

## 2. Dynamik:

die Lehre von den Kräften

# Ursache von Bewegungen: Kraft

- Bislang haben wir uns auf die Beschreibung von Bewegungsvorgängen beschränkt, ohne nach der Ursache von Bewegung zu fragen.
- Hierzu neue physikalische Größe notwendig: **Kraft (Vektorgroße)**
- Alle Phänomene der klassischen Mechanik können durch drei einfache Gesetze, die **Newtonschen Axiome** beschrieben und quantitativ vorhergesagt werden.
- Newtonsche Axiome stellen Zusammenhang zwischen der **Bewegung** eines Körpers, seiner **Masse** und der auf ihn wirkenden **Kraft** her

# Newton'sche Axiome

## I. Erstes Newtonsches Axiom: Trägheitsprinzip

Ein Körper bleibt in Ruhe oder bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit, wenn keine resultierende Kraft auf ihn einwirkt. Die resultierende Kraft ist die Summe aller wirkenden Kraftvektoren

## II. Zweites Newtonsches Axiom: Aktionsprinzip

Die Beschleunigung eines Körpers ist proportional zur resultierenden Kraft und umgekehrt proportional zur Masse des Körpers

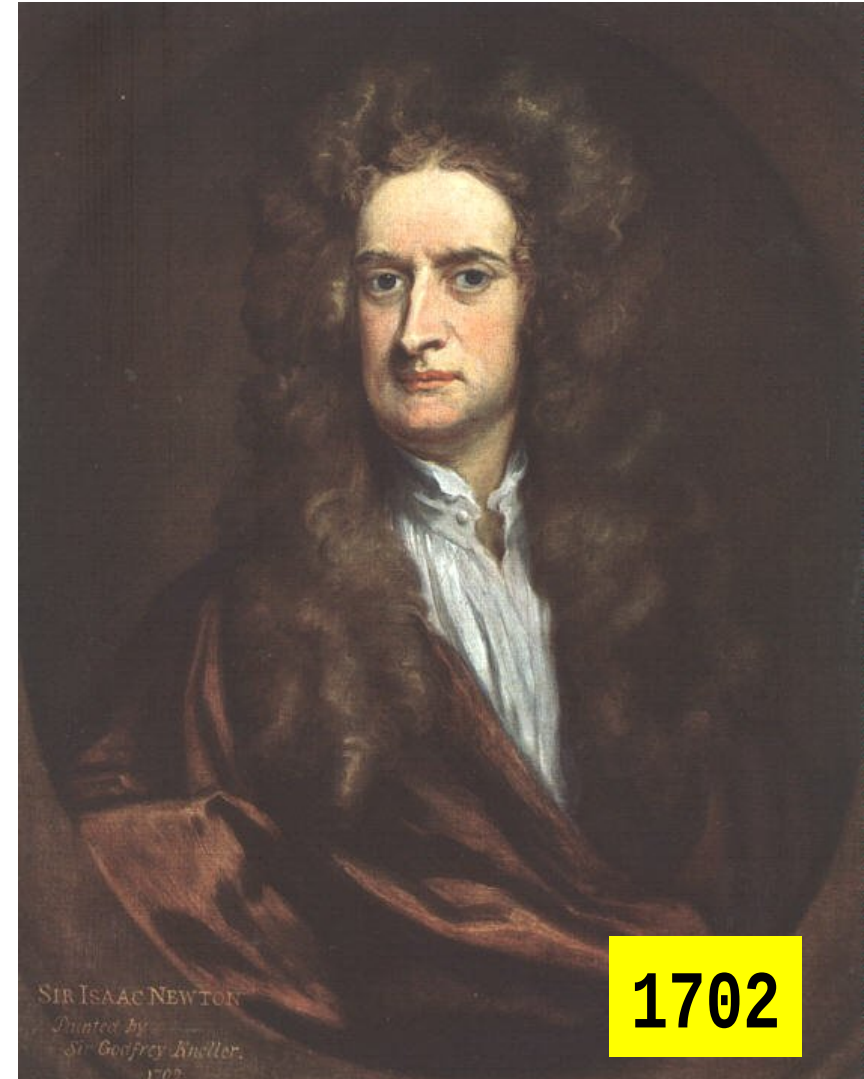
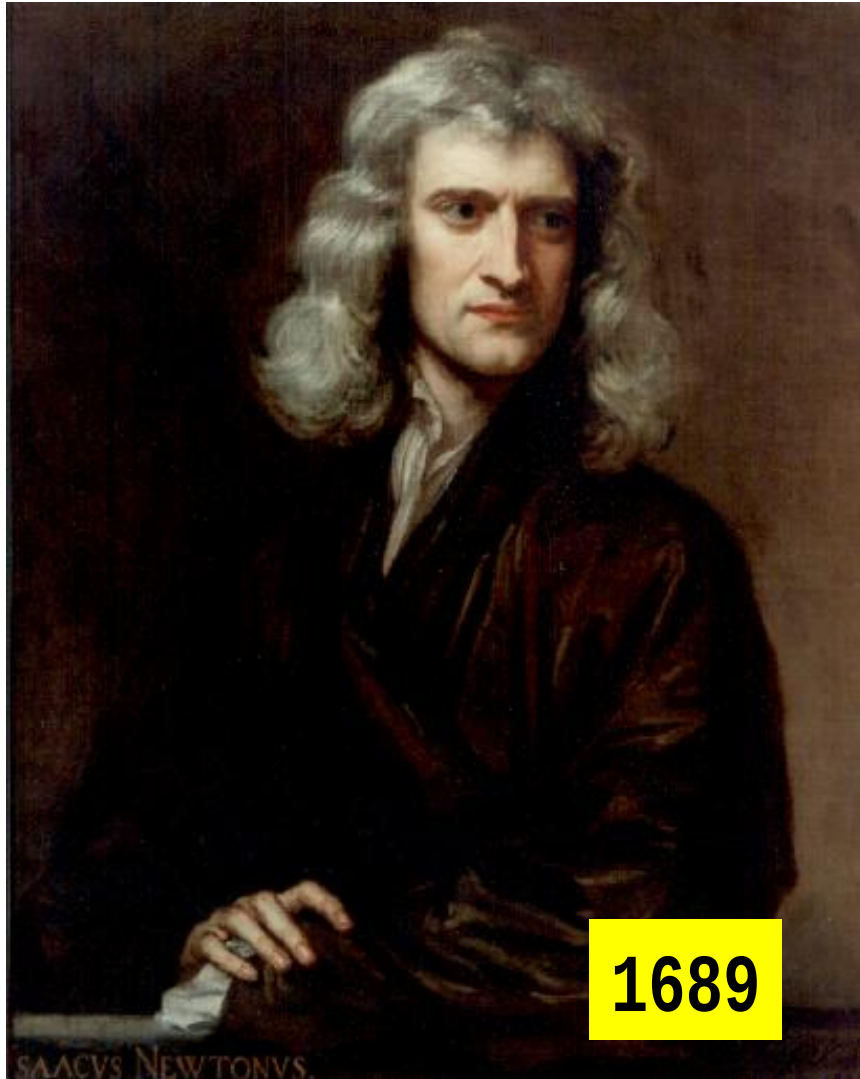
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{oder} \quad \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

## III. Drittes Newtonsches Axiom: Reaktionsprinzip

Übt Körper A eine Kraft auf Körper B aus, so wirkt eine gleich große aber entgegengesetzte Kraft von Körper B auf Körper A

