

IV. Elektrizität und Magnetismus

IV.2. Elektrische Ströme

Elektrischer Strom

- Ein **elektrischer Strom** fließt, wenn sich Ladungsträger in einer Vorzugsrichtung bewegen.
- Der Strom I durch eine Fläche ist die Summe der Ladungen Q_i der Ladungsträger, die die Fläche in der Zeit t passieren; d.h. **Strom = zeitliche Änderung der Ladung**

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

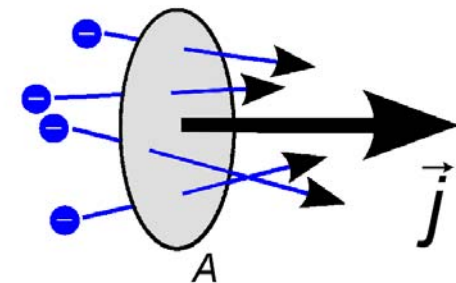
Einheit $[I] = 1 \text{ Ampère (Definition später)} = 1 \text{ C} \cdot \text{s}^{-1}$

Elektrische Stromdichte $\vec{j}$ ist gleich dem Strom I durch eine Fläche A , geteilt durch die Fläche A .
Die Stromdichte ist ein Vektor. Die Richtung von $\vec{j}$ ist senkrecht zur durchströmten Fläche

Konvention: die **technische Stromrichtung** ist die Richtung der positiven Ladungsträger; Elektronen (negativ geladen) bewegen sich entgegen der Stromrichtung.



André Ampère
1775 - 1836

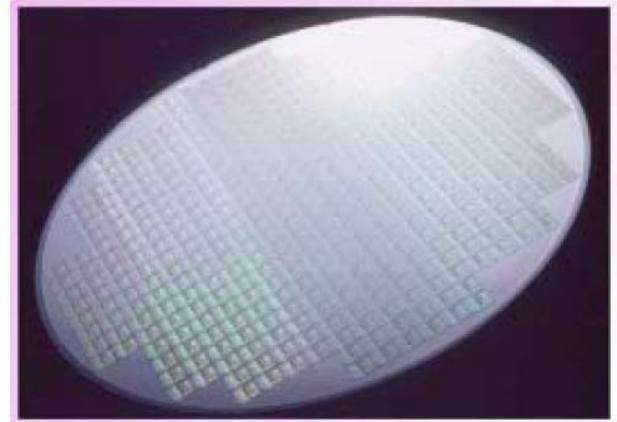


Elektrischer Strom in Materie

Elektrische Strom
kann fließen in



metallischen Kabeln



Halbleitern



Flüssigkeiten



Plasmen



Elektronenröhre
(Vakuum)

Voraussetzungen für Stromfluss

- damit ein elektrischer Strom fließen kann, benötigen wir:
 1. **bewegliche Ladungsträger** (Elektronen, Ionen = Atome, mit einer Elektronenzahl $\neq$ Kernladungszahl Z)
 2. einen Weg (Leiter) auf dem sie sich bewegen können
 3. einen **Potenzialunterschied**, der die Ladungen antreibt mit der Kraft $F = q \cdot E = q \cdot \frac{d\Phi}{dx}$

Merkwürdig ! ?

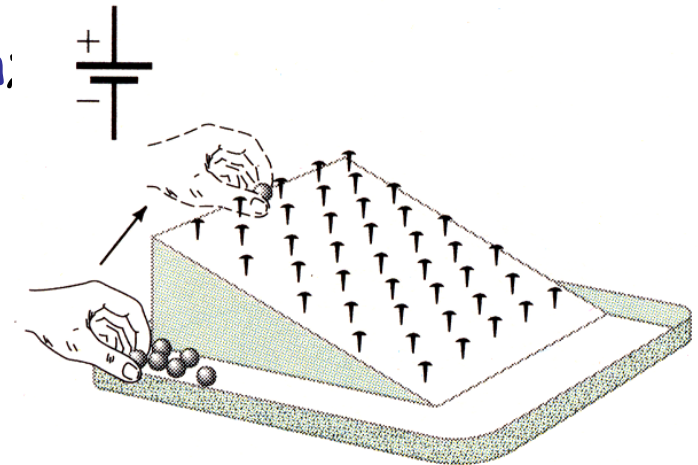
Bei konstantem Feld, konstanter Kraft $\rightarrow$ beschleunigte Bewegung;
Ladungen müssten immer schneller werden $\rightarrow$ Stromstärke steigen

Stromleitung in Metallen durch Elektronen:

Elektronen stoßen ständig mit Ionen des Kristallgitters zusammen; („Reibung“)

$\Rightarrow$ Aufheizen des elektrischen Leiters

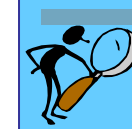
es stellt sich eine konstante
Driftgeschwindigkeit ein
($\approx 0,01$ mm/s; sehr langsam !!)



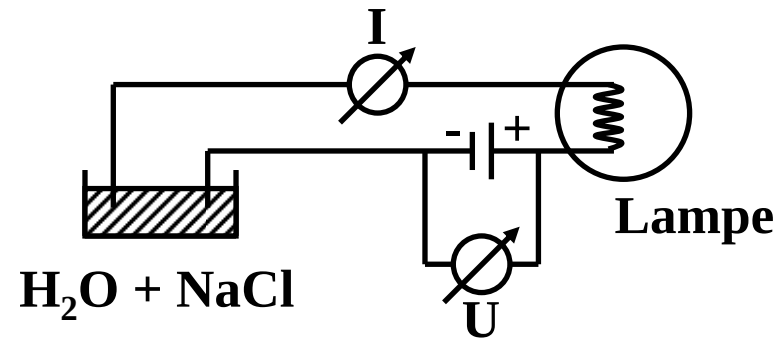
mechanisches Analogon

Ladungstransport in Flüssigkeiten:

in destilliertem Wasser kein Ladungstransport, da keine Ladungsträger vorhanden.



elektrische
Leitung durch
Dissoziation



wenn Salz in Wasser gestreut wird, leuchtet die Lampe: **Dissoziation** $\text{NaCl} \rightarrow \text{Na}^+ \text{Cl}^-$

Bewegung von Ladungsträgern: Na^+ , Cl^- ;
Nachweis des Stroms durch Amperemeter

Dissoziation $\text{NaCl} \rightarrow \text{Na}^+ \text{Cl}^-$ erfolgt weil Coulombkraft zwischen den Na^+ und Cl^- Ionen im NaCl - Kristallgitter um $\epsilon_{\text{Wasser}} \approx 80$ reduziert wird:

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

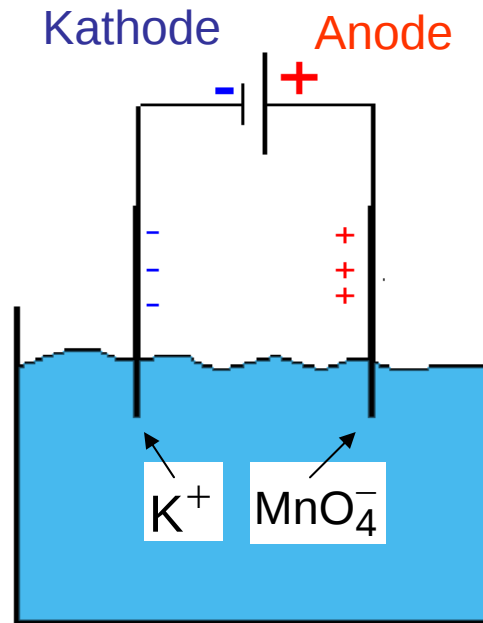
Anlagerung von Wassermolekülen

Ladungstransport in Flüssigkeiten:

Ladungstransport in Flüssigkeiten sichtbar gemacht:

Kaliumpermanganatlösung: $\text{KMnO}_4 \Rightarrow \text{K}^+ + \text{MnO}_4^-$

(MnO_4^- Träger der violetten Farbe)

