist wie folgt gegeben:

$$s_i(\rho(\vec{r}_i)) = (m_i^{\text{med}} - m_i^{\text{vac}}) \frac{\rho(\vec{r}_i)}{\rho(\vec{r}_{i,\text{cr}})}, \quad (8.5)$$

wobei m_i^{med} die Masse des Testteilchens i , welche bei der Produktion gemäß der In-Medium-Spektralfunktion gewählt wurde, und m_i^{vac} die Vakuummasse des Testteilchens, die gemäß der Vakuum-Spektralfunktion gewählt wurde, bezeichnen. Mit $\vec{r}_{i,\text{cr}}$ bezeichnen wir den Produktionsort des Teilchens. Die effektive In-Medium-Masse des Testteilchens ist damit gegeben über

$$m_i^{\text{eff}}(\rho(\vec{r}_i)) = m_i^{\text{vac}} + s_i(\rho(\vec{r}_i)). \quad (8.6)$$

Um die Erhaltung der Gesamtenergie zu gewährleisten, geht das Potential (8.5) als gewöhnliches skalares Potential in die Bewegungsgleichungen ein. Für eine detailliertere Diskussion und theoretische Herleitung des Off-shell-Potentials verweisen wir auf [Ef99].

Bevor wir jedoch vollständige Rechnungen mit dichtabhängigen Breiten durchführen, wollen wir zunächst die zu erwartende Breite des $K\bar{K}$ -Spektrums abschätzen. Die Breite des ϕ -Spektrums unmittelbar zum Zeitpunkt der Produktion ergibt sich durch die Überlagerung der Spektralfunktionen aller produzierten ϕ -Mesonen (vgl.[Le01] für den Fall der D_{13} Nukleonresonanz). Aufgrund der Dichte-

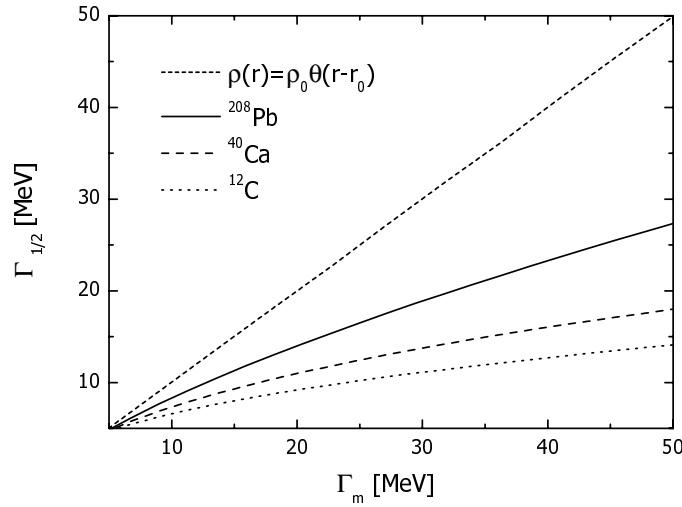


Abbildung 8.1: Halbwertsbreite des Spektrums produzierter ϕ -Mesonen in verschiedenen Kernen in Abhängigkeit von der Breite der ϕ -Spektralfunktion bei Kerndichte ρ_0 .

und der damit verbundenen Ortsabhängigkeit der Breite ist auch die Spektralfunktion von den Ortskoordinaten des Mesons abhängig:

$$\mathcal{A}(\mu) = \mathcal{A}(\mu, \Gamma(\rho(\vec{r}))). \quad (8.7)$$

Die Breite des Spektrums primär produzierter ϕ -Mesonen erhalten wir durch Faltung der Spektralfunktion mit der Dichteverteilung des Kernels:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{A}}(s) &\equiv \frac{1}{A} \int_{KV} \mathcal{A}(s, \Gamma(\rho(\vec{r}))) \rho(\vec{r}) d^3r \\ A &= \int_{KV} \rho(\vec{r}) d^3r. \end{aligned} \quad (8.8)$$

In Abbildung (8.1) zeigen wir die Halbwertsbreite der gefalteten Spektralfunktion $\tilde{\mathcal{A}}(s)$ als Funktion der Mediumbreite Γ_m für verschiedene Kerne. Man erkennt deutlich, daß vor allem bei kleineren Kernen, die einen relativ großen Randbereich mit einer Dichte $0 < \rho < \rho_0$ haben, das resultierende Spektrum eine wesentlich geringere Breite als die Spektralfunktion bei Dichte ρ_0 aufweist. Als Vergleich dazu haben wir außerdem die Breite des Spektrums gezeichnet für den Fall, daß die Dichteverteilung durch eine θ -Funktion beschrieben wird. In diesem Fall ist die Breite des effektiven Spektrums gleich der Breite der ϕ -Spektralfunktion bei Dichte ρ_0 .

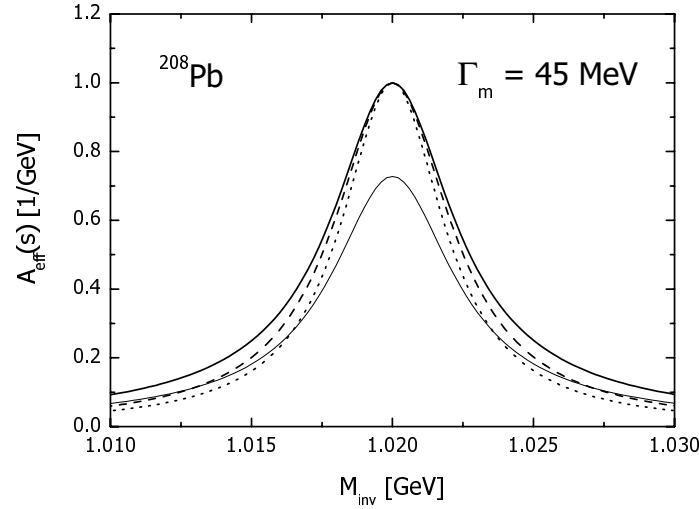


Abbildung 8.2: Faltung der ϕ Spektralfunktion mit $dN/d\rho$ bei einer In-Medium-Breite von $\Gamma_m = 45$ MeV. Dicke Linien: ohne Impulscut (Strich), Impulscut von $\Lambda = 100$ MeV (durchgezogen), Vakuumspektralfunktion (Punkt). Die Spektren sind so skaliert, daß $\mathcal{A}_{\text{eff}}(M_{\text{inv}} = 1.02 \text{ GeV}) = 1$. Dünne Linie: Impulscut von $\Lambda = 100$ MeV, die Skalierung entspricht der Vakuumspektralfunktion.

Die Breite des Spektrums der zu beobachtenden Kaon-Antikaon-Paare ist allerdings nicht durch die Dichte am Produktionsort sondern durch die Dichte am Zerfallsort der ϕ -Mesonen bestimmt. Mittels einer BUU-Simulation, die alle Endzustandswechselwirkungen des ϕ -Mesons und der Kaonen berücksichtigt, können wir berechnen, wieviele ϕ -Mesonen bei gegebener Dichte zerfallen. Das effektive Spektrum der ϕ -Mesonen berechnen wir durch Faltung der ϕ -Spektralfunktion mit dem dichtedifferentiellen Spektrum der ϕ -Zerfälle (7.1):

$$\mathcal{A}_{\text{eff}}(s) \propto \int_0^{\infty} \mathcal{A}(s, \Gamma(\rho)) \frac{dN}{d\rho} d\rho. \quad (8.9)$$

Das Ergebnis einer Rechnung mit einer In-Medium-Breite von $\Gamma_m = 45$ MeV zeigt Abbildung (8.2). Das dichtedifferentielle Spektrum der ϕ -Zerfälle haben wir der vollständigen BUU-Simulation zur ϕ -Photoproduktion an einem Blei-Kern bei einer Photonenergie von 3.6 GeV entnommen. Um die Breiten der verschiedenen Spektren unmittelbar miteinander vergleichen zu können, haben wir die Spektren so skaliert, daß auf der Polmasse des ϕ -Mesons $m_\phi = 1.02$ GeV der Wert Eins erreicht wird (dicke Linien).

Die Verbreiterung des Spektrums liegt selbst bei einem Impulscut von 100 MeV nur im 20% Bereich. Der Haupteffekt der dichteabhängigen Breite ist eine Reduktion des massendifferentiellen Querschnittes auf der Polmasse des ϕ -Mesons,

was am Vergleich des ϕ -Spektrums mit Impulscut von 100 MeV (dünne Linie, nicht hoch skaliert) mit der Vakuumspektralfunktion zu erkennen ist.

Aufgrund der Absorption der ϕ -Mesonen und der Antikaonen erhalten wir am Ende der Photon-Kern-Reaktion nur einen sehr kleinen Anteil von Kaon-Antikaon-Paaren, die bei großer Dichte entstanden sind. Der Beitrag der Kaon-Antikaon-Paare, deren invariante Massenverteilung aufgrund der Mediummodifikation des ϕ -Mesons verbreitert ist, zum gesamten Massenspektrum ist nur klein und das Spektrum somit nur unwesentlich verbreitert. Der experimentelle Nachweis einer solch geringen Verbreiterung ist sicher unmöglich.

8.1.1 Vergleich unserer Rechnungen mit [Os00]

Das Ergebnis der Rechnungen aus [Os00] zeigen wir in Abbildung (8.3). Gezeichnet ist der massen- und winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma A \rightarrow \phi A \rightarrow K^+ K^- X$ in Vorwärtsrichtung mit Impuls-Cuts von 100 und 150 MeV, wobei angenommen wurde, daß hierzu nur ϕ -Mesonen beitragen, die unter Rückwärtswinkeln im Schwerpunktsystem produziert wurden. Das in [Os00] entwickelte Modell geht von einer etwas anderen Mediummodifikation des ϕ -Mesons wie von uns zuvor angenommen aus. Die dort verwendete Breite aus [Oe00] geht ausschließlich in Kaon-Antikaon-Paare, so daß das aus dem ϕ -Zerfall stammende Kaon-Antikaon-Spektrum nicht nur breiter sondern auch höher wird, also mehr ϕ -Mesonen in Kaon-Antikaon-Paare zerfallen. Im Gegensatz dazu verursachen die in unser Modell eingebauten Prozesse

$$\phi + N \rightarrow \pi + N \quad (8.10)$$

$$\phi + N \rightarrow \pi\pi + N \quad (8.11)$$

$$\phi + N \rightarrow \phi + N \quad (8.12)$$

eine Kollisionsbreite des ϕ -Mesons, die zur totalen ϕ -Breite beiträgt, jedoch keine Modifikation der Partialbreite $\Gamma_{\phi \rightarrow K\bar{K}}$ zur Folge hat.