# Sir Isaac Newton (1642-1727)

Einer der größten Denker,  
den die Menschheit bislang hervorgebracht hat



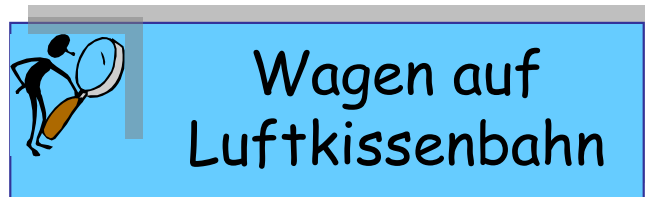
# Trägheit und Masse

- Die Eigenschaft eines Körpers, seinen Bewegungszustand beizubehalten, nennt man **Trägheit**



- Die **Masse** eines Körpers ist ein Maß für den Widerstand, den ein Körper der Änderung seiner Geschwindigkeit, d.h. einer Beschleunigung entgegensetzt
- Das Verhältnis zweier Massen kann man dadurch messen, dass man eine gleich große Kraft auf beide Körper einwirken lässt und die resultierenden Beschleunigungen misst

$$\vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}_1 = m_2 \cdot \vec{a}_2; \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{|\vec{a}_2|}{|\vec{a}_1|}$$



# Einheit der Kraft

Die Einheit der Kraft ist das **Newton (N)**

1 Newton ist die Kraft, die notwendig ist, um einen Körper der Masse 1kg auf 1 m/s<sup>2</sup> zu beschleunigen: **1 N = 1 kg m/s<sup>2</sup>.**

Als Symbol für die Kraft wird üblicherweise F (force) verwendet

Beispiel:

Eine gegebene Kraft beschleunigt einen Körper der Masse 1 kg mit 5 m/s<sup>2</sup>. Dieselbe Kraft beschleunigt einen zweiten Körper mit 20 m/s<sup>2</sup>. Welche Masse hat der zweite Körper?

Die beschleunigende Kraft ist  $F = 1\text{kg} \cdot 5\text{m/s}^2 = 5\text{ N}$

$$m_2 = \frac{|\vec{F}|}{|\vec{a}|} = \frac{F}{a}; \quad m_2 = \frac{5\text{N}}{20\text{m/s}^2} = \frac{5\text{kgm/s}^2}{20\text{m/s}^2} = 0,25\text{kg}$$

- Die Beschleunigung des zweiten Körpers ist 4-mal größer, d.h. seine Masse ist 4-mal kleiner, also 0,25 kg

# Das zweite Newtonsche Axiom

- Das zweite Newtonsche Axiom verbindet die **dynamischen** Größen Masse und Kraft mit den **kinematischen** Größen Beschleunigung, Geschwindigkeit und Ortsverschiebung

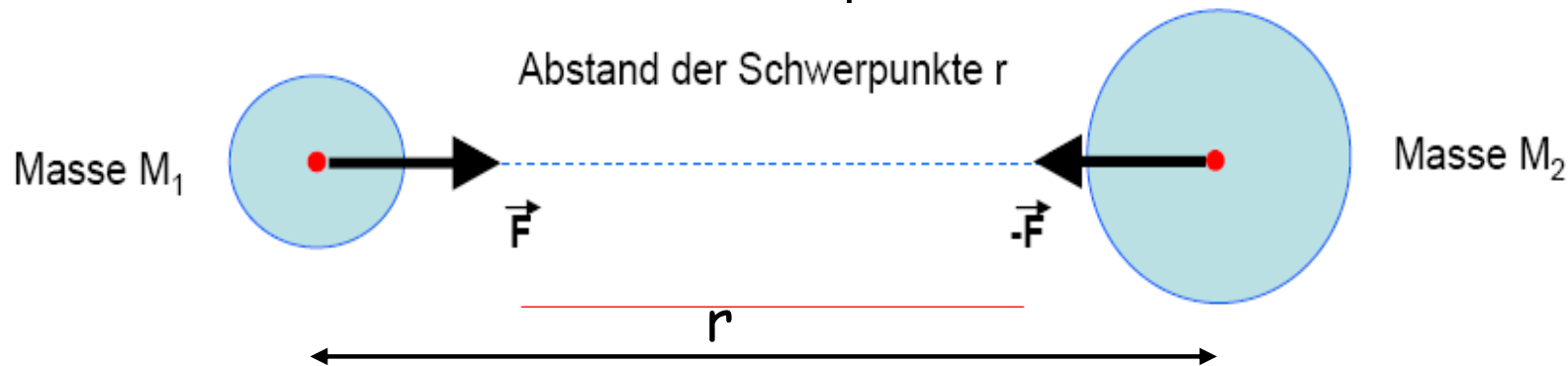
$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

- Wenn die auf einen Körper wirkende Kraft bekannt ist, kann bei bekannten Anfangsbedingungen seine Bewegung hieraus vollständig berechnet werden:  
⇒ **Bewegungsgleichung der klassischen Mechanik**
- Umgekehrt gilt: kennen wir die Beschleunigung eines Teilchens, so können wir die darauf einwirkende Kraft berechnen

# Die Gewichtskraft

- Die Ursache der Erdbeschleunigung ist die Gewichtskraft  $G=mg$
- Die Gewichtskraft  $G$  für alle Körper proportional zu ihrer Masse
- Die eigentliche Ursache für die Gewichtskraft ist die Massenanziehung, beschrieben durch das **Gravitationsgesetz**:

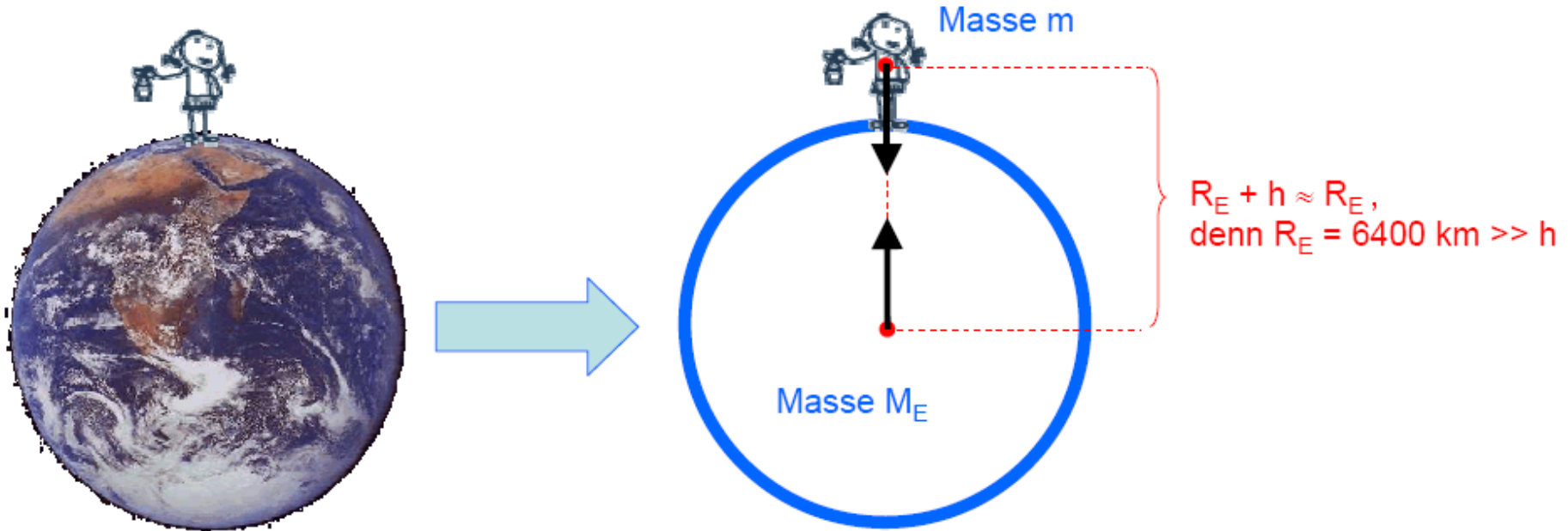
$$|\vec{F}| = \gamma \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}$$



