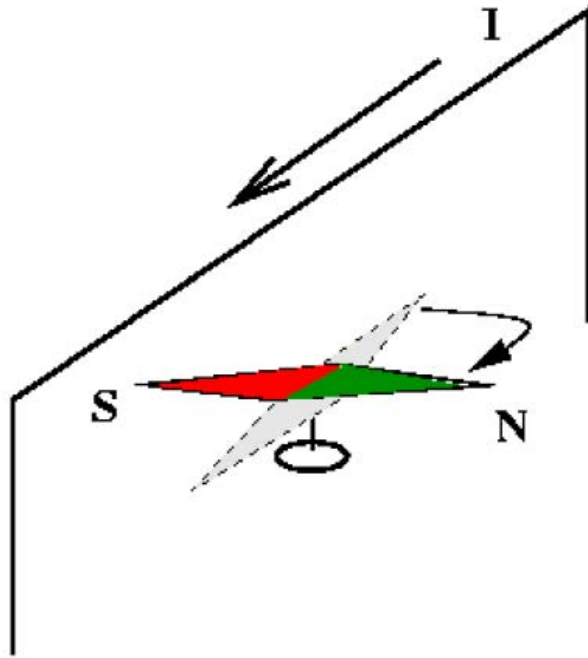


IV. Elektrizität und Magnetismus

IV.3. Ströme und Magnetfelder

Magnetfeld eines stromdurchflossenen Leiters



Hans Christian Oersted
1777 - 1851

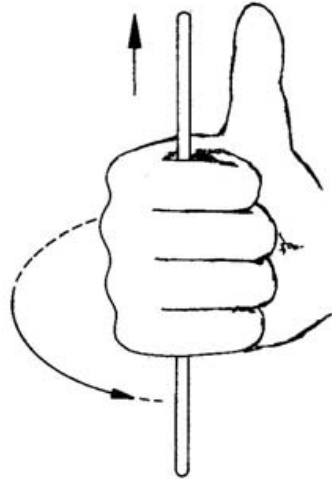
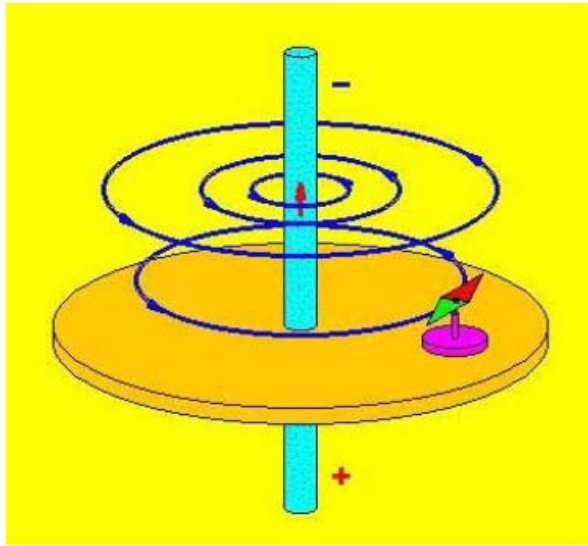
- Beobachtung Oersteds: in der Nähe eines stromdurchflossenen Leiters dreht sich eine Magnetnadel (magnetischer Dipol) so, dass sie nahezu senkrecht zum Leiter steht.

⇒ **Strom erzeugt ein Magnetfeld**, das die Magnetnadel ausrichtet.



Magnetnadel
nahe Leiter

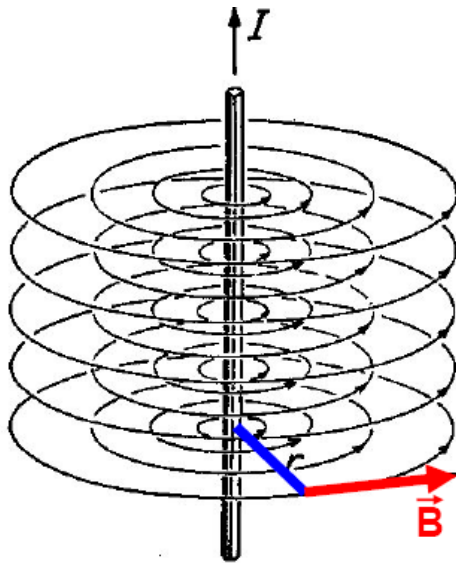
Magnetfeld eines stromdurchflossenen Leiters



- **Stromfluss erzeugt Magnetfeld**

- magnetische Feldlinien sind konzentrische Kreise

- **Rechte-Hand-Regel:** Daumen zeigt in Stromrichtung; gekrümmte Finger entlang der Feldlinien in Richtung des Magnetfelds



- **Stärke des Magnetfeldes**

$$|\vec{B}| = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi \cdot r}$$

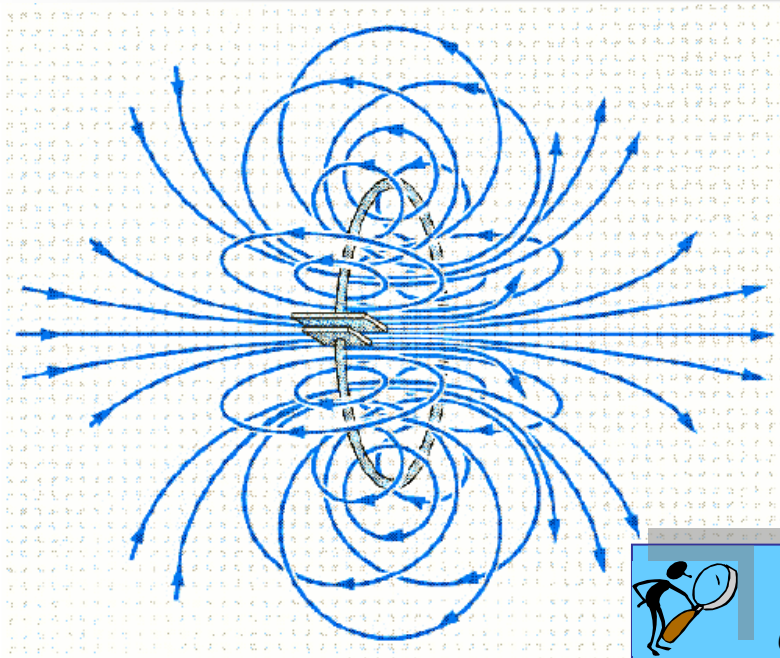
$$\mu_0 = 12566 \cdot 10^{-6} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

μ_0 = Induktionskonstante

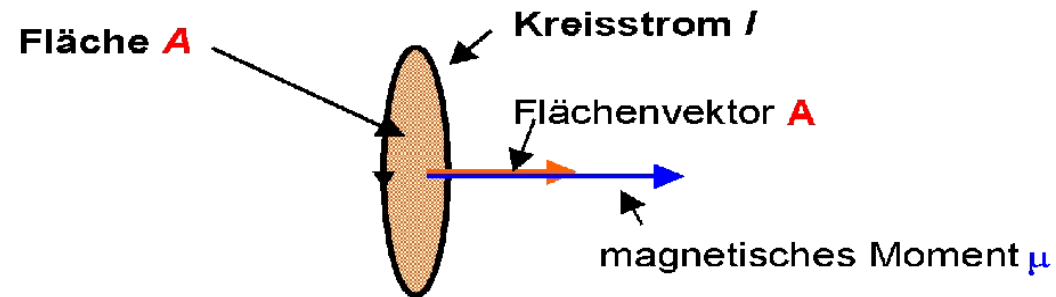


Magnetfeldlinien
um Leiter

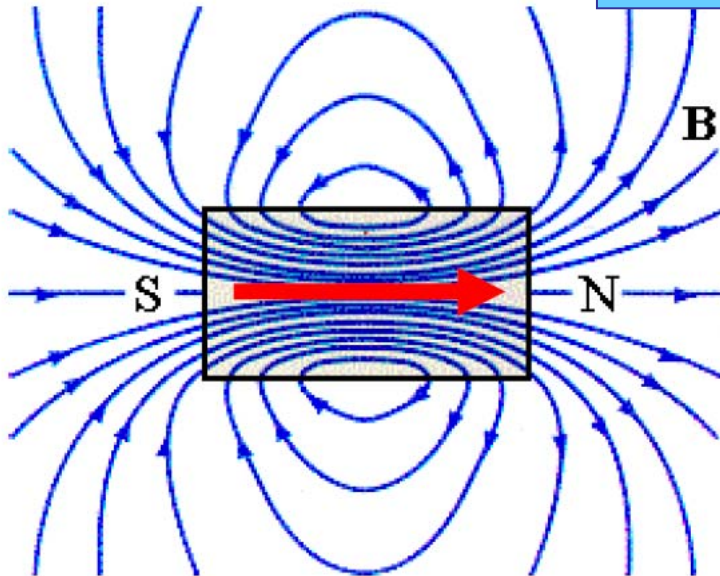
Magnetfeld einer Leiterschleife



- ein Kreisstrom erzeugt einen magnetischen Dipol:
magnetisches Moment $\mu = I \cdot A$