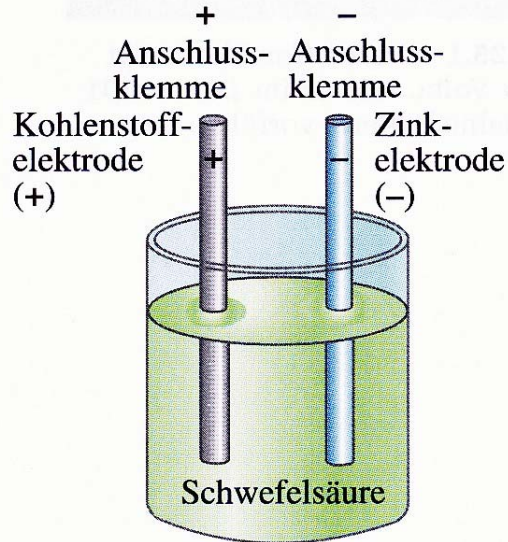


Ladungstransport
 $\text{KMnO}_4 \Rightarrow \text{K}^+ + \text{MnO}_4^-$

- Ladungstransport mit Massentransport verbunden
 - negativ geladene Anionen MnO_4^- wandern zur positive Anode
 - positiv geladene Kationen K^+ wandern zur negativen Kathode

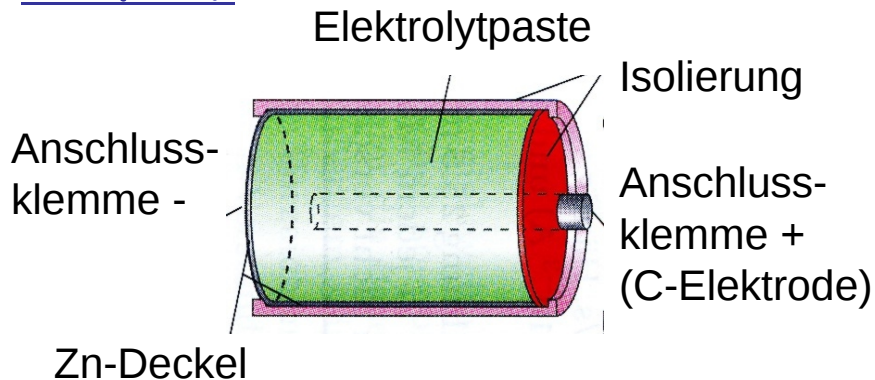
Batterie

- **Umwandlung chemischer in elektrische Energie:**
- System aus zwei Elektroden aus verschiedenen Metallen (z.B. C, Zn) und einem Elektrolyten (z.B. schweflige Säure)



- Säure reagiert mit Zn-Elektrode. Zn wird herausgelöst. Jedes herausgelöste Zn – Atom hinterlässt 2 Elektronen an **Zn Elektrode** (dadurch **negativ aufgeladen**) und geht als Zn^{2+} - Ion in den Elektrolyten. Dadurch wird Elektrolyt positiv aufgeladen. Zum Ausgleich werden C-Elektrode 2 Elektronen entzogen $\Rightarrow$ **C-Elektrode positiv aufgeladen**

Bauform:



$\Rightarrow$ **Spannungsdifferenz zwischen beiden Elektroden**

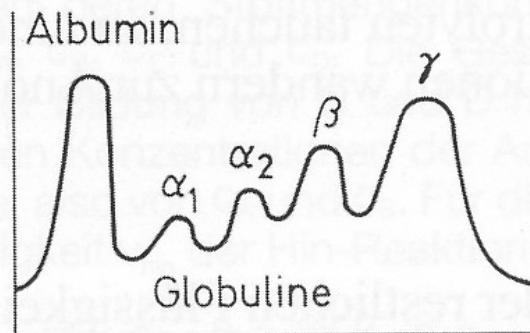
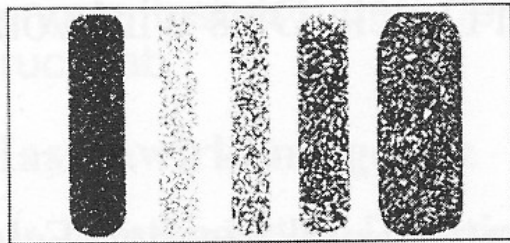
Die Ladungskapazität einer Batterie wird in Ampere·Stunden angegeben

$$1\text{A} \cdot 1\text{h} = 1 \frac{\text{C}}{\text{s}} \cdot 3600\text{s} = 3600\text{C}$$

Elektrophorese

Zur Analyse von Stoffen, z.B. Blutplasma, kann man die unterschiedliche Wanderungsgeschwindigkeit verschiedener Ionen oder auch kolloid-disperser Teilchen ausnutzen:

1. Tränken von Fließpapier mit der zu untersuchenden Flüssigkeit
2. Auflegen zweier Elektroden und Anschluss an Spannungsquelle
3. Im resultierenden elektrischen Feld wandern die verschiedenen Teilchensorten je nach ihrer Größe und Ladung in vorgegebener Zeit unterschiedliche Strecken



⇒ Dichteverteilung des Materials
(gegebenenfalls Anfärbung
für photometrische Ausmessung)

Das Ohm'sche Gesetz

- die Stromstärke in einem Drahtstück ist proportional zur Potenzialdifferenz $I \sim U$; $I = G \cdot U$

die Proportionalitätskonstante G heißt **Leitwert**

der Kehrwert des Leitwerts ist der **elektrische Widerstand R**

$$I = \frac{U}{R}$$

Einheit des Widerstands: **Ohm**: $1\Omega = \frac{1V}{1A}$

Einheit des Leitwerts: **Siemens**: $1S = \frac{1A}{1V}$



Georg Simon Ohm
1787 - 1854



Werner von Siemens
1816 - 1892

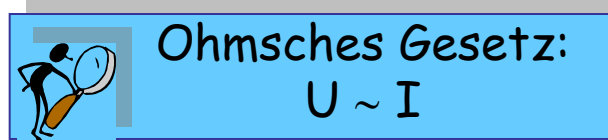
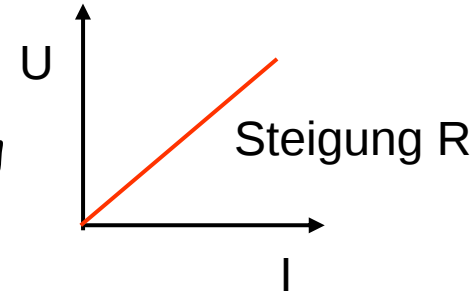
Ohm'sches Gesetz; spezifischer Widerstand

- Äquivalente Formulierung des Ohmschen Gesetzes:

$$U = I \cdot R$$

Der Spannungsabfall U an einem Widerstand R ist proportional zur Stromstärke I

- Das Ohmsche Gesetz ist kein fundamentales Naturgesetz, sondern eine empirische Beschreibung (von der es auch Abweichungen gibt)



- Der elektrische Widerstand ist abhängig von **Material**, **Drahtlänge l** und **Querschnitt A**

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

ρ = spezifischer Widerstand (materialabhängig)

Einheit: $[\rho] = \Omega \cdot \text{m}$

Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit

- Die Schwingungen der Ionen im Kristallgitter stören die Bewegung der Elektronen. Dadurch steigt der elektrische Widerstand in Metallen mit der Temperatur an.

Gegenüber einem Widerstand R_0 bei einer Bezugstemperatur (meistens 0°C) steigt der Widerstand um ΔR an:

bei Temperatur t gilt: $R_t = R_0 + \Delta R = R_0 \cdot \left(1 + \frac{\Delta R}{R_0}\right) = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)$

- Supraleitung**

Einige Metalle zeigen bei Temperaturen von wenigen Kelvin einen plötzlichen Widerstandsabfall

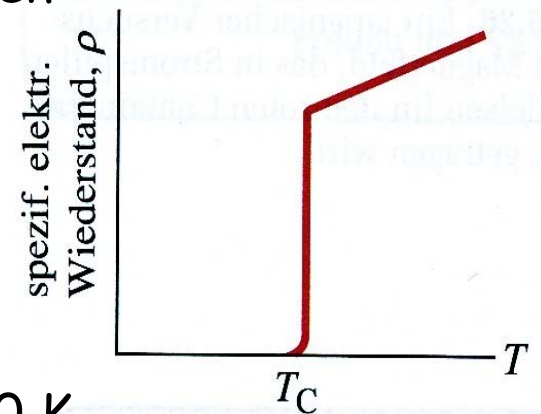
⇒ **Supraleitung** (quantenmechanischer Effekt)

Sprungtemperatur: Pb 7,2 K

In 3,4 K

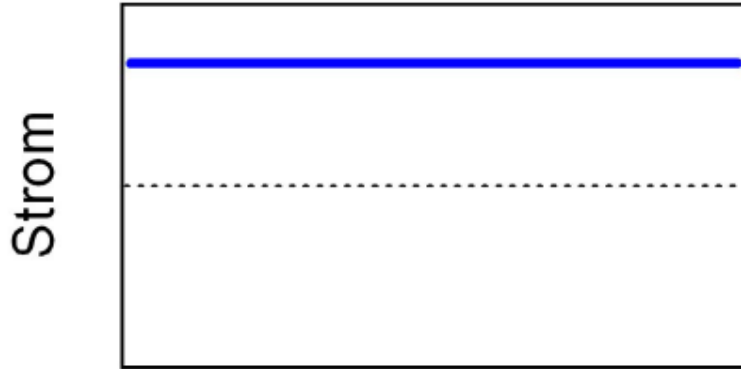
Bestimmte Mischungen von Metalloxiden zeigen Supraleitung bereits bei Temperaturen von ca 250 K.