$\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$  ist die universelle Gravitationskonstante

- Die Beträge der Kräfte auf  $M_1$  (durch  $M_2$ ) und auf  $M_2$  (durch  $M_1$ ) sind gleich. Die Wirkungsrichtungen sind entgegengesetzt, aber beide entlang der Verbindungslinie der beiden Massen: **actio = reactio**

# Die Gewichtskraft



Der Betrag der Erdanziehungskraft auf  $m$  durch  $M_E$  in der Nähe der Erdoberfläche ist näherungsweise konstant:

$$|\vec{F}| = \gamma \cdot \frac{m \cdot M_E}{(R_E + h)^2} \approx m \cdot \frac{\gamma \cdot M_E}{R_E^2} = m \cdot g \quad \text{d.h. } g = \frac{\gamma \cdot M_E}{R_E^2} = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

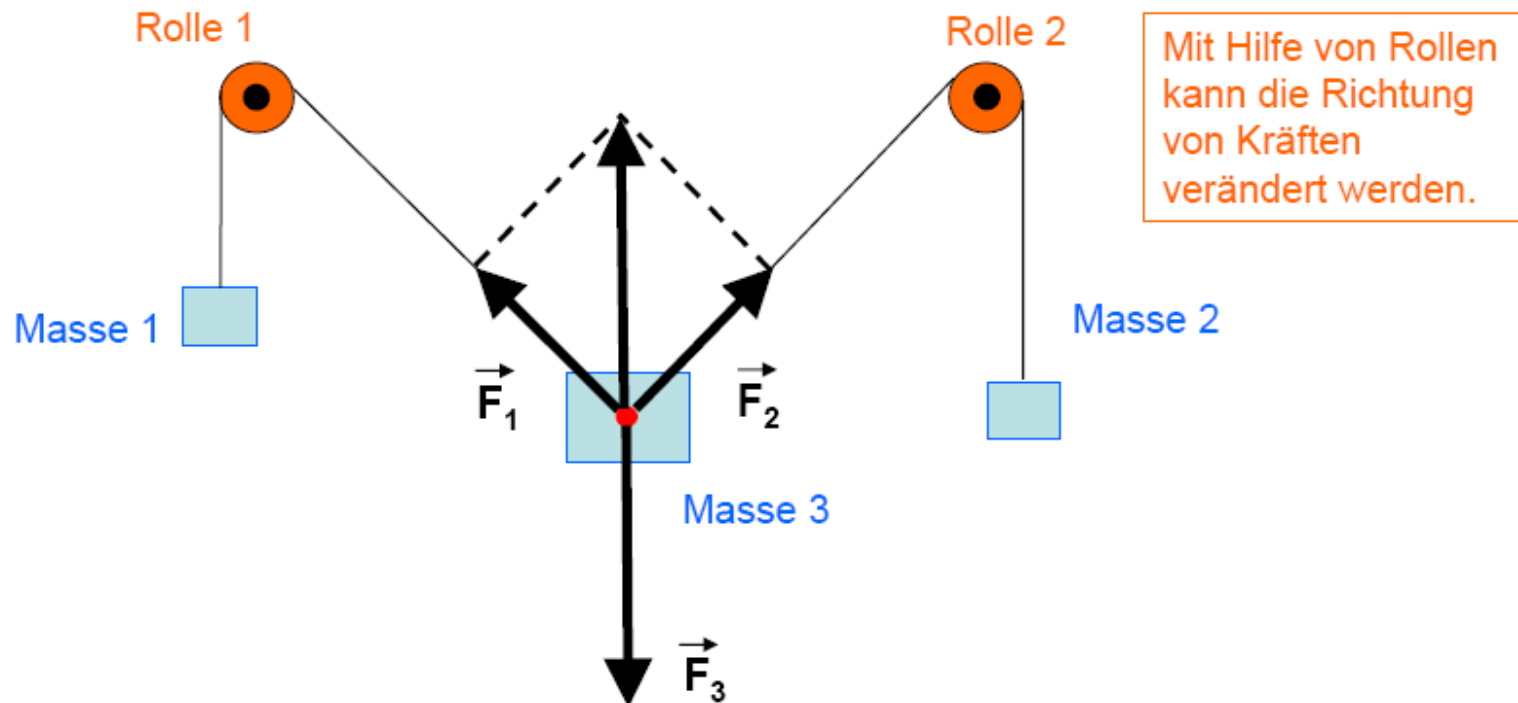
**Gewichtskraft = Masse x Erdbeschleunigung:**  $|\vec{F}| = G = m \cdot g$

Die Gewichtskraft zeigt immer zum Mittelpunkt der Erde

# Körper im mechanischen Gleichgewicht

- Beim gleichzeitigen Auftreten von mehreren Kräften muss die resultierende Kraft durch Vektoraddition ermittelt werden

