Crash Course: Protokolle, Diagramme und Fehlerrechnung

Leonard Welde

31. August 2023

Inhaltsverzeichnis

Allgemeines zum Vortrag

Dieser Vortrag richtet sich an Studierende, welche die physikalischen Grundpraktika für Naturwissenschaftler*innen durchführen und wurde auf Grundlage der Versuchsanleitung zum physikalischen Grundpraktikum für Naturwissenschaftler*innen erstellt.

Dauer ca. 1 Stunde.

Hier werden die Grundlagen zum Anfertigen von Protokollen und der relevanten Fehlerbestimmungsmethoden, auch anhand von Beispielen, besprochen.

Fehlerbestimmung ist in der Praxis allgemein sehr aufwendig und kompliziert. Hier werden also nur die Basics behandelt, um gut auf das Praktikum vorbereitet zu sein.

Warum schreibt man Protokolle?

- Studierende lernen das wissenschaftliche Arbeiten mit Experimenten und deren Ergebnissen.
- Protokolle werden angefertigt, um durchgeführte Versuche zu dokumentieren. Das dient vor Allem dazu, Experimente auch im Nachhinein noch nachvollziehen und bei Bedarf umstrukturieren zu können.
- Ergebnisse aus einem Experiment können wieder- oder weiterverwendet werden.
- Oft werden Berichte zu Arbeiten in AG's in einem zentralen Wiki gesammelt, um möglichst jeden Fortschritt zu dokumentieren.

Struktur eines Protokolls

Ein Protokoll zu einem Versuch soll eine klare Struktur aufweisen und dem Leser/der Leserin den Versuch so beschreiben, dass er/sie diesen anhand des Protokolls vollständig rekonstruieren kann. Ein übliches Protokoll besteht aus:

- Deckblatt
- Versuchsaufbau und Versuchsbeschreibung
- Aufgenommene Messwerte
- Auswertung
- Fehlerrechnung
- Fehlerdiskussion
- Anhang (Messwerte aus der Versuchsdurchführung!)

Deckblatt

Das Deckblatt beinhaltet alle wichtigen Informationen über den Versuch sowie über die Studierenden:

- Versuchsname und Versuchsnummer
- Name und Matrikelnummer
- E-Mail-Adresse
- Betreuer
- Datum der Durchführung und der Abgabe

Versuchsaufbau und Versuchsbeschreibung

Im Versuchsaufbau wird der gesamte Aufbau mit den verwendeten Werkzeugen beschrieben. Hier wird geklärt, wozu die ganzen Komponenten des Versuchs verwendet werden. Auch können hier bestimmte Eigenschaften von Geräten/Werkzeugen hervorgehoben werden, wenn diese für den Versuch von zentraler Bedeutung sind.

"Die Helmholtz-Spule erzeugt im inneren Bereich ein homogenes Magnetfeld."

In der Versuchsbeschreibung sind alle Schritte aufgeführt, die zur Durchführung des Versuchs nötig sind. Auch hier sollte auf Besonderheiten, beispielsweise bei der Verwendung von Geräten, eingegangen werden.

"Es werden Messreihen bei 50 mA, 100 mA und 150 mA aufgenommen."

Es ist auch möglich, die Versuchsbeschreibung sowie den Versuchsaufbau zusammenzuführen.

Aufgenommene Messwerte

In diesem Teil des Protokolls werden alle aufgenommenen Messwerte inkl. Anmerkungen zu diesen dargestellt. Hier werden **keine** Rechnungen durchgeführt! Alle Rechnungen gehören in den Teil der Auswertung. Dies gilt auch für Hilfsrechnungen (zum Einstellen der Geräte oder Ablesen von Messwerten). Diese können dort als "Vorbemerkung", o.ä. notiert werden.

Die Messwerte sind übersichtlich in Tabellen/Listen o.ä. darzustellen. Tabellen haben stets eine aussagekräftige Tabellenüberschrift.

Tabelle 1: Messwerte Messreihe 1 zur Berechnung der Geschwindigkeit eines Gleiters auf der Luftkissenbahn.