Supraleitung wichtig für Erzeugung von Magnetfeldern für Kernspintomographie (später); Messung von Hirnströmen



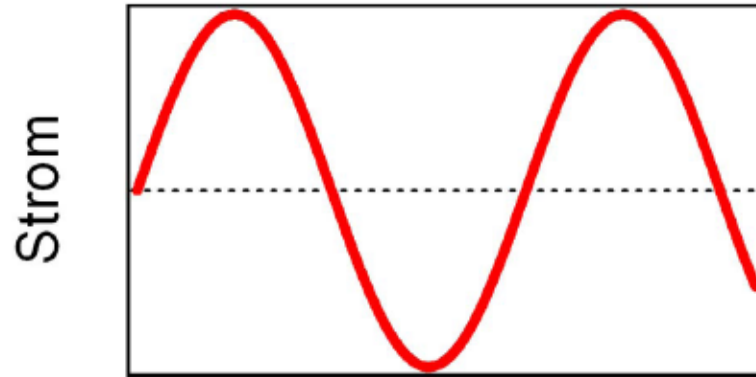
Gleichstrom und Wechselstrom

Gleichstrom (directed current DC) hat immer die gleiche Richtung



Zeit

Wechselstrom (alternating current AC) wechselt ständig die Richtung; die Stromstärke ändert sich sinusförmig mit der Zeit t



Zeit

- bei Wechselstrom und Wechselspannung definiert man Effektivwerte I_{eff} und U_{eff} so, dass wieder gilt:

$$U_{\text{eff}} = I_{\text{eff}} \cdot R$$

zwischen den Kontakten der Steckdosen in Deutschland liegt eine Wechselspannung der Frequenz 50 s^{-1} und $U_{\text{eff}} = 230 \text{ V}$ an



Elektrische Leistung

• Elektrische Leistung

= beförderte Ladungsmenge pro Zeiteinheit * Potenzialunterschied

= Strom * Spannung

$$P = \frac{Q}{t} \cdot \Delta\varphi = I \cdot U$$

Einheit [P] = 1 Watt = 1 A · 1 V

Für Wechselstrom: $P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$

Beispiel:

Wieviele Heizlüfter mit einer Leistungsaufnahme von 1,5 kW kann man an eine Steckdose maximal anschließen, die mittels einer Sicherung auf eine maximale Stromstärke von 10 A begrenzt ist ?

Leistungsaufnahme begrenzt auf

$$\begin{aligned} P &= 230 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} = 2300 \text{ V} \cdot \text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{s}^{-1} \\ &= 2300 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} = 2300 \text{ W} = 2,3 \text{ kW} \end{aligned}$$

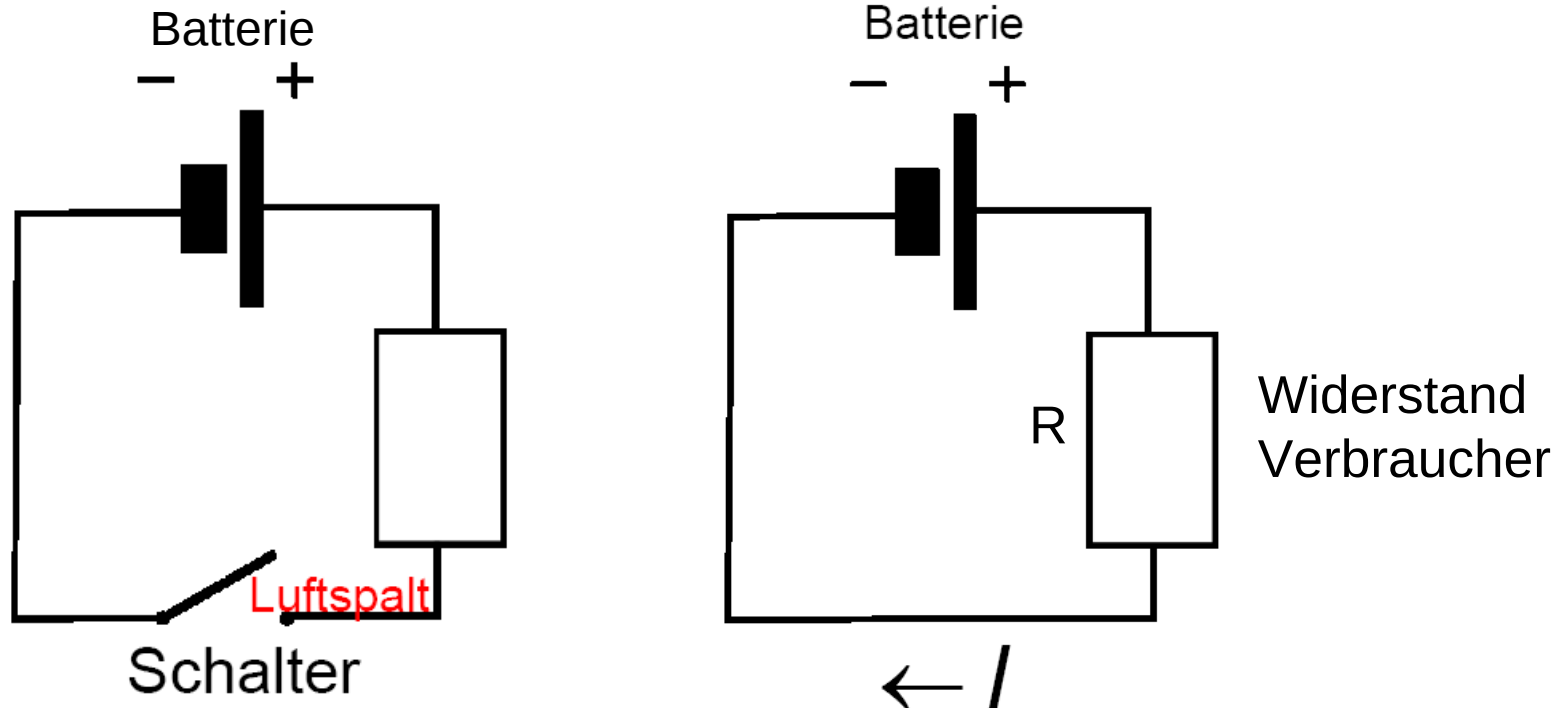
an eine Steckdose kann also nur
1 Heizlüfter angeschlossen werden !!



Heizlüfter
1,5 kW

Stromkreise

Spannungsquellen und Widerstände können in Stromkreisen zusammen geschlossen werden



Wird der Schalter geschlossen, so fließt ein Strom

Kompliziertere Zusammenschaltungen werden als **Netzwerke** bezeichnet

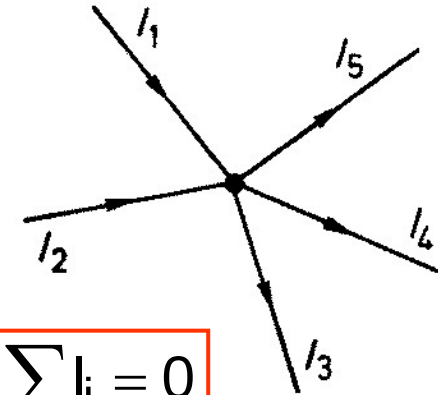
Kirchhoffsche Regeln für Netzwerke

• Knotenregel:

die Summe der Ströme in einem Leitungsknoten ist Null. (was hineinströmt, muss auch wieder herausströmen, weil die Ladung erhalten bleibt).

