

Versuch 9A: Absorption von Röntgenstrahlung
9B: Dosimetrie von Röntgenstrahlung

Physikalische Grundbegriffe

- Elektromagnetische Strahlung,
- Röntgenstrahlung (kontinuierliche, charakteristische)
- Bremsstrahlung
- Atomhülle, Bohrsches Atommodell, Lichtentstehung
- Elektronenvolt
- Absorptionsgesetz
- Photoeffekt, Comptoneffekt, Paarbildung
- Dosimetrie, Strahlenschutz

Messtechnische Grundlagen:

- Röntgenröhre
- Zählrohr
- Ionisationskammer

weiterführende Literatur:

- W.Seibt, Physik f. Mediziner, 3.Aufl. p. 346-357, 420-424
- W.Hellenthal, Physik für Mediziner und Biologen, 6.Aufl. p. 285-289, 297-298
- V.Harms, Physik für Mediziner und Pharmazeuten, 14 Aufl. p. 191-205

Erläuterung der wichtigsten physikalischen Begriffe

- Elektromagnetische Strahlung

Röntgenstrahlung besteht aus elektromagnetischen Wellen. Der Wellenlängenbereich erstreckt sich von etwa 10 nm bis 0,001 nm. Langwellige Röntgenstrahlung wird als **weiche**, kurzwellige als **harte** Strahlung bezeichnet. Unter **konventioneller Röntgenstrahlung** versteht man in der Medizin Strahlung, die mit Anodenspannungen ≤ 100 kV erzeugt wird. Die Gesamtheit aller elektromagnetischen Wellen bilden das **elektromagnetische Spektrum**. Die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen erfolgt im Vakuum mit der Geschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8$ m/s (Lichtgeschwindigkeit).

Man kann Röntgenstrahlung auch als einen Strom von **Röntgenquanten** betrachten, deren Energie **W** der Frequenz proportional ist:

$$\boxed{W = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}} \quad (9.1)$$

h: **Plancksches Wirkungsquantum**: $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ W·s²
c: Lichtgeschwindigkeit, λ : Wellenlänge, ν : Frequenz

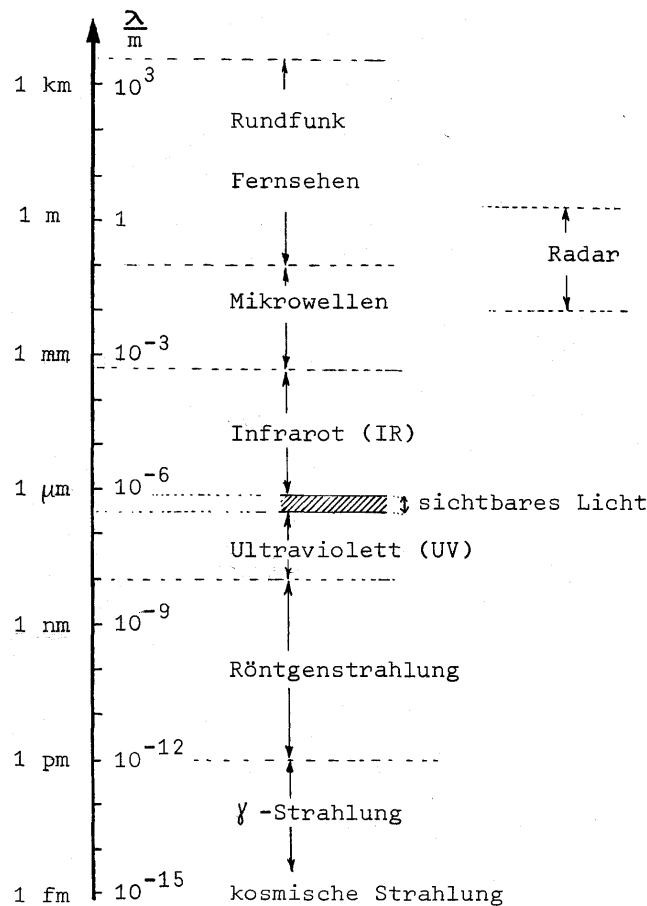


Abb.: 9.1: Elektromagnetisches Spektrum

Im Gegensatz zum sichtbaren Licht ändert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Röntgenstrahlung beim Übergang von Vakuum in Materie fast nicht. Es gibt daher keine Linsen, um Röntgenstrahlen zu fokussieren.

• Erzeugung von Röntgenstrahlung, Röntgenröhre

Röntgenstrahlung entsteht beim Aufprall schnell bewegter Elektronen auf Materie. Abb.9.2 zeigt schematisch den Aufbau einer Glühkathoden-Röntgenröhre zur Erzeugung von Röntgenstrahlung. In einem hochevakuierten Glaskolben befinden sich eine **Glühkathode** und eine **Anode**. Die Anode ist aus einem Metall hoher Ordnungszahl (z.B. Wolfram, Kupfer, Molybdän). Zwischen Kathode und Anode wird hohe Gleichspannung angelegt. Durch diese **Anodenspannung** U_A entsteht zwischen Kathode und Anode ein elektrisches Feld, in dem die aus der Glühkathode austretenden Elektronen zur Anode hin beschleunigt werden. Beim Aufprall der Elektronen auf die Anode entsteht dann Röntgenstrahlung. Sie wird vorwiegend unter flachem Winkel zur Anodenoberfläche abgestrahlt. Die Elektronen, die aus der Kathode austreten und zur Anode fliegen, stellen den **Anodenstrom** i_a dar. Er wird auch Röhrenstrom oder Emissionsstrom genannt.

Die Elektronen werden noch durch geeignete elektronen-optische Vorrichtungen (z.B. Wehneltzylinder) gebündelt, so dass ein fein fokussierter Strahl auf die Anode trifft. Dadurch

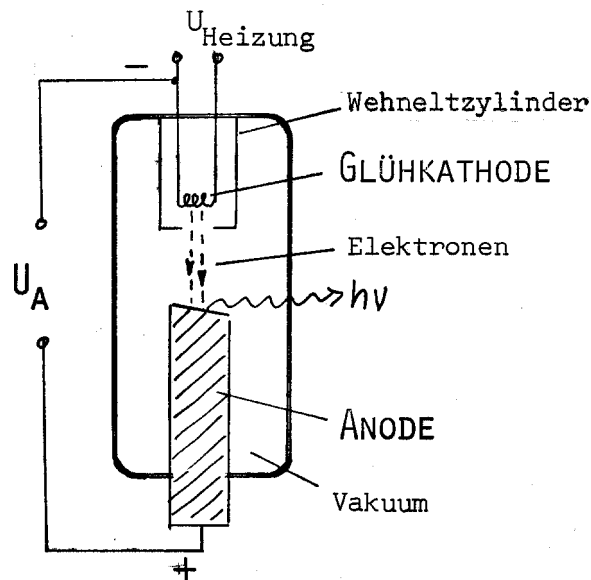


Abb.9.2 Röntgenröhre

wird der sog. "Brennfleck" als Emissionszentrum für die Strahlung klein gehalten. Die von der Röntgenröhre aufgenommene Anodenleistung $P_A = i_a U_A$ wird zum größten Teil in Wärme (Erhitzung der Anode) umgesetzt. Man spricht daher auch von der "Anodenverlustleistung". Unter dem Wirkungsgrad oder Nutzeffekt η einer Röntgenröhre versteht man den Quotienten aus der Strahlungsleistung und der Anodenleistung. η ist für nicht zu hohe Leistungen proportional zu U_A und proportional zur Ordnungszahl Z des Anodenmaterials:

$$\eta = k \cdot Z \cdot U_A$$

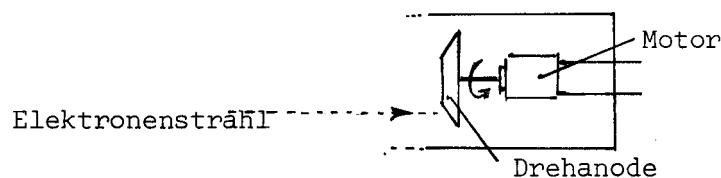


Abb.9.3: Drehanode einer Röntgenröhre

Die Konstante hat etwa den Wert 10^{-9} V^{-1} , so dass z.B. für eine Molybdän-Anode ($Z = 42$) für $U_A = 100 \text{ kV}$ der Wirkungsgrad der Röhre etwa 0,4 % ist.

Da praktisch die gesamte aufgenommene Leistung als Verlustleistung auftritt, erhitzt sich die Anode stark. Sie muss daher gekühlt werden. Für kleinere Röhren reicht oft Luftkühlung aus; Röhren mit größerer Leistung erfordern eine Wasser- oder Ölkühlung oder sie besitzen eine Drehanode. Ein Motor dreht die Anode, so dass der Brennfleck ständig auf eine andere Stelle der Anode fällt; s. Abb. 9.3).

Bei der von einer Röntgenröhre emittierten Strahlung unterscheidet man zwischen der **Intensität** der Strahlung und der **Energie** der Strahlung. Fällt auf eine Fläche A in der Zeit t die Strahlungsenergie W , so versteht man unter der Intensität I die Energie, die pro Zeiteinheit auf die Flächeneinheit auftrifft:

$$I = \frac{W}{A \cdot t}$$

Einheit: W/m^2

Unter der **Energie** oder der **Härte der Strahlung** versteht man dagegen die **Quantenenergie**:

Definition der Quantenenergie:

$$W = h \cdot \nu$$

Einheit: Js bzw. eV

Steigende Intensität bei gleicher Härte bedeutet also, dass sich die Zahl der emittierten Quanten erhöht, nicht aber deren Energie bzw. Frequenz.

• **Regelung der Röntgenröhre**

Intensität und Härte der von einer Röntgenröhre emittierten Strahlung lassen sich regeln. Wie weiter unten erläutert, erreicht man eine Erhöhung der Intensität (bei gleicher Härte) durch eine Steigerung des Anodenstroms unter Konstanthaltung der Anodenspannung. Erhöht man dagegen die Anodenspannung (bei konstantem Anodenstrom), so wird dadurch sowohl die Härte als auch die Intensität gesteigert.

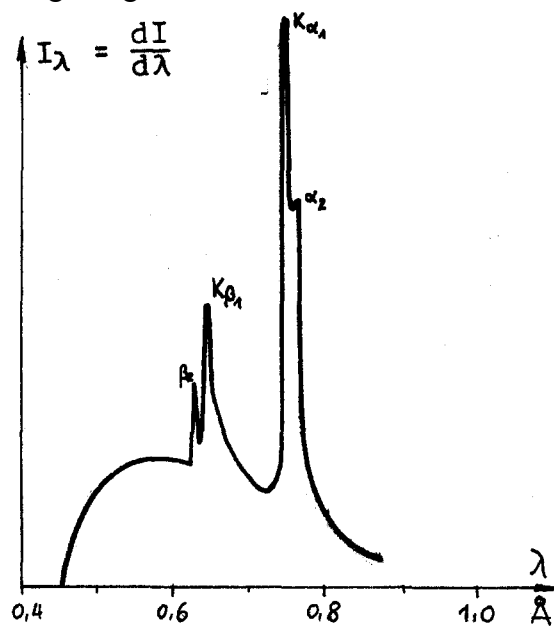


Abb.9.4: Röntgenspektrum

• **Das Spektrum der Röntgenstrahlung**

Die von einer Röntgenröhre emittierte Strahlung hat keine einheitliche Energie bzw. Wellenlänge. Die Strahlung umfasst einen großen Wellenlängenbereich. Abb.9.4 zeigt die spektrale Intensitätsverteilung der Röntgenstrahlung einer Röntgenröhre mit einer Molybdänanode bei $U_A = 28$ kV. Die Ordinate hat willkürliche Einheiten. $I_\lambda = dI/d\lambda$ ist die Intensität pro Wellenlängenintervall $d\lambda$.

Dieses Spektrum setzt sich offensichtlich aus zwei Anteilen zusammen: Einem **kontinuierlichen Spektrum** und einem **Linienspektrum**. In Abb.9.5 und 9.6 sind die beiden Anteile getrennt dargestellt.

Die Entstehung von Röntgenstrahlung beim Auftreffen schneller Elektronen auf Materie ist in dem Energieverlust begründet, den die Elektronen beim Eindringen in die Materie (Anodenmaterial) erleiden. Zwei gänzlich verschiedene Prozesse führen zur Abbremsung der Elektronen: Es ist einmal die Wechselwirkung der Elektronen durch Stöße mit der **Elektronenhülle** der Atome des Anodenmaterials (\rightarrow Linienspektrum), zum anderen ist es die Coulomb-Wechselwirkung der Elektronen mit den positiv geladenen **Atomkernen** (\rightarrow kontinuierliches Spektrum).