Messung #	Strecke s [m]	Zeit t [s]
1	$0,499$	$1,5$
2	$0,498$	$1,5$
3	$0,497$	$1,7$
4	$0,501$	$1,4$
5	$0,498$	$1,6$

Auswertung

Hier beginnt der Hauptteil des Protokolls. In diesem Teil werden alle Rechnungen, welche zur Auswertung des Versuchs benötigt werden, durchgeführt. Hilfsrechnungen zur Aufnahme von Messwerten sollten hier ebenfalls durchgeführt werden.

Die dazu verwendeten Formeln sollten vor der Verwendung einmal ausführlich aufgeschrieben und erklärt werden.

Es gehört ebenfalls dazu, die Formeln, falls nötig in umgestellter Form aufzuschreiben und die Werte für die Berechnung einzusetzen. Ein Rechenschritt zu viel, ist immer besser, als einer zu wenig. Nur ein Ergebnis hinzuschreiben reicht nicht aus!

Ebenfalls werden hier alle nötigen Fragestellungen aus der Versuchsbeschreibung beantwortet.

Fehlerrechnung

Die Fehlerrechnung ist essentieller Bestandteil in jedem Protokoll. Aus den Ergebnissen der Fehlerrechnung kann darüber Aufschluss erlangt werden, ob die erzielten Ergebnisse in einem plausiblen Rahmen liegen.

Stimmt der Wert $\pm$ Fehler mit dem Literaturwert überein, ist das Experiment geglückt. Wenn der Literaturwert vom Ergebnis abweicht gibt es Diskussionsbedarf.

Es gibt verschiedenste Methoden zur Fehlerberechnung. Auf die wichtigsten davon wird im Kapitel "Fehlerrechnung" eingegangen. In den Versuchsaufgaben können bestimmte Methoden gefordert werden.

Die berechneten Werte inklusive der Fehler werden in folgender Art **auf 2 signifikante Stellen** angegeben:

$$\textit{Physikalische Größe} = (\text{Wert} \pm \text{Fehler}) \times 10^{x}\ \text{Einheit}$$

Fehlerdiskussion

Die Fehlerdiskussion bildet das Herzstück eines jeden Protokolls. Hier werden die möglichen Fehlerquellen aufgezählt, welche während des Versuchs oder der Auswertung aufgetreten sind. Zusätzlich wird darauf eingegangen, welche Auswirkungen diese Fehler auf die Ergebnisse haben.

Es gibt Fehler unterschiedlicher Natur. Beispielsweise bilden Ableseungenauigkeiten (auf Messwerkzeugen etc.) stets **statistische Fehler**, welche die Ergebnisse in **jede Richtung** verzerren.
Eine weitere Fehlerart bilden die **systematischen Fehler**. Diese werden meist durch Probleme im Versuchsaufbau selbst hervorgerufen, wie z.B. durch falsche Messbedingungen oder Kalibrierung der Messapparaturen. Diese Art der Fehler beeinflusst das Ergebnis in **eine bestimmte Richtung** (In der Praxis oft nur über Monte Calro Methoden bestimmbar).

Auch wenn sich der Literaturwert im Bereich der berechneten Fehler mit dem bestimmten Wert deckt, sollte dennoch grob auf Fehlerquellen eingegangen werden. Decken sich die Werte über den gesamten Fehlerbereich nicht, gibt es **ausführlichen Diskussionsbedarf!**

Anfertigen von Diagrammen

Diagramme sind meist essentieller Bestandteil einer Versuchsauswertung. Mit Hilfe von Diagrammen lassen sich Messwerte, sowie bereits verarbeitete Datenpunkte anschaulich darstellen und auswerten. Diagramme besitzen immer eine aussagekräftige Beschreibung in der Bildunterschrift.