- zufließende Ströme: $I_1, I_2 > 0$
- abfließende Ströme: $I_3, I_4, I_5 < 0$

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

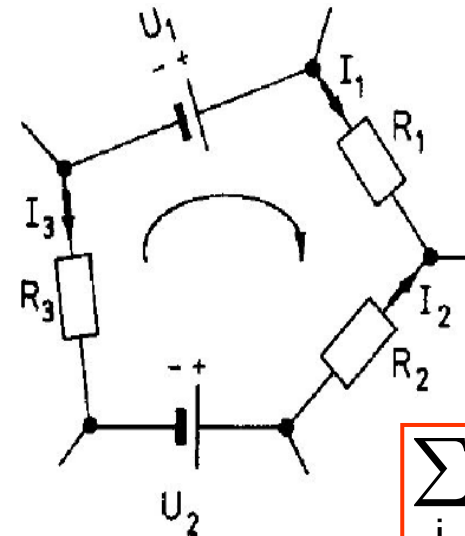


$$\sum_i I_i = 0$$

• Maschenregel:

Die Summe aller Spannungsabfälle und Batteriespannungen entlang einer geschlossenen Leiterschleife ist Null. (am Ende muss man wieder beim gleichen Potenzial ankommen.)

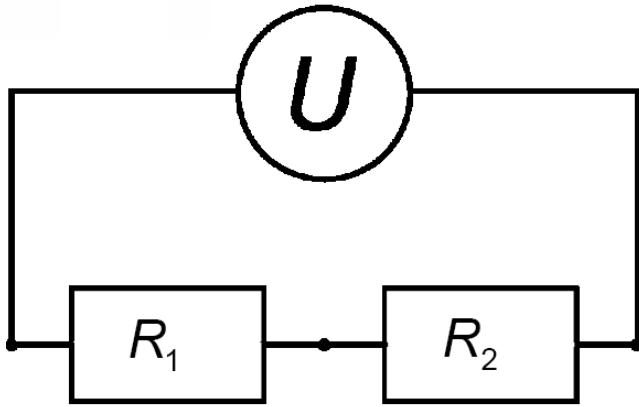
$$U_1 - R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 - U_2 + R_3 \cdot I_3 = 0$$



$$\sum_i U_i = 0$$

Spannungsabfälle im Umlaufsinn werden negativ gerechnet

Serienschaltung von Widerständen



- **Maschenregel:** die Summe der Spannungsabfälle an den Widerständen R_1 und R_2 ist gleich der Gesamtspannung U :

$$U = U_1 + U_2$$

- Durch beide Widerstände fließt der gleiche Strom $I = I_1 = I_2$

- Fasst man beide Widerstände zum Gesamtwiderstand R_{ges} zusammen, so gilt nach dem Ohmschen Gesetz:

$$U = I \cdot R_{\text{ges}} = U_1 + U_2 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 = I \cdot (R_1 + R_2) \Rightarrow \boxed{R = R_1 + R_2}$$

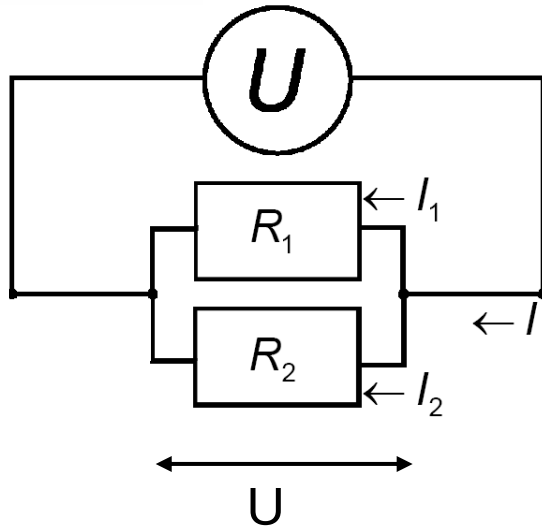
bei Serien- (Hintereinander-) Schaltung von Widerständen addieren sich die Widerstandswerte zum Gesamtwiderstand

(umgekehrt zu den Kapazitäten: bei Serienschaltung von Kapazitäten addieren sich die Kehrwerte der Kapazitäten)



Serienschaltung
von Widerständen

Parallelschaltung von Widerständen



- Am Leiterknoten spaltet sich der Strom I auf in die Ströme I_1 und I_2
 $I = I_1 + I_2$ (**Knotenregel**)
- An beiden Widerständen fällt die gleiche Spannung $U = U_1 = U_2$ ab
- Fasst man beide parallel geschalteten Widerstände R_1 und R_2 zu einem Widerstand R_{ges} zusammen, so gilt (Ohmsches Gesetz)

$$I = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = I_1 + I_2 = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} = U \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow \boxed{\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

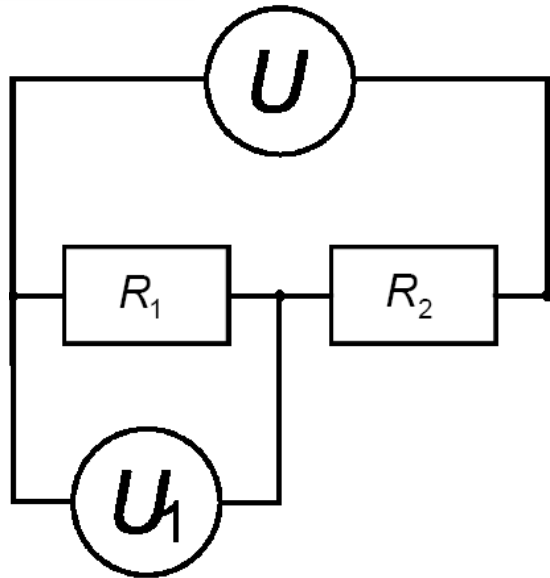
Bei Parallelschaltung von Widerständen addieren sich die Leitwerte (Kehrwerte der Widerstände) zum Gesamtleitwert

(umgekehrt zu den Kapazitäten:
bei Parallelschaltung von Kapazitäten
addieren sich die Kapazitäten)



**Parallelschaltung
von Widerständen**

Spannungsteiler



- Wie teilt sich die Spannung U auf die Spannungsabfälle an R_1 und R_2 auf, d.h. z.B. wie groß ist U_1 ?

nach Ohmschem Gesetz ($I=I_1$):

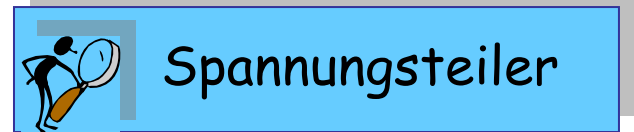
$$U_1 = R_1 \cdot I_1 = R_1 \cdot I \quad \text{und} \quad I = \frac{U}{R_{\text{ges}}}$$

bei Serienschaltung: $R_{\text{ges}} = R_1 + R_2$

$$U_1 = R_1 \cdot \frac{U}{R_{\text{ges}}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U$$

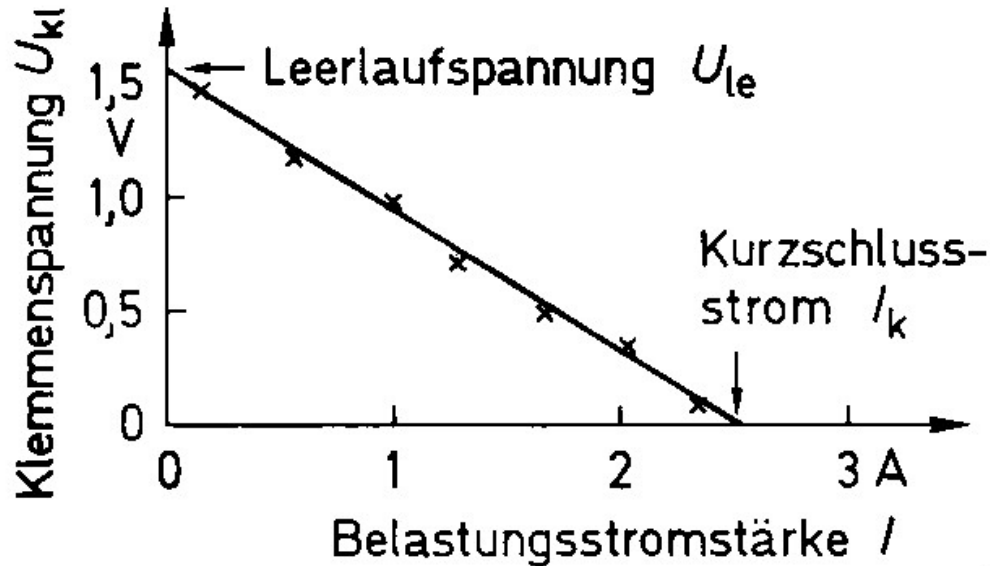
die Spannung teilt sich auf im Verhältnis der Widerstände