Das Fehlen des elastischen Kanals (8.12) und die Annahme, daß die Partialbreite $\Gamma_{\phi \rightarrow K\bar{K}}$ gleich der totalen Breite $\Gamma_{\phi}^{\text{tot}}$ ist, sind sicher die deutlichsten Schwachpunkte des Modells aus [Os00]. Die Vernachlässigung des elastischen Streuprozesses führt sicher zu einer deutlichen Reduktion des Wirkungsquerschnittes der Reaktion $\gamma A \rightarrow \phi X \rightarrow K\bar{K} X'$ wenn Impuls-Cuts auf den Dreierimpuls des ϕ -Mesons gesetzt werden, da dieser Streuprozess zu einer deutlichen Erhöhung des ϕ -Impulsspektrums im Bereich dieser kleinen Impulse führt (vgl. Abbildung (7.3)). Auch die Verwendung der totalen ϕ -Breite für den Kanal $\phi \rightarrow K\bar{K}$ ist sicher nicht gerechtfertigt, da im nuklearen Medium Prozesse auftreten können (z.B. (8.10) bis (8.12)), welche eine Kollisionsbreite des ϕ -Mesons verursachen, ohne die Partialbreite $\Gamma_{\phi \rightarrow K\bar{K}}$ zu beeinflussen. Die Verwendung der dichteabhängigen

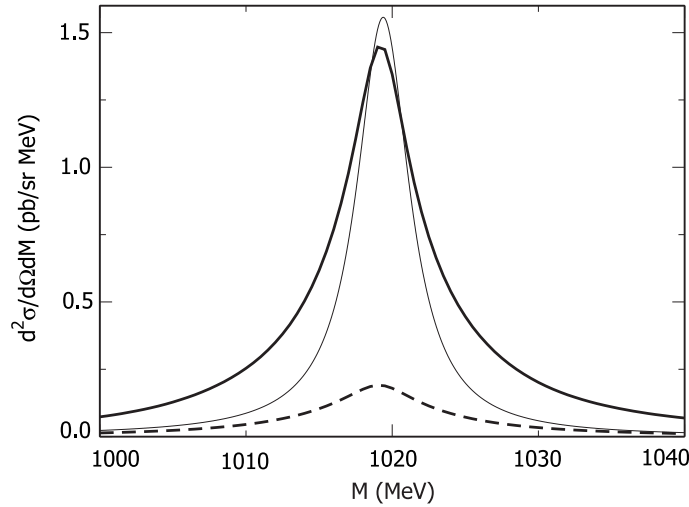


Abbildung 8.3: Ergebnisse aus [Os00] an ^{40}Ca bei $E_\gamma = 3.6$ GeV. Die gestrichelte Linie ist mit einem Impulscut von 100 MeV gerechnet und die dicke durchgezogene Linie mit einem Cut von 150 MeV. Die dünne durchgezogene Linie entspricht dem Wirkungsquerschnitt bei einem Impulscut von 150 MeV ohne Mediummodifikationen des ϕ -Mesons, dividiert durch den Faktor Drei.

$\phi \rightarrow K\bar{K}$ -Breite führt zu einer Erhöhung des Wirkungsquerschnitts und einer Verbreiterung des Spektrums, da hierdurch mehr ϕ -Mesonen mit der großen In-Medium-Breite zerfallen.

Eine Schwäche unserer Rechnungen ist sicher die inelastische Wechselwirkung des ϕ -Mesons, die in unserem Modell durch den Kanal (8.11) dominiert wird. Da das ϕ -Meson ein nahezu reiner $s\bar{s}$ -Zustand ist, ist es aufgrund der *OZI*-Regeln wahrscheinlicher, daß Endzustände mit Strangeness bevorzugt werden (z.B. $\phi p \rightarrow K^+\Lambda$, $\phi N \rightarrow K\bar{K}N$). Ein anderer Mangel unseres Modells könnte eventuell eine fehlende Mediummodifikation des K^- -Mesons sein. Wird die K^- -Masse im nuklearen Medium wie von einigen Modellen vorausgesagt um bis zu 20% abgesenkt, wird der Phasenraum für den Zerfall $\phi \rightarrow K^+K^-$ deutlich größer und die Partialbreite $\Gamma_{\phi \rightarrow K^+K^-}$ nimmt somit zu.

Diese Unterschiede der beiden Modelle erklären zumindest qualitativ die verschiedenen Ergebnisse beider Rechnungen. In [Os00] zerfallen mehr ϕ -Mesonen mit großer In-Medium-Breite bei endlicher Nukleonendichte in Kaon-Antikaon-Paare, wobei die ϕ -Mesonen nicht in andere Kanäle absorbiert werden. Unser Modell enthält die elastischen und absorptiven Streuprozesse (8.10) bis (8.12) des ϕ -Mesons, so daß eine mit unserem Modell konsistente ϕ -Kollisionsbreite die Partialbreite $\Gamma_{\phi \rightarrow K\bar{K}}$ nicht in gleichem Maße erhöht und somit eine vergleichsweise kleinere Anzahl von ϕ -Mesonen in Inneren des Kerns zerfallen. Diese Diskrepanz der Modelle erklärt die einerseits deutlich sichtbare Verbreiterung in [Os00] von

10 MeV ($\Lambda = 100$ MeV) bzw. 8 MeV ($\Lambda = 150$ MeV) und andererseits unsere Schlußfolgerung, daß eine mit dem BUU-Modell (mit den momentan eingebauten Prozessen) konsistente Verbreiterung des ϕ -Mesons einen verschwindenden Einfluß auf das invariante $K\bar{K}$ -Massenspektrum hat.

Die Ergebnisse beider Modelle sind stark abhängig von den In-Medium-Wechselwirkungen des ϕ -Mesons, die als 'Input' in diese Rechnungen eingehen. Um Rechnungen mit Vorhersage-Charakter durchzuführen, müßte zunächst geklärt werden, welche In-Medium-Prozesse in der Natur tatsächlich auftreten.

8.2 Massenverschiebung

Die Massenverschiebung des ϕ -Mesons modellieren wir wie in [Br91, Ha92] vorhergesagt mittels einer linearen Dichteabhängigkeit der effektiven In-Medium-Masse:

$$m(\rho(\vec{r})) = m_0 \cdot \left(1 - \alpha \frac{\rho(\vec{r})}{\rho_0} \right). \quad (8.13)$$

Die Werte des Koeffizienten α erhalten wir aus Tabelle (5.1). Um bei Dichte ρ_0 die angegebenen Werte für die In-Medium-Masse zu erhalten, rechnen wir mit $\alpha = 0.01$ bzw. $\alpha = 0.03$. Analog zur Rechnung mit dichteabhängiger Breite enthält das Transportmodell ein skalares Potential, welches dafür sorgt, daß Mesonen, die den Kern verlassen, zurück auf ihre Vakuummasse propagieren (vgl. [Ef99] für ρ - und ω -Mesonen):

$$S(\vec{r}) = -\alpha m_0 \frac{\rho(\vec{r})}{\rho_0}. \quad (8.14)$$

Damit ist die effektive In-Medium Masse gegeben über

$$m^{\text{eff}}(\rho(\vec{r})) = m_0 + S(\vec{r}). \quad (8.15)$$

Abbildung (8.4) zeigt den nach Gleichung (7.13) berechneten Wirkungsquerschnitt der vollständigen BUU-Simulation mit einer Massenverschiebung von 10 MeV bei $\rho = \rho_0$ ($\alpha = 0.01$). Die Beiträge zum Spektrum, welche von ϕ -Zerfällen bei $\rho \geq 90\% \rho_0$ (dunkelgrau) stammen, sind wie erwartet um den Maximalwert von 10 MeV gegenüber der Vakuummasse des ϕ -Mesons verschoben. Fanden die Zerfälle bei kleineren Dichten statt, ist die Verschiebung entsprechend kleiner. Eine Modifikation des gesamten Spektrums ist nur erkennbar, wenn wir den Dreierimpuls der beobachteten Kaon-Antikaon-Paare auf kleine Werte beschränken.

Die Modifikation des gesamten Spektrums wird bei dem kleineren Impulsschnitt stärker, jedoch sinkt auch der Wirkungsquerschnitt um etwa einen Faktor Vier, was die Messung des Spektrums vom experimentellen Standpunkt aus erschwert.

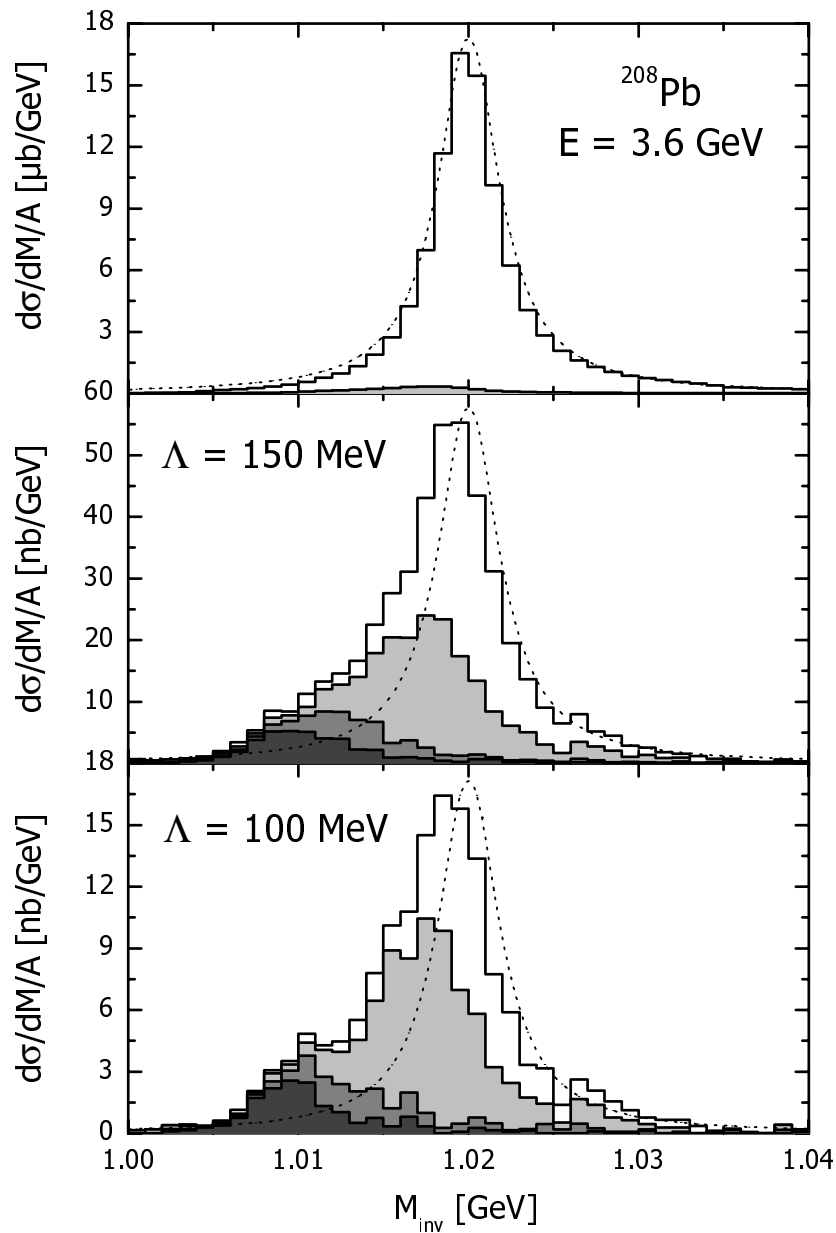


Abbildung 8.4: Invariantes Massenspektrum einer Rechnung mit Massenschnitt von 10 MeV bei $\rho = \rho_0$ bei verschiedenen Impulsschnitten. ϕ -Zerfälle bei $\rho > 10\% \rho_0$ (hellgrau), $\rho > 60\% \rho_0$ (grau), $\rho > 90\% \rho_0$ (dunkelgrau), alle Zerfälle (ungefüllt). Die gepunktete Linie zeigt die Vakuumspektralfunktion des ϕ -Mesons.