Magnetfeldlinien
einer Leiterschleife



- Das Magnetfeld $\vec{B}$ im Zentrum des Kreisstroms hat:

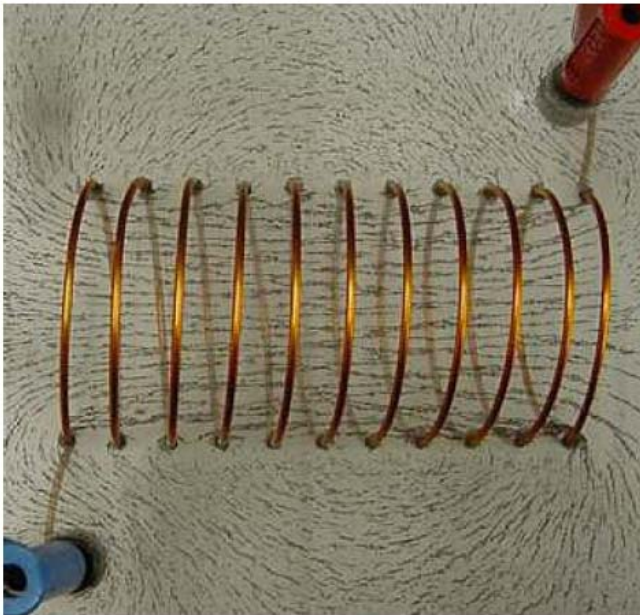
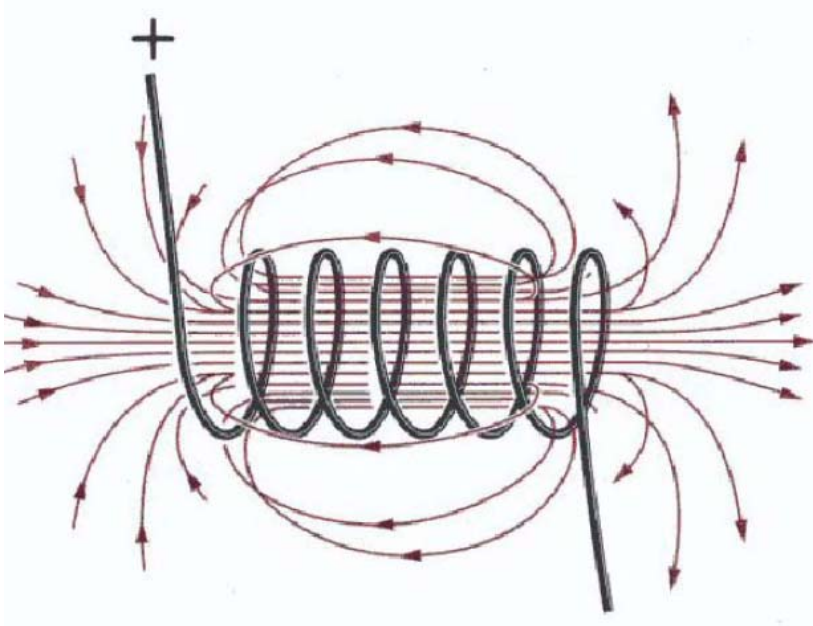
⇒ Richtung $\perp$ Kreisfläche

⇒ Stärke (Betrag): $|\vec{B}| = \mu_0 \cdot \frac{I}{2R}$

Induktionskonstante: $\mu_0 = 12566 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

R Kreisradius; I Stromstärke

Magnetfeld einer langen Spule



- das Magnetfeld im Innern einer langen Spule ist homogen
- Betrag des Magnetfeldes im Innern:

$$|\vec{B}| = \mu_0 \cdot \frac{n \cdot I}{L}$$

Induktionskonstante

$$\mu_0 = 1,2566 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

n Windungszahl

L Länge der Spule

I Stromstärke



Magnetfeld einer
langen Spule

Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld

- ein Magnetfeld $\vec{B}$ bewirkt eine Kraft $\vec{F}$ auf einen vom Strom $\vec{I}$ durchflossenen geraden Leiter der Länge L :