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U$$



Reale Strom-/Spannungsquelle

Reale Spannungsquelle bei Belastung:

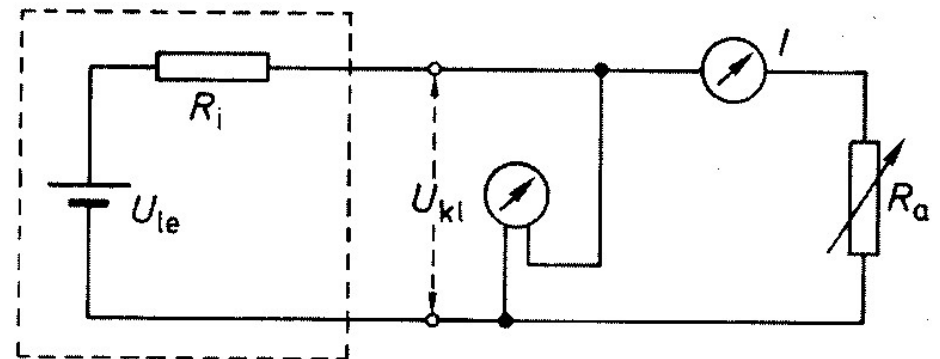


Eine reale Spannungsquelle „geht in die Knie“, d.h. sie kann umso weniger Spannung liefern, je mehr Strom gezogen wird

Näherungsweise lässt sich dieses Verhalten durch einen **Innenwiderstand R_i** der Quelle beschreiben:

$$U_{\text{Klemme}} = U_{\text{Leerlauf}} - I \cdot R_i$$

Ersatzschaltbild:

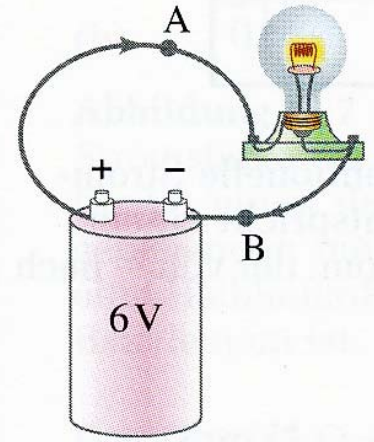


Spannungsquelle
unter Last

Quellenspannung und Innenwiderstand

Beispiel:

Eine Batterie mit einer Leerlaufspannung U_Q von 6 V und einem Innenwiderstand R_i von $1\ \Omega$ versorgt eine Lampe mit einem Widerstand R_L von $11\ \Omega$.



a.) wie groß ist die Stromstärke ?

Innenwiderstand R_i der Spannungsquelle und Widerstand R_L der Lampe sind in Serie geschaltet: $R_{ges} = R_i + R_L = 12\ \Omega$

$$I = \frac{U}{R_{ges}} = \frac{U}{R_i + R_L} = \frac{6\text{ V}}{12\ \Omega} = 0,5\text{ A}$$

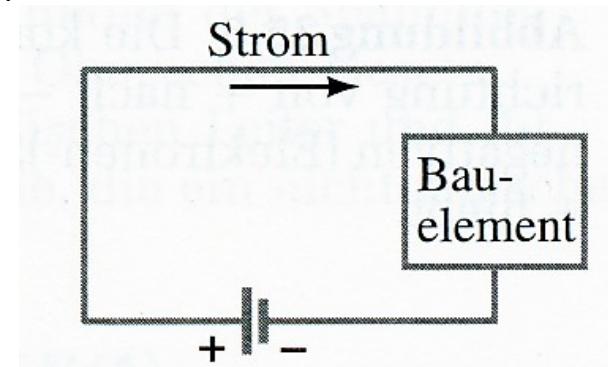
b.) wie groß ist die an der Lampe anliegende Spannung?

Die an der Lampe anliegende Spannung ist um den Spannungsabfall am Innenwiderstand vermindert:

$$U_L = U_Q - I \cdot R_i = 6\text{ V} - 0,5\text{ A} \cdot 1\ \Omega = 5,5\text{ V}$$

c.) wie groß ist die abgegebene Leistung ?

$$P = U_Q \cdot I = 6\text{ V} \cdot 0,5\text{ A} = 3,0\text{ W}$$



Ladungstransport in Halbleitern

- **Eigenleitung von Halbleitern:**

Im Gegensatz zu Metallen, bei denen pro Atom ca. 1 Elektron zum Stromtransport zur Verfügung steht, sind in Halbleitern (z.B. Ge, Si) bei tiefen Temperaturen alle Elektronen an die Atome gebunden. Erst bei höheren Temperaturen lösen sich die Elektronen. Die Leitfähigkeit nimmt exponentiell mit der Temperatur zu

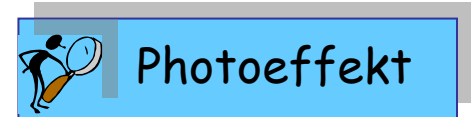
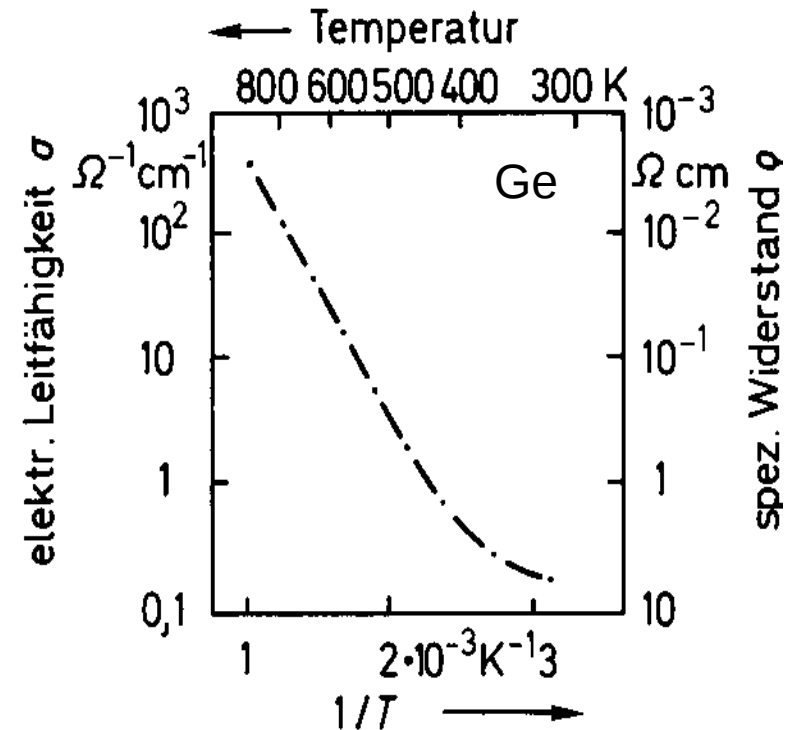
$$G \sim e^{-\frac{\text{const}}{T}}; \Rightarrow \log G = -\frac{\text{const}}{T}$$

- **Innerer Photoeffekt:**

nicht nur höhere Temperaturen sondern auch Licht kann Elektronen aus den Atomen lösen und damit die Leitfähigkeit erhöhen

- **Störstellenleitung:**

kleine Konzentrationen von Fremdstoffen (**Dotierung**) verändern die Leitfähigkeit der Halbleiterkristalle stark: $\Rightarrow$ **Diode, Transistor**