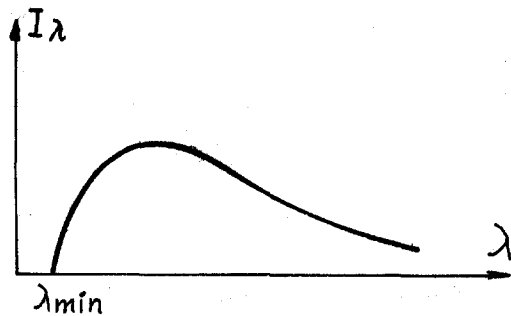


Abb. 9.5: Kontinuierliches Röntgenspektrum

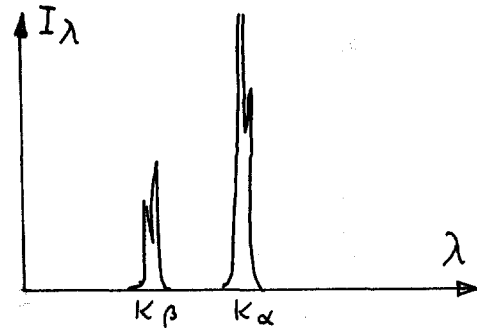


Abb. 9.6: Röntgen-Linien-Spektrum

- Das kontinuierliche Spektrum oder Bremsspektrum

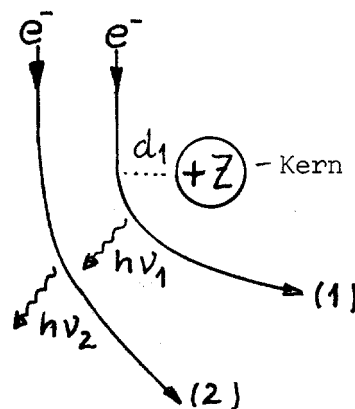


Abb. 9.7: Unterschiedliche Ablenkung von Elektronen durch das Coulombfeld des Kernes.

Wir behandeln zunächst die Entstehung des kontinuierlichen Spektrums. Es wird auch als Bremsspektrum bezeichnet. In Abb.9.7 wird ein Z -fach positiver Kern ($Z =$ Ordnungszahl) des Anodenmaterials betrachtet, an dem im Abstand d_1 ein Elektron aus der Glühkathode vorbeifliegt (Bahn 1). Durch die Coulomb-Anziehung zwischen Kern und Elektron erfährt dieses eine Richtungsänderung, d.h. es wird beschleunigt. Nach der klassischen Elektrodynamik strahlt jedes beschleunigte und elektrisch geladene Teilchen Energie ab. Die in Form eines elektromagnetischen Quants abgestrahlte Energie fehlt dem weiterfliegenden Elektron. Je näher das Elektron am Kern vorbeifliegt, desto stärker wird es abgelenkt und desto größer ist die Energie des Quants ($h\nu_1 > h\nu_2$). Da beim Vorbeifliegen vieler Elektronen an vielen Kernen statistisch alle Abstände in lückenloser Folge vorkommen, haben auch die Energiequanten bzw. die entsprechenden Wellenlängen eine lückenlose, d.h. kontinuierliche Verteilung.

Das vom Kern abgelenkte und mit geringerer Energie weiter fliegende Elektron passiert weitere Kerne, so dass aus der kinetischen Energie eines Elektrons in der Regel mehrere Quanten von geringerer Energie entstehen. Die Maximalenergie $h \cdot v_{\max}$, die demnach ein

emittiertes Quant haben kann, ergibt sich für den Fall, dass ein Elektron seine gesamte kinetische Energie $W_{\text{kin}} = e \cdot U$, die es auf dem Weg von der Kathode zur Anode nach Durchlaufen der Anodenspannung U_A erhält, in einem Prozess in ein Quant umsetzt. Das Bremspektrum bricht also bei einer Maximalfrequenz ν_{max} bzw. einer kurzwelligen Grenze λ_{min} ab. Es gilt:

$$e \cdot U_A = h \cdot \nu_{\text{max}} = \frac{h \cdot c}{\lambda_{\text{min}}} \quad (9.2)$$

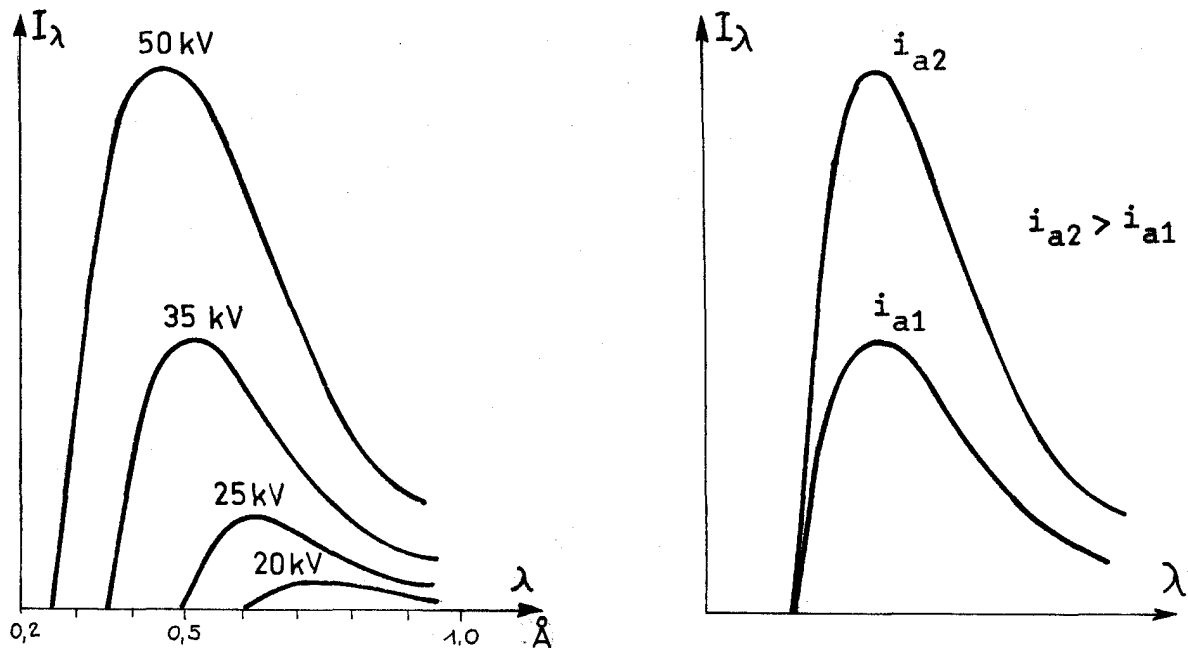


Abb.: 9.8 und 9.9: Bremspektrum für verschiedene Anodenspannung und -Strom als Funktion der Wellenlänge.

Daraus folgt

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U_A} \quad (9.3)$$

Man sieht, dass bei größerer Anodenspannung die Grenzwellenlänge λ_{min} kleiner wird. Je größer die Anodenspannung, desto größer ist die kinetische Energie der auf die Anode auftreffenden Elektronen. Mit steigender Elektronenenergie können dann mehr und energiereichere Quanten entstehen.

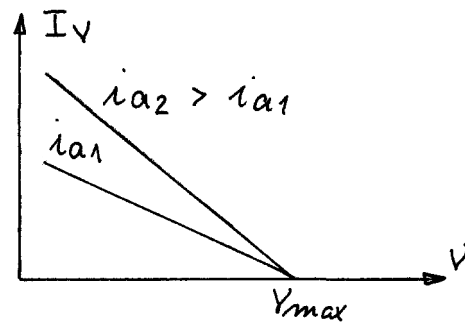
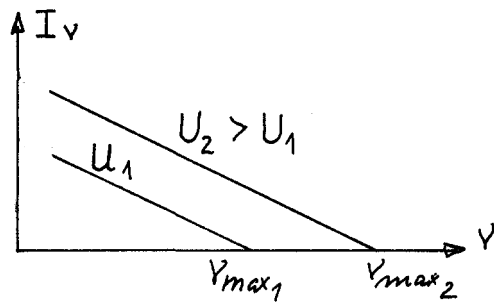


Abb. 9.10 und 9.11: Bremspektrum für verschiedene Anodenspannung und -Strom als Funktion der Frequenz

In Abb. 9.8 sind die Bremspektren für verschiedene Anodenspannungen dargestellt. Man erkennt, dass nicht nur die Grenzwellenlänge sondern auch das Maximum der Verteilung mit steigender Anodenspannung zu kürzeren Wellenlängen verschoben wird.

Erhöht man bei konstanter Anodenspannung den Anodenstrom (Abb. 9.9), so werden mehr Elektronen pro Sekunde (mit unveränderter Energie) auf die Anode treffen. Die Grenzwellenlänge λ_{\min} bleibt dabei unverändert, aber die Zahl der emittierten Quanten erhöht sich, so dass für zwei verschiedene Anodenströme i_{a1} und i_{a2} bei ein und derselben Anodenspannung die in Abb. 9.9 dargestellten Verteilungen resultieren. Verwendet man den Begriff der "Härte", so kann man sagen, dass die beiden Strahlungen gleiche Härte, aber verschiedene Intensitäten haben.

Trägt man die Intensität als Funktion der Frequenz (oder der Energie) der Strahlung auf, so erhält man die Geraden der Abbildungen 9.10 und 9.11. Durch Integration über die gesamte Bremsstrahlungsintensität kann man der Abhängigkeit von den Röhrendaten ermitteln:

$$I \sim i_a \cdot Z \cdot U_A^2 \quad (9.4)$$

- **Elektronenenergie**

In der Atom- und Kernphysik werden Energiewerte vorwiegend in der Einheit eV (Elektronenvolt) angegeben.

Man versteht unter einem Elektronenvolt (eV) diejenige kinetische Energie, die ein einfach geladenes Teilchen (z.B. Elektron, Proton, Na⁺-Ion) hat, wenn es die Potentialdifferenz (Spannung) von 1 Volt ungehindert durchlaufen hat.

Durchläuft ein Elektron z.B. die Spannung von 10 V, so hat es eine kinetische Energie von 10 eV.

Die kinetische Energie W eines Teilchens mit der Ladung Q nach Durchlaufen der Spannung U beträgt $W_k = Q \cdot U$. Für ein Masseteilchen, das z.B. eine Elementarladung als Überschussladung trägt und 1 V durchlaufen hat, beträgt die Energie in SI-Einheiten dann:

$W_k = e \cdot U = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 1 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Js}$ (oder J). Es gilt also

$$\boxed{1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

Umrechnung: $1 \text{ keV} = 10^3 \text{ eV}$; $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$.

Trägt das Teilchen z Elementarladungen, so hat es nach Durchlaufen der Spannung U die Energie $W=z \cdot U$. In knapper Ausdrucksweise kann man sagen:

$$\text{Energie in eV} = \text{Ladungszahl mal Spannung in V}$$

Beispiele:

1) Die Elektronen in einer Röntgenröhre der Anodenspannung 50 kV haben beim Aufprall auf die Anode also die Energie von $50 \text{ keV} = 5 \cdot 10^4 \text{ eV}$. Die **energiereichsten Quanten** dieser dabei entstehenden Strahlung haben dann eine Energie von 50 keV.

2) Würde man mit derselben Spannung von 50 kV zweifach geladene H^{++} -Kerne beschleunigen, so betrüge die Energie am Ende der Laufstrecke $2 \cdot 50 \text{ keV} = 100 \text{ keV} = 0,1 \text{ MeV}$.

3) Welche Quantenenergie in eV hat Röntgenstrahlung der Wellenlänge 1 nm? Man rechnet zunächst die Quantenenergie in SI-Einheiten aus:

$$W = h \cdot c / \lambda = h \cdot \nu = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ W} \cdot \text{s}^2 \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1 \text{ nm}} = 2 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

$$\text{oder in eV: } W = \frac{2 \cdot 10^{-16}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 1,2 \text{ keV}$$

• Das Linienspektrum oder charakteristische Spektrum

Ein Linienspektrum weist - im Gegensatz zu einem kontinuierlichen Spektrum - nur bei bestimmten (diskreten) Wellenlängen Intensitätswerte auf. In Abb.9.6 ist so ein Emissionslinienspektrum dargestellt. Die Wellenlängen bzw. Frequenzen dieser **Spektrallinien** hängen, wie sich herausstellt, von der Ordnungszahl Z des Anodenmaterials ab und sind somit dafür also charakteristisch. Deshalb wird das Emissionslinienspektrum einer Röntgenröhre auch als "charakteristisches Spektrum" bezeichnet. Eine Abhängigkeit der Wellenlängen des Linienspektrums von der Anodenspannung U_A besteht nicht - sofern diese nur groß genug gewählt wird.

Wie entsteht ein Linienspektrum? Nach dem Bohrschen Atommodell besteht das Atom aus einem Z -fach positiv geladenen Kern, der fast die gesamte Masse des Atoms hat, und einer Elektronenhülle mit Z Elektronen. Die Elektronen kreisen auf bestimmten Bahnen — auch "Schalen" genannt — um den Kern. Die dem Kern nächste Elektronenbahn wird K-Schale genannt, es folgen die L-, M-, N-Schale usw. Die in Abb.9.12 und 9.13 gezeichneten Elektronenbahnen sind nicht maßstäblich. Die Radien nehmen mit n^2 zu. Es gibt auch Ellipsenbahnen.