Handgezeichnete Diagramme werden mit **Bleistift** auf **Millimeterpapier** gezeichnet. Dafür ist immer das **ganze Blatt** zu verwenden. Wichtige Punkte sind in den Diagrammen immer einzuzeichnen/hervorzuheben. Das erleichtert das Lesen und Verstehen eines Diagramms. Diagramme besitzen auch immer einen **aussagekräftigen Titel**.
Die Achseneinteilung und -beschriftung ist immer so zu wählen, dass **alle wichtigen Punkte** abgedeckt werden.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, Datenpunkte darzustellen. Zu den wichtigsten Darstellungen gehören

- Auftragen und Verbinden von Datenpunkten
- Ausgleichsgeraden
- (Doppelt-)Logarithmische Diagramme

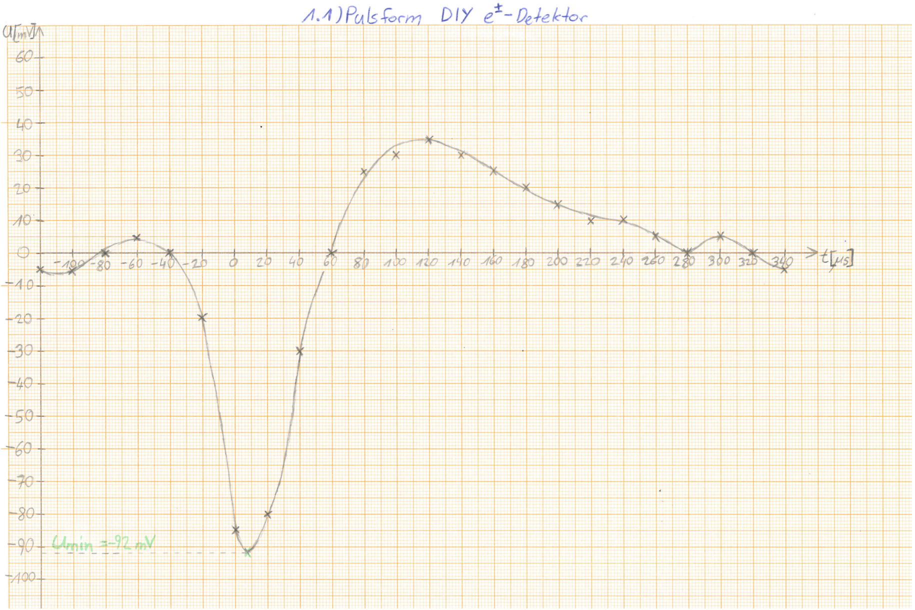

Abbildung 1: Darstellung der Pulsform des DIY $e^{\pm}$-Detektors.

Ausgleichsgeraden zeichnen

Eine **Ausgleichsgerade** ist ein (händischer,) **linearer Fit** mehrerer Datenpunkte. Im Praktikum spielen Ausgleichsgeraden eine wichtige Rolle. Wichtig für Ausgleichsgeraden:

- Eine Ausgleichsgerade berührt üblicherweise keinen Datenpunkt!
- Ausgleichsgeraden werden so gezeichnet, dass der Abstand zwischen der Gerade und jedem einzelnen Datenpunkt möglichst gering ist.

Die Steigung der Gerade wird über ein **Steigungsdreieck** mit der Formel

$$S = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{1}$$

berechnet. Die Punkte $x_{1,2}$ und $y_{1,2}$ entsprechen den Punkten auf der Ausgleichsgerade, an welchen das Steigungsdreieck angelegt wird. Die Achsenabschnitte können (meistens) abgelesen werden.