Bei einem Impuls-Cut von 100 MeV erkennt man allmählich die Entstehung einer Zwei-Peak-Struktur, die allerdings nur schwach ausgeprägt ist. Diese Struktur würde bei einem noch kleineren Cut eventuell zunehmen, jedoch erscheint die

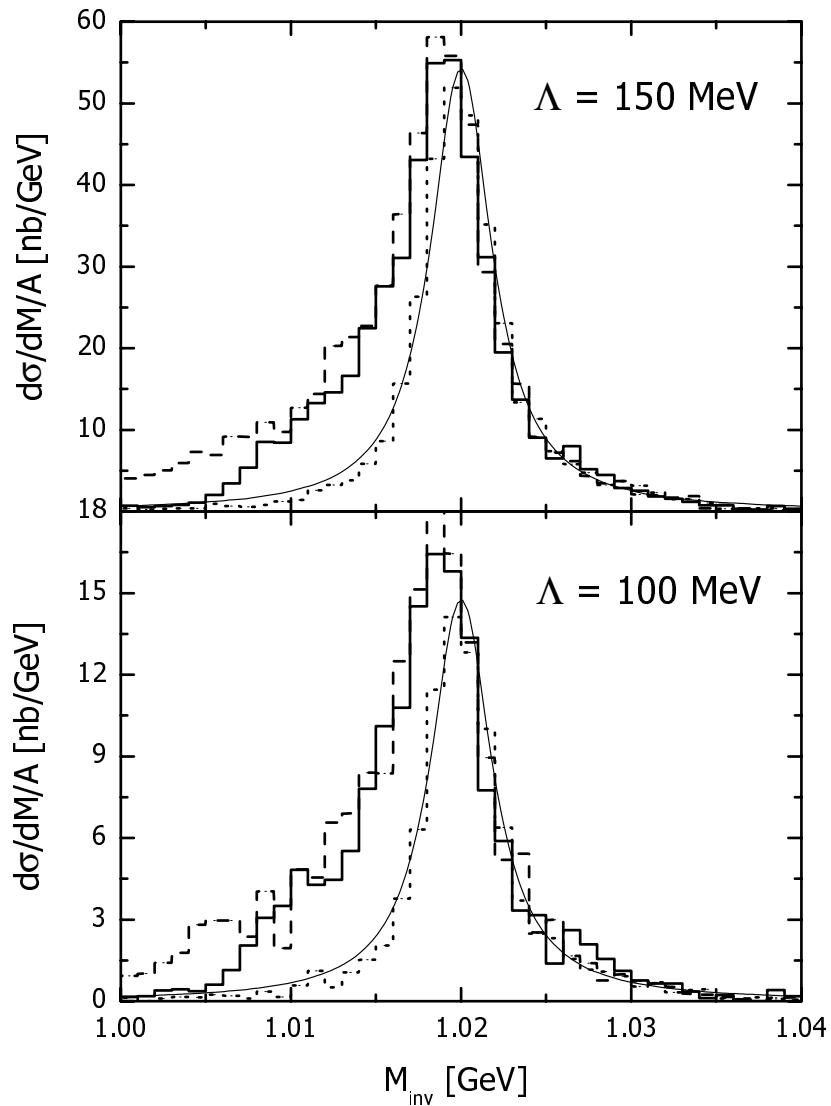


Abbildung 8.5: Invariantes Massenspektrum bei zwei verschiedenen Impulsschnitten. Ohne Massenverschiebung (Punkt), mit Massenverschiebung von 10 MeV bei $\rho = \rho_0$ (durchgezogen) und mit einer Massenverschiebung von 30 MeV (Strich). Die dünne durchgezogene Linie entspricht der Vakuumspektralfunktion des ϕ Mesons.

Einführung kleinerer Cuts aus dem oben genannten Grund wenig sinnvoll.

Um unmittelbar das Signal für eine Absenkung der ϕ -Masse im nuklearen Medium mit dem Spektrum nichtmodifizierter ϕ -Mesonen vergleichen zu können, zeigen wir in Abbildung (8.5) beide Spektren gemeinsam mit einer weiteren Rechnung,

bei der wir eine Verschiebung der Masse von 30 MeV bei $\rho = \rho_0$ ($\alpha = 0.03$) angenommen haben. Mit der in [Na01] angegebenen Massenauflösung von 600 keV des LEPS(*Laser-Electron-Photon facility at SPring8*)-Detektorsystems in Osaka sollte es im Prinzip möglich sein, diese Modifikation des invarianten Massenspektrums nachzuweisen. Die quantitative Interpretation der experimentellen Ergebnisse bleibt allerdings äußerst schwierig, da selbst in unserer Simulation die Kurven mit einer Verschiebung von 10 bzw. 30 MeV nur unwesentlich voneinander abweichen.

Grund für die geringe Sensitivität des Spektrums auf den speziellen Wert der Massenverschiebung ist, daß die in Abbildung (8.4) grau unterlegten Kurven Integrale über recht große Dichteintervalle sind. Bei einer größeren Massenverschiebung werden die Kurven also nicht nur weiter nach links verschoben, sondern auch verbreitert und somit auch flacher. Ein wirklicher Unterschied der Spektren mit 10 MeV und mit 30 MeV Verschiebung ist damit nur bei sehr kleinen invarianten Massen zu erkennen. Genau in diesem Bereich geht aber der Phasenraum für den Zerfall $\phi \rightarrow K\bar{K}$ zu. Für invariante Massen unter $m_\phi = m_K + m_{\bar{K}} \approx 992$ MeV kann das ϕ -Meson somit nicht mehr in Kaon-Antikaon-Paare zerfallen und der Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma A \rightarrow \phi X \rightarrow K\bar{K}X'$ verschwindet.¹

¹Wie bereits zuvor erwähnt, ist in unserem Modell das K^- -Meson nicht mediummodifiziert. Wird die K^- -Masse in Kernmaterie deutlich abgesenkt, ist im Inneren des Kerns auch für kleinere invariante Massen der Zerfall des ϕ -Mesons in Kaon-Antikaon-Paare noch möglich.

Kapitel 9

Zusammenfassung

In dieser Arbeit haben wir die Photoproduktion von Mesonen an komplexen Kernen bei hohen Energien untersucht. Für die elementaren Wirkungsquerschnitte zur Photoproduktion der entsprechenden Mesonen am Nukleon haben wir Modelle verwendet, die im Rahmen der Regge-Theorie Produktionsamplituden liefern, die die Daten bis zu sehr hohen Energien beschreiben. Die Erweiterung der Pionproduktion am Nukleon auf die Pionproduktion am Kern haben wir mittels des Glauber-Formalismus gewonnen. Für die Photoproduktion von ϕ -Mesonen haben wir auf ein BUU-Transportmodell [Te97, Ef99, Le99] zurückgegriffen, welches durch explizite Propagation der produzierten Teilchen durch den Kern alle möglichen Wechselwirkungen des Endzustandes berücksichtigt.

Die Reaktionen von Hadronen bei hohen Energien können beschrieben werden durch die Regge-Theorie [Re59]. Die Regge-Theorie stellt keine fundamentale Theorie dar, ihre Ergebnisse folgen aus Annahmen, für die es außer der beobachteten Übereinstimmung mit dem Experiment keine Evidenzen gibt. Bei der Herleitung eines analytischen Ausdrucks für die Übergangsamplitude, der Vorgehensweise in [Co] folgend, wurde mehrmals von der Näherung hoher Energien und kleiner Impulsüberträge ($s \gg t$) Gebrauch gemacht. Die aus der Regge-Theorie resultierenden Wirkungsquerschnitte können daher die Daten sowohl für die Photoproduktion von Pionen und Kaonen [Gu97] als auch für die Photoproduktion des ϕ -Mesons [Do00, An00, La00] nur für kleine Werte des Viererimpulsübertrages $-t$ beschreiben.

Die Erweiterung der Pionen-Produktion am Nukleon auf die Pionen-Produktion am Kern mittels der Glauber-Vielfachstreuungstheorie bietet den Vorteil einer konsistenten Berechnung der Anfangszustandswechselwirkung der Photon-Kern-Reaktion [Fa00]. Da die Wechselwirkung von Photonen mit Hadronen im Vektormeson-Dominanz-Bild [Sa69, Oc97] über die Fluktuation des Photons in die leichten Vektormesonen ρ, ω und ϕ verstanden wird, wird das einlaufende Photon im Kern im Falle hoher Energie aufgrund der starken Kopplung seiner hadroni-

schen Komponenten an die umgebende Kernmaterie abgeschattet. Im Glauber-Modell ergibt sich dieser Abschattungseffekt durch die Interferenz von direkter Photon-Nukleon-Amplitude und indirekter Amplitude, wobei das Photon zunächst ein leichtes Vektormeson produziert, welches in einem zweiten Schritt in das entsprechende Meson streut.

Die Endzustandswechselwirkung besteht im Glauber-Modell ausschließlich aus der Absorption des produzierten Mesons [Ba78], wird also durch exponentielle Dämpfung der auslaufenden Welle beschrieben. Da jedoch gerade bei hochenergetischen Reaktionen stark wechselwirkender Teilchen eine Vielzahl von Prozessen berücksichtigt werden muss, kann eine solch vereinfachte Beschreibung nur ungenügende Ergebnisse liefern. In der Tat zeigt sich im Vergleich mit den wenigen experimentellen Daten [By69] eine deutliche Diskrepanz zu den Vorhersagen des Glauber-Modells. Wir haben diese Mängel des Modells zum einen durch die fehlende Berücksichtigung des Pauli-Prinzips im Bereich kleiner Impulsüberträge und zum anderen durch eventuell mögliches “side-feeding” bei größeren Impulsüberträgen [Ef99], welches nicht in diese einfache Beschreibung implementiert werden kann, erklärt.

Für die Photoproduktion von ϕ -Mesonen am Nukleon existieren fast nur Daten bei kleinen Impulsüberträgen bis etwa $t \approx -2 \text{ GeV}^2$ [Ba73, Ba83]. Die Daten in diesem Bereich können sehr gut wiedergegeben werden durch Regge-Modelle, die auf dem Austausch der Pomeron-Trajektorie basieren [Do00]. Für die Untersuchung der In-Medium-Eigenschaften des ϕ -Mesons ist jedoch vor allem die Photoproduktion des ϕ -Mesons unter Rückwärtswinkeln, also mit großem Impulsübertrag, von Interesse, da wir nur in diesem Fall ϕ -Mesonen erhalten, die langsam genug sind, um noch im Kern zu zerfallen.

Seit Juli 2000 existiert eine weitere Messung des differentiellen ϕ -Photoproduktionsquerschnittes bei einer Energie von 3.6 GeV [An00], die bis zu relativ großen Impulsüberträgen geht. Allerdings kann der Wirkungsquerschnitt in diesem Bereich nicht durch die existierenden Regge-Modelle beschrieben werden. Die Energieabhängigkeit des ϕ -Photoproduktionsquerschnittes ist daher im Falle großer Impulsüberträge weitgehend unbekannt. Da eine Photonenergie von 3.6 GeV auch aufgrund der Kinematik der ϕ -Photoproduktion am Kern für die vorgeschlagene Reaktion

$$\gamma + A \rightarrow \phi + X \rightarrow K\bar{K} + X'$$

sinnvoll erscheint, haben wir unsere Rechnungen exemplarisch bei dieser Energie an einem Bleikern durchgeführt.

Die Endzustandswechselwirkung der Reaktion haben wir im Rahmen eines BUU-Transportmodells [Te97, Ef99, Le99] beschrieben. Dabei wurde eine Vielzahl von Prozessen berücksichtigt, wie etwa elastische Streuung und Absorption der ϕ -Mesonen und Absorption der Antikaonen in die Kanäle $K^-p \rightarrow \Sigma^+\pi^-$ und $K^-p \rightarrow \Lambda\pi^0$. In Kapitel 7 haben wir die qualitative Untersuchung der relevanten

Prozesse diskutiert.

Ein positiver Effekt für die Untersuchung der In-Medium-Zerfälle des ϕ -Mesons ist die elastische Streuung der ϕ -Mesonen mit den Nukleonen des Kerns. Da aufgrund des Pauli-Blockings der Impulsübertrag vom Meson auf das Nukleon immer positiv sein muss, beobachten wir im Impulsspektrum der ϕ -Mesonen eine Anhäufung von Mesonen in Zuständen mit kleinem Impuls, so daß das Impulsspektrum von ϕ -Mesonen, die am Kern produziert wurden, das Spektrum von am Nukleon produzierten ϕ -Mesonen im Bereich kleiner Impulse um gut eine Größenordnung übersteigt.

Ein weiterer Effekt, der sich deutlich auf die Untersuchung der betrachteten Reaktion auswirkt, ist die Absorption der Antikaonen. Da die Wirkungsquerschnitte der entsprechenden Kanäle sehr groß sind, stammt der weitaus größte Teil der beobachtbaren Kaon-Antikaon-Paare von ϕ -Zerfällen am Rand des Kerns, wo die Nukleonendichte schon deutlich unter die Kerndichte ρ_0 abgefallen ist. Das ist unter anderem auch der Grund dafür, daß die erhaltenen Massenspektren nicht durch die elastische Streuung der Kaonen verbreitert sind.