Diesen Bahnen oder Schalen wird eine sog. Hauptquantenzahl n zugeordnet, so dass für die K-Schale $n = 1$, für die L-Schale $n = 2$ usw. gilt (s. Abb.9.12). Die K-Schale kann maximal 2,

die L-Schale 8, die M-Schale 18 (allgemein $2n^2$) Elektronen aufnehmen. Ein Aufenthalt eines Elektrons zwischen zwei Schalen ist nicht möglich, ein Übergang eines Elektrons auf eine bereits voll besetzte Schale ebenfalls nicht.

Um ein Elektron von einer inneren Schale auf eine nicht voll besetzte äußere Schale zu heben, ist die Zufuhr von Energie erforderlich, da die Elektronen der inneren Schalen infolge der größeren Coulomb-Kraft zwischen Kern und Elektron fester gebunden sind als die der äußeren Schalen.

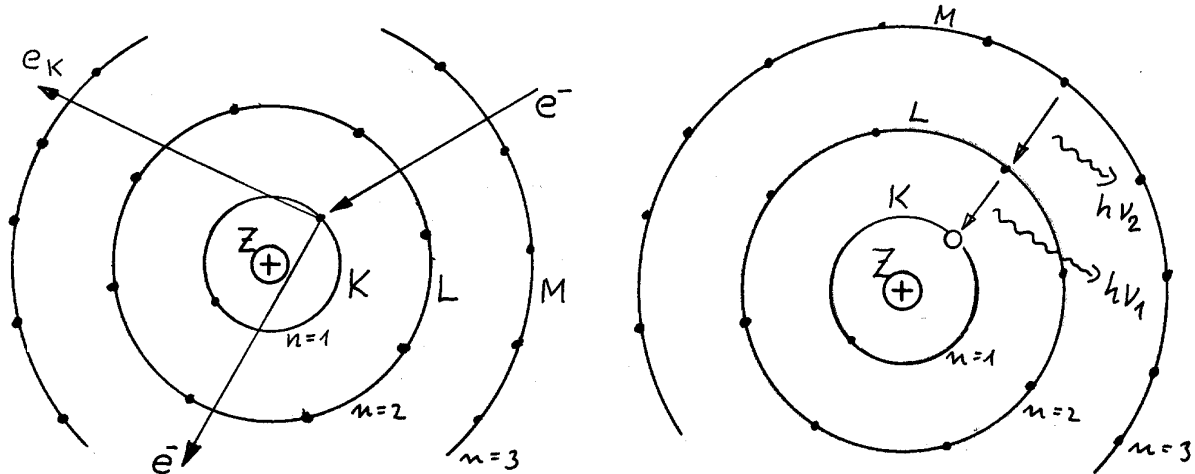


Abb. 9.12 (links) und 9.13 (rechts): Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung

Als **Bindungsenergie** E_n oder **Ionisierungsenergie** eines Elektrons bezeichnet man die Energie, die nötig ist, um das Elektron von der n-ten Schale ganz aus dem Atom zu entfernen, es also zu ionisieren. Geht ein Elektron von einer äußeren Schale auf eine nicht voll besetzte innere Schale über, so wird Energie frei, die in Form eines elektromagnetischen Quants $h \cdot \nu$ abgestrahlt wird.

Die inneren Schalen der Atome des Anodenmaterials einer Röntgenröhre sind voll besetzt. Damit Elektronenübergänge möglich werden, muss z.B. die K-Schale ionisiert werden, d.h. es muss ein Elektron der K-Schale entfernt werden. Dies geschieht in der Röntgenröhre durch Elektronenstoß eines schnellen Elektrons aus der Kathode mit dem K-Elektron. Die kinetische Energie eU_A des stoßenden Elektrons muss dabei größer als die Bindungsenergie E_K des K-Elektrons sein: $eU_A > |E_K|$. In Abb.9.12 ist die Ionisierung durch Elektronenstoß veranschaulicht: Das Elektron e^- stößt ein K-Elektron e_k aus dem Atom und fliegt unter Richtungsänderung und Energieverlust weiter.

Es ist so ein freier Platz (Loch) in der K-Schale entstanden. Dieser **Lochzustand** ist sehr instabil. Er bleibt nur etwa 10^{-13} s bestehen: Ein Elektron der L-Schale geht auf diesen freien Platz über, wobei ein Energiequant $h\nu_1$ abgestrahlt wird. (s.Abb.9.13). Der nun freie Platz in der L-Schale wird durch ein Elektron der M-Schale besetzt, was zur Emission eines Quants $h\nu_2$ führt usw. Auch ein Elektronensprung von M nach K ist möglich.

Es gibt also als Folge der Ionisierung der K-Schale eine Serie von möglichen Elektronenübergängen in der Atomhülle, die jedes Mal mit der Emission eines elektromagnetischen Quants verbunden sind. Die Energien dieser verschiedenen Quanten berechnen sich aus der Differenz der Bindungsenergien der Elektronen bezüglich der einzelnen Schalen:

$$\mathbf{h} \cdot \mathbf{v}_1 = \mathbf{E}_L - \mathbf{E}_K \tag{9.5}$$

$$\mathbf{h} \cdot \mathbf{v}_2 = \mathbf{E}_M - \mathbf{E}_L$$

⋮

Für die Bindungsenergie E_n der n-ten Schale gilt näherungsweise:

$$E_n = -k(Z - k')^2 \cdot \frac{1}{n^2} \tag{9.6}$$

Z = Ordnungszahl (= Zahl der Protonen im Kern), k und k' sind Konstanten, auf die hier nicht näher eingegangen wird. Das Minuszeichen in der Gl.9.6 resultiert aus der willkürlichen Festsetzung, dass die potentielle Energie des Elektrons außerhalb der Elektronenhülle Null sein soll (Kontinuum).

• **Termschema**

Die verschiedenen möglichen Übergänge von Elektronen in der Atomhülle lassen sich übersichtlich durch ein sogenanntes Termschema darstellen.

Man trägt hierzu auf einer Energieachse E (Ordinatenrichtung in Abb.9.14) die Energie-Werte E_K, E_L, \dots usw. auf und zeichnet in Höhe dieser Markierung jeweils eine horizontale Linie. Man erhält so - bildlich betrachtet - ein System von "Energieniveaus", in dem die Energiewerte von unten nach oben zunehmen. Die den Schalen zugeordneten Energiewerte E_n werden auch als "Energierme" bezeichnet.

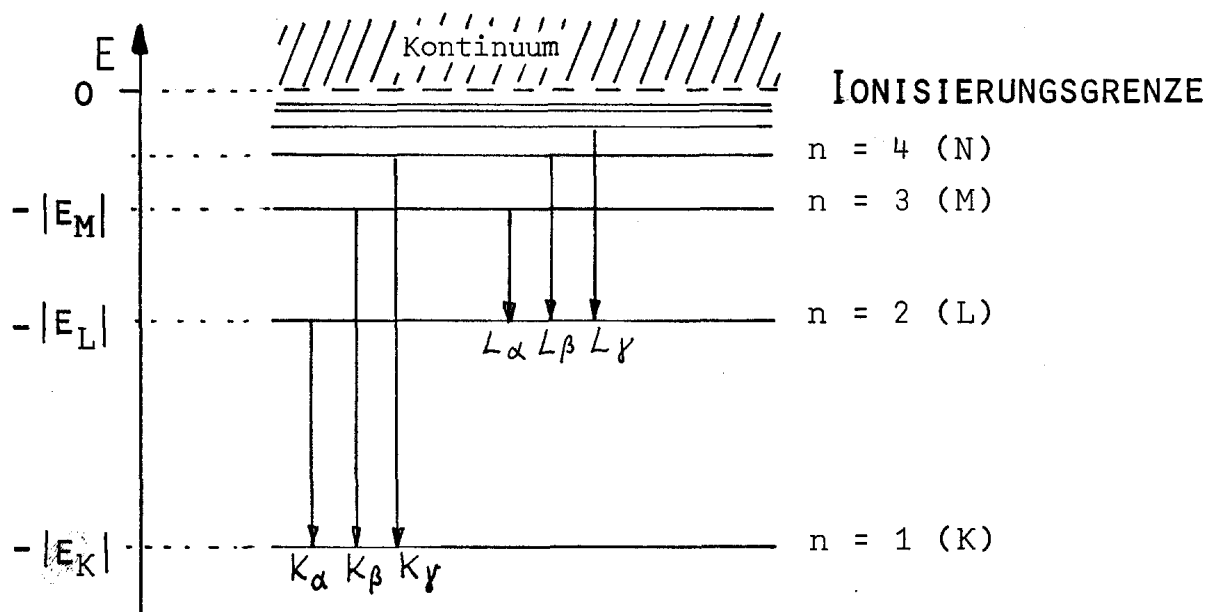


Abb. 9.14 Termschema

Da die Energierme umgekehrt proportional zum Quadrat der Hauptquantenzahl n sind (s.Gl.9.6), wird der Abstand der Energieniveaus nach oben, d.h. für größeres n , immer geringer. Ist in der K-Schale ein freier Platz, so geht ein Elektron sofort von dem höheren Energieniveau der L- oder M-Schale zu dem niedrigeren der K-Schale über. Dieser Übergang wird im Termschema mit einem senkrechten Pfeil (Pfeilspitze nach unten!) dargestellt.

Alle Spektrallinien, die durch Elektronenübergang auf das K-Niveau entstehen, werden mit K_α (von L nach K), K_β (von M nach K) usw. bezeichnet. Alle Spektrallinien, die durch Übergang auf das L-Niveau entstehen, werden mit L_α , L_β , usw. bezeichnet. Man spricht auch von der "K-Serie", "L-Serie", usw. Bei genauerer Betrachtung stellt man fest, dass alle Energieschalen außer der innersten (K) aus mehreren Unterschalen aufgebaut sind (Nebenquantenzahlen), welche zu einer Aufspaltung der Terme und zu unterschiedlichen Energiewerten führt (Feinstruktur).

- **Nachweisinstrumente für Röntgenstrahlung**

Alle Nachweisinstrumente basieren auf der ionisierenden Wirkung der Strahlung in Materie. Die wichtigsten von ihnen sind: Fotografische Platte (Film), Leuchtschirm (besonders für die medizinische Diagnostik), Ionisationskammer (zur Dosisbestimmung), Geiger-Müller-Zählrohr, Halbleiter- und Szintillationszähler. Die Funktionsweise von Ionisationskammer und Geiger-Müller-Zählrohr wird bei Versuch 10 eingehend erläutert.

- **Absorption von Röntgenstrahlung, das Schwächungsgesetz**

Röntgenstrahlung erfährt bei Durchgang durch Materie eine Schwächung. Bezeichnen wir mit I_0 die Intensität einer monoenergetischen Strahlung, bevor sie in das Medium eintritt, mit $I(x)$ diejenige, die nach Durchlaufen einer Schichtdicke x noch vorhanden ist, so stellt man fest, dass die Intensitätsabnahme $-dI(x)$ durch die nachfolgende infinitesimale (=beliebig dünne) Schicht der Dicke dx proportional zu $I(x)$ und zu dx ist:

$$-dI = \mu \cdot I(x) \cdot dx$$

oder

$$-\frac{dI(x)}{I(x)} = \mu \cdot dx \quad (9.7)$$

d.h. die relative Schwächung einer Strahlung ist der durchstrahlten Schichtdicke proportional. Gleiche Schichtdicken eines homogenen Körpers schwächen monoenergetische Strahlung somit um den gleichen Prozentsatz.

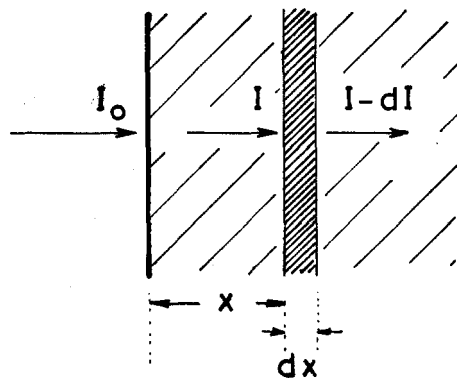


Abb. 9.15: Zur Ableitung des Absorptionsgesetzes.

Der Proportionalitätsfaktor μ heißt **Schwächungskoeffizient** (SI-Einheit: m^{-1}). Er hängt vom Material und der Strahlung ab (s.u.). Hiermit lässt sich für ein Material der Dichte ρ der **Massenschwächungskoeffizient** μ/ρ definieren, der für den Vergleich der Absorption unterschiedlicher Materialien von Bedeutung ist.