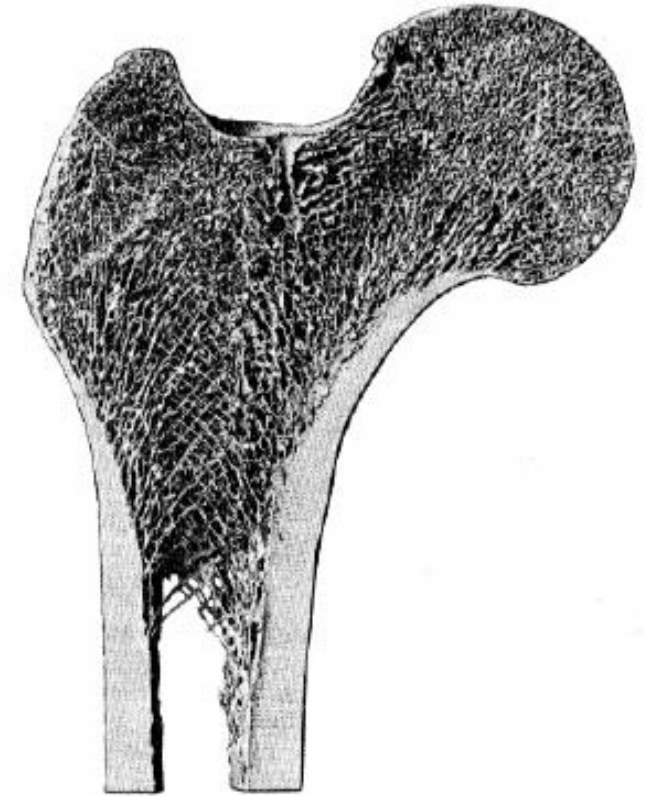
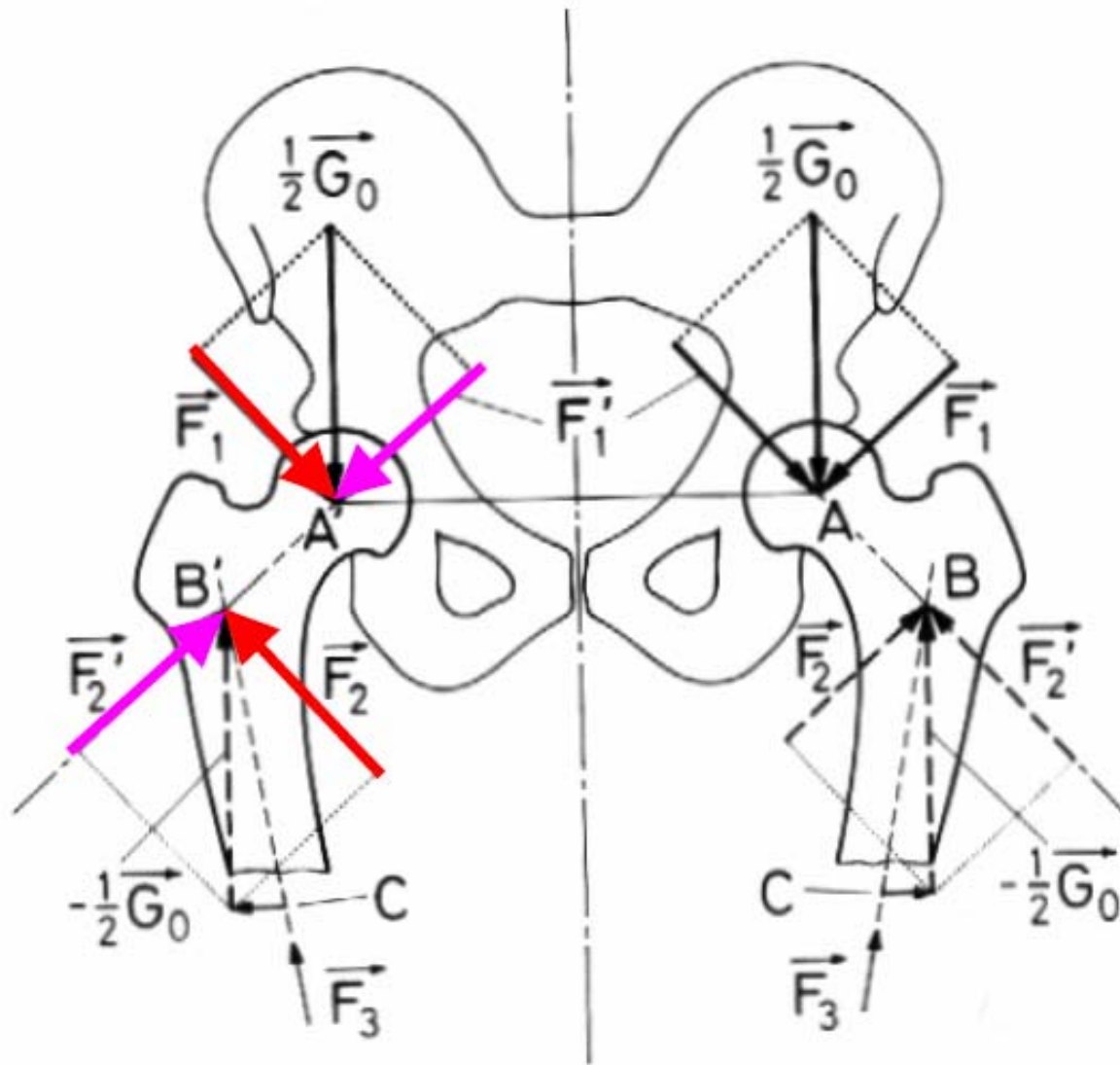
Umlenkung von Kräften und vektorielle Addition:



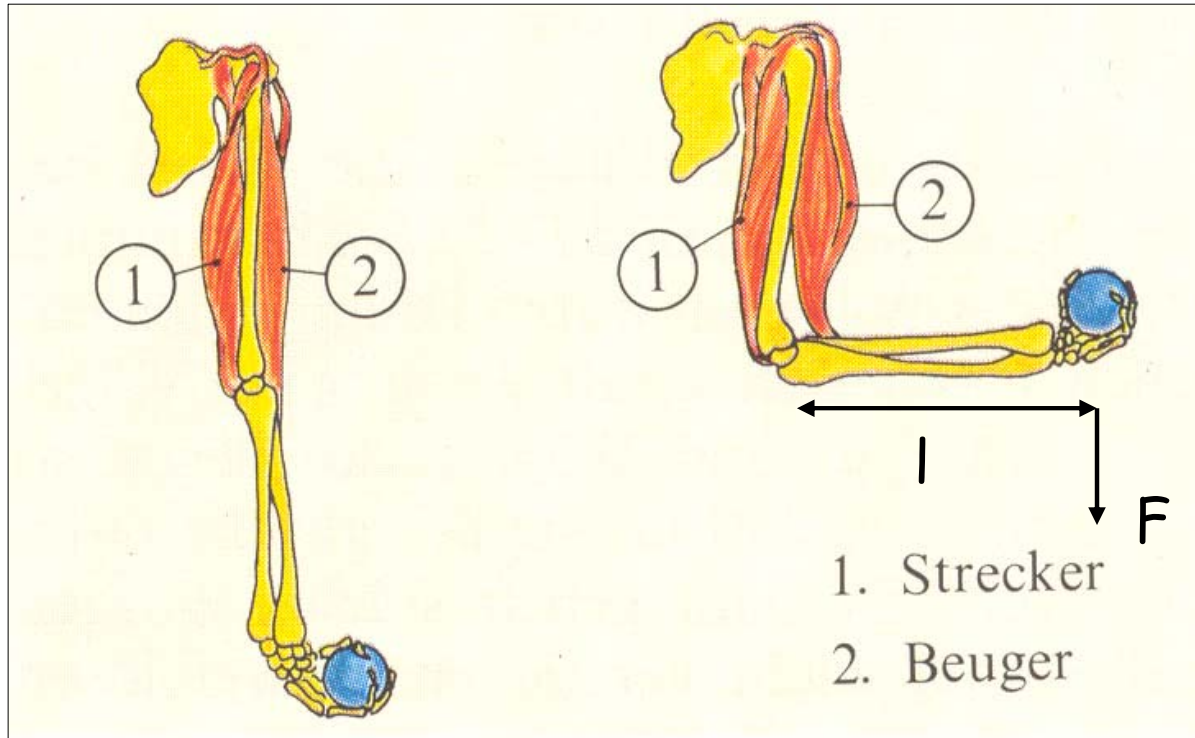
- Masse  $M_3$  ist im Gleichgewicht, wenn ihre Gewichtskraft  $\vec{F}_3$  und die beiden umgelenkten Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  (aufgrund von  $M_1$  und  $M_2$ ) zusammen vektoriell addiert Null ergeben.

$$\text{allgemein: } \vec{F}_{\text{ges}} = \sum_i \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \text{Gleichgewicht}$$