Als Konsequenz dieser Effekte ist die Messung einer In-Medium Verbreiterung des ϕ -Mesons über den Zerfall in Kaonpaare mit den in unser Modell eingebauten Endzustandswechselwirkungen unmöglich. Eine Verbreiterung des ϕ -Mesons um eine Größenordnung bei Kerndichte ρ_0 verursacht fast keine Verbreiterung des beobachtbaren invarianten Massenspektrums. Der einzige beobachtbare Einfluss dieser Modifikation ist eine Reduktion des massendifferentiellen Wirkungsquerschnittes auf der Polmasse des ϕ -Mesons.

Jedoch ist nicht klar, wie gut die in unser Modell implementierten In-Medium-Wechselwirkungen des ϕ -Mesons der Realität entsprechen. Da die entsprechenden Wirkungsquerschnitte nicht direkt gemessen werden können, entsteht durch diese Unsicherheit eine starke Modellabhängigkeit sowohl unserer Ergebnisse als auch der Ergebnisse aus [Os00], die aufgrund anderer Annahmen bezüglich der ϕ -Nukleon-Wechselwirkungen ein anderes Verhalten der massendifferentiellen Querschnitte voraussagen.

Eine andere mögliche Modifikation des ϕ -Mesons ist eine Verschiebung der Polmasse um 10 bis 40 MeV [Ha92, Kl97]. Sollte das ϕ -Meson nicht gleichzeitig verbreitert sein, ist es eventuell möglich eine solche Massenverschiebung experimentell nachzuweisen, jedoch ist eine quantitative Interpretation der Ergebnisse in dieser Reaktion sicher nicht durchführbar, da die Ergebnisse nur eine geringe Sensitivität auf den speziellen Wert der Massenverschiebung zeigen.

Zur Untersuchung der In-Medium Eigenschaften des ϕ -Mesons eignet sich daher vermutlich deutlich besser die Beobachtung von Dileptonenpaaren. Leptonen unterliegen nicht der starken Wechselwirkung und werden aufgrund der kleinen elektromagnetischen Kopplungskonstanten abgesehen von Coulomb-Korrekturen nur unwesentlich durch die umgebende Kernmaterie beeinflusst. Das ϕ -Meson

weist einen direkten Zerfall in Leptonenpaare auf, jedoch sind die resultierenden Wirkungsquerschnitte aufgrund des kleinen Verzweigungsverhältnisses sehr klein [Ef99, Eb99], vor allem wenn noch Impuls-Cuts auf den Dreierimpuls der Leptonenpaare gesetzt werden sollen, was den experimentellen Nachweis sicher schwierig macht.

Anhang A

Notation

Wir benutzen in der vorliegenden Arbeit natürliche Einheiten, d.h. wir setzen

$$\hbar = c = 1.$$

Um so gewonnene Ergebnisse mit experimentell bestimmten Daten vergleichen zu können, müssen die entsprechenden Größen in das *SI*-System umgerechnet werden. Dazu multiplizieren wir mit den folgenden Faktoren:

- Massen haben bei uns die Einheit Energie. Um auf übliche *SI*-Masseneinheiten umzurechnen, muß durch den Faktor c^2 dividiert werden.

$$1 \text{ GeV} \times \frac{1}{c_{SI}^2} = 1.78 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

- Längen und Zeiten haben die Einheit 1/Energie. Für die Umrechnung müssen Zeiten mit dem Faktor \hbar_{SI} und Längen mit dem Faktor $(\hbar c)_{SI}$ multipliziert werden:

$$\begin{aligned}\hbar_{SI} &= 6.582 \times 10^{-25} \text{ GeV s} \\ (\hbar c)_{SI} &= 0.197 \text{ GeV fm}\end{aligned}$$

Zeiten werden in der Kernphysik üblicherweise in fm/c angegeben:

$$1 \frac{\text{fm}}{c_{SI}} = 0.334 \times 10^{-23} \text{ s}.$$

- Wirkungsquerschnitte haben die Einheit 1/(Energie)². Für die Umrechnung auf Millibarn multiplizieren wir mit dem Faktor

$$(\hbar c)_{SI}^2 = 0.389 \text{ GeV}^2 \text{ mbarn}$$

mit

$$1 \text{ mbarn} = 10^{-31} \text{ m}^2.$$

Wir arbeiten mit ko- und kontravarianten Vektoren, die folgende Gestalt haben:

$$x^\mu \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) \equiv (t, x, y, z)$$

Den kovarianten Vektor erhält man durch Kontraktion des kontravarianten Vektors mit der Metrik $g_{\mu\nu}$:

$$x_\mu = g_{\mu\nu}x^\nu \equiv (x^0, -x^1, -x^2, -x^3),$$

wobei $g_{\mu\nu}$ gegeben ist über

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Wir benutzen die Einsteinsche Summenkonvention, d.h. kommt in einem Produkt der gleiche Index einmal hochgestellt und einmal tiefgestellt - also als Index eines kovarianten und eines kontravarianten Vektors - vor, so wird über diesen Index summiert:

$$x_\mu x^\mu = g_{\mu\nu}x^\nu x^\mu = x^0 x_0 - x^1 x_1 - x^2 x_2 - x^3 x_3 = x_0^2 - \vec{x}^2.$$

Im übrigen verwenden wir die Konventionen von Bjorken und Drell [BD].

Anhang B

Legendre-Funktionen

Die für die Herleitung der Regge-Amplitude benötigten Relationen und Eigenschaften der Legendre-Funktionen finden sich auch in [Co, Br].

Das Quadrat des Drehimpulsoperators

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

kann in Kugelkoordinaten (mit der Ersetzung des quantenmechanischen Impulsoperators $\vec{p} = \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla}$) geschrieben werden als

$$\vec{L}^2 = -\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta}) - \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}.$$

Die Eigenfunktionen des Drehimpulsoperators sind die sogenannten Kugelflächenfunktionen $Y_{lm}(\theta, \phi)$:

$$\vec{L}^2 Y_{lm}(\theta, \phi) = l(l+1) Y_{lm}(\theta, \phi). \quad (\text{B.1})$$

mit $l = 0, 1, 2, \dots$ und $m = -l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l$. Für den Fall $m = 0$ sind die Kugelflächenfunktionen gegeben über die Legendre-Polynome $P_l(z)$:

$$Y_{l0}(\theta) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} P_l(z), \quad z = \cos \theta. \quad (\text{B.2})$$

Die Legendre-Polynome sind Lösungen der gewöhnlichen Legendre-Gleichung

$$\frac{d}{dz} \left[(1-z^2) \frac{dP_l}{dz} \right] + l(l+1) P_l(z) = 0. \quad (\text{B.3})$$

Für ganzzahlige Werte von l sind die Legendre-Polynome $P_l(z)$ Polynome in z

$$P_l(z) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dz^l} (z^2 - 1)^l. \quad (\text{B.4})$$

Die ersten sind:

$$\begin{aligned} P_0(z) &= 1 \\ P_1(z) &= z \\ P_2(z) &= \frac{1}{2}(3z^2 - 1) \\ P_3(z) &= \frac{1}{2}(5z^3 - 3z). \end{aligned}$$

Gleichung (B.3) hat allerdings auch Lösungen für nicht ganzzahlige Werte von l , die ausgedrückt werden können durch die hypergeometrischen Funktionen

$$P_l(z) = F(-l, l + 1; 1; (1 - z)/2). \quad (\text{B.5})$$

Diese sogenannten Legendre-Funktionen der ersten Art haben an den Stellen $z = -1$ und $z = \infty$ Singularitäten. Es existieren außerdem noch Lösungen von (B.3) mit Singularitäten bei $z = \pm 1$ und $z = \infty$, die man Legendre-Polynome der zweiten Art nennt [Co]:

$$Q_l(z) = \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(l + 1)}{\Gamma(l + \frac{3}{2})} (2z)^{-l-1} F(\frac{1}{2}l + 1, \frac{1}{2}l + \frac{1}{2}; l + \frac{3}{2}; z^{-2}). \quad (\text{B.6})$$

Für ganzzahliges l sind die ersten

$$\begin{aligned} Q_0(z) &= \frac{1}{2} \log \left(\frac{z + 1}{z - 1} \right) \\ Q_1(z) &= \frac{1}{2} z \log \left(\frac{z + 1}{z - 1} \right) - 1 \\ Q_2(z) &= \frac{1}{2} P_2(z) \log \left(\frac{z + 1}{z - 1} \right) - \frac{3}{2} z. \end{aligned}$$

B.1 Eigenschaften der Legendre-Funktionen

Orthogonalität:

$$\int_{-1}^1 dz P_l(z) P_k(z) = \frac{2}{2l + 1} \delta_{lk}. \quad (\text{B.7})$$

Vollständigkeit:

$$\frac{1}{2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) P_l(z) P_l(z') = \delta(z - z'). \quad (\text{B.8})$$

Außerdem gilt

$$P_l(-z) = e^{-i\pi l} P_l(z) - \frac{2}{\pi} \sin(\pi l) Q_l(z) \quad (\text{B.9})$$

$$= (-1)^l P_l(z), \quad l = \text{ganzzahlig} \quad (\text{B.10})$$

$$P_l(z) = P_{-l-1}(z) \quad (\text{B.11})$$

und für reelles l

$$\text{Im} P_l(z) = -P_l(-z) \sin(\pi l) \quad z \leq -1 \quad (\text{B.12})$$

$$= 0 \quad z \geq 1. \quad (\text{B.13})$$

Für die Legendre-Polynome der zweiten Art gilt

$$Q_l(-z) = -e^{-i\pi l} Q_l(z) \quad (\text{B.14})$$

$$= (-1)^{l+1} Q_l(z), \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{B.15})$$

$$Q_l(z) = Q_{-l-1}(z), \quad l = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots \quad (\text{B.16})$$

Die Legendre-Polynome der ersten und der zweiten Art sind für ganzzahliges l über die Neumann Relation miteinander verknüpft:

$$Q_l(z) = -\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{dz'}{z' - z} P_l(z'), \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{B.17})$$

Außerdem gilt folgende nützliche Relation

$$\int_1^\infty P_n(z) Q_m(z) dz = \frac{1}{(m-n)(m+n+1)} \quad m, n \in \mathbf{C}. \quad (\text{B.18})$$

B.2 Asymptotisches Verhalten für $l \rightarrow \infty$ und $z \rightarrow \infty$

Das asymptotische Verhalten für $z \rightarrow \infty$ und festes l ist

$$P_l(z) \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(l + \frac{1}{2})}{\Gamma(l + 1)} (2z)^l, \quad \text{Re}(l) \geq -\frac{1}{2} \quad (\text{B.19})$$

$$\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(-l - \frac{1}{2})}{\Gamma(-l)} (2z)^{-l-1}, \quad \text{Re}(l) \leq -\frac{1}{2} \quad (\text{B.20})$$

$$Q_l(z) \longrightarrow \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(l + 1)}{\Gamma(l + \frac{3}{2})} (2z)^{-l-1}. \quad (\text{B.21})$$

Das asymptotische Verhalten für $l \rightarrow \infty$ ist

$$\left| \frac{P_l(z)}{\sin \pi l} \right| < l^{-\frac{1}{2}} e^{|\operatorname{Im}(l)\operatorname{Re}(\theta) + \operatorname{Re}(l)\operatorname{Im}(\theta)| - \pi |\operatorname{Im}(l)|} f(z), \quad (\text{B.22})$$

$$Q_l(z) \longrightarrow l^{-\frac{1}{2}} e^{-(l+\frac{1}{2})\zeta(z)}, \quad (\text{B.23})$$

$$\zeta(z) \equiv \log \left[z + \sqrt{z^2 - 1} \right]. \quad (\text{B.24})$$

Anhang C

Die Berechnung von Feynman-Graphen

C.1 Feynman-Regeln

Für die Photoproduktion von Pionen und Kaonen werden nur die Graphen niedrigster Ordnung (ohne Loops und Selbstenergiekorrekturen) berücksichtigt. Diese Graphen können unter Anwendung folgender Regeln berechnet werden [Pe97, PS]:

- Für jede einlaufende Fermionlinie schreiben wir einen Spinor $u(p, s)$ (wir betrachten hier nur Teilchen) und für jede auslaufende Fermionlinie $\bar{u}(p, s)$.
- Für jede äussere Photonlinie erhält die Amplitude einen Polarisationsvektor (z.B.[PS]):

$$\begin{aligned}\epsilon_\mu(p) & \quad (\text{einlaufendes Photon}) \\ \epsilon_\mu^*(p) & \quad (\text{auslaufendes Photon}).\end{aligned}$$

- Interne Linien entsprechen dem jeweiligen Teilchen-Propagator. Wir benötigen hier die folgenden Propagatoren:

$$\begin{aligned}\frac{i}{q^2 - m^2} & \quad (\text{Spin-0-Bosonen}) \\ i \left(\frac{\not{q} + m}{q^2 - m^2} \right) & \quad (\text{Spin-}\frac{1}{2}\text{-Fermion}) \\ -i \left(\frac{g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}}{q^2 - m^2} \right) & \quad (\text{Spin-1-Boson}),\end{aligned}$$

wobei q dem Impuls des jeweilig ausgetauschten Teilchens der Masse m entspricht. Für den Austausch eines Pions im t-Kanal ist also beispielsweise $q_\pi^2 = t$.