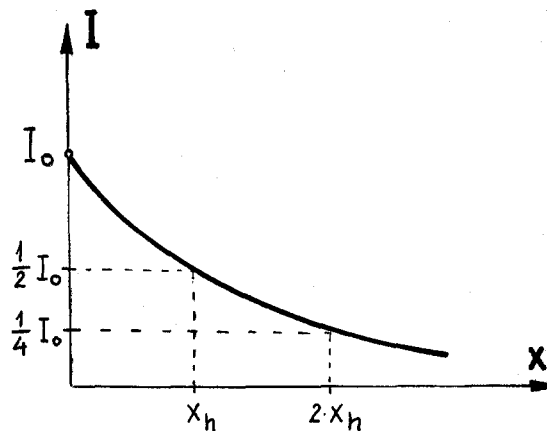


Abb. 9.16: Schwächung einer homogenen Röntgenstrahlung

(9.7) lässt sich integrieren. Die Stammfunktion lautet $-\ln I = \mu \cdot x$. Einsetzung der Randbedingungen $I(x=0)=I_0$ ergibt

$$\ln I - \ln I_0 = -\mu \cdot x \quad (9.8)$$

und das **Absorptions-** oder **Schwächungsgesetz** für monoenergetische (=homogene) Strahlung:

$$\boxed{I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}} \quad (9.9)$$

mit $e = 2,718\dots$: Basis der natürlichen Logarithmen.

Die Schwächung von Röntgenstrahlung in Materie erfolgt also nach einer **Exponentialfunktion** (genau wie die Schwächung des Lichts in Lösungen, Versuch 5). Die Abb.9.16 zeigt die Schwächungskurve gemäß Gl. 9.9.

Je größer der Schwächungskoeffizient μ ist, desto steiler fällt die e-Funktion ab. Eine Größe für das Abklingen der Intensität der Röntgenstrahlung in Materie ist die sog. **Halbwertsdicke** x_h . Man versteht darunter die Schichtdicke, die eine Intensität bei Durchdringung der Schicht auf die Hälfte reduziert.

Für $x = x_h$ muss also dann $I = I_0/2$, sein. Setzt man dies in Gl.9.8 ein, so erhält man:

$$\boxed{x_h = \frac{\ln 2}{\mu}} \quad (9.10)$$

Als **mittlere Reichweite** x_e oder "Eindringtiefe" der Strahlung wird die Schichtdicke verstanden, die eine Intensität nach Durchdringung der Schicht auf den e-ten Teil schwächt, d.h. für $x = x_e$ ist z.B. $I = I_0/e$ und somit erhält man wieder nach Gl.9.8:

$$\boxed{\mathbf{x}_e = \frac{1}{\mu}} \quad (9.11)$$

- **Homogenitätsgrad**

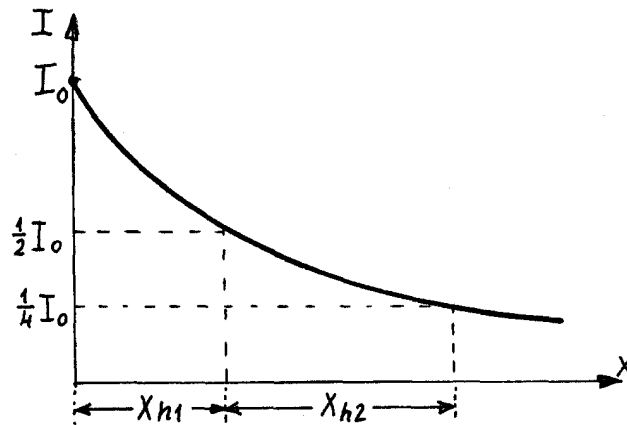


Abb. 9.17: Zum Homogenitätsgrad der Röntgenstrahlung

Für eine nichthomogene Strahlung (wie sie in der Praxis fast ausschließlich vorkommt) nimmt die Intensität mit zunehmender Schichtdicke weniger stark ab, als es der e-Funktion in Abb.9.16 entspricht, da die Schwächungskoeffizienten von der Energie der Strahlung abhängen. Die zweite Halbwertsdicke x_{h2} ist daher größer als die erste (Abb.9.17). Man definiert als Homogenitätsgrad η den Quotienten aus der ersten und zweiten Halbwertsdicke:

$$\eta = \frac{x_{h1}}{x_{h2}} \quad (9.12)$$

Für homogene Strahlung ist $\eta = 1$, sonst ist $\eta < 1$.

Eine gewisse Homogenisierung der Strahlung erreicht man durch "Herausfiltern" der langwelligen Strahlung mittels Absorberplatten (z.B. aus Aluminium). Abb.9.18 zeigt die Intensitätsverteilung ohne (Kurve 1) und mit Filterplatten (Kurve 2). Natürlich wird durch die Filterung die Gesamtintensität der Strahlung geringer. Die Begründung für die Möglichkeit der Filterung durch Absorberplatten ist gegeben durch die Tatsache, dass der Schwächungskoeffizient mit zunehmender Wellenlänge sehr stark ansteigt. Dies und die Abhängigkeit des Schwächungskoeffizienten von weiteren Faktoren soll nun im folgenden näher betrachtet werden.

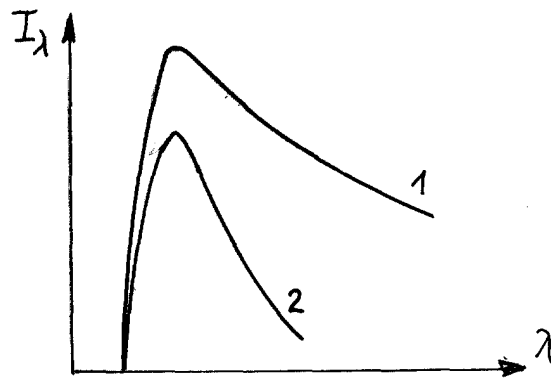


Abb. 9.18: Einfluss von Filterplatten auf die Intensitätsverteilung von Röntgenstrahlung.

• Abschwächung der Strahlung in Materie

Die Schwächung von Röntgenstrahlung in Materie erfolgt durch verschiedene Elementarprozesse:

1. Durch **Photoeffekt**:

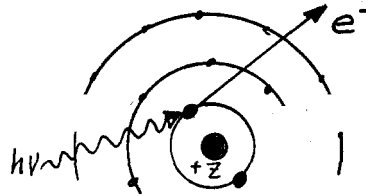


Abb. 9.19: Innerer Photoeffekt

Ein Röntgenquant tritt in Wechselwirkung mit einem Elektron der inneren Schalen, derart, dass es seine Energie vollständig auf das Elektron überträgt, so dass dieses aus dem Atom entfernt wird (**innerer Photoeffekt**). Die Differenz aus der Quantenenergie und der Bindungsenergie des Elektrons findet sich in der kinetischen Energie des Elektrons wieder. Bei diesem Prozess verschwindet also das Quant völlig, es wird "absorbiert".

2. Durch **Comptoneffekt** (Compton-Streuung):

Das Röntgenquant führt mit einem freien oder schwach gebundenen Elektron der äußeren Schalen einen elastischen Stoß aus, wobei **nur ein Teil** der Energie des Quants auf das Elektron übertragen wird. Das Quant bleibt aber - im Gegensatz zum inneren Photoeffekt - bestehen, hat jedoch nach dem Stoß eine geringere Energie. Es erfährt außerdem eine Richtungsänderung und wird dadurch aus dem Strahl herausgestreut.

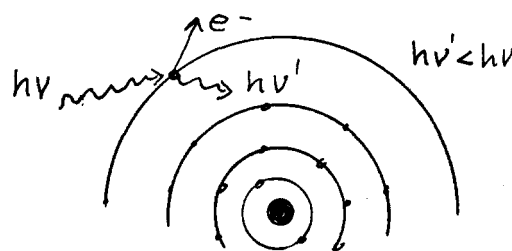


Abb. 9.20: Comptoneffekt

3. Durch **Paarbildung**:

Ein Röntgenquant kann sich im Coulombfeld eines Atomkerns in ein **Elektron** plus ein **Positron** umwandeln. Das Quant muss dabei aber soviel Energie besitzen, dass seine Energie der Summe der Ruheenergien von Elektron und Positron mindestens gleich ist. Nach der Einsteinschen Beziehung $E = mc^2$ besteht zwischen Masse und Energie eine Äquivalenz. Die der Masse m des Elektrons entsprechende Energie E_0 (Ruheenergie) berechnet sich nach der obigen Formel zu 0,51 MeV. Da Positron und Elektron gleiche Masse haben, muss die Quantenenergie für Paarbildung also größer als 1,02 MeV sein.

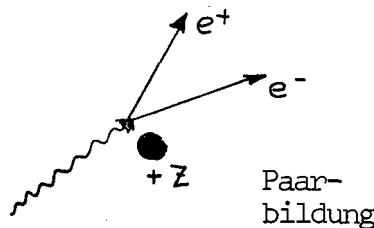


Abb. 9.21: Paarbildung

4. Durch **klassische Streuung (Rayleigh-Streuung)**:

Das Quant erfährt hierbei nur eine Richtungsänderung ohne Energieverlust, d.h. es erfolgt keine Energieabgabe an die Materie. Das Quant wird lediglich aus dem Strahl herausgestreut.

Für jeweils einen dieser Prozesse gilt ein gesonderter Schwächungskoeffizient. Die Summe dieser Schwächungskoeffizienten ergibt den Gesamtschwächungskoeffizient μ :

$$\mu = \mu_{\text{Photo}} + \mu_{\text{Compton}} + \mu_{\text{Paar}} + \mu_{\text{Streu}}$$

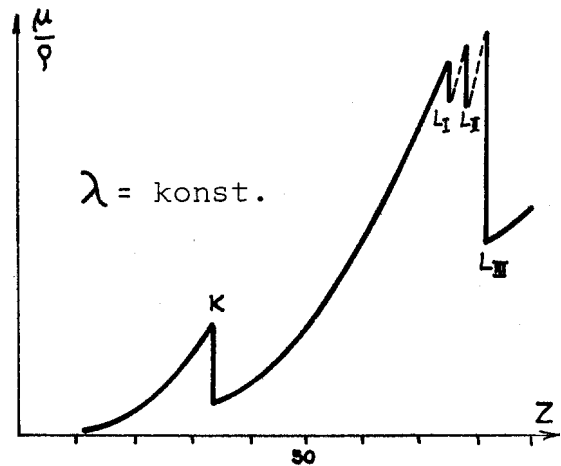
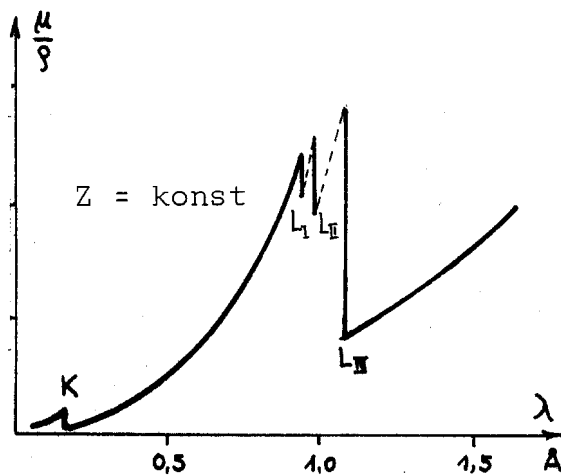


Abb. 9.22 und 9.23: Massenschwächungskoeffizienten als Funktion der Wellenlänge
 Massenschwächungskoeffizienten als Funktion der Ordnungszahl

Die Schwächungskoeffizienten hängen in recht komplizierter Weise von der Energie der Strahlung (bzw. Wellenlänge der Strahlung) und den Materialeigenschaften (Dichte, Ordnungszahl) der Absorber ab. Sie werden experimentell als Funktion der erwähnten Parameter gemessen. Für Energien im Bereich um 100 keV (**konventionelle Röntgenstrahlung**), wie sie auch in der Medizin Anwendung findet, erfolgt die Schwächung der Strahlung **überwiegend durch Absorption** (1-3).