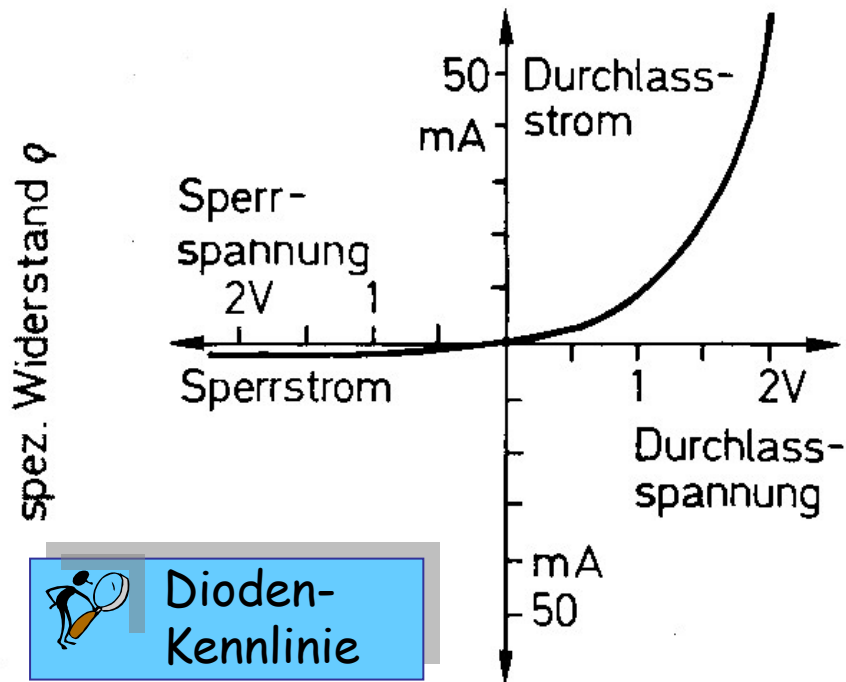


Halbleiterelemente: Diode, Transistor

• Diode

Einbahnstrasse für Elektronen:

Durch geeignete Dotierung lässt eine **Diode** den Strom nur in eine Richtung fließen



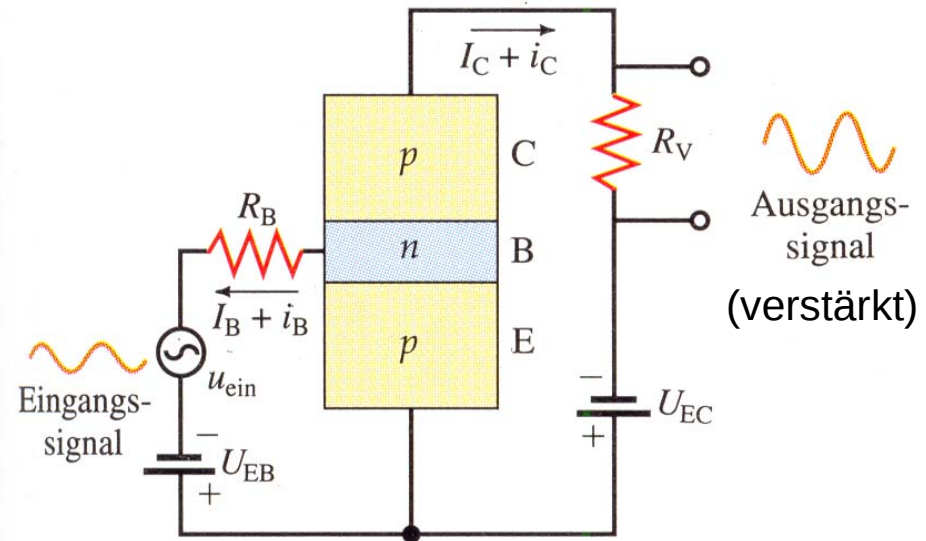
Anwendung:

Gleichrichter (macht aus Wechselstrom Gleichstrom)

• Transistor

ein Transistor erlaubt den Stromfluss durch eine an einem zusätzlichen Kontakt angelegte Spannung zu steuern

(positiv/negativ/positiv dotierter Halbleiter)



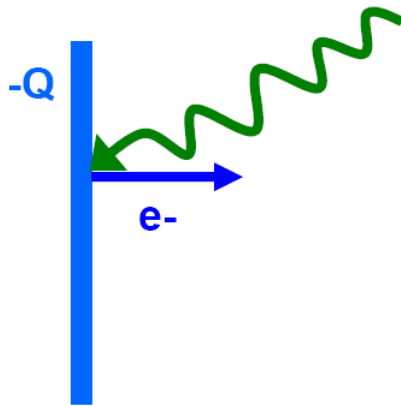
Anwendung:

Verstärker, Computer

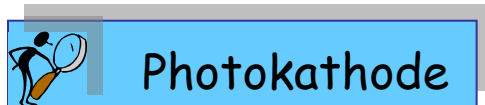
Erzeugung freier Elektronen

- Um ein Elektron aus einem Festkörper zu entfernen, muss die Bindungsenergie des Elektrons überwunden werden; d.h. es muss dem Elektron mindestens soviel Energie zugeführt werden wie seiner Bindungsenergie entspricht:

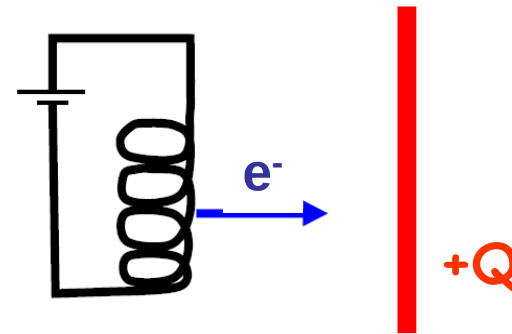
a.) Photoemission:



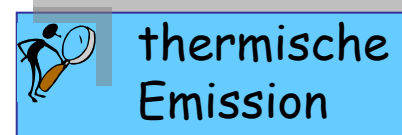
- dem Elektron wird Energie durch Absorption von Licht zugeführt



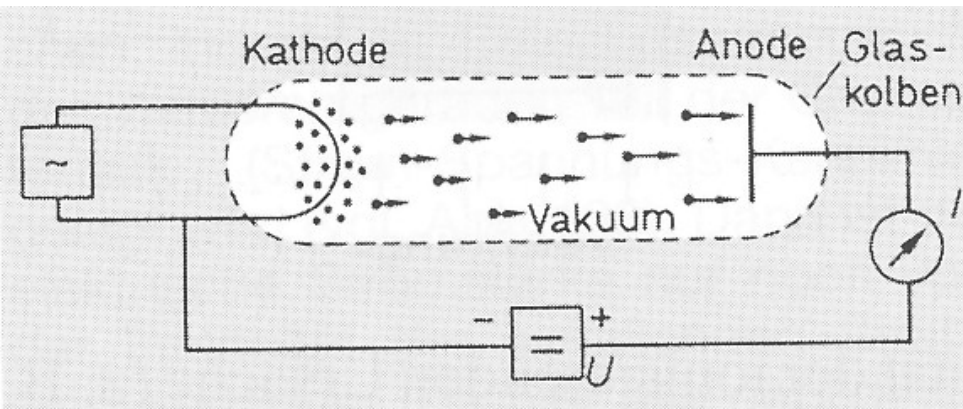
b.) Thermische Emission



- der Festkörper wird so stark aufgeheizt, dass die kinetische (thermische) Energie des Elektrons größer wird als seine Bindungsenergie