- Für jeden Vertex schreiben wir einen Faktor $i\mathcal{L}_{int}$, wobei \mathcal{L}_{int} den entsprechenden Vertexfaktor bezeichnet, der aus der Lagrangedichte der zugrundeliegenden Wechselwirkung hervorgeht. Dabei sind die partiellen Ableitungen der Felder durch den jeweiligen Impuls der zugehörigen Teilchen zu ersetzen (iq_μ für einlaufende und $-iq_\mu$ für auslaufende Teilchen).

C.2 Berechnung des hadronischen Stromes

Der über den Spin der einlaufenden Nukleonen gemittelte und über den Spin der auslaufenden Nukleonen summierte winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch [PS][PDG]

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\pi s |\vec{p}_{\text{cms}}|^2} \frac{1}{4} \sum_{\lambda} \sum_{r,s} |\mathcal{M}_{r,s}^{\lambda}|^2. \quad (\text{C.1})$$

Das Matrixelement \mathcal{M} hat die Gestalt

$$\mathcal{M}_{r,s}^{\lambda} = \bar{u}^r(p) \epsilon_{\mu} \Gamma^{\mu} u^s(p), \quad (\text{C.2})$$

wobei Γ^{μ} eine 4×4 -Matrix darstellt, die aus Produkten Dirac'scher Gamma-Matrizen besteht, r und s bezeichnen die möglichen Spineinstellungen der zugehörigen Nukleonen.

Für den Fall eichinvarianter Amplituden kann die Summe über die Photonpolarisation leicht ausgeführt werden durch die Ersetzung [PS]

$$\sum_{\lambda} \epsilon_{\mu}^* \epsilon_{\nu} \rightarrow -g_{\mu\nu}. \quad (\text{C.3})$$

Wir müssen nun zunächst das Quadrat des Matrixelements berechnen [Ga]. Dazu benötigen wir das zu (C.2) komplex konjugierte Matrixelement ($\Gamma = \epsilon_{\mu} \Gamma^{\mu}$):

$$\mathcal{M}_{rs}^* = (u^{r*}(p') \gamma^0 \Gamma u^s(p))^* = u^s(p)^* \Gamma^{\dagger} \gamma^0 u^r(p'). \quad (\text{C.4})$$

Damit schreiben wir das Betragsquadrat des Matrixelements als

$$|\mathcal{M}_{rs}|^2 = \bar{u}^r(p') \Gamma u^s(p) \bar{u}^s(p) \gamma^0 \Gamma^{\dagger} \gamma^0 u^r(p') \quad (\text{C.5})$$

$$= \bar{u}^r(p') \Gamma u^s(p) \bar{u}^s(p) \tilde{\Gamma} u^r(p') \quad (\text{C.6})$$

mit $\tilde{\Gamma} = \gamma^0 \Gamma^{\dagger} \gamma^0$.

Nun wollen wir bezüglich der Nukleonenspins des Anfangszustandes mitteln und des Endzustandes summieren, wie es in der Regel dem Experiment entspricht (unpolarisiertes Target). Dann können wir die Beziehung [BD]

$$\sum_s u^s(p) \bar{u}^s(p) = \frac{\not{p} + m}{2m}$$

verwenden. Wir berechnen somit

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{r,s} |\mathcal{M}_{rs}|^2 &= \frac{1}{4} \sum_r \bar{u}_\alpha^r(p') \left(\Gamma \frac{\not{p} + m}{2m} \tilde{\Gamma} \right)_{\alpha\beta} u_\beta^r(p') \\ &= \frac{1}{4} Sp \left(\Gamma \frac{\not{p} + m}{2m} \tilde{\Gamma} \frac{\not{p}' + m}{2m} \right). \end{aligned}$$

Benutzen wir nun noch C.3, gelangen wir zu dem Ausdruck

$$\frac{1}{4} \sum_\lambda \sum_{r,s} |\mathcal{M}_{rs}|^2 = -\frac{1}{4} Sp \left(\Gamma_\mu \frac{\not{p} + m}{2m} \tilde{\Gamma}^\mu \frac{\not{p}' + m}{2m} \right). \quad (\text{C.7})$$

Dies ist eine sehr nützliche Form, denn die Spuren von Produkten von Diracmatrizen lassen sich leicht berechnen mit den im nächsten Unterkapitel angegebenen Relationen.

Um die Spurberechnung weiter zu vereinfachen, bringen wir den hadronischen Tensor Γ_μ auf eine möglichst einfache Form. Unter Anwendung der Vertauschungsrelationen für die Diracmatrizen, der Diracgleichung

$$(\not{p} - m)u^s(p) = 0 \quad (\text{C.8})$$

$$\bar{u}^s(p)(\not{p} - m) = 0 \quad (\text{C.9})$$

und der Relation (C.17) kann der hadronische Tensor auf folgende Form gebracht werden [Pe97]

$$\Gamma_\mu = \gamma_5 (A_\mu + B_\mu \not{k} + C\gamma_\mu + D \not{k}\gamma_\mu). \quad (\text{C.10})$$

Die Vorfaktoren der einzelnen Terme sind dabei Funktionen aus Produkten der Impulse p, p' und k , die durch die Mandelstamvariablen s, t und u ausgedrückt werden können, und aus p_μ, p'_μ und k_μ .

C.3 Relationen für Gamma-Matrizen

Die Gamma-Matrizen erfüllen die folgende Antivertauschungsrelation

$$\{\gamma^{mu}, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}. \quad (\text{C.11})$$

Eine gebräuchliche Darstellung der Gamma-Matrizen ist

$$\begin{aligned} \gamma^0 &= \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{pmatrix} \\ \vec{\gamma} &= \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

mit den 2×2 Pauli Spin-Matrizen

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Die Gamma-Matrizen kommen häufig in den folgenden Kombinationen vor:

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (\text{C.12})$$

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu] \quad (\text{C.13})$$

Die Gamma-Matrizen erfüllen folgende Identitäten:

- Hermitesche Konjugation:

$$\gamma_\mu^\dagger = \gamma_0\gamma_\mu\gamma_0 \quad (\text{C.14})$$

$$\gamma_5^\dagger = \gamma_5 \quad (\text{C.15})$$

$$(\sigma_{\mu\nu})^\dagger = \gamma_0\sigma_{\mu\nu}\gamma_0 \quad (\text{C.16})$$

- Spurbildung:

$$Sp(\mathbf{1}_{4 \times 4}) = 4$$

$$Sp(\gamma_5) = 0$$

$$Sp(\gamma_5\gamma_\mu) = 0$$

$$Sp(\gamma_\mu\gamma_\nu) = 4g_{\mu\nu}$$

$$Sp(\sigma_{\mu\nu}) = 0$$

$$Sp(\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\lambda) = 4(g_{\mu\nu}g_{\rho\lambda} - g_{\mu\rho}g_{\nu\lambda} + g_{\mu\lambda}g_{\nu\rho})$$

Die Spur über eine ungerade Anzahl von Gamma-Matrizen ist immer null.

Eine weitere wichtige Eigenschaft der Gamma-Matrizen, die wir bei der Berechnung des hadronischen Tensors für die Pion- und Kaon-Photoproduktion benutzt haben, ist die Kontraktion mit dem vierdimensionalen total antisymmetrischen Tensor:

$$\epsilon^{\mu\nu\rho\lambda}\gamma_\mu = -i\gamma^5(-\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\lambda + g^{\nu\rho}\gamma^\lambda + g^{\rho\lambda}\gamma^\nu - g^{\nu\lambda}\gamma^\rho). \quad (\text{C.17})$$

C.4 Kopplungen für die π - und K -Produktion

Für die Herleitung der hadronischen Stromoperatoren wurden in [Gu97] effektive Lagrangedichten aus [No90] verwendet. Für die πN -Wechselwirkung wurde die

pseudovektorielle Kopplung ($\sim \gamma_5 \gamma_\mu$) gewählt:

$$\mathcal{L}_{\pi NN} = -\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \bar{\psi}_N(x) \gamma_5 \gamma_\mu \vec{\tau} \psi_N(x) \cdot \partial^\mu \vec{\phi}(x) \quad (\text{C.18})$$

$$\mathcal{L}_{\gamma\pi\pi} = e \left\{ [\partial_\mu \phi(x)]^\dagger \times \phi(x) \right\}_3 A^\mu(x) \quad (\text{C.19})$$

$$\mathcal{L}_{\rho\pi\gamma} = \frac{g_{\rho\pi\gamma}}{m_\pi} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \partial^\alpha A^\beta(x) \vec{\phi}(x) \cdot \partial^\gamma \vec{\rho}^\delta(x) \quad (\text{C.20})$$

$$\mathcal{L}_{\rho NN} = f_{\rho NN} \bar{\psi}_N(x) \left(\gamma_\mu + \frac{\kappa_\rho}{2m_N} \sigma_{\mu\nu} \partial^\nu \right) \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}^\mu(x) \psi_N(x) \quad (\text{C.21})$$

$$\mathcal{L}_{\omega\pi\gamma} = \frac{g_{\omega\pi\gamma}}{m_\pi} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \partial^\alpha A^\beta(x) \phi_3 \partial^\gamma \omega^\delta(x) \quad (\text{C.22})$$

$$\mathcal{L}_{\omega NN} = f_{\omega NN} \bar{\psi}_N(x) \left(\gamma_\mu + \frac{\kappa_\omega}{2m_N} \sigma_{\mu\nu} \partial^\nu \right) \omega^\mu(x) \psi_N(x) \quad (\text{C.23})$$

$$\mathcal{L}_{\gamma NN} = e \bar{\psi} \frac{1 + \tau_3}{2} \gamma_\mu \psi A^\mu \quad (\text{C.24})$$

A^μ bezeichnet das Photonfeld, ϕ das Pionfeld, ψ_N das Nukleonfeld und ρ^μ und ω^μ die Vektormesonfelder. Für die Kopplungskonstanten werden in [Gu97] folgende Werte angegeben:

e	$\sqrt{4\pi/137}$
$f_{\pi NN}$	1.0
$g_{\rho\pi\gamma}$	0.103 e
$g_{\omega\pi\gamma}$	0.314 e
$f_{\rho NN}$	3.4
$f_{\omega NN}$	15
κ_ρ	6.1
κ_ω	≈ 0

Tabelle C.1: Kopplungskonstanten für die Photoproduktion von Pionen

$g_{\rho KK}$	2.63
$g_{\omega KK}$	8.61
$g_{K^* K \gamma}$	7.31
$g_{K^* K \omega}$	23.94

Tabelle C.2: Kopplungskonstanten für die Photoproduktion von Kaonen

Anhang D

Die Vektormesonen-Dominanz-Hypothese

Ein wesentlicher Aspekt der vorliegenden Arbeit ist die Wechselwirkung von Photonen mit hadronischer Materie. Schon lange bevor eine Eichfeldtheorie der starken Wechselwirkung entwickelt wurde konnte die Wechselwirkung von Photonen mit Hadronen recht erfolgreich beschrieben werden durch das sogenannte Vektormesonen-Dominanz-Modell (VMD) [Sa69, Oc97]. Motiviert wurde das VMD-Modell durch die offensichtlichen Gemeinsamkeiten photon- und hadron-induzierter Prozesse. Eine nähere Beschreibung findet sich in [Fa00, Ba78]. Das VMD-Modell basiert auf folgender Hypothese:

*Die Vektor**M**esonen-**D**ominanz-Hypothese:*

Die Wechselwirkung des Photons mit Hadronen findet ausschließlich über die bekannten Vektormesonen statt.