Abb.9.22 zeigt für ein Metall höherer Ordnungszahl den experimentell gemessenen Verlauf des Massenschwächungskoeffizienten als Funktion der Wellenlänge der Strahlung. In Abb.9.23 ist für eine Strahlung konstanter Wellenlänge die Abhängigkeit des Massenschwächungskoeffizienten von der Ordnungszahl Z des Absorbers dargestellt. Man sieht, dass der Anstieg des Schwächungskoeffizienten in beiden Fällen mit einer höheren Potenz der Wellenlänge und der Ordnungszahl erfolgt. An bestimmten Stellen treten Absorptionssprünge, sog. Absorptionskanten, auf. Die K-Kante z.B. tritt dann auf, wenn mit abnehmender Energie der Strahlung die Quantenenergie nicht mehr ausreicht, um die K-Schale zu ionisieren. Die Abhängigkeit des Massenschwächungskoeffizienten von der Wellenlänge und der Ordnungszahl lässt sich außerhalb der Absorptionskanten in dem für den Versuch relevanten Röntgenenergiebereich annähernd darstellen durch die Beziehung:

$$\text{Massenschwächungskoeffizienten} \quad \boxed{\frac{\mu}{\rho} = \text{konst} \cdot \lambda^3 \cdot Z^3} \quad (9.13)$$

Ersetzt man in Gl. 9.13 die Wellenlänge λ durch die Frequenz ν bzw. durch die Quantenenergie W , so erhält man:

$$\frac{\mu}{\rho} = \text{konst} \cdot \nu^{-3} \cdot Z^3 \quad \frac{\mu}{\rho} \sim W^{-3} \cdot Z^3 \quad (9.14)$$

Aus Gl. 9.13 geht hervor, dass der Schwächungskoeffizient μ bei gegebener Qualität der Strahlung (man versteht unter der "Qualität" der Strahlung die spektrale Verteilung I_λ) von der Dichte ρ und der Ordnungszahl Z des Absorbers abhängt. Dies ist von entscheidender Bedeutung für die Diagnostik. Durchleuchtet man einen nicht homogenen Körper mit Röntgenstrahlen, so ergibt sich für die Bereiche mit höherer Dichte oder höherer Ordnungszahl eine stärkere Schwächung der Röntgenstrahlung, was zu einer geringeren Schwärzung des Röntgenfilms für die betreffenden Bereiche führt. Wegen der starken Abhängigkeit des Schwächungskoeffizienten von der Ordnungszahl Z (3. Potenz) werden sich in einer Röntgenaufnahme besonders diejenigen Substanzen kontrastreich voneinander abheben, die unterschiedliche Ordnungszahlen haben, z.B. die Knochen mit dem Hauptbestandteil Calcium ($Z = 20$) vom Gewebe (Ordnungszahlen im wesentlichen kleiner als 10).

- **Kontrastmittel**

Sollen innerhalb von Gewebebereichen bei einer Röntgenaufnahme bestimmte Organe hervorgehoben werden, so verwendet man hierzu sog. "Kontrastmittel". Dies sind Substanzen, die in die zu untersuchenden Organe eingebracht werden und deren Ordnungszahlen sich von denen der zu untersuchenden Organe möglichst stark unterscheiden. So verwendet man z.B. Jod ($Z=53$) für Aufnahmen der Blutgefäße, Barium ($Z=56$, als Bariumsulfat) für Magendurchleuchtungen.

- **Grundbegriffe der Dosimetrie**

Die Wirkung einer Strahlung auf Materie, insbesondere auf Körpergewebe wird durch Dosisgrößen charakterisiert. Es sind dies

- **die Energiedosis,**
- **die Ionendosis,**
- **die Äquivalentdosis.**

Hauptaufgabe der Dosimetrie ist die Bestimmung der Energiedosis beliebig ionisierender Strahlung in einem beliebigen Material, besonders aber im Körpergewebe.

Die Wirkung ionisierender Strahlung auf einen Körper besteht darin, dass durch Absorption dem Körper während einer bestimmten Zeit in einem bestimmten Volumen Energie übertragen wird. Als Prozesse der Energieübertragung kommen in erster Linie Ionisation, Anregung sowie Änderung chemischer Bindungsenergien in Molekülen oder Kristallgittern in Frage.

- **Energiedosis**

Definition der Energiedosis D:

$$D = \frac{\Delta W}{\Delta m}$$

(9.15)

ΔW ist die Energie, die von der ionisierenden Strahlung auf das Material mit der Masse Δm übertragen wird.

Energiedosis = absorbierte Energie pro Masseneinheit.

SI-Einheit für die Energiedosis: **1 J/kg = 1 Gy (Gray)**

Eine früher benutzte Einheit ist das Rad (rd): 1 rd = 0,01 J/kg

Die Energiedosis lässt sich im Gewebe kaum direkt messen und muss daher indirekt über die Ionendosis ermittelt werden. Die Grundlage für die heute genaueste Dosisbestimmung beruht auf der Ionisierung der Luft.

- **Ionendosis**

Definition der Ionendosis J

$$\mathbf{J} = \frac{\Delta Q}{\Delta m_L} \quad (9.16)$$

ΔQ ist die Ionenladung **eines** Vorzeichens, die in einem Luftvolumen mit der Masse Δm durch ionisierende Strahlung gebildet wird.

SI-Einheit für die Ionendosis: 1 C/kg (Coulomb pro Kilogramm).

Eine spezielle und häufig benutzte Einheit für die Ionendosis ist das **Röntgen (R)**.
Es gilt:

$$\mathbf{1 R = 2,58 \cdot 10^{-4} C / kg}$$

Dieser Wert entspricht der Bildung von einer elektrostatischen Ladungseinheit (el.st.L.E.) pro 1 cm³ Luft (ursprüngliche Definition für das Röntgen). 1el.st.L.E. = 3,33·10⁻¹⁰ As; 1 cm³ Luft hat die Masse von 1,293 mg.

Die Messung der Ionendosis erfolgt mit **Ionisationskammern**.

Die Ionendosis J lässt sich in die Energiedosis D umrechnen mit der Beziehung:

$$\mathbf{D = k \cdot J} \quad (9.17)$$

k ist die **Ionisierungskonstante**. Sie ist gleich der mittleren Energie w, die zur Bildung eines Ionenpaares erforderlich ist, dividiert durch die Elementarladung e: $\mathbf{k = w / e}$.

Für Luft ist w etwa gleich 34 eV, so dass $k_L = 34 V = 34 \text{ Gy}/(\text{C}/\text{kg}) = 8,8 \text{ mGy}/\text{R}$.
1 Röntgen entspricht also etwa 8,8 mGy:

$$\mathbf{1R = 8,8mGy = 0,88rd}$$

Für die Berechnung der Energiedosis D_M in beliebiger Materie aus der Ionendosis J_L in Luft gilt:

$$\mathbf{D_M = g \cdot J_L} \quad (9.17a)$$

Der Faktor g hängt ab von der Ionisierungskonstanten für die Materie und den Massenschwächungskoeffizienten für die betreffende Materie und für Luft. Da die Massenschwächungskoeffizienten im allgemeinen von der Energie der Strahlung abhängen, hängt auch g von der Energie ab. Das untenstehende Diagramm (Abb. 9.24) zeigt die Abhängigkeit des Faktors g von der Strahlenenergie für einige Substanzen. Für Luft ist unabhängig von der Energie $g = 8,8 \text{ mGy}/\text{R}$.

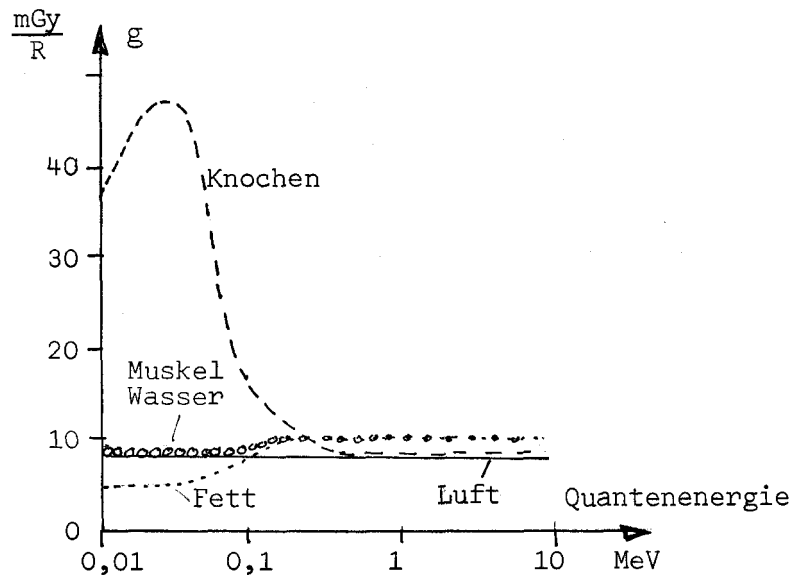


Abb. 9.24: Abhängigkeit des g-Faktors von der Strahlenenergie für einige Materialien.

Die Umrechnung der später definierten Ionendosisleistung \dot{J} in die Energiedosisleistung \dot{D} erfolgt entsprechend mit demselben Umrechnungsfaktor k .

• Äquivalentdosis

Bei gleicher absorbierter Energie verschiedener Strahlenarten kann der biologische Effekt verschieden sein. In der Strahlenbiologie hat man deshalb den Begriff der Äquivalentdosis eingeführt. Man vergleicht verschiedene Strahlungsarten bezüglich ihrer biologischen Wirkung mit der Wirkung einer 200 kV-Röntgenstrahlung. Das Verhältnis der beiden Wirkungen wird durch einen **dimensionslosen Bewertungsfaktor q** beschrieben.

Definition der Äquivalentdosis D_q

$$D_q = q \cdot D \quad (9.18)$$

Die Äquivalentdosis D_q ist das Produkt aus der Energiedosis D und einem dimensionslosen Bewertungsfaktor q . q ist ein von der Strahlenart und von der Strahlenenergie abhängiger Faktor, der durch Vereinbarung aufgrund biologischer Erkenntnisse festgesetzt wird.

SI-Einheit für die Äquivalentdosis: 1 Sievert (Sv) = 1 J/kg.

Man beachte: Energiedosis und Äquivalentdosis sind dimensionsgleich. Gray (Gy) und Sievert (Sv) sind zwei verschiedene Namen für die gleiche Einheit.

Eine früher benutzte Einheit ist das Rem (rem).

$$1 \text{ rem} = 0,01 \text{ Sv}$$

Die Äquivalentdosis ist nur für Strahlenschutz Zwecke bestimmt. Die Einheit Sv darf nur zur Angabe von Äquivalentdosen verwendet werden.

- **Einige Werte für q:**

Strahlenart	q
γ -Quanten, Röntgen-Quanten, Elektronen	1
Thermische Neutronen	2
Schnelle Neutronen	10
α -Teilchen (10 MeV)	10
Protonen (1 MeV), Deutronen	10
Schwere Ionen	20

- **Dosisleistungsgrößen**

Die Energiedosisleistung \dot{D} ist der Differentialquotient der Energiedosis nach der Zeit:

Definition der Energiedosisleistung:

$$\dot{D} = \frac{dD}{dt} \quad (9.19)$$

SI-Einheit: 1 Gy/s .

Die **Ionendosisleistung** \dot{J} ist der Differentialquotient der Ionendosis nach der Zeit (= Ionendosis pro Zeiteinheit):

$$\dot{J} = \frac{dJ}{dt} \quad (9.20)$$

SI-Einheit: $1 \frac{C}{kg \cdot s} = 1 \frac{A}{kg}$. Besondere Einheiten: $1 \frac{R}{s}$; $1 \frac{R}{h}$.

Für die **Äquivalentdosisleistung** \dot{D}_q gilt entsprechendes:

$$\dot{D}_q = \frac{dD_q}{dt} = q \cdot \dot{D} \quad (9.21)$$

SI-Einheit: 1 Sv/s = 1 W/kg.

Gebräuchliche Einheiten: mSv/h, mSv/a (= Millisievert pro Jahr).

Die Angaben über zulässige Dosen für den Menschen sind von sehr vielen Faktoren abhängig. Als **Toleranzdosisleistung** wird festgesetzt:

$$1,0 \text{ mSv/a} = 0,1 \text{ rem/a} \quad (\text{seit 2002})$$

Die maximal zulässige Strahlenbelastung für beruflich strahlenexponierte Personen beträgt bei Verteilung über das ganze Jahr:

$$20 \text{ mSv/a} = 2 \text{ rem/a} \quad (\text{seit 2002})$$

- **Aktivität**

Die Stärke eines radioaktiven Präparates wird durch die Aktivität charakterisiert. Man versteht unter der Aktivität die Zahl der Zerfallsakte pro Sekunde. Dies ist identisch mit dem Produkt aus der Zerfallskonstanten λ und der Zahl N der momentan vorhandenen zerfallsfähigen Atome (s.S.10/11, Gl.10.6):

Definition der Aktivität:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda \cdot N$$

SI-Einheit: $1 \text{ s}^{-1} = 1 \text{ Bq}$ (Becquerel).

Früher benutzte Einheit: 1 Ci (Curie) = $3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$.

- **Spezifische Aktivität**

Als spezifische Aktivität A_{sp} eines radioaktiven Stoffes bezeichnet man den Quotienten aus seiner Aktivität und seiner Masse:

$$A_{\text{sp}} = \frac{A}{m} \quad (9.22)$$

SI-Einheit: 1 Bq/kg

- **Strahlenschutz**

α - und β -Strahlen haben eine geringe Durchdringungsfähigkeit, so dass der Schutz vor diesen Strahlen relativ einfach ist. Es kommt praktisch nur darauf an, den direkten Kontakt mit derartigen Strahlern zu vermeiden.

Schwieriger ist es, sich vor der sehr durchdringenden γ -Strahlung zu schützen. Da die Intensität einer γ -Strahlung mit dem Quadrat der Entfernung von der Quelle abnimmt, ist ein größtmöglicher Abstand vom Präparat zunächst die einfachste Schutzmaßnahme.