$$\vec{F} = L \cdot (\vec{I} \times \vec{B})$$

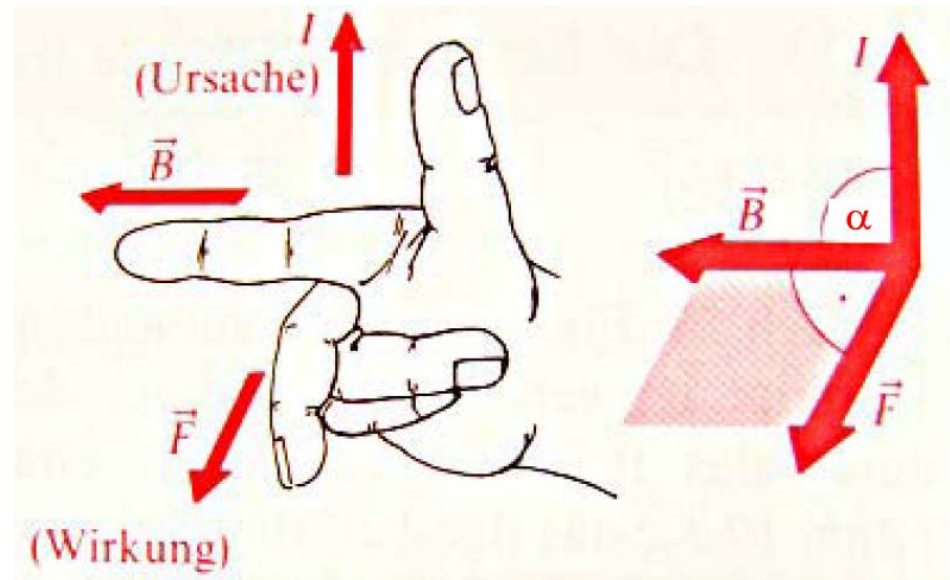
Vektorprodukt

Betrag: $F = L \cdot |\vec{B}| \cdot |\vec{I}| \cdot \sin \alpha$

α = Winkel zwischen $\vec{I}$ und $\vec{B}$

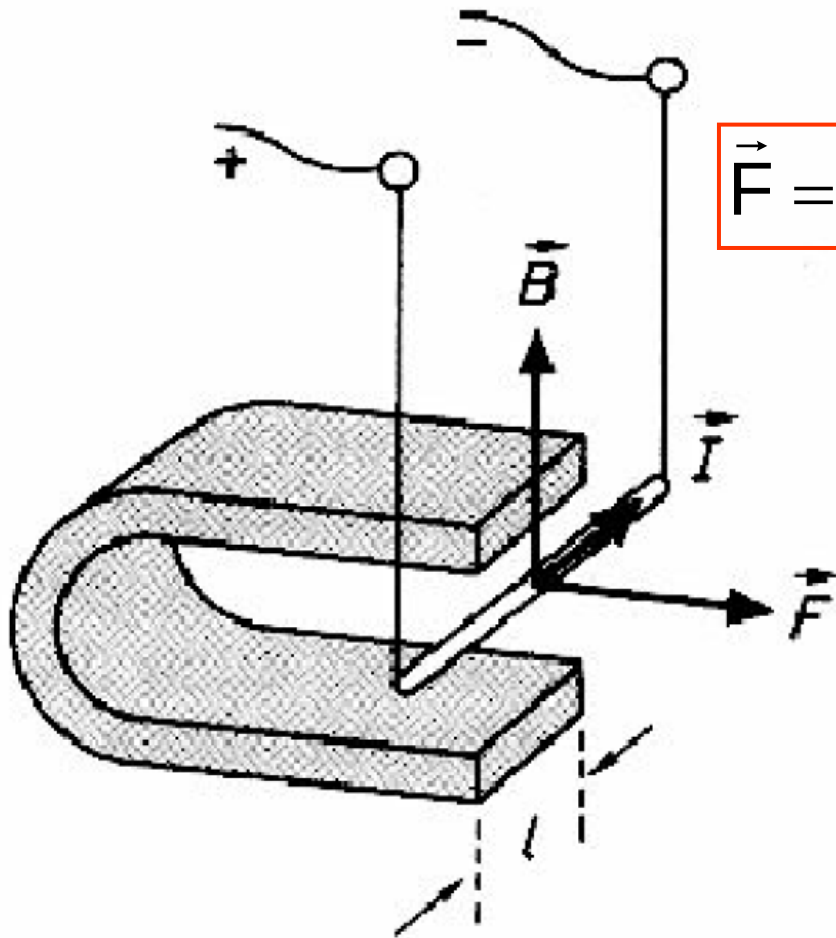
Richtung: 3- Finger-Regel

der rechten Hand:
Kraft $\vec{F}$ steht senkrecht
auf der von $\vec{I}$ und $\vec{B}$
aufgespannten Ebene



Wichtig: die Richtung von $\vec{I}$ ist die technische Stromrichtung von + nach -

Schaukelversuch – Prinzip des Elektromotors



$$\vec{F} = L \cdot (\vec{I} \times \vec{B})$$

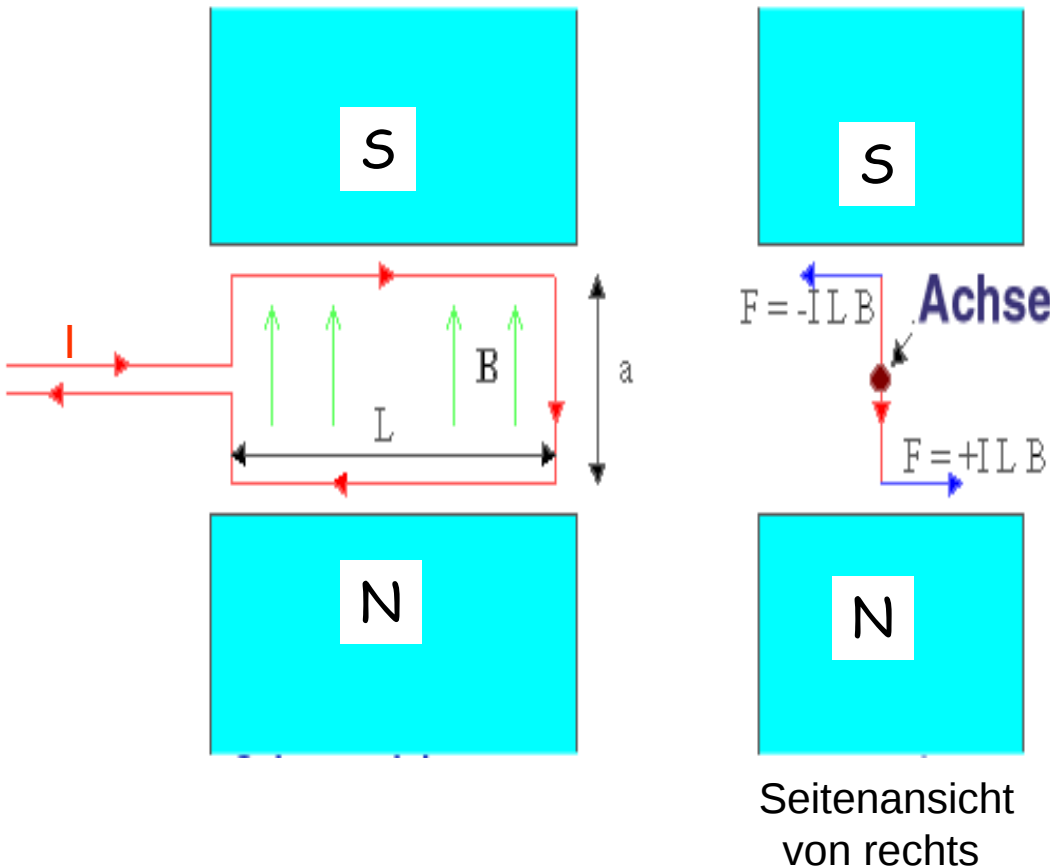
- je nach Stromrichtung wird der im Magnetfeld befindliche Teil der stromdurchflossenen Schaukel nach außen oder nach innen ausgelenkt
- **Prinzip des Elektromotors:**
Umwandlung von elektrischer in mechanische Energie



stromdurchflossene
Schaukel im Magnetfeld

Stromdurchflossene Leiterschleife im Magnetfeld

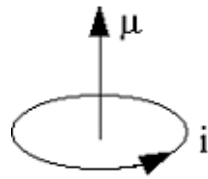
$$\vec{F} = L \cdot (\vec{I} \times \vec{B})$$



- Auf den Leiter wirken oben und unten Kräfte in entgegengesetzte Richtungen

Kräftepaar $\rightarrow$ Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



Betrag: $|\vec{M}| = |\vec{\mu}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin \theta$

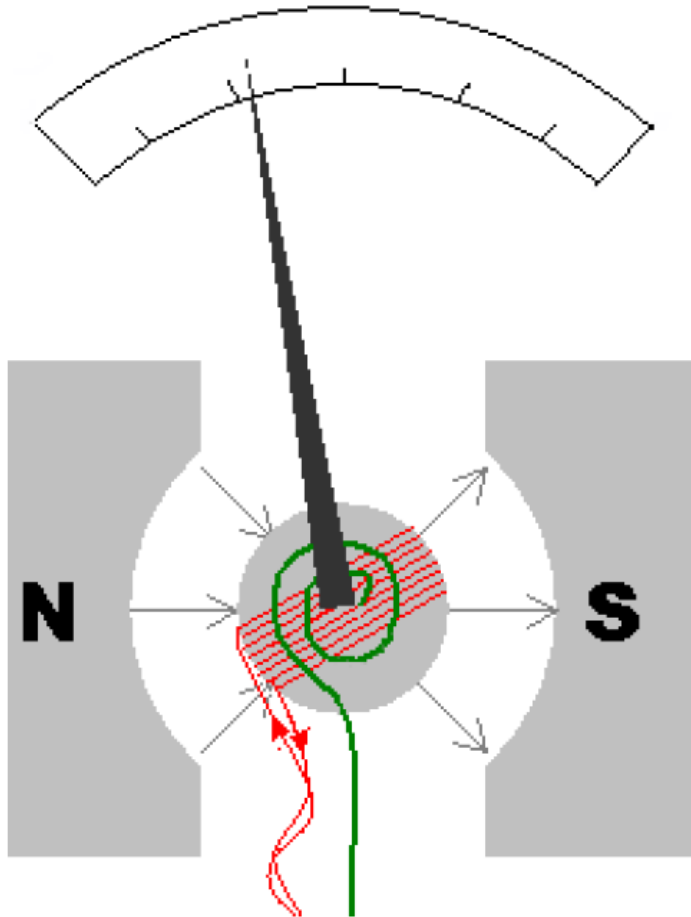
θ = Winkel zwischen $\vec{\mu}$ und $\vec{B}$

Drehmoment dreht Schleife so, dass $\vec{\mu}$ und $\vec{B}$ parallel zueinander stehen

wie im elektrischen Feld:
Parallelstellung des Dipols $\vec{p}$ zum elektrischen Feld $\vec{E}$