Die virtuellen Zwischenzustände des Photons können aus allen hadronischen oder leptonischen Fluktuationen bestehen, welche die erforderlichen Quantenzahlen des Photons besitzen ($J^{PC} = 1^{--}$). Die leichtesten Hadronen mit diesen Quantenzahlen sind die Vektormesonen ρ, ω und ϕ . Im einfachen VMD-Modell nimmt man an, daß die Wechselwirkung des Photons durch diese Vektormesonen dominiert wird. Die VMD-Hypothese entspricht somit der in Abbildung D.1 gezeigten Ersetzung der hadronischen Zwischenzustände des Photons durch virtuelle Zwischenzustände bestehend aus den drei leichten Vektormesonen.

Da das VMD-Modell auch heute noch von großer Bedeutung ist, hat man versucht eine Formulierung zu finden, die eine konsistente Verbindung des VMD-Modells mit der Quantenfeldtheorie der starken Wechselwirkung, der Quantenchromodynamik (QCD), herstellt [Oc97]. Dazu müssen in der Lagrangedichte dieser Feldtheorie zusätzliche Terme eingeführt werden, die das Photon über die Vektormesonen an hadronische Materie koppeln und welche Bewegungsgleichungen liefern,

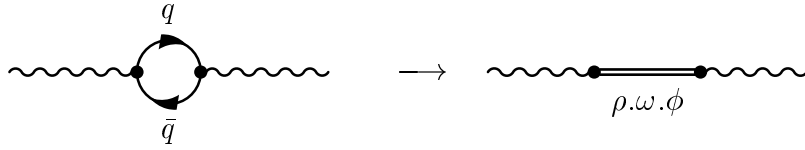


Abbildung D.1: Links: Vakuumperturbation des Photons in ein virtuelles Quark-Antiquark Paar, Rechts: Ersetzung der Vakuumperturbationen durch die leichten Vektormesonen

die denen des ursprünglichen VMD-Modells entsprechen. Eine mögliche Wahl ist die Lagrangedichte der strikten VMD, die auch als zweite Representation der VMD bekannt ist. Der relevante Teil der Lagrangedichte hat folgende Form:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\rho_{\mu\nu}\rho^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_\mu\rho^\mu - g\rho_\mu J^\mu \\ & - \frac{em_\rho^2}{g_\rho}\rho_\mu A^\mu + \frac{1}{2}\left(\frac{e}{g_\rho}\right)^2 m_\rho^2 A_\mu A^\mu. \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

Hierbei bezeichnet A_μ das Photonfeld, $F_{\mu\nu}$ den elektromagnetischen Feldtensor, ρ_μ das Vektormesonenfeld und J_μ den hadronischen Strom, an den das Vektormeson koppelt. Die Lagrangedichte enthält einen Term $\sim \rho_\mu A^\mu$, der das Photon an das Vektormesonenfeld koppelt und einen Term $\sim \rho_\mu J^\mu$, mit dem das Vektormeson an den hadronischen Strom koppelt, jedoch keinen Term, der das Photon direkt an die äußeren Hadronen koppelt ($\sim A_\mu J^\mu$).

Unter Vernachlässigung der Breite der Vektormesonen (*narrow width approximation*) ergibt sich aus dieser Kopplung des Photons an die Hadronen für die invariante Streuamplitude des Prozesses $\gamma X \rightarrow Y$ (X, Y : Hadronen)[Fa00]

$$\mathcal{M}_{\gamma X \rightarrow Y}(Q^2, s, t) = \sum_V \left(\frac{e}{g_V}\right) \frac{m_V^2}{Q^2 + m_V^2} \mathcal{M}_{V X \rightarrow Y}(s, t). \quad (\text{D.2})$$

Diese Gleichung ist schematisch in Abbildung (D.2) dargestellt. Der Faktor (e/g_V) m_V^2 ist der Vertexpfaktor des Photon-Vektormeson-Vertizes und $1/(Q^2 + m_V^2)$ ist der Propagator der als stabil genäherten hadronischen Fluktuation des Photons. Für photonukleare Prozesse (reelle Photonen) ist $Q^2 = 0$ und somit folgt für die Amplitude

$$\mathcal{M}_{\gamma X \rightarrow Y}(s, t) = \sum_V \left(\frac{e}{g_V}\right) \mathcal{M}_{V X \rightarrow Y}(s, t). \quad (\text{D.3})$$

Wenn Interferenzen zwischen den Beiträgen der einzelnen Vektormesonen vernachlässigt werden, können die Kopplungskonstanten g_V direkt aus dem Paarvernichtungsprozess $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow X$ bestimmt werden [Fa00]. Wir verwenden effektive Werte für die Kopplungskonstanten aus [Ba78](Tabelle D.1).

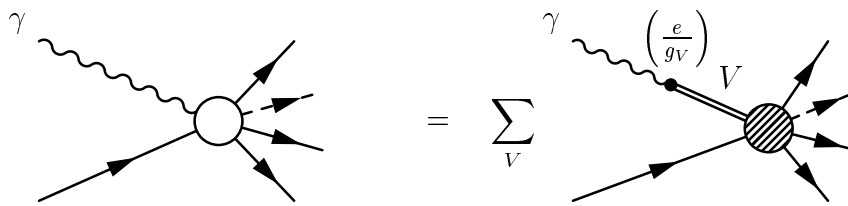


Abbildung D.2: Die Reaktion $\gamma + X \rightarrow Y$ in einfachen VMD-Bild

Prozesse, an denen hochvirtuelle Photonen beteiligt sind, wie z.B. tiefinelastische Elektronenstreuung, werden nur unzureichend durch das einfache VMD-Modell beschrieben. Hierzu werden erweiterte Vektormesonen-Dominanz-Modelle (GVD) benötigt, die auch schwerere hadronische Komponenten mit den Quantenzahlen des Photons berücksichtigen [Fa00].

Vektormeson	$g_V^2/4\pi$
ρ	2.20
ω	23.6
ϕ	18.4

Tabelle D.1: Effektive VMD Kopplungskonstanten aus [Ba78]

Anhang E

Der photonukleare Abschattungseffekt

E.1 Glauber-Vielfachstreuungs-Theorie

Das Glauber-Modell führt die Wechselwirkung hochenergetischer Teilchen mit Atomkernen auf die fundamentalen Zwei-Teilchen-Wechselwirkungen des Projektils mit einzelnen Nukleonen des Kerns zurück. Dabei wird angenommen, daß die Nukleonen gemäß einer festen Ortsraumverteilung angeordnet sind und nicht untereinander wechselwirken. Die Folgen einer jeden Zwei-Teilchen-Reaktion stellt man sich auf den Bereich direkt hinter dem Nukleon beschränkt vor. Um die wesentlichen Begriffe des Glauber-Formalismus einzuführen, beschränken wir uns zunächst auf den Fall der elastischen Projektil-Kern-Streuung. Für eine vollständige Einführung in das Thema verweisen wir auf [Fa00, Ba78, Ye71].

Unmittelbar hinter dem im Ursprung ruhenden Nukleon kann die Wellenfunktion des gestreuten Teilchens geschrieben werden als

$$\psi(k, z) \approx (1 - \Gamma(\vec{b})\theta(z))e^{ikz}, \quad (\text{E.1})$$

wobei k den Impuls des einlaufenden Teilchens und $\Gamma(\vec{b} = (x, y))$ die nukleonische Profilfunktion bezeichnen. Durch Fourier-Transformation erhält man aus der Profilfunktion die elastische Streuamplitude [Fa00]:

$$f(\vec{q}_T) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{i\vec{q}_T \vec{b}} \Gamma(\vec{b}), \quad (\text{E.2})$$

wobei \vec{q}_T den Transversalimpulsübertrag bezeichnet. Daraus erhält man den winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{el} = |f(\vec{q}_T)|^2. \quad (\text{E.3})$$

Der elastische Streuquerschnitt wird berechnet durch Integration über den Streuwinkel:

$$\sigma^{\text{el}} = \int d^2b |\Gamma(\vec{b})|^2. \quad (\text{E.4})$$

Der totale Wirkungsquerschnitt ist gegeben über das optische Theorem:

$$\sigma^{\text{tot}} = \frac{4\pi}{k} \text{Im} f(0). \quad (\text{E.5})$$

Nun wollen wir das Modell erweitern auf eine Ansammlung mehrerer Nukleonen. Jedes Nukleon, mit dem die einfallende Welle streut, modifiziert die Wellenfunktion durch einen Faktor

$$1 - \Gamma(\vec{b} - \vec{s}). \quad (\text{E.6})$$

Die Koordinate \vec{s} gibt die Position des jeweiligen Nukleons in der Ebene senkrecht zur einlaufenden Welle an. Durchläuft die Welle eine Ansammlung von A Nukleonen mit den Positionen $\{\vec{s}_i\}$, wird sie somit durch den Faktor

$$\Omega(\vec{b}) = 1 - \Gamma^A(\vec{b}, \vec{s}_i) = \prod_{i=1}^A [1 - \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_i)] \quad (\text{E.7})$$

modifiziert. Hierbei haben wir die Kern Profilfunktion Γ^A definiert. $\Omega(\vec{b})$ ist ein Operator, der auf den Anfangszustand des Kerns $|i\rangle$ wirkt. Das Matrixelement für die Anregung des Kerns in den Zustand $|f\rangle$ ist somit

$$\langle f | \Gamma^A(\vec{b}) | i \rangle = \delta_{fi} - \langle f | \prod_{i=1}^A [1 - \Gamma(\vec{b} - \vec{s}_i)] | i \rangle \quad (\text{E.8})$$

An dieser Stelle gehen zwei weitere Näherungen in das Modell ein. Die Nukleondichte $\rho_A(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A)$ nähern wir mit Hilfe des *independent particle model (IPM)*:

$$\rho(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A) \approx \prod_{i=1}^A \rho_1(\vec{r}_i). \quad (\text{E.9})$$

Die nukleonische Teilchenzahldichte definieren wir als

$$n(\vec{b}, z) := A \rho_1(\vec{b}, z). \quad (\text{E.10})$$

Um die auftretenden Integrale weiter zu vereinfachen, ersetzen wir

$$\rho_1(\vec{s}, z) \rightarrow \rho_1(\vec{b}, z). \quad (\text{E.11})$$

Diese Näherung kann gemacht werden, da sich die Kerndichte über den Schattenbereich eines einzelnen Nukleons nur wenig ändert. Mit diesen Näherungen können wir für (E.8) im Fall elastischer Streuung ($|f\rangle = |0\rangle$) schreiben

$$\langle 0|\Gamma^A(\vec{b})|0\rangle \approx 1 - \left[1 - \int dz \rho_1(\vec{b}, z) \int d^2 s \Gamma(\vec{s}) \right]^A. \quad (\text{E.12})$$

Wenn wir jetzt noch benutzen, daß $A \gg 1$, können wir den zweiten Term durch eine Exponentialfunktion nähern:

$$\langle 0|\Gamma^A(\vec{b})|0\rangle \approx 1 - \exp \left\{ - \int dz n(\vec{b}, z) \int d^2 s \Gamma(\vec{s}) \right\}. \quad (\text{E.13})$$

Wir benutzen das optische Theorem und (E.2) um zu schreiben:

$$\int d^2 s \Gamma(\vec{s}) = \frac{2\pi}{ik} f(0) \quad (\text{E.14})$$

$$f(0) = \frac{ik}{4\pi} \sigma^{\text{tot}} (1 - i\alpha) \quad (\text{E.15})$$

mit

$$\alpha = \frac{\text{Re} f(0)}{\text{Im} f(0)}.$$

Damit folgt der Grundzustandserwartungswert der Kern Profilfunktion:

$$\langle 0|\Gamma^A(\vec{b})|0\rangle \approx 1 - \exp \left\{ - \frac{\sigma}{2} (1 - i\alpha) \int_{-\infty}^{\infty} dz n(\vec{b}, z) \right\}. \quad (\text{E.16})$$

E.2 Der Abschattungseffekt im Glauber-Modell

Berechnen wir in dem vorher beschriebenen Modell die Reaktion eines Photons mit einem Atomkern in erster Ordnung der elektromagnetischen Kopplung α_{em} (Reaktion mit nur einem Nukleon des Kerns), erhalten wir als Ergebnis das A -fache des nukleonischen Wirkungsquerschnittes. In gleicher Ordnung in α_{em} besteht jedoch auch die Möglichkeit, daß das Photon in einer ersten Reaktion zunächst ein Hadron produziert, welches in einer zweiten Wechselwirkung mit einem Nukleon des Kerns das entsprechende Teilchen des Endzustandes produziert.