Die Ionendosisleistung \dot{J}_γ , die ein γ -Präparat der Aktivität A in der Entfernung r erzeugt, berechnet sich nach der Formel:

$$\dot{J}_\gamma = \frac{A}{r^2} \cdot K_\gamma$$

Der Proportionalitätsfaktor K_γ (Dosisleistungskonstante) ist für die verschiedenen γ -Strahler verschieden und kann aus Tabellen entnommen werden. Hier die Werte einiger γ -Strahler:

Nuklid	²² Na	²⁴ Na	⁵⁹ Fe	⁶⁰ Co	¹³¹ I	¹⁹⁸ Au
$K_\gamma \left[\frac{\text{Rm}^2}{\text{h} \cdot \text{Ci}} \right]$	1,2	1,9	0,63	1,3	0,23	0,24

Aus der obigen Gleichung lässt sich bei bekannten K_γ -Werten der Mindestabstand von einer γ -Quelle der Aktivität A ausrechnen, damit eine vorgegebene Dosisleistung nicht überschritten wird.

Für eine Faustregel lässt sich aus den K_γ -Werten ersehen, dass ein Präparat der Aktivität 1 Ci (im Labor sind Präparate der Stärken μCi bis mCi üblich) in der Entfernung 1 m eine Dosisleistung von rund 1 R/h erzeugt.

Werden bei stärkeren Quellen die errechneten notwendigen Arbeitsabstände zu groß, so muss man die Strahlung durch Schutzwände aus Blei oder Beton bzw. durch Schutzkleidung abschirmen (Absorptionsgesetz).

Neben den äußeren Strahleneinwirkungen sind noch jene zu nennen, die mit der Inkorporation strahlender Substanzen verbunden sind. Sie lagern sich bevorzugt in einzelnen Organen ab (kritisches Organ), verbleiben dort mehr oder weniger lange Zeit und werden durch den natürlichen Stoffwechsel wieder ausgeschieden. Die Zeit, in der sich die Anfangskonzentration in dem speichernden Organ allein durch den natürlichen Stoffwechsel auf die Hälfte vermindert, ist die biologische Halbwertszeit t_{hbiol} . Zusammen mit der physikalischen Aktivitätsabnahme durch den radioaktiven Zerfall ergibt sich eine effektive Konzentrationsabnahme im Organ, dessen effektive Halbwertszeit t_{heff} sich berechnet aus der Beziehung

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda_{\text{biol}} + \lambda_{\text{ph}} \text{ zu: } t_{\text{heff}} = \frac{t_{\text{hbiol}} \cdot t_{\text{hph}}}{t_{\text{hbiol}} + t_{\text{hph}}}$$

t_{hph} = physikalische Halbwertszeit.

Die folgende Tabelle zeigt einige Beispiele:

Nuklid	t_{hph}	t_{hbiol}	t_{heff}	krit.Organ
^{32}P	14,3 Tage	1200 Tage	14 Tage	Knochen
^{35}S	87 Tage	22 Tage	18 Tage	Haut
^{198}Au	2,7 Tage	50 Tage	2,6 Tage	Leber, Niere
^{90}Sr	28 Jahre	4000 Tage	2875 Tage (7,9 Jahre)	Knochen
U natürlich	$4,5 \cdot 10^9$ Jahre	30 Tage	30 Tage	Nieren
^{239}Pu	$2,4 \cdot 10^4$ Jahre	4,3 Tage	4,3 Tage	Knochen

Übungsaufgaben:

- Ü 9.1 Wodurch entstehen Röntgenstrahlen? In welchem Wellenlängenbereich (in nm) liegen die Röntgenstrahlen?
- Ü 9.2 Welche Quantenenergie in eV hat eine Strahlung mit der Wellenlänge 1 \AA ? Welche Anodenspannung wäre erforderlich, um diese Wellenlänge als Grenzwellenlänge zu erzeugen?
- Ü 9.3 Was muss man an einer Röntgenröhre verändern, damit die Durchdringungsfähigkeit der Strahlung erhöht wird?
- Ü 9.4 Monoenergetische Röntgenstrahlung mit der Intensität $2 \cdot 10^{-7} \text{ W/m}^2$ und der Wellenlänge $0,01 \text{ nm}$ fällt auf ein Zählrohr. Wie viele Quanten pro Sekunde treffen auf 1 cm^2 des Zählrohrfensters?
- Ü 9.5 Auf die Anode einer Röntgenröhre treffen pro Sekunde $0,5 \cdot 10^{16}$ Elektronen mit der kinetischen Energie von 38 keV . Wie groß ist die Anodenverlustleistung bei einem Wirkungsgrad von $0,2 \%$?
- Ü 9.6 Wie lässt sich die Intensität der Strahlung einer Röntgenröhre senken, ohne die Qualität der Strahlung zu ändern?
- Ü 9.7 Welche der folgenden Linien hat die größte und welche die kleinste Wellenlänge:
 K_{α} , K_{β} , L_{α} ?
- Ü 9.8 Skizzieren Sie die Intensitätsverteilung für die Bremsstrahlung einer Röntgenröhre als Funktion der Wellenlänge und als Funktion der Frequenz der Strahlung für jeweils zwei verschiedene Anodenspannungen.
- Ü 9.9 Welche SI-Einheit hat der Massenschwächungskoeffizient?
- Ü 9.10 Wie ist der Schwächungskoeffizient definiert?
- Ü 9.11 Die Intensität einer Röntgenstrahlung wird nach Durchdringen einer 1 mm dicken Aluminium-Platte auf 90% reduziert. Auf wie viel Prozent reduziert sich die Strahlung nach 2 mm , 3 mm , 4 mm , 8 mm Al ?
- Ü 9.12 Die Halbwertsdicke eines Materials für eine Röntgenstrahlung sei $3,5 \text{ mm}$. Wie groß ist der Schwächungskoeffizient für das Material (in SI-Einheiten)? Wie groß wäre die mittlere Reichweite?
- Ü 9.13 Wie hängt die Halbwertsdicke eines Absorbers von der Frequenz der Strahlung ab?
- Ü 9.14 Wie ändert sich die Halbwertsdicke, wenn man die Quantenenergie der Strahlung verdoppelt?

- Ü 9.15 Um wie viel Prozent schwankt die Intensität einer Röntgenstrahlung, wenn die Anodenspannung um 2 % schwankt?
- Ü 9.16 Eine 0,5 mm dicke Kupferplatte schwächt eine Röntgenstrahlung um 30 %. Berechnen Sie den Schwächungskoeffizienten in SI-Einheiten.
- Ü 9.17 Der Massenschwächungskoeffizient von Aluminium sei $0,6 \text{ cm}^2/\text{g}$. Wie groß wäre dann der Massenschwächungskoeffizient von Kupfer?
- Ü 9.18 Welche physikalischen Eigenschaften müssen Kontrastmittel haben?
- Ü 9.19 Wie groß ist die Brechzahl von Röntgenstrahlung in Materie?
- Ü 9.20 In welchem Quantenenergie-Bereich tritt hauptsächlich Schwächung durch Photoeffekt und bei welcher Schwächung durch Paarbildung auf?

Was man unbedingt wissen sollte:

- **Wie ist ein Atom aufgebaut?**
- **Wie entstehen Licht oder Röntgenstrahlung?**
- **Was sind die Vor- und Nachteile der Röntgenstrahlung aus medizinischer Sicht?**
- **Wie groß ist die kinetische Energie eines Elektrons, wenn es durch eine angelegte Spannung U beschleunigt wird?**
- **Wie berechnen sich Energie und Wellenlänge der Röntgenstrahlung?**
- **Was ist Ionisation und was ist das Messprinzip der verwendeten Detektoren?**
- **Welche Eigenschaften hat das Absorptionsgesetz?**
- **Was ist die Halbwertsdicke und wie kann man sie bestimmen (durch Rechnung und durch Ablesen aus einer Grafik)?**
- **Was ist der Unterschied zwischen Schwächungs- bzw. Massenschwächungs-Koeffizient?**
- **Wie sind Energie- und Ionendosis definiert und wie kann man sie messen?**
- **Welche mathematischen Eigenschaften hat eine Exponentialfunktion?**
- **Was sind die Grundregeln der Funktionen $\ln(x)$ bzw. $\log(x)$?**
- **Was versteht man unter dem relativen und absoluten statistischen Fehler?**

Versuchsdurchführung 9A:
Absorption von Röntgenstrahlung in Abhängigkeit von der Energie der Strahlung und dem Absorbermaterial

Aufgabe:

- Man nehme die Schwächungskurven für Aluminium bei zwei verschiedenen Werten der Hochspannung der Röntgenröhre U_A auf.
- Man bestimme die Ordnungszahl-Abhängigkeit des Massenschwächungskoeffizienten bei maximaler Röhren-Hochspannung U_A .
- Berechnung von relativen und absoluten statistischen Fehlern.

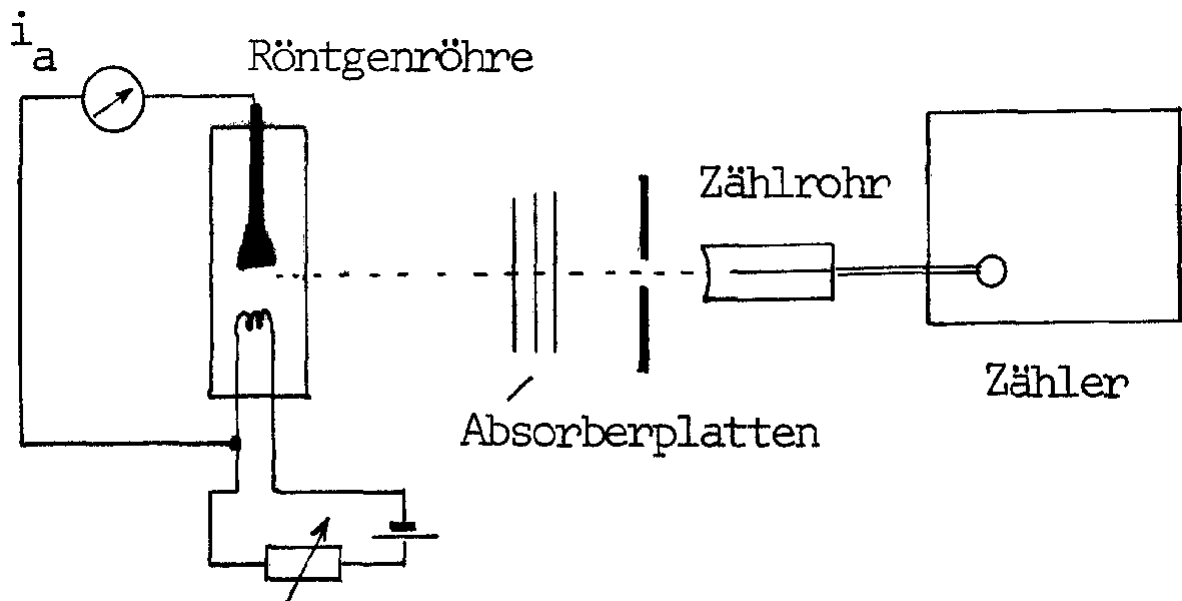
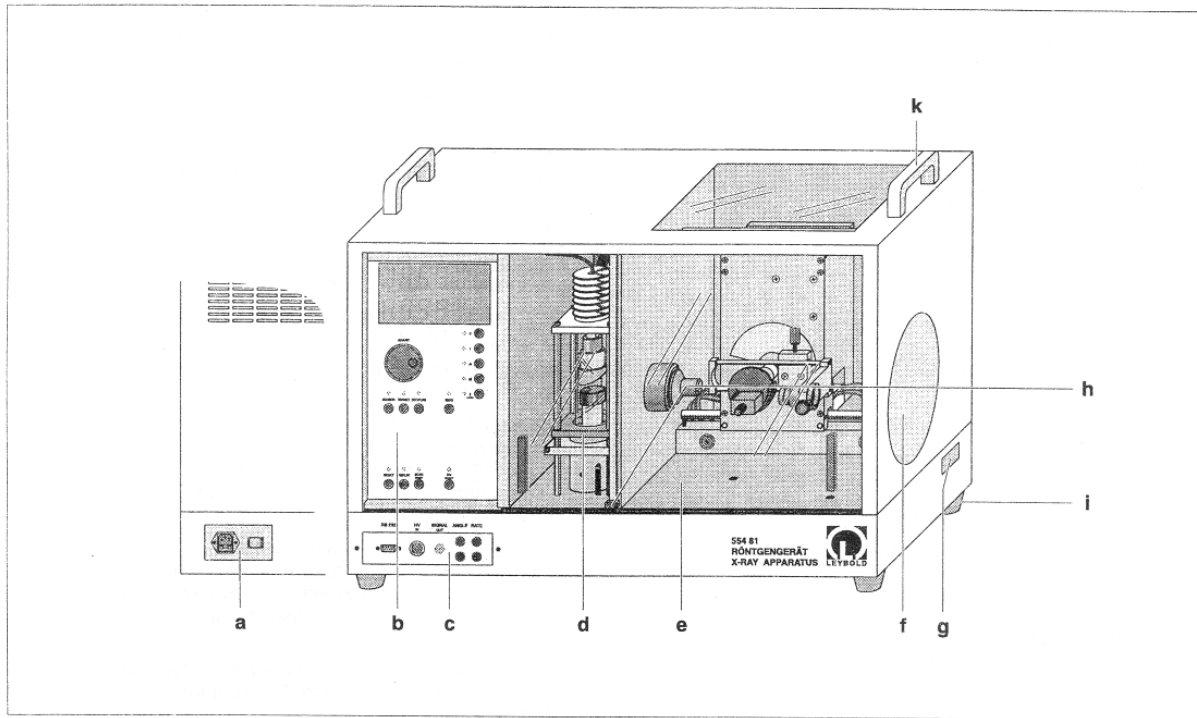


Abb. 9.25: Schematischer Versuchsaufbau.