# Medizin: Knochenbelastung (1)



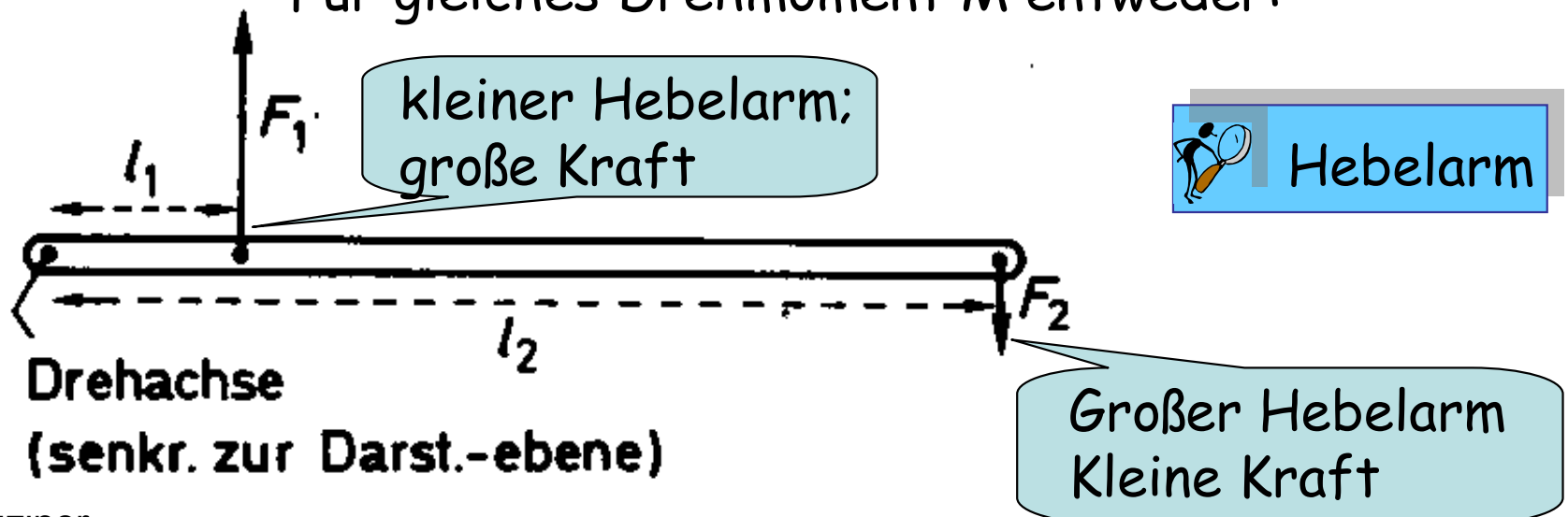
# Drehmoment und Hebel



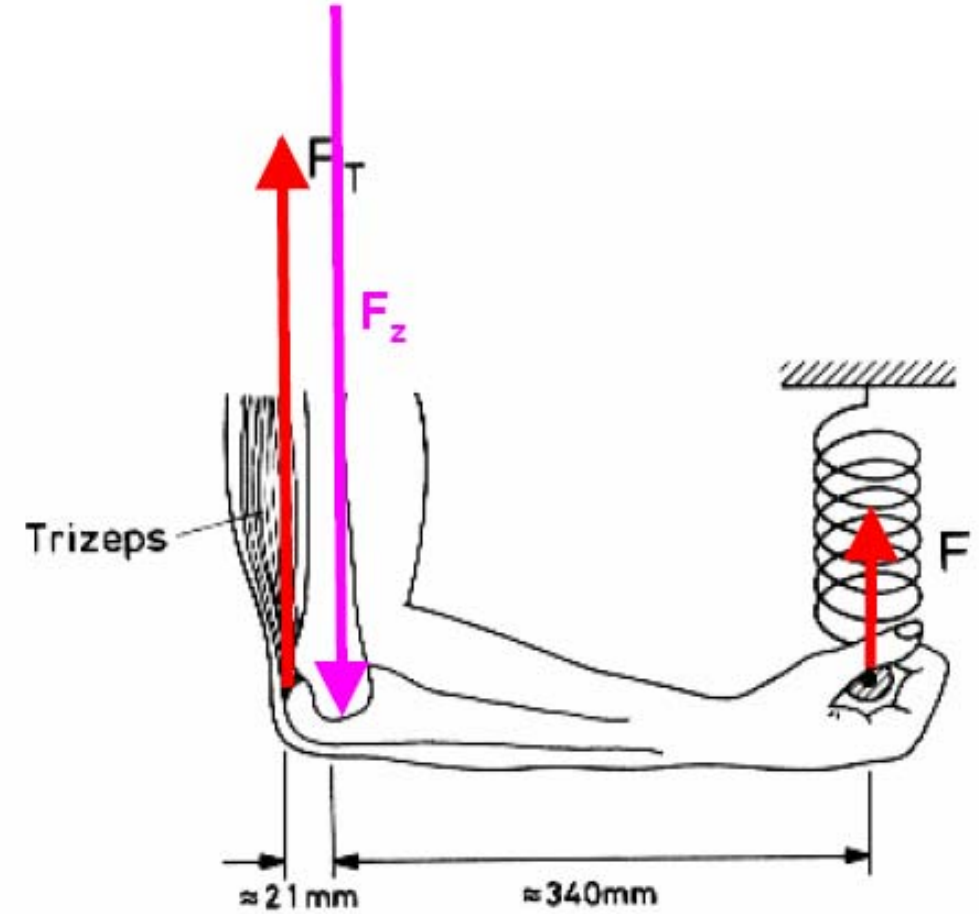
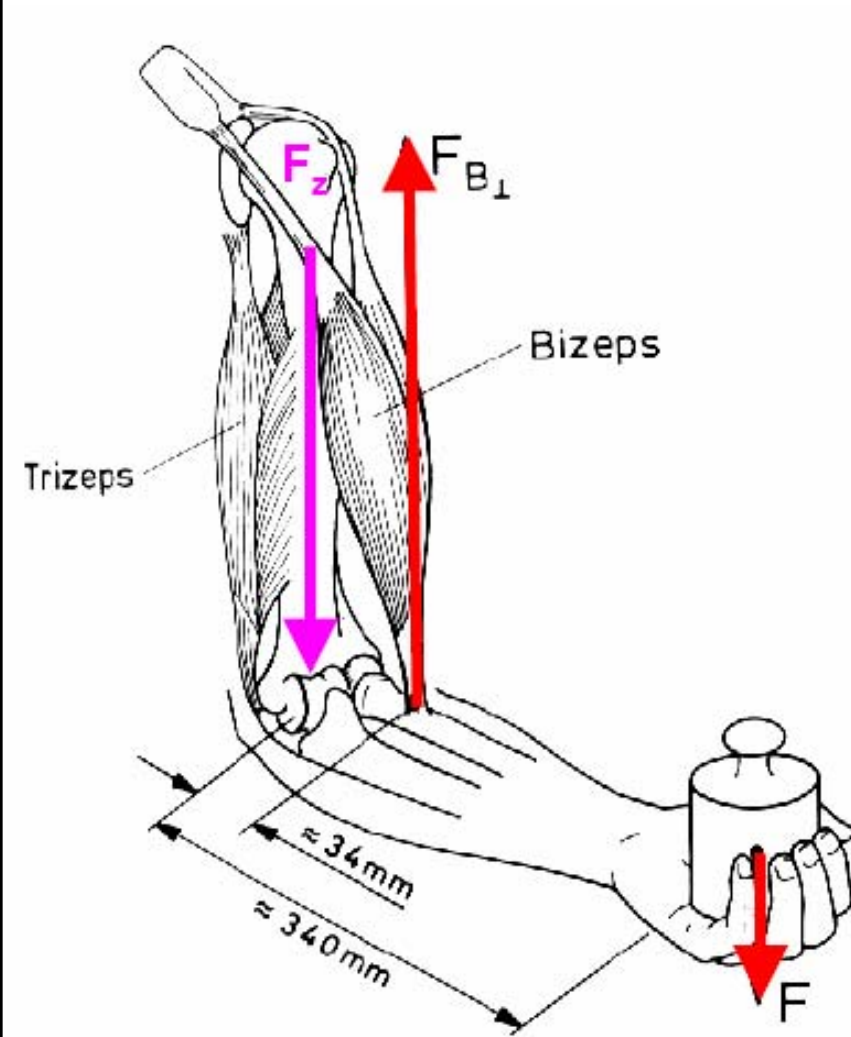
**Drehmoment**  $M =$   
Hebelarm  $l \times$  Kraft  $F$   
 $M = l \cdot F$