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$

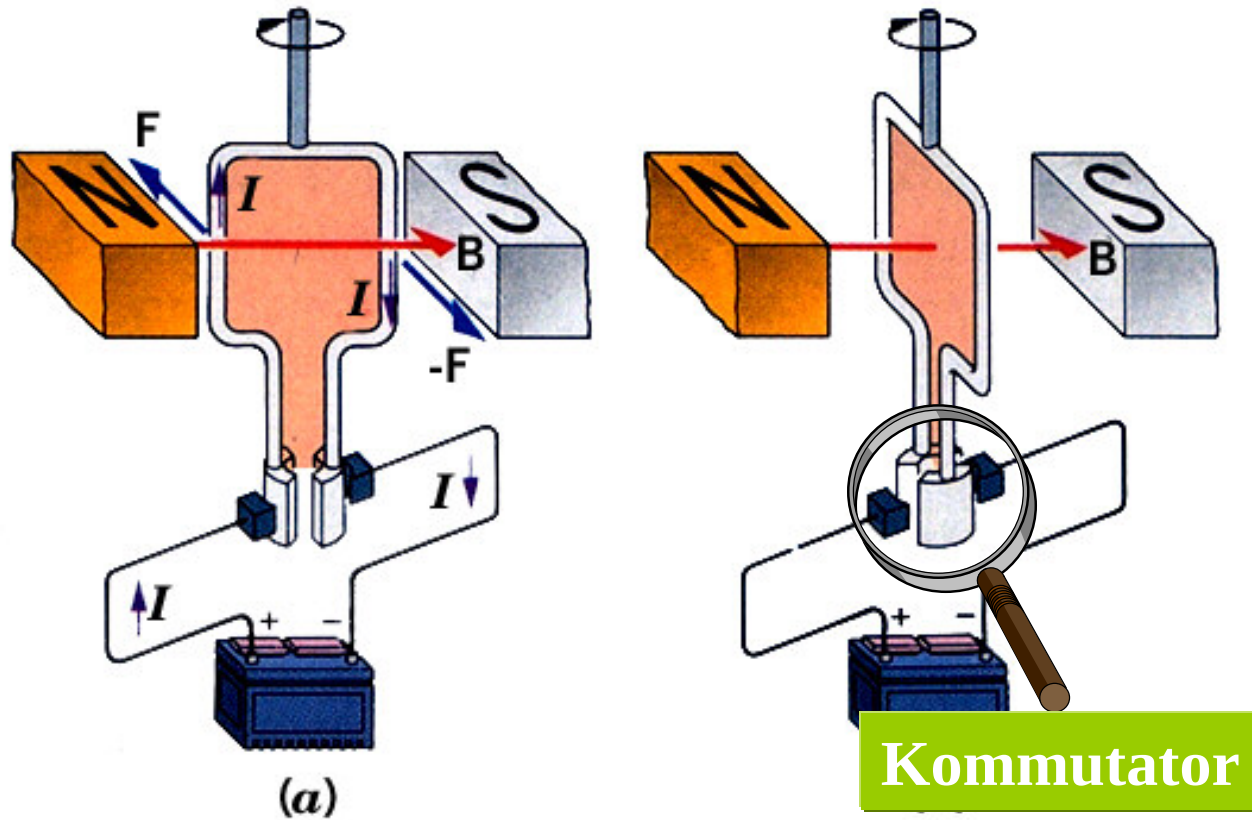
Anwendung: Drehspul-Galvanometer



- Im Drehspulgalvanometer fließt der zu messende Strom durch eine Spule, die sich in einem permanenten Magnetfeld befindet
- durch die Kräfte des Magnetfeldes auf die stromführende Spule wird ein Drehmoment ausgeübt:
je nach Stromflussrichtung wird die Spule im äußeren Magnetfeld gedreht
- dieses mechanische Drehmoment wird auf eine Skala übertragen
- der Skalenausschlag wird auf die Stromstärke geeicht



Elektromotor



Copyright John Wiley & Sons

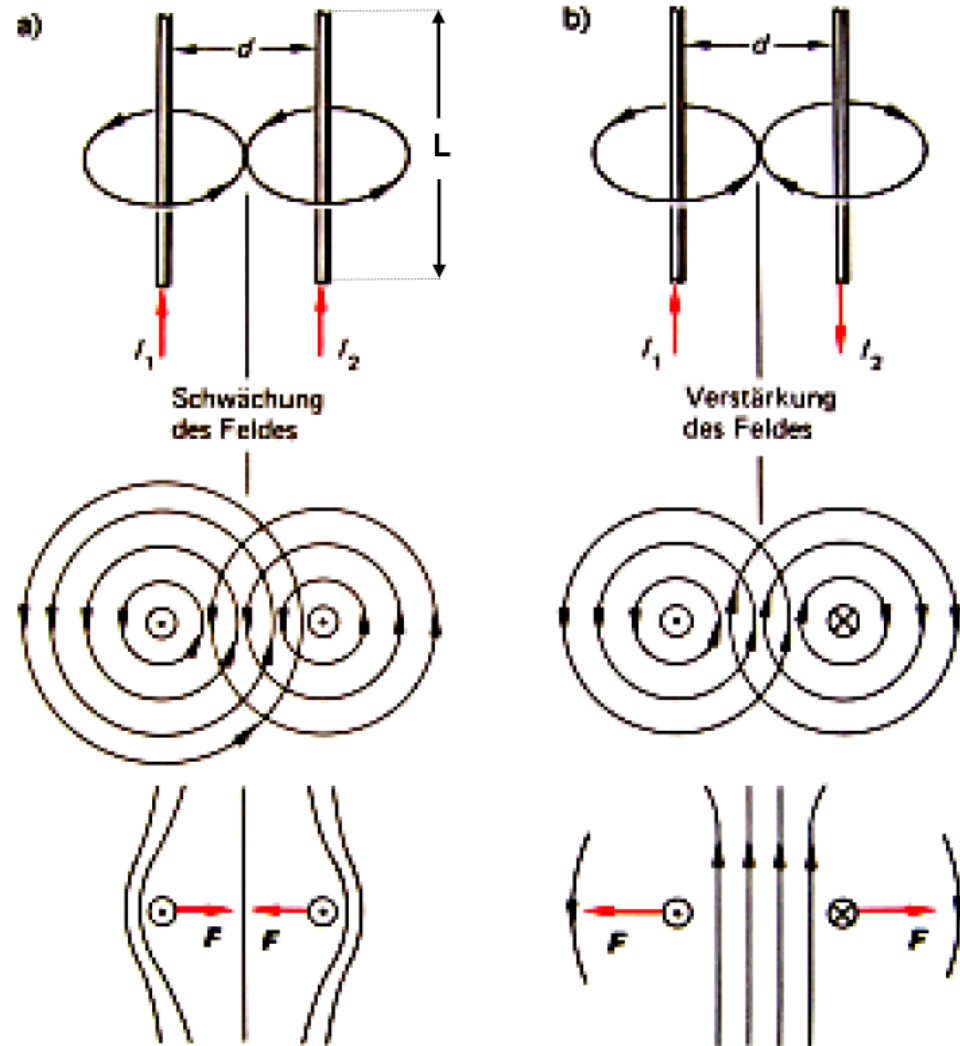
- um Drehung in einer Drehrichtung aufrechtzuerhalten, muss nach einer halben Umdrehung die Stromrichtung gewechselt werden
⇒ **Kommutator**



Elektromotor

Kraft zwischen stromführenden Drähten

- Strom I_1 ruft ein Magnetfeld hervor, das auf Strom I_2 wirkt; die Magnetfelder beider stromdurchflossenen Leiter überlagern sich:



- a.) **gleiche Stromrichtung**
⇒ Schwächung des B-Feldes zwischen den Leitern
- b.) **entgegengesetzte Stromrichtung:**
⇒ Verstärkung des B-Feldes zwischen den Leitern



Magnetfeldlinien
zweier Leiter

- Kraft zwischen den Leitern
im resultierenden B-Feld:

- a.) Anziehung
- b.) Abstoßung

$$|\vec{F}| = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{L \cdot I_1 \cdot I_2}{d}$$



Kräfte zwischen
zwei Leitern

Einheit der Stromstärke

- Die Einheit der Stromstärke **1 Ampère** wird definiert über die Kräfte zwischen zwei Leitern

$$|\vec{F}| = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{L \cdot I_1 \cdot I_2}{d}$$

- 1 Ampere ist die Stärke eines zeitlich unveränderten Stroms, der durch 2 geradlinige unendlich lange Drähte im Abstand von 1m fließt und dabei zwischen diesen Leitern pro 1m Leiterlänge je die Kraft von 2×10^{-7} N ausübt

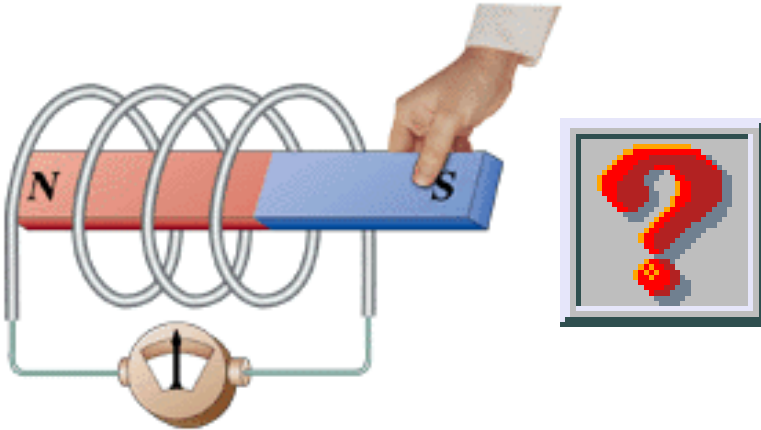


André Ampère
1775 - 1836

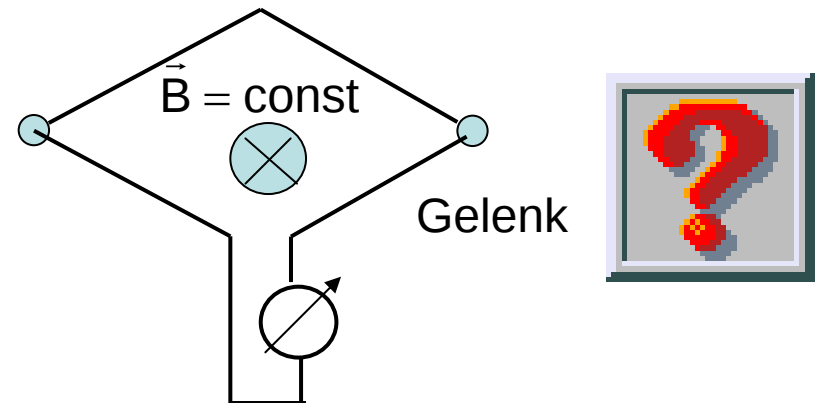
$$I_1 = I_2 = 1\text{ A} ; \quad r = L = 1\text{ m} ; \quad F_{21} = 2 \times 10^{-7} \text{ N}$$

Magnetische Induktion

- Bisher gezeigt: ein elektrischer Strom (bewegte elektrische Ladungen) in einer Spule erzeugt ein Magnetfeld.
- Umkehrung möglich? Kann man durch ein zeitlich veränderliches Magnetfeld einen elektrischen Strom induzieren?



Induktion bei zeitlich veränderlichem Magnetfeld



Induktion bei zeitlich veränderlicher Fläche

Experimentelle Beobachtung: es fließt ein Strom wenn

- 1.) das **Magnetfeld zeitlich verändert** wird
- 2.) wenn die **Fläche der Leiterschleife zeitlich verändert** wird

$$\Rightarrow \text{magnetischer Fluss: } \Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

Magnetischer Fluss

$\vec{A}$ = **Flächennormalen**-Vektor

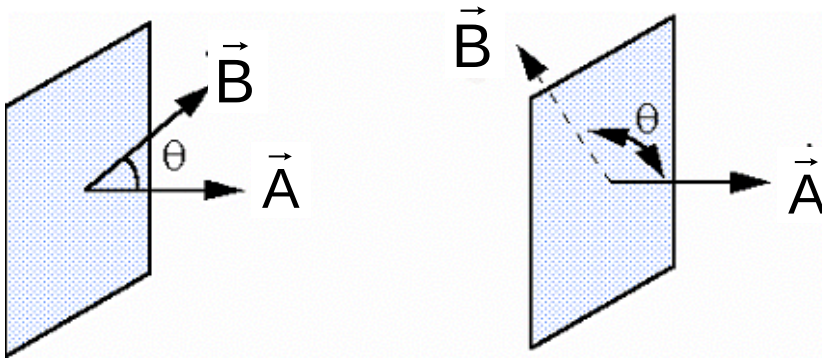
Betrag = Größe der Fläche;

Richtung: $\perp$ Fläche

Skalarprodukt

Magnetischer Fluss: $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$

$$\Phi = |\vec{B}| \cdot |\vec{A}| \cdot \cos \theta$$



- Eine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses induziert eine Spannung. In einem geschlossenen Stromkreis kann dann ein Induktionsstrom fließen

$$U_{\text{induziert}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

- **Faradaysches Induktionsgesetz:**

die in einer Leiterschleife induzierte Spannung ist proportional zur zeitlichen Änderung des magnetischen Flusses



Michael Faraday
1791-1867

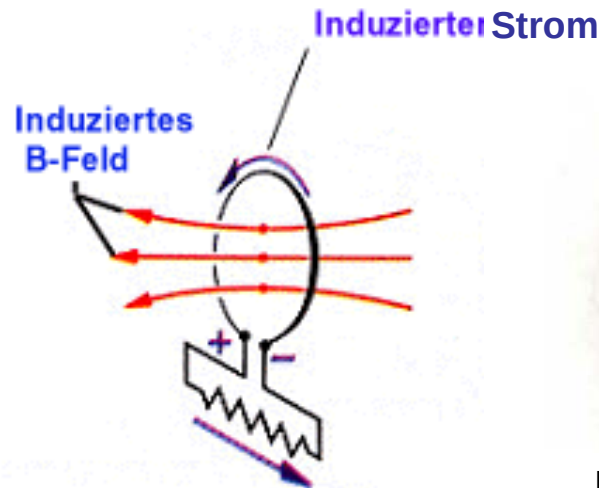
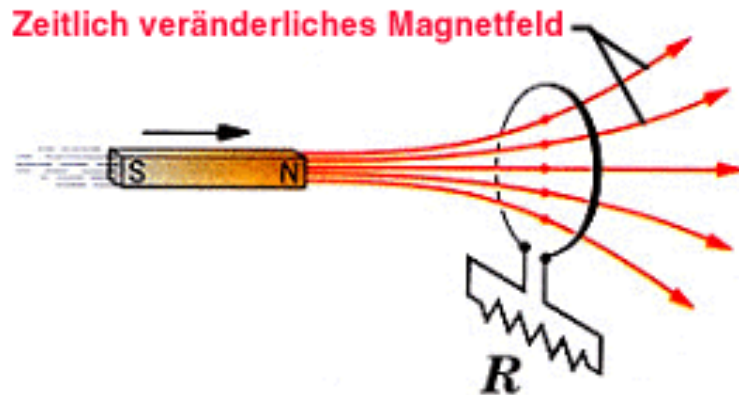
Lenzsche Regel

Bedeutung des **Minuszeichens** im Faradayschem Induktionsgesetz

$$U_{\text{induziert}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Lenzsche Regel:

die Induktionsspannung und der Strom, den sie hervorruft, sind so gerichtet, dass sie ihrer Ursache entgegenwirken