Machen wir für die erste Photon-Nukleon-Reaktion ($\gamma + N_1 \rightarrow \text{Hadron} + N_2$) Gebrauch von der Vektormesonen-Dominanz-Hypothese, können wir die hadronischen Zwischenzustände in einer Diagonalnäherung [Fa00] ersetzen durch die

drei leichten Vektormesonen ($\gamma + N_1 \rightarrow \{\rho, \omega, \phi\} + N_2$). Die totale Photon-Kern-Amplitude besteht somit aus zwei Beiträgen: der direkten Photon-Nukleon-Amplitude und der indirekten Amplitude, bei der das Photon an einem Nukleon zunächst ein Vektormeson produziert, welches anschließend in einer zweiten Reaktion die Teilchen des Endzustandes erzeugt. Durch die Interferenz dieser beiden Amplituden kommt es zur Abschattung des einlaufenden Photons. Für eine ausführliche Diskussion siehe [Fa00].

E.2.1 Nukleare Photoabsorption

Für die Absorption reeller Photonen an Kernen berechnen wir im Glauber-Modell die Compton-Vorwärtsstreuamplitude, die mittels des optischen Theorems (2.41) mit dem totalen Wirkungsquerschnitt in Verbindung gebracht wird. Im einfachen Vektormesonen-Dominanz-Bild gibt es wiederum zwei Beiträge zur Vorwärtsstreuamplitude: Streuung des Photons an einem einzelnen Nukleon und Photoproduktion eines Vektormesons an einem Nukleon gefolgt von dem inversen Prozess an einem anderen Nukleon. Die resultierende Kern-Profilfunktion hat folgende Form [Fa00]:

$$\begin{aligned} \langle 0 | \Gamma_\gamma^A(\vec{b}) | 0 \rangle &= \sum_i^A \langle 0 | \Gamma_\gamma(\vec{b} - \vec{s}_i) | 0 \rangle - \sum_V \sum_{i,k}^A \langle 0 | \Gamma_{\gamma V}(\vec{b} - \vec{s}_i) e^{-ik_V(z_i - z_k)} \times \\ &\times \prod_{i \neq j, k}^A \left[1 - \theta(z_j - z_k) \theta(z_i - z_j) \Gamma_V(\vec{b} - \vec{s}_j) \right] \times \\ &\times \Gamma_{\gamma V}(\vec{b} - \vec{s}_k) | 0 \rangle \quad k_V = E_\gamma - \sqrt{E_\gamma^2 - m_V^2}. \end{aligned} \quad (\text{E.17})$$

Den totalen Wirkungsquerschnitt erhalten wir über das optische Theorem (E.5):

$$\sigma_{\gamma A} = 2\mathcal{R}e \left\{ \int d^2b \langle 0 | \Gamma_\gamma^A(\vec{b}) | 0 \rangle \right\} \quad (\text{E.18})$$

Daraus resultiert schließlich der totale Photon-Kern-Wirkungsquerschnitt nach Gleichung (6.17).

E.2.2 Inkohärente Photoproduktion

Im Fall der inkohärenten Photoproduktion ist der Kern nach der Reaktion in einen Zustand $|f\rangle \neq |0\rangle$ angeregt. Wir müssen für die Berechnung der Übergangsamplitude das Matrixelement der Kern-Profilfunktion

$$\langle f | \Gamma_\gamma^A(\vec{b}) | 0 \rangle \quad (\text{E.19})$$

benutzen. Um den winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitt zu erhalten, müssen wir das Matrixelement zunächst Fourier-transformieren (E.2) und anschließend quadrieren. Wir erhalten [Re99, Ye71]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{inc}} &= k^2 \sum_f \int \frac{d^2b}{2\pi} \frac{d^2b'}{2\pi} e^{i\vec{q}_T(\vec{b}'-\vec{b})} \langle 0 | \Gamma_{m\gamma}^A *(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) | f \rangle \langle f | \Gamma_{m\gamma}^A(\vec{b}', \{\vec{r}_i\}) | 0 \rangle \\ &= \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int d^2b d^2b' e^{i\vec{q}_T(\vec{b}'-\vec{b})} \langle 0 | \Gamma_{m\gamma}^A *(\vec{b}, \{\vec{r}_i\}) \Gamma_{m\gamma}^A(\vec{b}', \{\vec{r}_i\}) | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (\text{E.20})$$

wobei $\Gamma_{m\gamma}^A(\vec{b}, \{\vec{r}_i\})$ die nukleare Profifunktion für die Photoproduktion des Mesons m bezeichnet. Im zweiten Schritt haben wir angenommen, daß die Energie des Projektils hoch genug ist, um einerseits die Anregungsenergie in den Zustand $|f\rangle$ zu vernachlässigen, und andererseits alle relevanten nuklearen Zustände anzuregen. Das erlaubt uns die Benutzung der Vollständigkeitsrelation (2.3), um die Summe über die Endzustände auszuführen:

$$\sum_f |f\rangle \langle f| = 1. \quad (\text{E.21})$$

Aus Formel (E.20) erhalten wir den sogenannten inklusiven Wirkungsquerschnitt. Um den inkohärenten Querschnitt zu berechnen, muss der kohärente Wirkungsquerschnitt subtrahiert werden:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{incoherent}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{inclusiv}} - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{coherent}}. \quad (\text{E.22})$$

E.2.3 Photoproduktion pseudoskalarer Mesonen

Die nukleare Profifunktion für die inkohärente Photoproduktion eines skalaren Mesons besteht aus den in folgender Abbildung gezeigten Beiträgen:

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto \left| \begin{array}{c} \text{wavy line} \rightarrow \star \rightarrow \text{arrow} \\ + \sum_V \text{wavy line} \rightarrow \bullet \xrightarrow{V} \star \rightarrow \text{arrow} \end{array} \right|^2$$

Bei dem direkten Prozeß wird das entsprechende Meson in einer inkohärenten Reaktion an dem Nukleon mit der Position z (Bezeichnung entsprechend Formel (E.24)) produziert. Bei dem indirekten Prozeß wird zunächst an dem Nukleon mit der Position z'' ein Vektormeson kohärent produziert, welches anschließend

kohärent durch den Kern streut und schließlich in einer inkohärenten Wechselwirkung mit dem Nukleon an der Position z das Meson produziert. Das produzierte Meson kann in ausschließlich kohärenten Wechselwirkungen auf seinem Weg aus dem Kern absorbiert werden. Inkohärente Mehrfachstreuprozesse werden vernachlässigt (vgl.[Fa00]).

Der vollständige Übergangsoperator für die Photoproduktion eines skalaren Mesons hat folgende Form:

$$\begin{aligned} \Gamma_{m\gamma}^A(\vec{b}, \vec{s}) = & \sum_i \left[\prod_{j \neq i} \left(1 - \Gamma_m(\vec{b} - \vec{s}_j) \theta(z_j - z_i) \right) \right] \Gamma_{m\gamma}(\vec{b} - \vec{s}_i) \exp(ik_m z_i) + \\ & - \sum_V \sum_{i,j} \Gamma_{mV}(\vec{b} - \vec{s}_i) \Gamma_{V\gamma}(\vec{b} - \vec{s}_j) \exp(ik_m z_i) \exp(ik_V(z_j - z_i)) \theta(z_i - z_j) \times \\ & \prod_{k \neq i,j} \left[(1 - \Gamma_m(\vec{b} - \vec{s}_k) \theta(z_k - z_i) - \Gamma_V(\vec{b} - \vec{s}_k) \theta(z_i - z_k) \theta(z_k - z_j)) \right] \end{aligned} \quad (\text{E.23})$$

mit

$$k_m = k - \sqrt{k^2 - m_m^2} \quad \text{und} \quad k_V = k - \sqrt{k^2 - m_V^2}.$$

In [Ye71, Ba78] wurde mit einigen Näherungen aus (E.20) und (E.23) folgende Formel für die inkohärente Photoproduktion am Kern hergeleitet:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{\text{ink}}}{dt}(\gamma A \rightarrow mA') &= \int_{-\infty}^{\infty} d^2b dz n_m(\vec{b}, z) \exp \left\{ -\sigma_m \int_z^{\infty} n(\vec{b}, z') dz' \right\} \times \quad (\text{E.24}) \\ &\times \left| T_{\gamma m}(t) - \sum_V \frac{e}{g_V} T_{Vm}(t) \int_{-\infty}^z dz'' n(\vec{b}, z'') \frac{\sigma_V}{2} (1 - i\alpha_V) \times \right. \\ &\left. \exp(ik_V(z - z'')) \exp \left\{ -\frac{\sigma_V}{2} (1 - i\alpha_V) \int_{z''}^z dz''' n(\vec{b}, z''') \right\} \right|^2. \end{aligned}$$

σ_V bezeichnet den totalen Vektormeson-Nukleon-Wirkungsquerschnitt und α_V das Verhältnis von Real- zu Imaginärteil der entsprechenden Amplitude. σ_m ist der totale Meson-Nukleon-Querschnitt des produzierten Mesons. Die verwendeten Parametrisierungen sind in Kapitel (4.4) angegeben. $n_m(\vec{b}, z)$ bezeichnet die Dichte der an dem jeweiligen Prozess beteiligten Nukleonen (z.B. für die Reaktion $\gamma + A \rightarrow \pi^+ + X$ ist $n_m(\vec{b}, z) = Z/A \cdot n(\vec{b}, z)$). Die effektiven VMD-Kopplungen der Vektormesonen finden sich in Tabelle (D.1).

Literaturverzeichnis

- [AB68] ABBHHM collaboration,
Photoproduction of mesons and baryon resonances at energies up to 5.8 GeV
Phys. Rev. **175**(1968), 1669.
- [An00] E.Anciant et al.,
Photoproduction of $\phi(1020)$ Mesons on the proton at large momentum transfer
[hep-ex 0006022]
- [An70] R.Anderson,
High energy π^0 photoproduction from hydrogen with unpolarized and linearly polarized photons
Phys.Rev. **D1**(1970), 27., Phys.Rev. **D4**(1971), 1937.
- [Ba73] J.Ballam et al.,
Vector meson photoproduction by polarized photons at 2.8 GeV, 4.7 GeV and 9.3 GeV
Phys. Rev. **D7**(1973), 3150.
- [Ba83] D.P.Barber,
A study of elastic photoproduction of low mass K^+K^- pairs from hydrogen in the energy range 2.8 GeV to 4.8 GeV
Z.Phys. **C12**(1982), 1.
- [Ba78] T.H.Bauer, R.D.Spital, D.R.Yennie, F.M.Pipkin,
Hadronic properties of the photon
Rev. of Mod. Phys. **50**(1978), 261.
- [Be78] H.J.Behrend,
Elastic and inelastic ϕ photoproduction
Nucl.Phys.**B144**(1978), 22.
- [Bs74] H.J.Besch,
Photoproduction of phi mesons on protons at 2.0 GeV
Nucl.Phys. **B70**(1974), 257.