Einheit des Drehmoments:  
 $1 \text{ m} \times 1 \text{ N} = 1 \text{ Nm}$

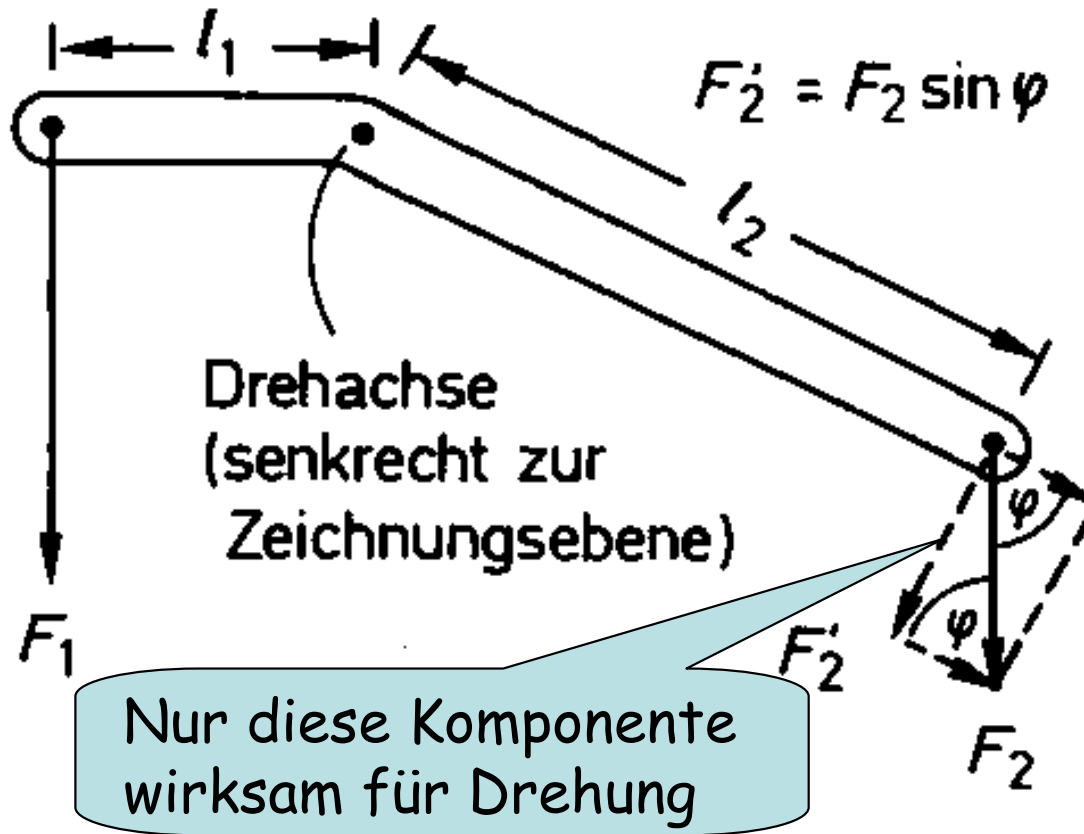
Für gleiches Drehmoment  $M$  entweder:



## Medizin: Knochenbelastung (2)



# Zweiarmiger geknickter Hebel



$$\sin \varphi = \frac{F'_2}{F_2}; \Rightarrow F'_2 = F_2 \cdot \sin \varphi$$

Drehmoment:

$$M_2 = F'_2 \cdot l_2 = F_2 \cdot l_2 \cdot \sin \varphi$$

$\varphi$  = Winkel zwischen  $l_2$  und  $F$

Allgemein: Drehmoment  $M = r \cdot F \cdot \sin \varphi$

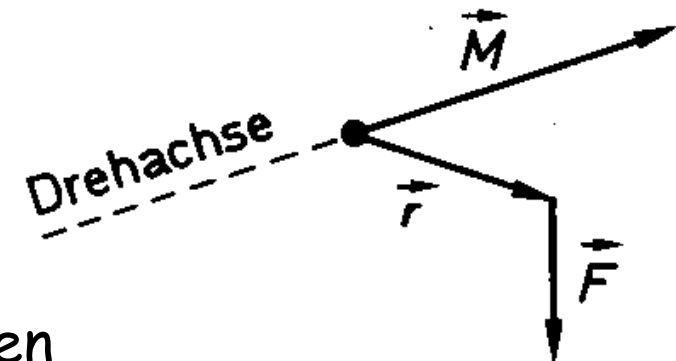
Vektorschreibweise:  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

**Vektorprodukt:** Ergebnis ist Vektor

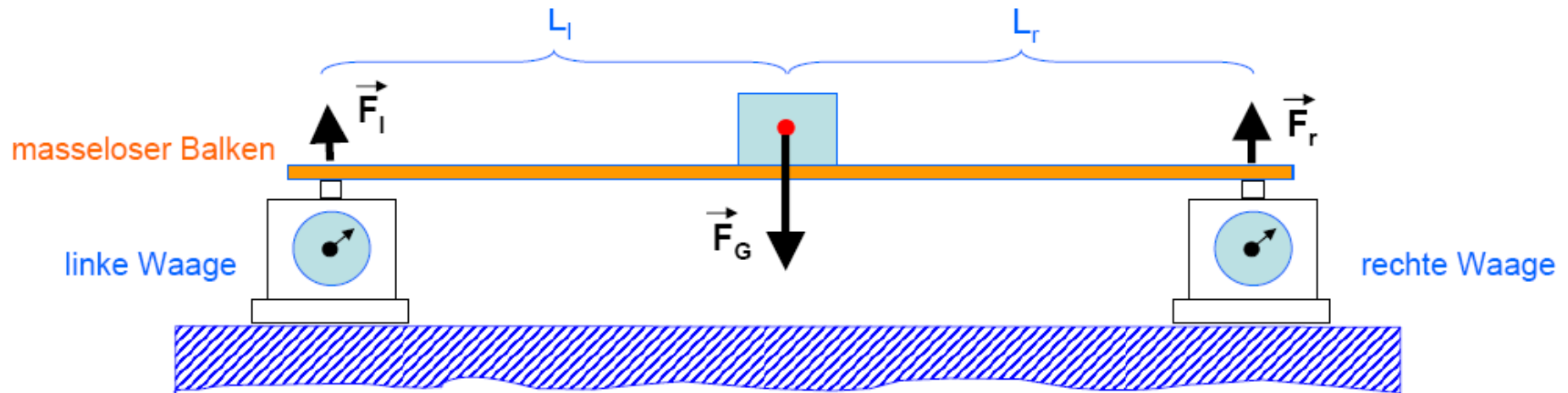
1. Vektor in Richtung des 2. Vektors drehen