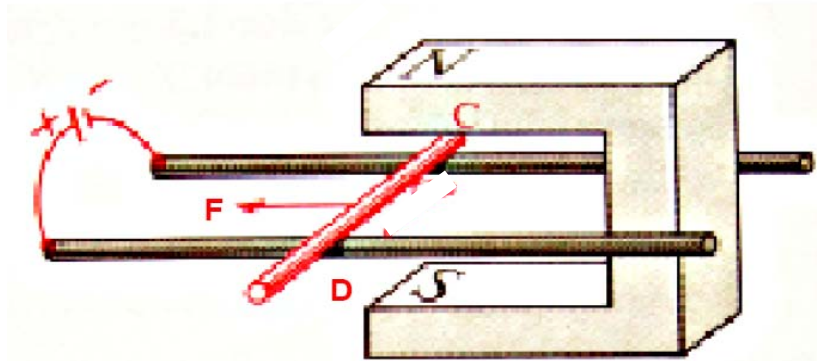
Heinrich F.E. Lenz
1804-1865

- bei n Leiterschleifen: $U_{\text{induziert}} = -n \cdot \frac{d\Phi}{dt}$



Lenzsche Regel

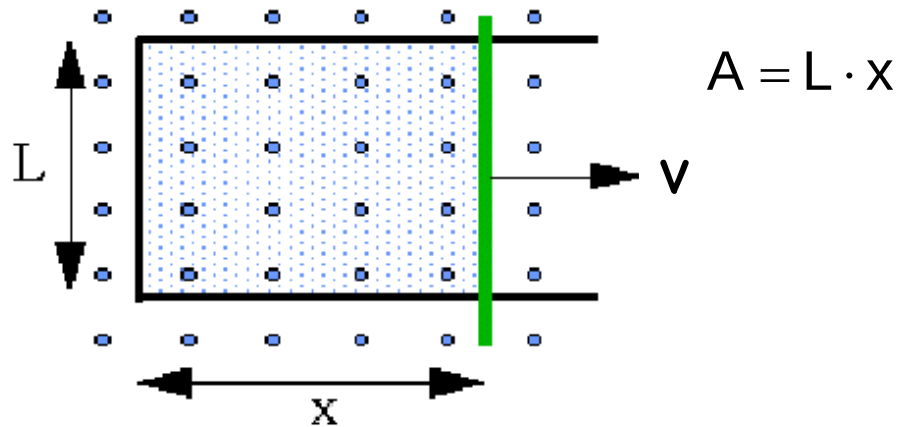
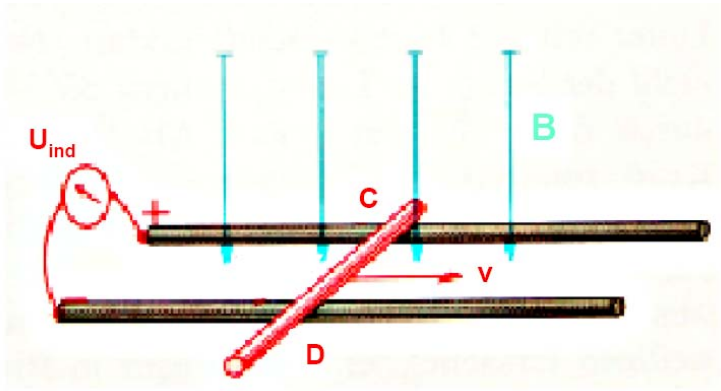
Induktion durch Bewegung: Umkehrung des Schaukelversuchs



- **Schaukelversuch:**

Legt man eine externe Spannungsquelle an und lässt einen Strom fließen, so erfährt der Stab eine Kraft im Magnetfeld

Umkehrung: wird der Leiter im Magnetfeld bewegt, so wird eine Spannung zwischen den Leiterenden C und D induziert; $\Rightarrow$ Ladungstrennung



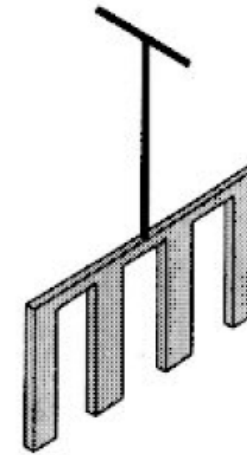
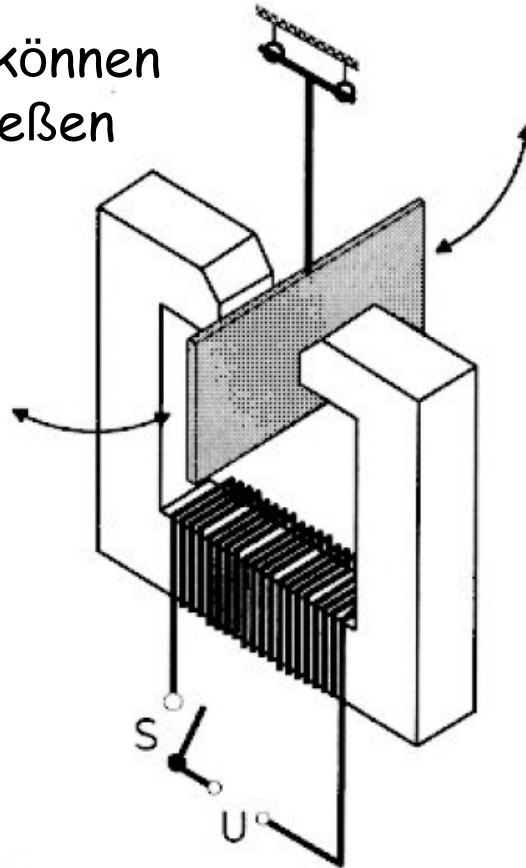
induzierte Spannung: $|U_{\text{ind}}| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \frac{d}{dt} (B \cdot A \cdot \cos(0^\circ)) = B \cdot \frac{dA}{dt} = B \cdot L \cdot \frac{dx}{dt} = B \cdot L \cdot v$

Induktion: Schaukel
im Magnetfeld

Anwendung: Wirbelstrombremse

Durch Bewegung einer Metallplatte im Magnetfeld werden Ströme (**Wirbelströme**) induziert. Nach Lenzscher Regel versuchen diese Ströme die Bewegung zu behindern $\Rightarrow$ **Wirbelstrombremse**

Wirbelströme können ungehindert fließen



geringe Bremswirkung,
da Fluss der Wirbelströme
behindert.

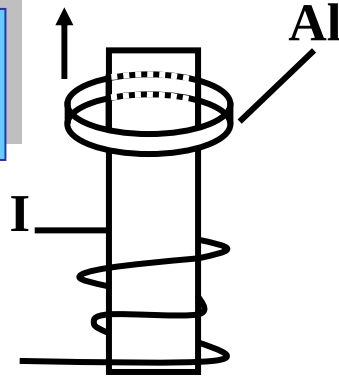


Wirbelstrombremse

Anwendung: Magnetschwebebahn



Induktionsstrom
in Al-Ring



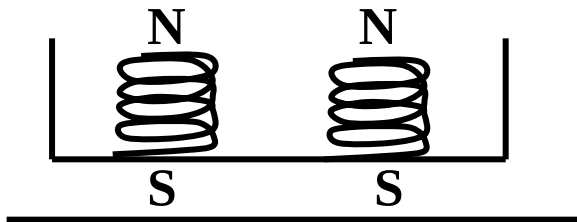
- durch Induktionsstrom wird Al-Ring hochgeschleudert;
induzierte Ströme = Wirbelströme
bei geschlitztem Ring kein Effekt;

Transrapid

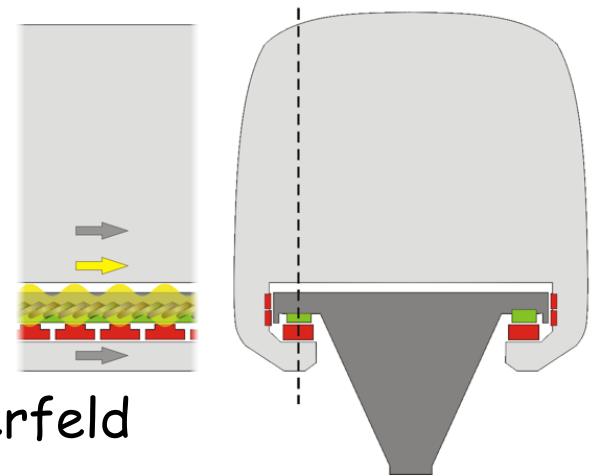


- Grundprinzip für **Magnetschwebebahn**:
Triebwagen schwebt → keine Reibung!!