Die Abb. 9.25 zeigt das Prinzip der Versuchsanordnung. Die in der Röhre erzeugte Röntgenstrahlung wird vor Eintritt in die Messanordnung durch eine Blende kollimiert. Dahinter wird die Anzahl der Röntgenquanten mit einem auf der Strahlachse montierten Zählrohr und der entsprechenden Ausleseelektronik bestimmt. Insgesamt 11 verschiedene Absorberbleche, die auf einer drehbaren Scheibe angeordnet sind, können zwischen Röntgenröhre und Nachweisdetektor in den Strahlengang gebracht werden. Es handelt sich dabei um sechs verschiedene Aluminiumbleche (Dicke zwischen 1 mm und 6 mm) sowie um jeweils 0.5 mm dicke Bleche aus Aluminium, Titan, Eisen, Nickel und Kupfer. Eine der insgesamt zwölf Positionen auf der Drehscheibe ist offen gelassen, um die Impulsrate der ungeschwächten Röntgenstrahlung zu bestimmen.

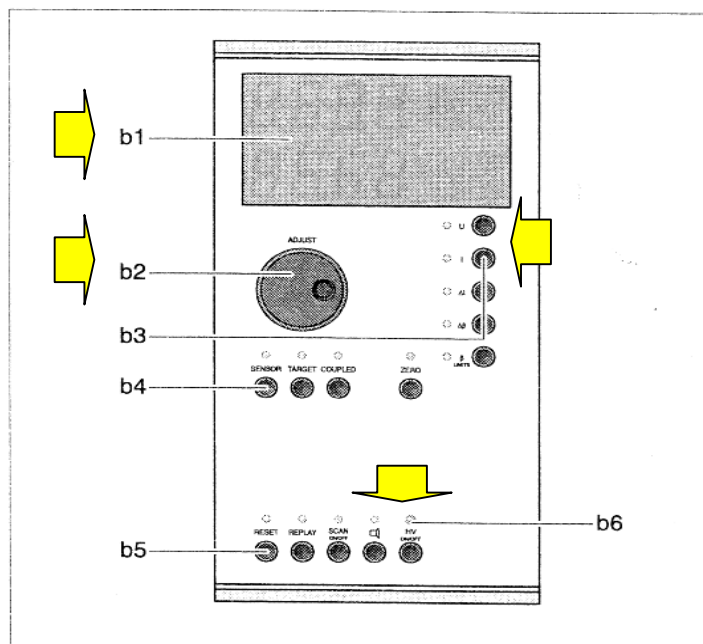
• **Versuchsdurchführung:**

Die Abbildung 9.26 zeigt das verwendete Röntgengerät und die wichtigsten Betriebskomponenten. Abb. 9.27 zeigt im Detail das Bedienungsfeld, wobei die für die Betriebsnahme wichtigen Felder durch Pfeile zusätzlich markiert sind.



- | | | | |
|--------------------|--|----------------|-----------------------|
| a Netzanschlußfeld | d Röhrenraum
(mit Röntgenröhre Mo) | f Leuchtschirm | h Verriegelungstaster |
| b Bedienfeld | e Experimentierraum
(hier mit Goniometer) | g Leerkanal | i Füße |
| c Anschlußfeld | | | k Transportgriffe |

Abb. 9.26: Das verwendete Röntengerät.



- b1 Anzeigefeld
- b2 Dreheinsteller
- b3 Taster zur Wahl der Parameter
- b4 Taster zur Wahl des Scan-Modus
- b5 Befehls-Taster
- b6 Hochspannungs-Kontrolleuchte

Abb. 9.27: Die Details des Bedienungsfeldes.

Mit Hilfe des seitlich angebrachten Netzschalters wird zu Beginn die Röntgenröhre in Betrieb genommen. Zur Versuchsdurchführung sind die Röhren-Hochspannung (U_A) und der Emissionsstrom I_{em} einzustellen. Man betätigt jeweils den entsprechende Taster (b3) und stellt mit Hilfe des Dreheinstellers (b2) die erforderlichen Werte ein, die auf dem Anzeigenfeld (b1) digital angezeigt werden. Die Röhren-Hochspannung wird schließlich mit dem Taster HV ON/OFF (b6) eingeschaltet.

Das Zählrohr wird über ein externes Betriebsgerät eingeschaltet (Hochspannung 500 - 600 V, ist am jeweiligen Gerät angeschrieben) und ausgelesen. Das Zählwerk wird über die Tasten **Start, Stop und Null** betätigt, wobei eine Messdauer von 10s oder 100s vorgewählt werden kann.

Die verschiedenen Absorbermaterialien können mit Hilfe eines elektronisch gesteuerten Motors über einen Druckschalter in den Strahlengang gebracht werden. Die Anordnung der verschiedenen Absorberbleche ist am Versuchsaufbau gegeben.

Messreihe 1 und 2:

- a) Nehmen Sie die Röntgenröhre in Betrieb wie in der Versuchsanleitung oben angegeben!
- b) Bestimmen Sie zunächst bei den zwei angegebenen Röhren-Hochspannungen von $U_A=30\text{kV}$ und 35kV (Emissionsstrom $I_{em} = 0,7 \text{ mA}$) die **Intensität I_0 der Strahlung ohne Absorberplatte**, indem man die Leerposition des Absorberhalters in den Strahlengang fährt. Wählen Sie eine Messzeit von **100 Sekunden** vor und bestimmen Sie die mit dem Zählrohr gemessene Impulszahl. Das Ergebnis I_0 können Sie für den Rest des Versuchsteils A weiterverwenden. (Beachten Sie aber bitte die **unterschiedliche Messdauer** im folgenden Abschnitt c), d.h. das Messergebnis ist durch 10 zu teilen.) Ergebnisse in die Wertetabelle (siehe Vorlage) eintragen.
- c) Ermitteln Sie für Absorberplatten aus Aluminium der Stärken $x_1 = 1 \text{ mm}$ bis $x_6 = 6 \text{ mm}$ jeweils die Intensität nach Durchtritt der Strahlung durch die Al-Platten bei einer **Messdauer von 10 Sekunden**. Es sind zwei Messreihen durchzuführen für folgende Einstellungen am Röntgengerät:

Absorption in Aluminium:

1.Meßreihe: Emissionsstrom auf $I_{em} = 0,7 \text{ mA}$, Regler für Röhren-Hochspannung U_A auf 35kV stellen. Messwerte für Absorberdicken von 1 bis 6 mm in die Wertetabelle eintragen.

2.Meßreihe: Bei gleichem Emissionsstrom ($I_{em} = 0,7 \text{ mA}$) Regler für die Röhren-Hochspannung U_A auf 30 kV reduzieren. Messwerte für Absorberdicken von 1 bis 6 mm in die Wertetabelle eintragen.

Auswertung:

Zeichnen Sie dann in **einem** Diagramm (Vorlage erhalten Sie vom Assistenten!) die Schwächungskurven für die 1. und 2. Messreihe in **halb-logarithmischer Darstellung**, indem Sie die Werte von $\log(I(x))$ gegen x (=Absorberdicke) auftragen und anschließend eine Ausgleichsgerade durch die Messpunkte legen. Lesen Sie **aus dem Diagramm** für jede der beiden Messreihen die Halbwertsdicken x_{h1} und x_{h2} ab.

Wertetabelle:

Dicke x / mm		0	1	2	3	4	5	6
$I_e = 0,7 \text{ mA}$ $U = 35 \text{ kV}$	$I(x)$ (Imp/10s)							
	$\log(I(x))$							
$I_e = 0,7 \text{ mA}$ $U = 30 \text{ kV}$	$I(x)$ (Imp/10s)							
	$\log(I(x))$							

3. Messreihe:

Bei maximaler Röhren-Hochspannung und damit konstant gehaltener mittlerer Wellenlänge der Röntgenstrahlung ermittle man die Massenschwächungskoeffizienten μ/ρ für die in der nachfolgenden Wertetabelle aufgeführten Metalle und verifiziere die in Gl. 9.13 gegebene Abhängigkeit dieser Koeffizienten von der Ordnungszahl Z des Absorbers.

Die Schwächungskoeffizienten μ lassen sich aus den gemessenen Intensitätswerten I_0 (ohne Absorber) und I (mit Absorber) berechnen. Löst man das Absorptionsgesetz (Gl. 9.8) nach μ auf, so ergibt sich:

$$\mu = \frac{1}{x} \ln \frac{I_0}{I} \quad (9.23)$$

Nach Gl. 9.13 ist der Massenschwächungskoeffizient eine Potenzfunktion der Ordnungszahl des Absorbermaterials. Die Potenz m von Z - sie ist ungefähr 3 - soll aus den Messwerten ermittelt werden. Für konstante Wellenlänge λ der Röntgenstrahlung gilt somit:

$$\frac{\mu}{\rho} = k \cdot Z^m \quad (9.24)$$

Die beste Methode zur Bestimmung des Exponenten m besteht darin, μ/ρ gegen Z doppelt logarithmisch aufzutragen (siehe Informationsheft: *Mathematische Hilfsmittel*). Es ergibt sich dann eine Gerade, deren Steigung gleich m ist. Dies kann man sich verdeutlichen, wenn man Gl. 9.24 logarithmiert:

$$\log \frac{\mu}{\rho} = \log k + m \cdot \log Z \quad (9.25)$$

Die Größe $\log k$ ist dabei der sog. Achsenabschnitt (hier nicht von Interesse) und m die Steigung. Tragen Sie also die Werte von $\log \mu/\rho$ gegen $\log Z$ in einem Diagramm auf (Vorlage erhalten Sie vom Assistenten) und zeichnen Sie eine Ausgleichsgerade durch die Messpunkte. Bestimmen Sie anschließend aus einem möglichst großen Steigungsdreieck den Wert m für die Steigung der Geraden:

$$m = \frac{\Delta \log \frac{\mu}{\rho}}{\Delta \log Z} \quad (9.26)$$

• **Durchführung und Auswertung:**

Die Einstellung der Betriebsdaten der Röntgenröhre sind identisch zu Teil b: $U_A = 35 \text{ kV}$, $I_{em} = 0,7 \text{ mA}$. Für die Intensität I_0 der Röntgenstrahlung ohne Absorber können Sie den in Teil (b) für die entsprechende Röhren-Hochspannung bereits gemessenen Wert verwenden. Anschließend bestimmen Sie die reduzierten Intensitäten für die Absorberbleche aus **Al, Ti, Fe, Ni und Cu** (Dicke $d=0,5\text{mm}$) bei einer **Messzeit von jeweils 10 Sekunden**.

Die Ordnungszahlen der Materialien entnehme man dem Periodensystem der Elemente (Abschnitt 0). Gemäß dem Schema in nachfolgender Tabelle soll die Berechnung der aufzutragenden Wertepaare $[\log(\mu/\rho), \log Z]$ **zeilenweise** durchgeführt werden. Behalten Sie jeweils die Zwischenergebnisse im Taschenrechner und rechnen Sie damit die Größe in der nächsten Spalte aus! Berechnen Sie die Werte für **log Z** in der Wertetabelle auf 3 Dezimalstellen, die Werte für **log(μ/ρ)** auf 2 Dezimalstellen. (Dies entspricht der Zeichengenauigkeit.)

Tragen Sie dann log(μ/ρ) gegen log(Z) in das Diagramm ein (Vorlage erhalten Sie vom Assistenten) und ermitteln Sie die Steigung der Ausgleichsgeraden und damit den Wert für die Größe m.

• **Wertetabelle:**

	Z	I_0 (Imp/10s)	I	$\ln(I_0/I)$	x (cm)	μ (cm^{-1})	ρ (g/cm^3)	$\frac{\mu}{\rho}$ (cm^2/g)	$\log \frac{\mu}{\rho}$	$\log Z$
Al							2,70			
Ti							4,52			
Fe							7,86			
Ni							8,90			
Cu							8,93			

• **Fehlerberechnung:**

Bei Wiederholung einer Messung unter gleichen Bedingungen treten immer statistische Schwankungen auf. Bei **Zählprozessen** ist die **Standard-Abweichung σ** , d.h. der **absolute Fehler** gleich der Wurzel aus der Zahl N der gemessenen Impulse:

$$\sigma = \sqrt{N}$$

(s. Abschnitt 0)

Der **relative Fehler** ergibt sich dann zu:

$$\frac{\sigma}{N} = \frac{\sqrt{N}}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

Im vorliegenden Experiment ist N die Anzahl der mit dem Zählrohr in 10s gemessenen Röntgenquanten.