Drehsinn bestimmt Richtung von  $M$ ; **Rechte-Hand-Regel:**

Finger in Drehrichtung, Daumen in Richtung von  $\vec{M}$

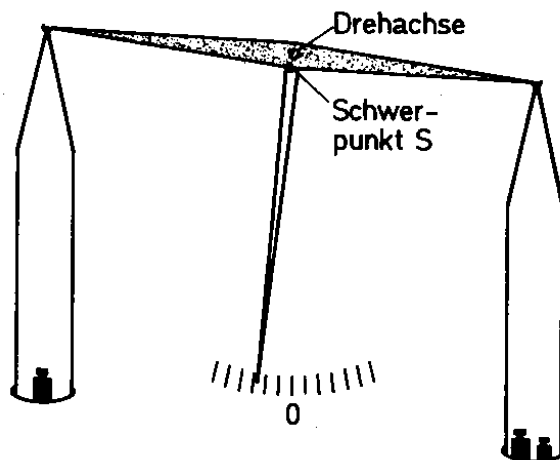


# Kräfte und Drehmomente an Waage



$$\vec{F}_G = -(\vec{F}_l + \vec{F}_r); \quad \rightarrow \vec{F}_G + \vec{F}_l + \vec{F}_r = 0$$

- Summe der auf den Balken wirkenden Kräfte ist Null;  $\Rightarrow$  **Gleichgewicht !**
  - Drehmomente  $M_l = L_l \cdot F_l = M_r = L_r \cdot F_r$  kompensieren sich;  
 $\Rightarrow$  Summe der Drehmomente ist Null  $\Rightarrow$  **Gleichgewicht !**
- $$\frac{F_l}{F_r} = \frac{L_r}{L_l}$$



## Waagebalken

aufgrund des Drehmoments dreht sich die Waage in eine neue Gleichgewichtslage: gleich lange Hebelarme, aber  $F_r > F_l$

# Körper im mechanischen Gleichgewicht

- Damit ein Körper im mechanischen Gleichgewicht ist, muss:

(i) Die Summe aller auf ihn wirkenden Kräfte Null sein:

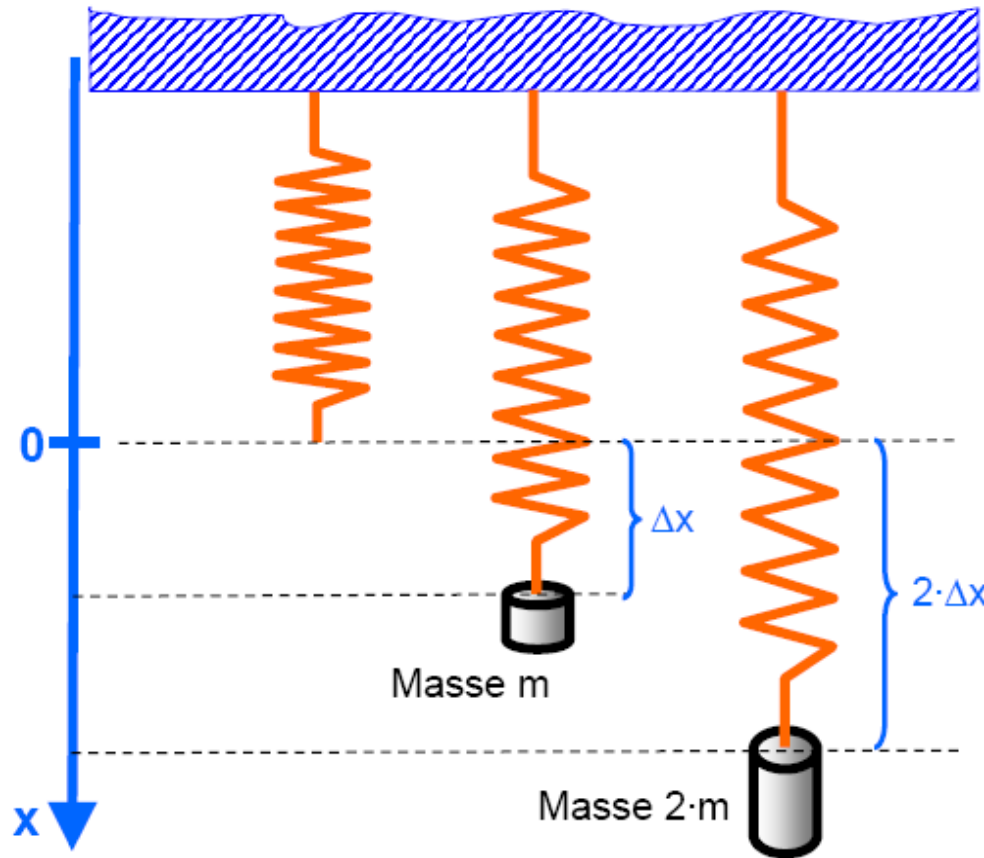
$$\vec{F}_{\text{ges}} = \sum_i \vec{F}_i = 0$$

und

(ii) Die Summe aller auf ihn wirkenden Drehmomente Null sein:

$$\vec{M}_{\text{ges}} = \sum_i \vec{M}_i = 0$$

# Federkraft



Federkraft

$$F_{\text{Feder}} = - D \cdot \Delta x$$



Feder mit unterschiedlichen Massen

Gewichtskraft

$$F = m \cdot g$$

- Hängt man eine Masse an eine Feder, so dehnt sich die Feder um  $\Delta x$ , bevor sich eine neue Gleichgewichtslage einstellt
- Gleichgewicht: Summe der Kräfte auf Masse  $m$  ist Null:  
Feder muss Kraft auf  $m$  ausüben: Federkraft:  $F_{\text{Feder}} = - D \cdot \Delta x$   
 $D$  = Federkonstante

# Das Dritte Newtonsche Axiom (Reaktionsprinzip)

## III. Drittes Newtonsches Axiom: Reaktionsprinzip

Übt Körper A eine Kraft auf Körper B aus, so wirkt eine gleich große aber entgegengesetzte Kraft von Körper B auf Körper A