- [BD] J.D.Bjorken, S.D.Drell,
Relativistische Quantenmechanik
B.I.Wissenschaftsverlag, Mannheim/Leipzig/Wien/Zürich, 1990,
Relativistische Quantenfeldtheorie
B.I.Wissenschaftsverlag, Mannheim/Leipzig/Wien/Zürich, 1993.
- [Bo68] A.M.Boyarski et al.,
5 GeV to 16 GeV single π^+ photoproduction from hydrogen
Phys.Rev.Lett. **20**(1968), 300.
- [Bo69] A.M.Boyarski et al.,
Photoproduction of $K^+\Lambda$ and $K^+\Sigma^0$ from hydrogen from 5 GeV to 16 GeV
Phys.Rev.Lett **22**(1969), 1131.
- [By69] A.M.Boyarski et al.,
Single π^+ and K^+ photoproduktion from complex nuclei at 8 GeV and 16 GeV
Phys.Rev.Lett. **23**(1969), 1343.
- [Br] I.N.Bronstein, K.A.Semendjajew, G.Musiol, H.Mühlig,
Taschenbuch der Mathematik
Verlag Harry Deutsch, Frankfurt a.M., 1995
- [Br91] G.E.Brown, M.Rho,
Scaling effective lagrangians in a dense medium
Phys.Rev.Lett. **66**(1991), 2720.
- [Bu89] J.Busenitz et al.,
Elastic ϕ photoproduction on hydrogen between 35 and 165 GeV and on deuterium between 45 and 85 GeV
Phys. Rev. **D40**(1989), 1.
- [Co] P.D.B.Collins,
An introduction to regge theory and high energy physics
Cambridge University Press 1977
- [Ma] P.D.B.Collins, A.D.Martin,
Hadron interactions
Adam Hilger Book Company Ltd.,Bristol (1984)
- [Do92] A.Donnachie, P.V.Landshoff,
Total cross-sections
Phys.Lett. **B296**(1992), 227.

- [Do00] A.Donnachie, P.V.Landshoff,
Exclusive vector photoproduction: confirmation of regge theory
Phys.Lett. **B478**(2000), 146.
- [Ef99] M.Effenberger,
Eigenschaften von Hadronen in Kernmaterie in einem vereinheitlichten Transportmodell
Doktorarbeit, Institut für Theoretische Physik I, Universität Giessen, 1999
- [Ef00] M.Effenberger,
Structure of the BUU code
Institut für Theoretische Physik I, Universität Gießen, 2000
- [Eb00] M.Effenberger, U.Mosel,
Photoproduction of mesons in nuclei at GeV energies
Phys.Rev.**C62**, 014605, 2000
- [Eb99] M.Effenberger, E.Bratkovskaya, U.Mosel,
 e^+e^- -pair production from γA -reactions
Phys.Rev. **C60**(1999), 44616
- [Eg99] M.Effenberger, U.Mosel,
Off-shell-effects on particle production
Phys.Rev. **C60**(1999), 51901
- [Ef96] M.Effenberger,
Gammaabsorption an Kernen
Diplomarbeit, Institut für Theoretische Physik I, Universität Gießen, 1996
- [En00] H.En'yo et al.,
Study of chiral property of nuclear matter through measurements of ϕ meson decays
Nucl.Phys. **A670**(2000), 182.
- [Fa00] T.Falter,
Der Abschattungseffekt im nuklearen Photoabsorptionsquerschnitt
Diplomarbeit, Institut für Theoretische Physik I, Universität Giessen, 2000
- [Fa] T.Falter,
Persönliche Mitteilung
- [Fu01] M.Fujiwara,
Photonuclear reactions at SPring-8
Nucl.Phys.News **11**(2001), 1, 28.

- [Ga] S.Gasiorowicz,
Elementarteilchenphysik
BI Wissenschaftsverlag Mannheim/Wien/Zürich 1975
- [Go97] Y.S.Golubeva, L.A.Kondratyuk, W.Cassing,
Medium effects in the production and decay of vector mesons in pion-nucleus reactions
[nucl-th 9710071]
- [Go69] K.Gottfried, D.R.Yennie,
Vector mesons and nuclear physics
Phys.Rev.**181**(1969), 1595.
- [Gr89] W.Greiner,
Theoretische Physik, Band 2: Mechanik Teil 2
Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 1989
- [Gu97] M.Guidal, J.M.Laget, M.Vanderhaeghen,
Pion und kaon photoproduction at high energies: forward and intermediate angles
Nucl.Phys. **A627**(1997), 645.
- [Gi97] M.Guidal, J.M.Laget, M.Vanderhaeghen,
Photo- and electroproduction of pseudoscalar mesons at high energies
Proceedings of the Conference on Perspectives in Hadron Physics, Trieste, Italien, 12-16 Mai 1997, [DAPNIA/SPhN-97-43]
- [Ha92] T.Hatsuda, S.H.Lee,
QCD sum rules for vector mesons in nuclear medium
Phys.Rev. **C46**(1992), 34.
- [Ho94] A.Hombach,
Photoproduktion von Pionen und Eta Mesonen an Kernen
Diplomarbeit, Institut für Theoretische Physik I, Universität Gießen, 1994
- [MTK00] M.T.Keil,
Kaoninduzierte Reaktionen am Nukleon
Diplomarbeit, Institut für Theoretische Physik I, Universität Giessen, 2000
- [Kl97] F.Klingl, T.Waas, W.Weise,
Modification of the ϕ spectrum in nuclear matter
Phys.Lett.**B431**(1998), 254.

- [Ko01] N.I.Kochelev, V.Vento,
Evidence for the axial ghost pole in ϕ meson electromagnetic production at large momentum transfers
[hep-ph/0104070]
- [La00] J.M. Laget,
Photoproduction of vector mesons at large transfer
[hep-ph/0003213]
- [Le99] J.Lehr,
Elektroproduktion von Mesonen an Kernen
Diplomarbeit, Institut für Theoretische Physik I, Universität Giessen, 1999
- [Le01] J.Lehr, U.Mosel,
In-medium broadening of nucleon resonances
[nucl-th/0105054]
- [Na01] T.Nakano et al.,
Multi-GeV laser-electron photon project at SPring-8
Nucl.Phys. **A684**(2001), 71.
- [No90] S.Nozawa, B.Blankleider, T.S.H.Lee,
Pion photoproduction on the nucleon
Nucl.Phys. **A513**(1990), 493.
- [Oc97] H.B.O'Connell, B.C.Pierce, A.W.Thomas, A.G.Williams,
Rho-omega mixing, vector meson dominance and the pion form factor
Prog.Nucl.Part.Phys. **39**(1997)
- [Os00] E.Oset, M.J.Vacas, H.Toki, A.Ramos,
Test of ϕ renormalization in nuclei through ϕ photoproduction
[nucl-th 0011019]
- [Oe00] E.Oset, A.Ramos,
 ϕ decay in nuclei
[nucl-th 0005046]
- [PDG] Particle Data Group,
Review of particle physics
Eur.Phys.Journal **C15**, 2000
- [Pe97] G.Penner,
Elektroproduktion von Pionen und pioninduzierte Dileptonenerzeugung am Nukleon
Diplomarbeit, Institut für Theoretische Physik I, Universität Giessen, 1997

- [PS] M.E.Peskin, D.V.Schroeder,
An introduction to quantum field theory
Addison-Wesley Publishing Company, Second Printing, 1996
- [Po98] M.Post,
Vektormesonen in Kernmaterie - Eigenschaften und Observable
Diplomarbeit, Institut für theoretische Physik I, Universität Giessen, 1998
- [Po99] M.Post,
Coherent photoproduction of dileptons on light nuclei - a new means to learn about vector mesons,
[nucl-th/9903002]
- [Po01] M.Post,
Persönliche Mitteilung
- [PR] B.Povh, K.Rith, C.Scholz, F.Zetsche,
Teilchen und Kerne
Springer 1997
- [Re59] T.Regge,
Introduction to complex orbital momenta
Nuovo Cim. **14**(1959), 951.
- [Re99] T.Renk,
Coherence length effects in diffractive ρ -meson production on nuclei
Diplom Arbeit, TU München, Prof.Dr. W.Weise, 1999
- [RR] J.R.Rorshaw, D.A.Ross,
Quantum chromodynamics and the pomeron
Cambridge University Press 1997
- [Sa69] J.J.Sakurai,
Currents and mesons
University of Chicago Press, Chicago 1969
- [Si96] A.Sibirtsev, W.Cassing, U.Mosel,
Heavy meson production in proton-nucleus reactions with empirical spectral functions
Z.Phys. **A358**(1997), 357.
- [WS99] W.Scheid,
Quantentheorie 1+2
Skript zur Vorlesung 1998/1999, eigene Mitschrift

- [Te97] S.Teis,
Transporttheoretische Beschreibung von relativistischen Schwerionenkollisionen bei SIS Energien
Dissertation, Institut für Theoretische Physik I, Universität Gießen, 1997
- [Wi98] Robert A.Williams,
 ϕ photoproduction near threshold with Okubo-Zweig-Iizuka evading ϕNN interactions
Phys.Rev.**C57**(1998), 223.
- [Ye71] D.R.Yennie,
Hadronic interactions of electrons and photons
edited by J.Cummings, H.Osborn, Academic New York/London 1971
- [Za01] Q.Zhao, B.Saghai, J.S.Al-Khalili,
Non-diffractive mechanisms in the ϕ meson photoproduction on nucleons
[nucl-th/0102025]

Danksagung

In erster Linie gilt mein Dank Herrn Professor Dr. Ulrich Mosel für die Aufnahme in das Institut und die interessante Themenstellung. Sein stetes Interesse und seine vielen Anregungen trugen wesentlich zum Fortgang dieser Arbeit bei.

Ein besonderer Dank gilt Dr.habil. Carsten Greiner für viele produktive Hinweise und die zahlreichen Diskussionen, ohne die ein Gelingen dieser Arbeit kaum möglich gewesen wäre. Desweiteren danke ich Jürgen Lehr für die geduldige Beantwortung sämtlicher Fragen, insbesondere im Hinblick auf den Umgang mit dem BUU-Code. Außerdem gilt mein Dank Markus Post für zahlreiche Vorschläge und Hilfestellungen sowie Thomas Falter für die stets kompetente Beantwortung physikalischer Fragen.

Für die gründliche Durchsicht und Korrektur dieses Manuskripts gilt mein besonderer Dank ebenfalls Thomas Falter, Jürgen Lehr, Markus Post und Carsten Greiner.

Allen Mitgliedern des Instituts danke ich für die angenehme Arbeitsatmosphäre, insbesondere meinem Zimmerkollegen Frank Frömel, der sich vor allem bei Computerproblemen stets als hilfsbereiter Ansprechpartner erwiesen hat und auch als Mitorganisator zahlreicher Institutsveranstaltungen wertvolle Arbeit geleistet hat.

Ausserdem danke ich Elke Jung, die bei sämtlichen Problemen bürokratischer Natur stets hilfreich zur Seite stand.

Schließlich gilt ein besonderer Dank meiner gesamten Familie für ihre Unterstützung während meiner gesamten Studienzeit.

Ich versichere, daß ich die vorliegende Arbeit selbsttätig verfasst habe, ohne andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet zu haben.