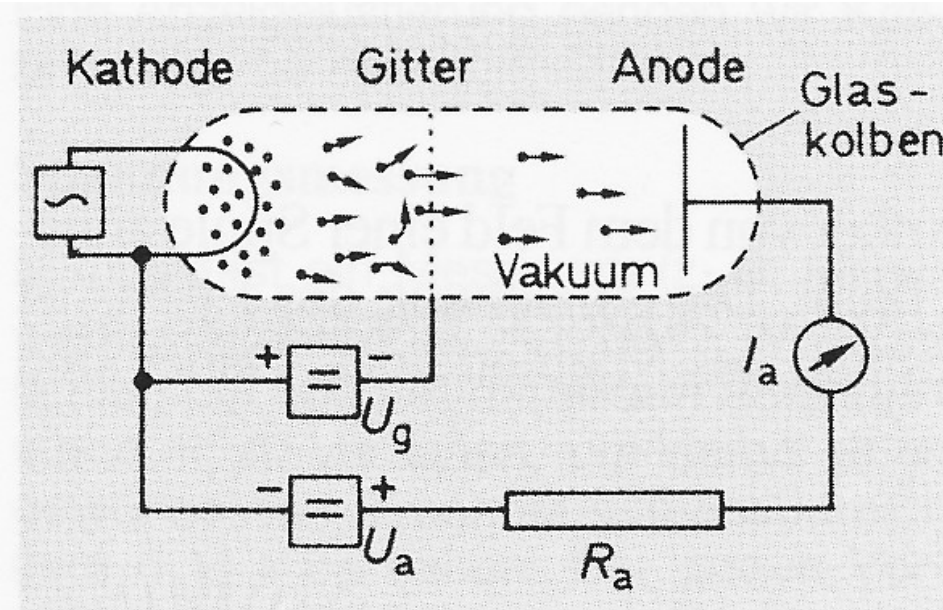


Ladungstransport im Vakuum: Elektronenröhre



• Elektronenröhre

- durch Heizen der Kathode treten Elektronen aus, die im Vakuum auf die Anode (positiv) beschleunigt werden.
- legt man eine Wechselspannung an, so wirkt das System wie eine Diode (Gleichrichter). Heute weitestgehend durch Halbleiterdioden ersetzt).

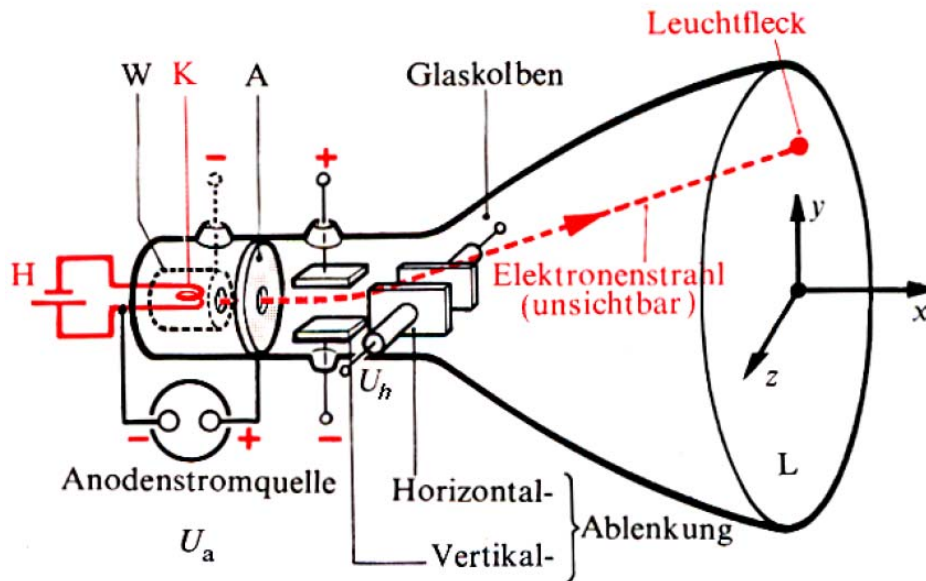


• Triode

- durch Vorspannung des Gitters lässt sich Elektronenstrom steuern: Spannungsabfall an R_a variiert mit Gitterspannung
⇒ Verstärkung
(heute weitestgehend durch Halbleiter-Transistoren ersetzt)



Anwendung: Braunsche Röhre- Oszilloskop



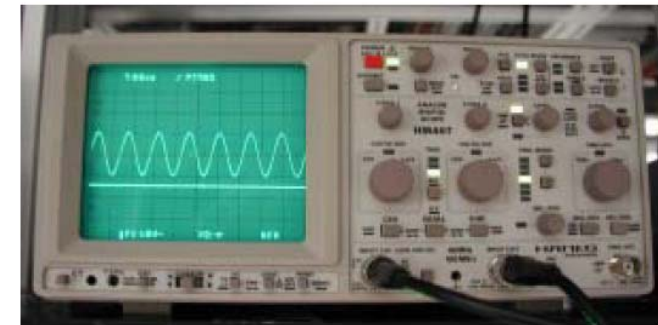
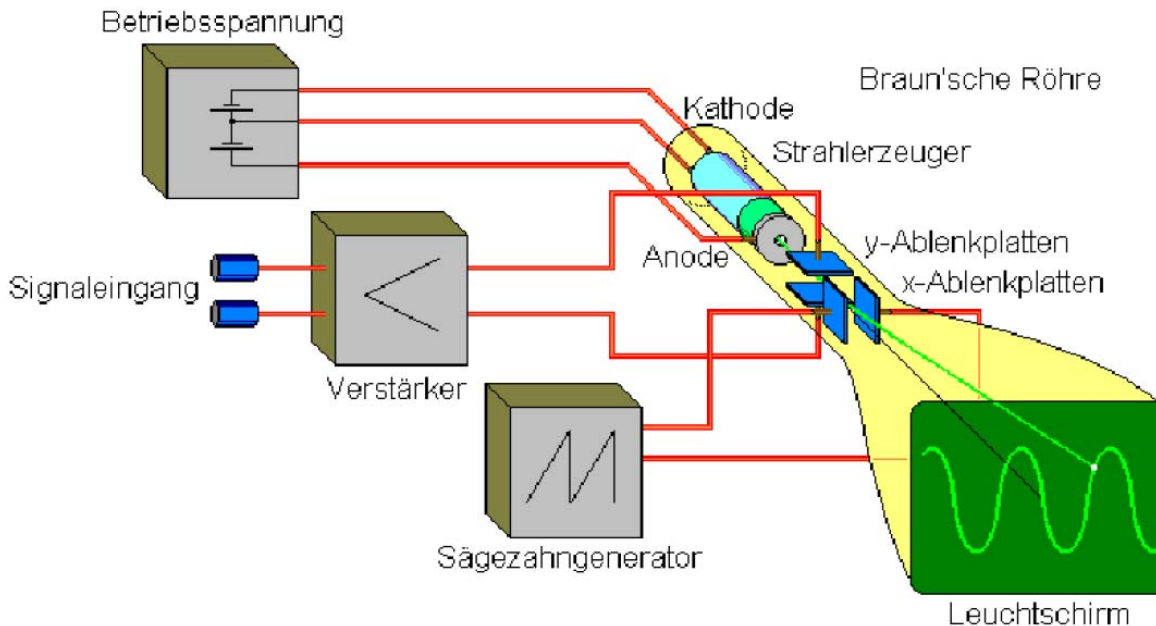
Ablenkung freier Elektronen
im elektrischen Feld senkrecht
zur Strahlrichtung

$$F = -e \cdot E = -e \cdot \frac{U}{d} = m_e \cdot a$$

(Newton II)

Beschleunigung seitwärts:

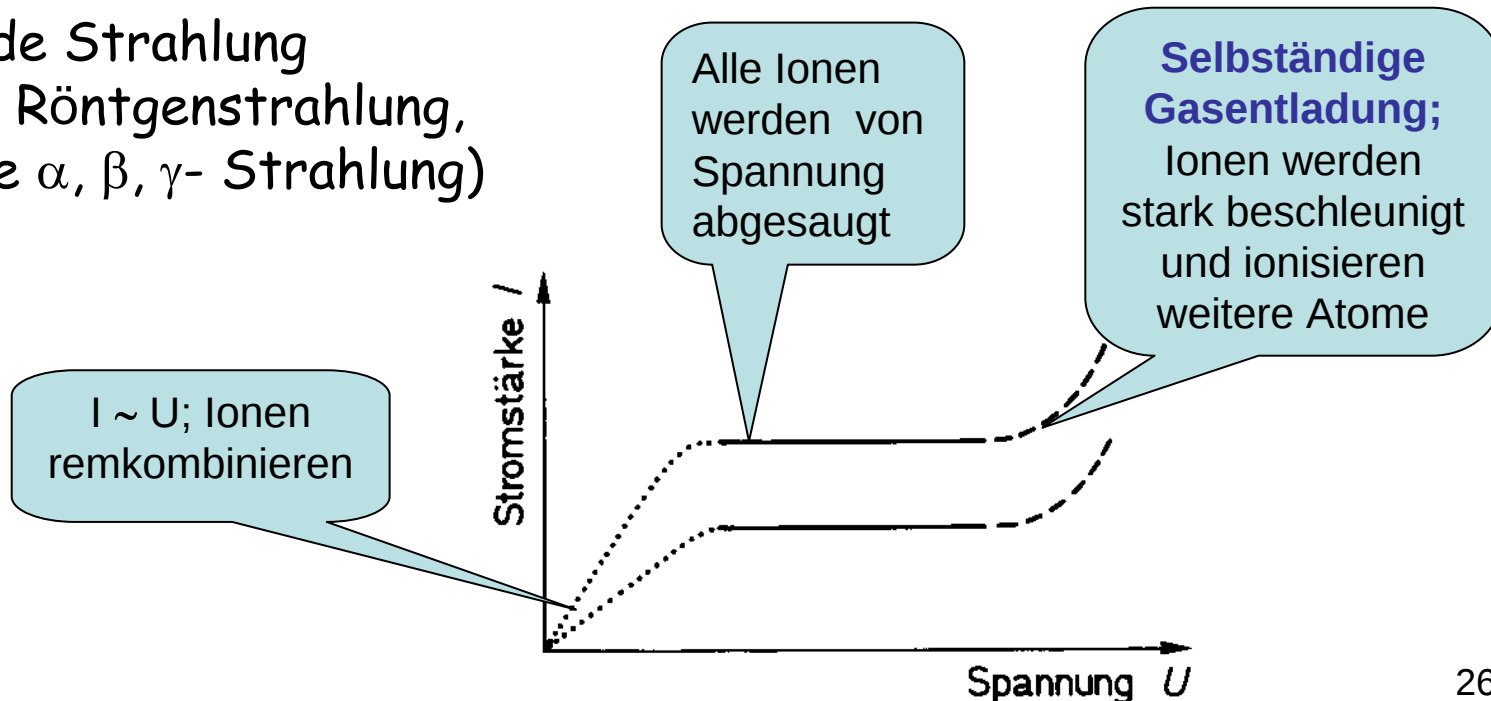
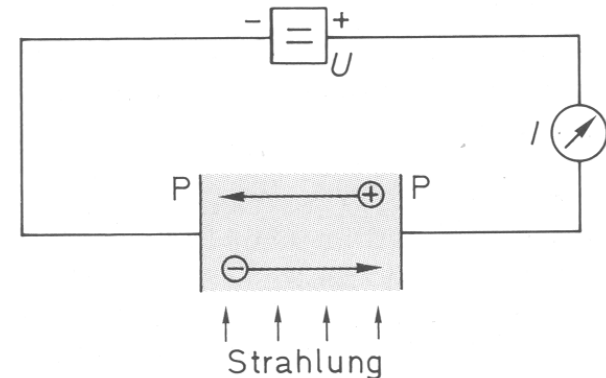
$$|a| = \frac{e \cdot U}{m_e \cdot d} \sim U$$



Ladungstransport in Gasen

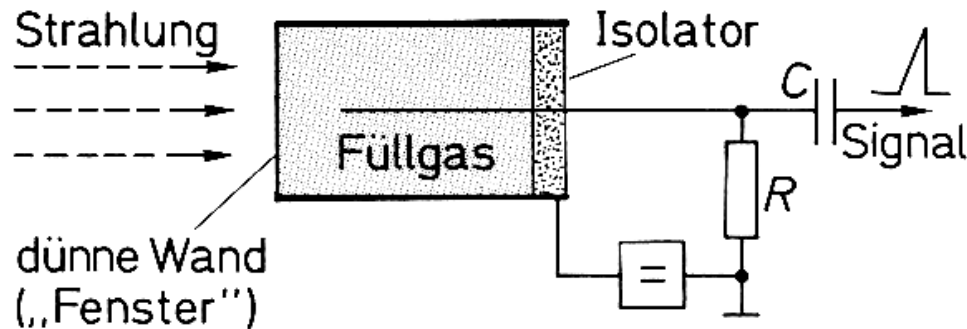
- Gase bestehen aus elektrisch neutralen Atomen oder Molekülen und leiten den Strom nicht (keine freien Ladungsträger)
- Ladungstransport tritt erst dann auf, wenn die Atome/Moleküle **ionisiert** werden (Abstreifen oder Hinzufügen von Elektronen) durch:
 - Erhitzen (Plasma)
 - schnelle Ionen
 - ionisierende Strahlung (UV-Licht, Röntgenstrahlung, radioaktive α , β , γ - Strahlung)

Ionisationskammer



Anwendungen: Geiger-Müller-Zählrohr, Leuchtstoffröhre

Geiger-Müller-Zählrohr



Strahlenschutz-
messgerät

- Strahlung ionisiert Füllgas
⇒ selbständige Gasentladung, die abgebrochen wird durch spezielle Zusatzfüllgase oder Spannungsabsenkung
⇒ **Strahlenmessgerät; Strahlenschutz**

Leuchtstoffröhre

- durch Elektron-Atomstöße werden Atome zum Leuchten angeregt; Licht der Leuchtstoffröhre kann durch Beschichtung in anderen Frequenzbereich umgesetzt werden



Leuchtstoffröhre

Gefahren des elektrischen Stroms

- ein elektrischer Schlag kann den Körper schädigen und sogar tödlich sein. Die Wirkung hängt ab von **Stromstärke**, **Dauer** und durch welchen **Körperteil** der Strom fließt.



- **Herzschädigungen:**

Herzrhythmusstörungen, reversibler Herzstillstand und Herzkammerflimmern (bereits bei kleinen Stromstärken)

- **Atemstörungen:**

Stromstärken $\gg 10$ mA führen zu Verkrampfungen der Atemmuskulatur

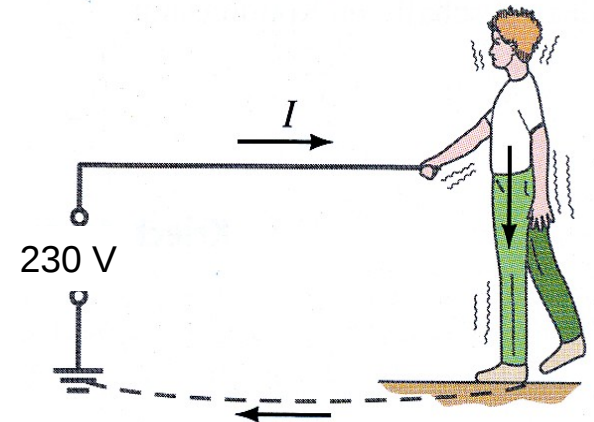
- **Verbrennungen:**

große Stromstärken können lebensgefährliche Verbrennungen verursachen

- **Nervenschäden:**

Bewusstlosigkeit, Dauerschäden

- Widerstand der trockenen Haut $\approx 10^4$ - $10^6 \Omega$;
nasse Haut $\approx 10^3 \Omega$;



$$I = \frac{230 \text{ V}}{1000 \Omega} = 230 \text{ mA !!}$$

Zusammenfassung

- elektrischer Strom ist der Fluss elektrischer Ladungen
- in Metallen erfolgt der Ladungstransport durch **Elektronen**, in Elektrolyten durch **Ionen**
- bei Stromfluss in Materie ist oftmals die Stromstärke I der angelegten Spannung U proportional: **Ohmsches Gesetz**: $I = \frac{U}{R}$
- Ströme und Spannungen in Netzwerken lassen sich mit den Kirchhoffschen Regeln berechnen: **Knotenregel**: $\sum_i I_i = 0$; **Maschenregel**: $\sum_i U_i = 0$
- bei Hintereinanderschaltung von ohmschen Widerständen addieren sich die Widerstandswerte, bei Parallelschaltung die Leitwerte
- der elektrische Widerstand ist **temperaturabhängig**:
 - in Metallen nimmt der Widerstand mit der Temperatur zu;
 - in Halbleitern und Elektrolyten nimmt der Widerstand mit wachsender Temperatur ab.
- unsachgemäßer Umgang mit elektrischem Strom ist Ursache vieler tödlicher Unfälle