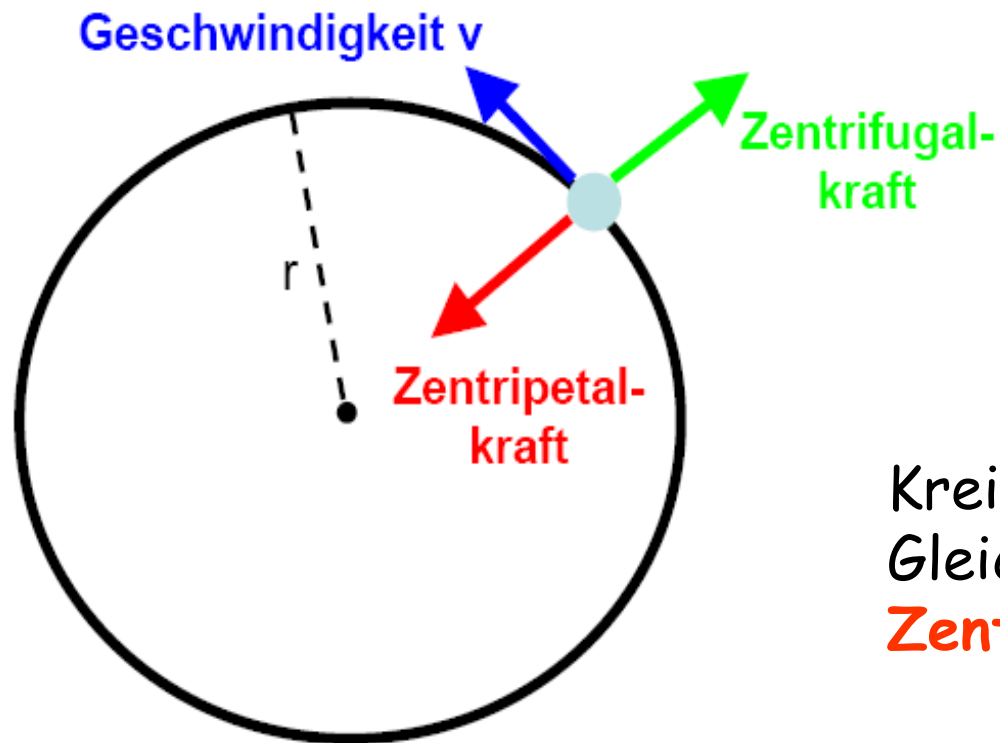


Ergebnis: beide Wagen bewegen sich aufeinander zu,  
unabhängig davon wer zieht

Weiteres Beispiel:

- Ich übe eine Kraft auf den Fußboden aus:  
Gewichtskraft meines Körpers.
- Warum versinke ich nicht im Boden ?
- Weil der Boden eine gleichgroße aber  
entgegengesetzte Kraft auf meine Füße ausübt.

# Kreisbewegung: Zentripetalkraft und Zentrifugalkraft



Die **Zentripetalkraft** bewirkt eine Radialbeschleunigung

$$a_r = -\frac{v^2}{r}$$

in Richtung des Zentrums

Kreisbahn ergibt sich aus dem Gleichgewicht zwischen **Zentripetal-** und **Zentrifugalkraft**

**Zentripetalkraft:**  $F_{\text{zentripetal}} = m \cdot a_r = -\frac{m \cdot v^2}{r}$

**Zentrifugalkraft:**  $F_{\text{zentrifugal}} = -m \cdot a_r = \frac{m \cdot v^2}{r}$

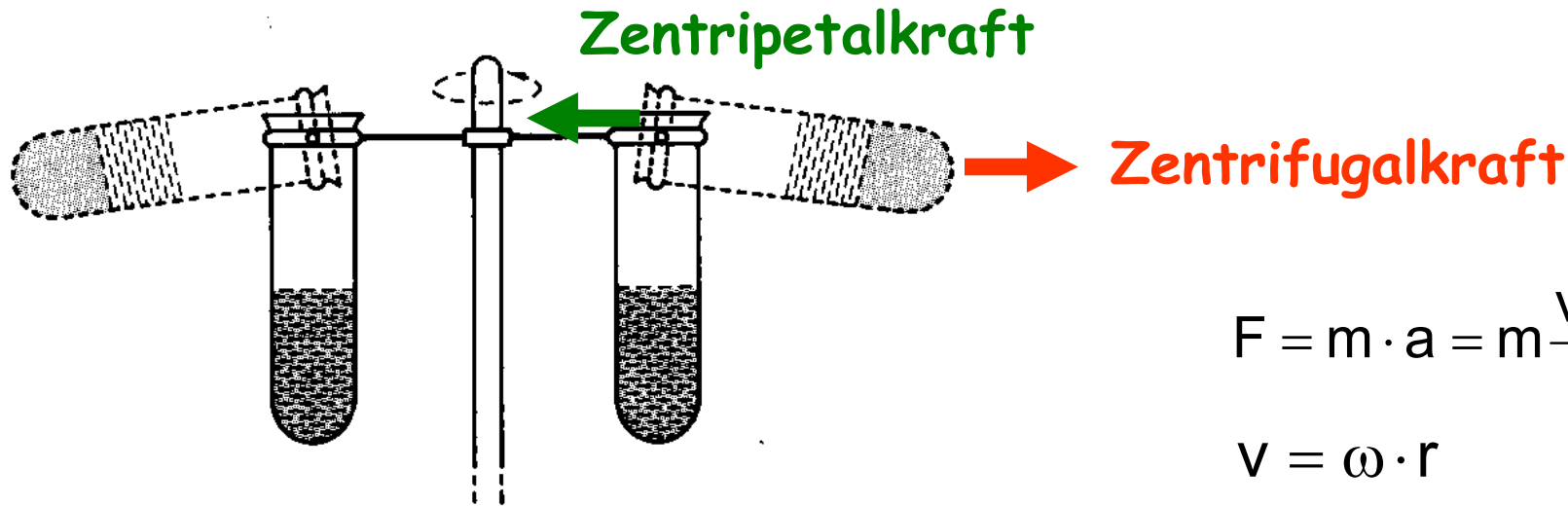


Rotierende  
Kette



Schleifstein

# Zentrifuge



Beispiel: Zentrifuge mit 3000 Umdrehungen pro Minute (U.p.M.) und  $r = 1 \text{ cm}$ :  
Wie groß ist die Beschleunigung?

$$a = 4\pi^2 r \cdot f^2 = 4\pi^2 \cdot 10^{-2} \text{ m} \left( \frac{3000}{60 \text{ s}} \right)^2$$
$$= 986 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 100 \text{ g}$$

d.h. 100 fache Erdbeschleunigung

$$F = m \cdot a = m \frac{v^2}{r}$$

$$v = \omega \cdot r$$

$$F = m \frac{\omega^2 r^2}{r} = m \omega^2 r$$

$$a = \omega^2 r = (2\pi f)^2 r$$



# Kreisbewegung: Zentrifugalkraft



Beide Kräfte proportional  $m$ , d.h. für mitfahrenden Personen ist der Anstellwinkel gleich!

Zentrifugalkraft

Gewichtskraft

## Statik:

- Ein Körper befindet sich in Ruhe (oder bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit), wenn die Summe aller auf ihn wirkenden Kräfte und Drehmomente Null ist (**I.Newtonsches Axiom**)
- Jede Kraft ruft eine gleich große Gegenkraft hervor:  
**actio = reactio (III.Newtonsches Axiom)**

## Dynamik:

- Ein Körper wird nur dann beschleunigt, wenn eine resultierende Kraft auf ihn wirkt:  **$F = m \cdot a$  (II.Newtonsches Axiom)**

# Griechische Buchstaben in der Physik

$\Delta$ : **Delta**; charakterisiert ein kleines Intervall, z.B.  $\Delta t$  Zeitintervall

$\theta$ : **Theta**: Winkel

$\varphi$ : **phi**: Winkel

$\omega = d\varphi/dt$ : **omega**: Winkelgeschwindigkeit, Kreisfrequenz

$\rho$ : **rho**: Dichte