Induktionsströme in Metallplatten machen
entgegengesetztes Feld und heben Wagen
an.



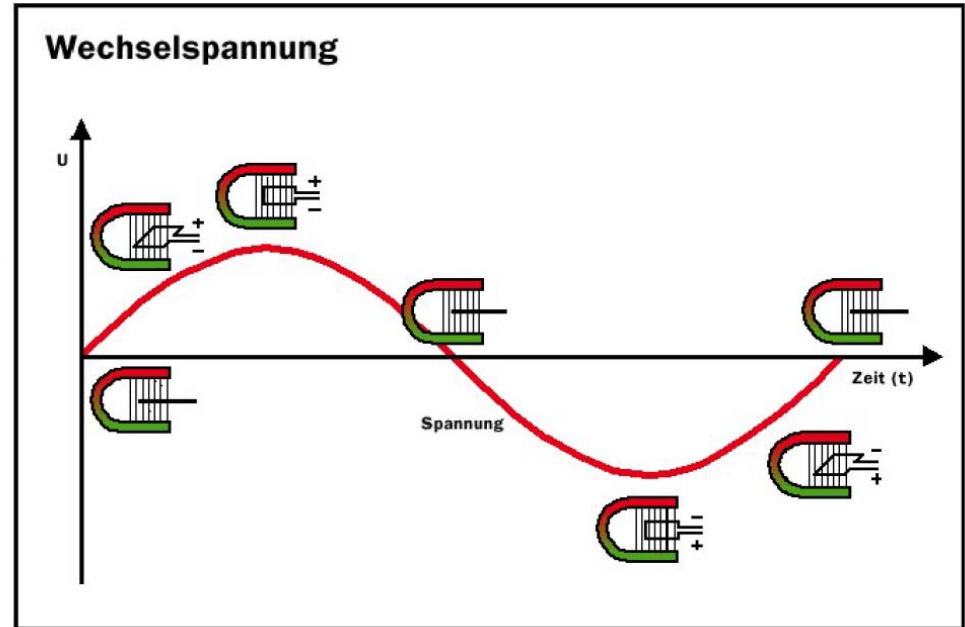
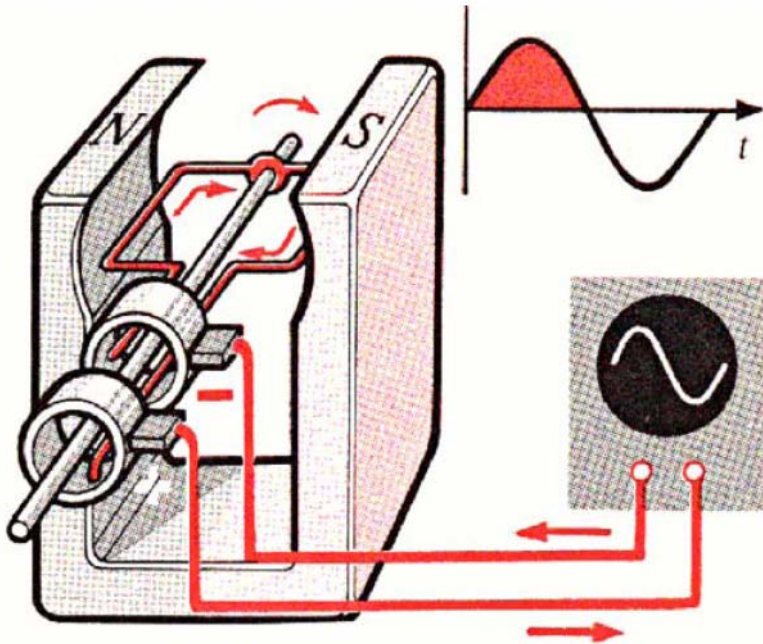
Metalplatte
elektromagnetisches Wanderfeld



Anwendung: Wechselspannungsgenerator

vom Magnetfeld durchsetzte Fläche:

$$A(t) = A_0 \cdot \sin(\omega t)$$



$$U_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot A)}{dt} = -B \cdot \frac{dA}{dt} = -B \cdot A_0 \cdot \frac{d}{dt}(\sin \omega t) = -B \cdot A_0 \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

- Durch Rotation einer Leiterschleife mit konstanter Kreisfrequenz ω im konstanten Magnetfeld eines Permanentmagneten kann man eine sinus (cosinus)-förmige Spannung der gleichen Kreisfrequenz induzieren:

$$U_{\text{ind}} \sim \omega$$



Wechselspannungsgenerator: $U \sim \omega$

Ablenkung freier Ladungen im Magnetfeld

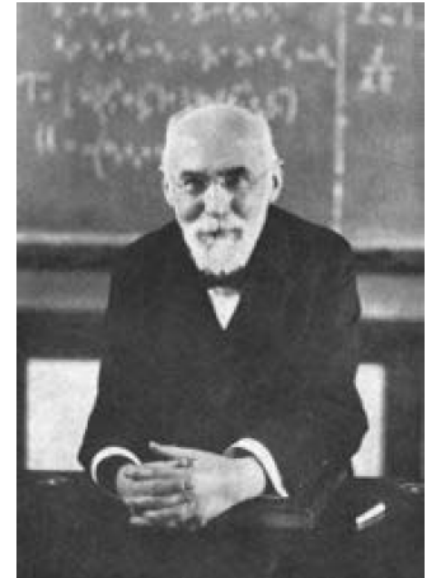
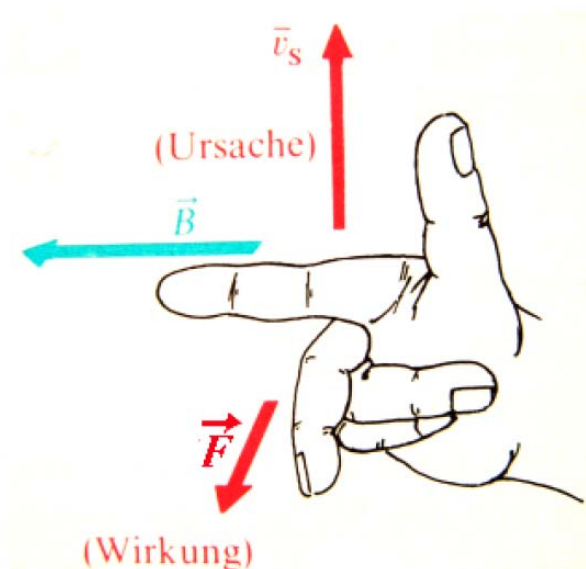
- Kraft auf eine bewegte Ladung im Magnetfeld:

Lorentzkraft: $\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$

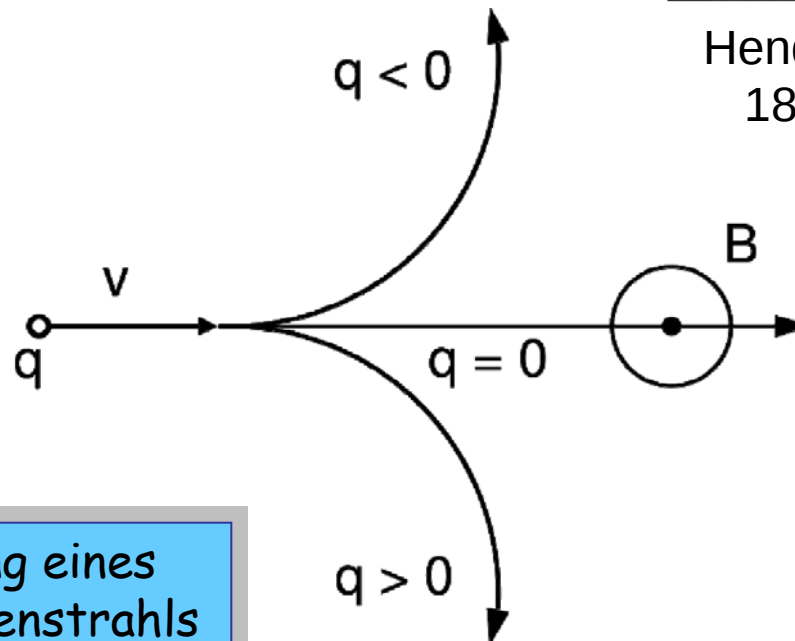
Betrag: $|\vec{F}| = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$