Für die Fehlerrechnung bestimmen Sie den absoluten und relativen Fehler in der obigen Messreihe der Zählraten I_0 bzw. $I(x=0.5\text{mm})$ für die Absorbermaterialien Aluminium und Kupfer.

Versuch 9B:
Messung der Ionen- und Energiedosisleistung der Röntgenröhre mit Hilfe einer Ionisationskammer

• **Aufgabe:**

- **Bestimmung der Arbeitsspannung U_{IK} der Ionisationskammer.**
- **Messung des Ionisationsstromes I_{IK} in Abhängigkeit des Emissionsstromes I_{em} der Röntgenröhre.**
- **Messung des Ionisationsstromes I_{IK} als Funktion der Hochspannung der Röntgenröhre U_A .**
- **Berechnung der maximalen Ionen- und Energiedosisleistung**

• **Versuchsaufbau:**

Der Nachweis der Röntgenstrahlung erfolgt mit Hilfe einer Ionisationskammer in Form eines Plattenkondensators (Funktionsweise siehe auch Versuch 10). Die ionisierende Wirkung der Röntgenstrahlung wird durch Messung der Ionisation der Luft, d.h. der im aktiven Detektorvolumen zwischen den Kondensatorplatten erzeugten elektrischen Ladung quantitativ bestimmt.

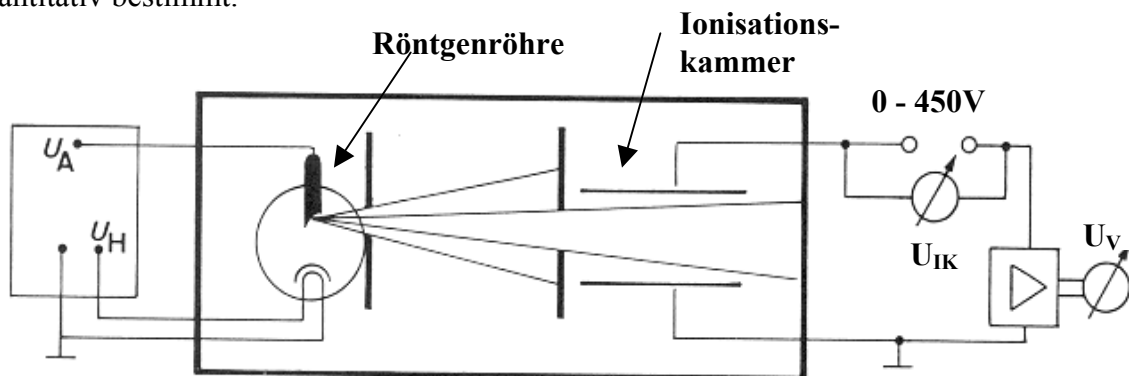


Abb. 9.28: Schematischer Versuchsaufbau zur Bestimmung der Ionendosisleistung.

Zwischen den Kondensatorplatten wird eine Betriebsspannung $<+450V$ angelegt. Eintrittsblende und Trapezform der Kondensatorplatten sind so gewählt, dass das Ionisationsvolumen der divergenten Röntgenstrahlung vollständig innerhalb der Ionisationskammer liegt. Die an der Kathode erzeugte Ladung fließt über einen Arbeitswiderstand von $R=1G\Omega$ zur Masse ab und erzeugt einen Spannungsabfall, der nach Verstärkung mit einem Voltmeter (U_V) abgelesen wird.

Der schematische Versuchsaufbau ist in Abb. 9.28 dargestellt. Abb. 9.29 zeigt die erforderliche Verkabelung zum Betrieb und Auslese des Detektors.

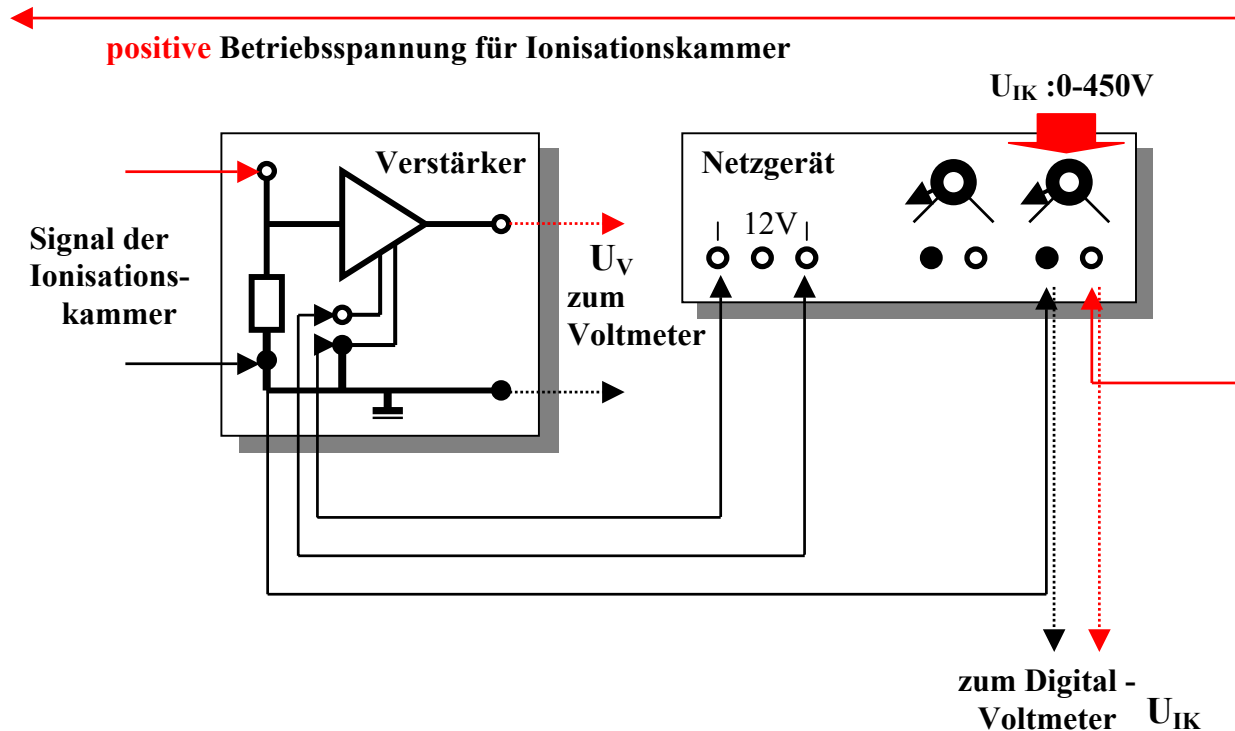


Abb. 9.29: Schaltplan zum Betrieb und zur Auslese der Ionisationskammer.

- **Versuchsdurchführung:**

Gemäß Teil A ist die Röntgenröhre in Betrieb zu nehmen. Anodenspannung und Emissionsstrom sind zu Beginn auf die Maximalwerte von $U_A = 35 \text{ kV}$ bzw. $I_{em} = 1 \text{ mA}$ einzustellen. Die Röntgenröhre sollte bereits einige Minuten in Betrieb sein.

Gemäß Abb. 9.29 sind Spannungsversorgung und Messverstärker zu verkabeln, ohne die Geräte in Betrieb zu nehmen. Man sollte darauf achten, dass die Betriebsspannung der Ionisationskammer vorher auf den Wert $U_{IK}=0\text{V}$ eingestellt ist. **Die Schaltung muss vor Inbetriebnahme durch den Assistenten auf Richtigkeit überprüft werden.** Für die quantitative Auswertung ist zu beachten, dass ein am Voltmeter abgelesenes verstärktes Spannungssignal von $U_V=1\text{V}$ einem Ionisationskammerstrom von 1nA (10^{-9}A) am Arbeitswiderstand entspricht.

1. **Sättigungsspannung der Ionisationskammer:**

Beim Betrieb der Ionisationskammer muss sichergestellt sein, dass alle erzeugten Ionen an den Platten abgesaugt werden. Für den vorhandenen Aufbau ist eine Betriebsspannung von $U_{IK} = 200\text{V}$ einzustellen. Die Begründung zur Wahl dieses Wertes ergibt sich aus dem am Experiment liegenden Diagramm, in dem der Ionisationsstrom als Funktion der Ionisationskammer-Spannung U_{IK} dargestellt ist. (optional: Wenn es die Zeit erlaubt, können Sie sich selbst durch Ausmessen des Sättigungsbereiches von der Spannungsauswahl selbst überzeugen.)

2. Messung des Ionisationsstromes in Abhängigkeit von dem Emissionsstrom I_{em} der Röntgenröhre:

Bei maximaler Einstellung der Hochspannung der Röntgenröhre $U_A = 35\text{kV}$ wird der Ionisationsstrom I_{IK} als Funktion des Emissionsstromes der Röntgenröhre gemessen. Der Emissionsstrom wird in Schritten von 0,1 mA zwischen 0,1 mA und 1,0 mA variiert. **Die Messdaten sind entweder nur in Tabellenform oder nur in dem bereitgestellten Diagramm zu notieren.**

3. Messung des Ionisationsstromes in Abhängigkeit von der Anodenspannung der Röntgenröhre:

Der Emissionsstrom der Röntgenröhre wird auf den Maximalwert von $I_{em}=1\text{mA}$ eingestellt und der Ionisationsstrom I_{IK} als Funktion der Hochspannung der Röntgenröhre U_A in Schritten von 5 kV zwischen 15 und 35 kV gemessen. **Die Messdaten sind entweder nur in Tabellenform oder nur in dem bereitgestellten Diagramm zu notieren.**

Bitte beantworten Sie folgende Fragen schriftlich:

- Welche Abhängigkeit erwarten Sie für den Ionisationsstrom von der Emissionsstromstärke bzw. von der Anodenspannung?
- Stimmen die Messergebnisse mit dieser Erwartung überein?

4. Berechnung der maximalen Ionen- und Energiedosisleistung der verwendeten Röntgenröhre:

Aus dem Ionisationsstrom I_{IK} gemessen bei den Maximalwerten für Anodenspannung und Emissionsstrom (Teil 2) sollen die Ionen- und Energiedosisleistung berechnet werden (siehe Gl. 9.15, 9.16, 9.19 und 9.20).

Die Ionendosis ist gemäß Gleichung 9.16 definiert als $J = \frac{\Delta Q}{\Delta m}$, wobei die gesuchte

Ionendosisleistung die zeitliche Ableitung darstellt, d.h. $\dot{J} = \frac{dJ}{dt}$. Im vorliegenden Versuch

wird beim kontinuierlichen Betrieb der Röntgenröhre der in der Ionisationskammer erzeugte

Ionisationsstrom $I_{IK} = \frac{dQ}{dt} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ (Vgl. Gl. 6.7) gemessen. Man erkennt daher, dass:

$$\dot{J} = \frac{dJ}{dt} = \frac{1}{dt} \cdot \frac{dQ}{dm} = \frac{dQ}{dt} \cdot \frac{1}{dm} = I_{IK} \cdot \frac{1}{dm} = \frac{I_{IK}}{\Delta m}$$

Zur Berechnung ist daher neben dem Messwert I_{IK} die Masse der Luft Δm im durchstrahlten Ionisationskammer-Volumen zu bestimmen. Das aktive Volumen lässt sich auf Grund der Eintrittsblende und der Divergenz der Röntgenstrahlung als Pyramidenstumpf beschreiben. Bei Kenntnis der absoluten Dimensionen (Abstand der Röntgenquelle, Geometrie der Eintrittsblende und des Plattenkondensators) berechnet sich ein Volumen von $V = 125,4 \text{ cm}^3$. Die Dichte ρ der Luft, abhängig von Temperatur und Luftdruck, ist gemäß

$$\rho = \rho_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T}$$

für die Laborbedingungen zu berechnen, wobei $\rho_0 = 1,293 \text{ kg/m}^3$, $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ und $T_0 = 273 \text{ K}$ betragen. Druck p und Temperatur T während des Experiments sind an den angebrachten Messgeräten abzulesen. Aus Volumen und Dichte lässt sich dann die Masse der bestrahlten Luft berechnen.

Für die Berechnung der **Energiedosisleistung** $\dot{D} = k \cdot \dot{J}$ (in mGy/s) ist zu berücksichtigen, dass zur Erzeugung der Ionenladung von 1C in Luft im Mittel eine Energie von 34J notwendig ist (siehe Anmerkungen zu Gl. 9.17), d.h. $k = 34 \text{ J/kg}$.