α = Winkel zwischen $\vec{v}$ und $\vec{B}$

Richtung: rechte-Hand-Regel



Hendrik Lorentz
1853 - 1928

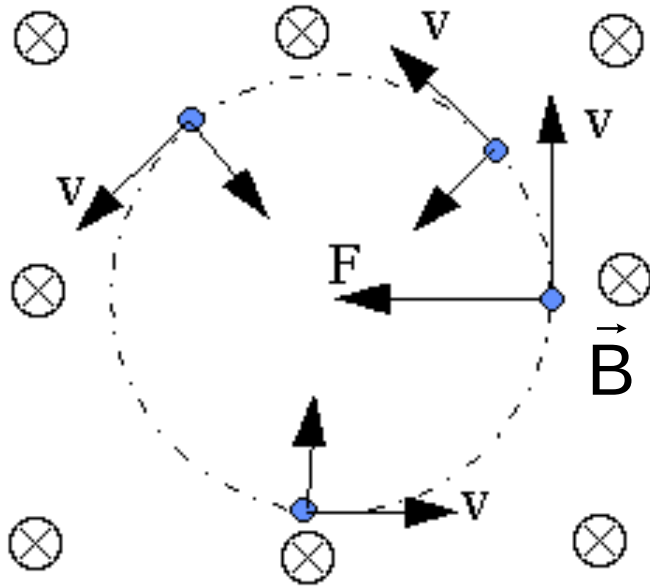


Ablenkung eines
Elektronenstrahls
im Magnetfeld

Kreisbewegung im Magnetfeld

- Ist das Magnetfeld $\vec{B}$ homogen, so bewegt sich ein Teilchen der Masse m und Ladung q auf einer **Kreisbahn** mit dem Radius r .

Kreisbahn bestimmt durch Gleichgewicht zwischen **Lorentzkraft** und **Zentrifugalkraft**



$$\begin{array}{c} \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ |\vec{F}_L| = q \cdot v \cdot B = |\vec{F}_Z| = \frac{m \cdot v^2}{r} \end{array}$$

$$q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$\text{Bahnradius: } r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{p}{q \cdot B}$$

$$\text{Geschwindigkeit: } v = \frac{q}{m} \cdot r \cdot B$$

$$\text{Umlaufzeit: } T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}$$

Umlaufzeit T unabhängig vom Radius



Beispiel für Kreisbewegung im Magnetfeld

- ein Proton bewegt sich senkrecht zu einem Magnetfeld der Stärke 0,4 T auf einer Kreisbahn mit Radius $r = 0,21$ m.

1.) Wie lange dauert ein Umlauf ?

2.) Wie schnell fliegt das Proton ?

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}; \quad q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}; \quad B = 0,4 \text{ T}; \quad r = 0,21 \text{ m}$$

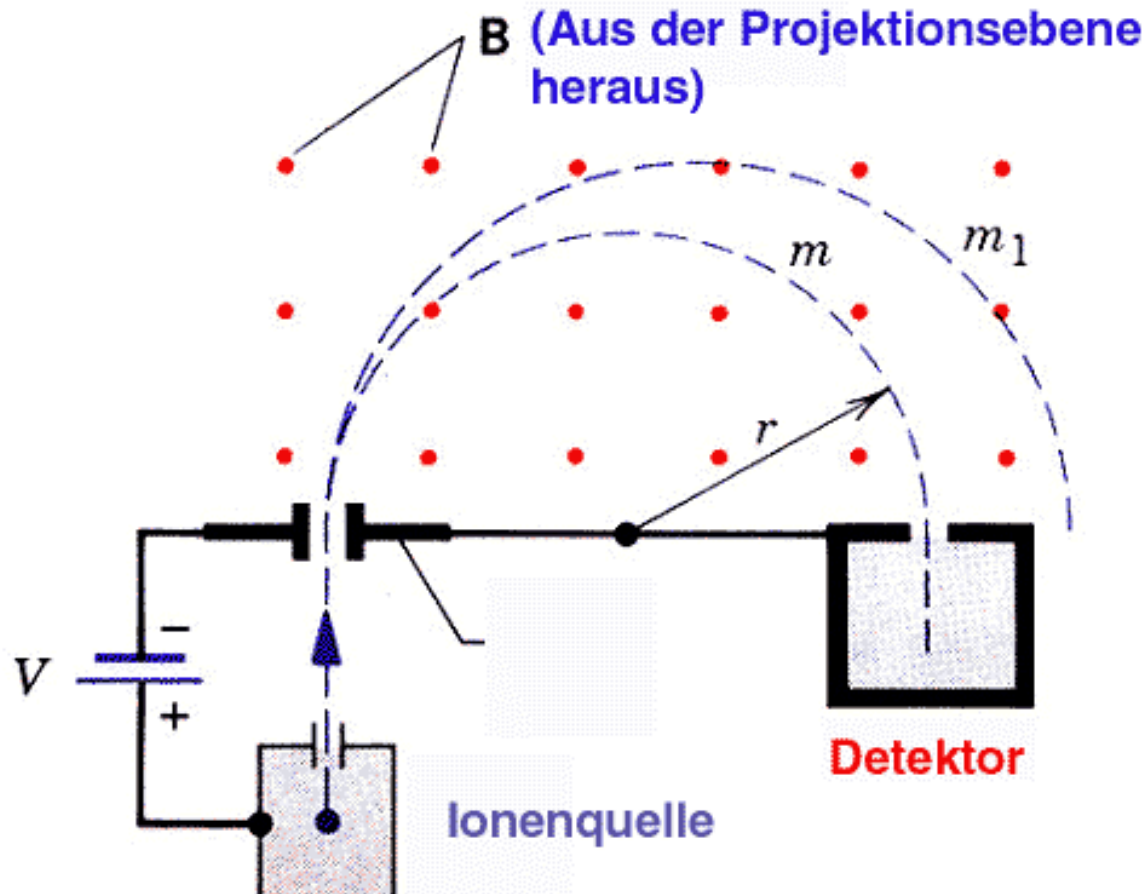
$$1.) \quad T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B} = \frac{6,28 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,4 \text{ T}} = 1,64 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

$$2.) \quad v = \frac{q}{m} \cdot r \cdot B = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \cdot 0,21 \text{ m} \cdot 0,4 \text{ T} = 8,05 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

= 2,7% der Lichtgeschwindigkeit c

$$(c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

Anwendung : Massenspektrometer



- Ionen mit gleicher Geschwindigkeit v aber unterschiedlichen Massen m , m_1 gelangen in ein Magnetfeld

$$\text{Bahnradius: } r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

$$r \sim m$$

$$\text{da } m_1 > m \Rightarrow r_1 > r$$

⇒ Trennung von Ionen unterschiedlicher Masse; Isotopentrennung

Zusammenfassung

- Elektrizität und Magnetismus sind stark miteinander verknüpft
- **Stromfluss erzeugt Magnetfeld**
- **Magnetische Induktion**: Magnetische Flussänderung induziert Spannung

$$U_{\text{ind}} = -n \cdot \frac{d\Phi}{dt}; \quad \Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

Anwendung: Spannungsgenerator

Lenzsche Regel: Die induzierte Spannung wirkt ihrer Ursache entgegen

- Magnetfelder üben Kräfte aus auf stromführende Leiter: $\vec{F} = L \cdot (\vec{I} \times \vec{B})$

Anwendung: Elektromotor

- stromführende Leiter üben untereinander Kräfte aus:
gleiche Stromrichtung $\Rightarrow$ Anziehung
entgegengesetzte Stromrichtung $\Rightarrow$ Abstoßung

- Magnetfelder üben auf freie Ladungsträger die **Lorentzkraft** aus:

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$