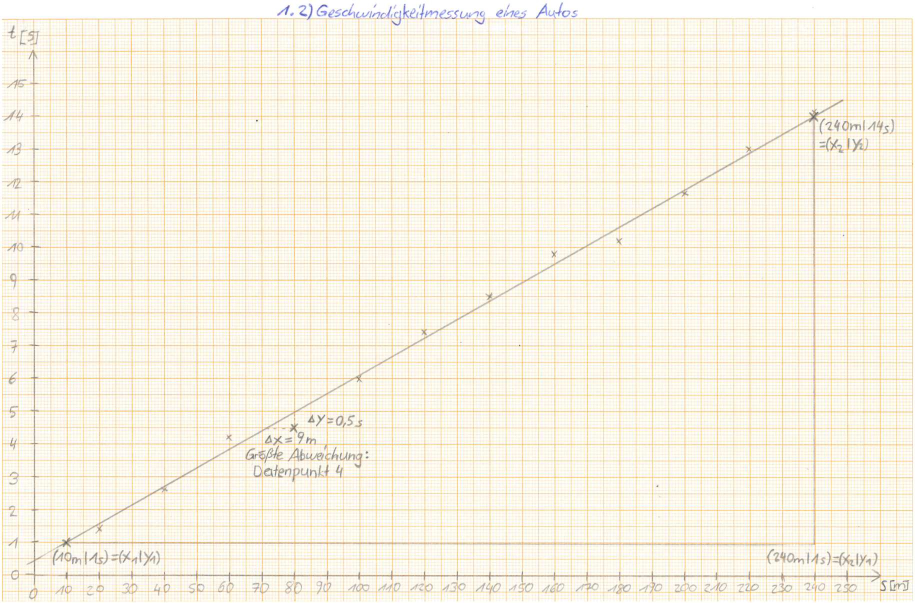

Abbildung 2: "Fitten" von Messpunkten mit einer Ausgleichsgeraden.

Logarithmische Diagramme zeichnen

Wenn **exponentielle** Zusammenhänge vorliegen, werden Diagramme oft logarithmisch dargestellt. Dabei werden die Datenpunkte auf der y-Achse mit der Skalierung $\log_{10}(y)$ aufgetragen.

Bei doppelt-logarithmischen Diagrammen wird neben der y-Achse auch die x-Achse mit der Skalierung $\log_{10}(x)$ dargestellt.

Stellt man einen exponentiellen Zusammenhang mit einer logarithmischen Skalierung dar, erkennt man, dass die Datenpunkte wieder einen linearen Zusammenhang aufweisen. Somit können die Datenpunkte wieder mit einer **Ausgleichsgeraden** beschrieben werden. Beispiel:

$$y = b \cdot e^{-Sx} \Rightarrow \log_{10}(y) = \log_{10}(b \cdot e^{-Sx}) = \log_{10}(b) + (-Sx) \cdot \log_{10}(e)$$

Der exponentielle Zusammenhang erhält durch logarithmieren die Form einer Geradengleichung (mit Faktor $\log_{10}(e)$).

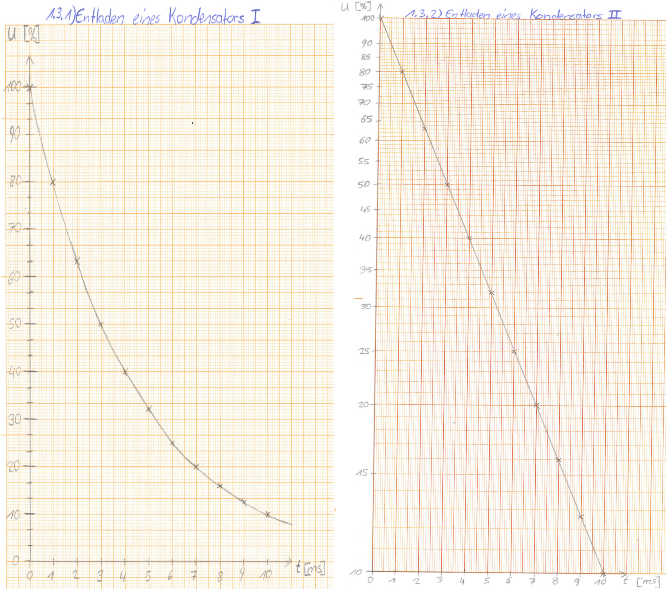

Abbildung 3: Darstellung der Entladekurve eines Kondensators. Links in normaler Darstellung, rechts in einfach-logarithmischer Darstellung.

Fehlerrechnung: Überblick

Es gibt verschiedene Möglichkeiten die, beim Versuch auftretenden Fehler rechnerisch zu betrachten.

Dazu muss zuerst ein Fehlerwert einer Variable bestimmt werden. In den meisten Fällen entspricht der Fehler einer Variable deren **Ablesegenauigkeit**, also der kleinsten Schrittweite, welche abgelesen werden kann. Ein simples Beispiel stellt ein Messlineal/Maßstab mit der Unterteilung in mm-Schrittweite dar. Hier beträgt der Fehler des gemessenen Wertes immer

$$\Delta L = \pm 1\,\mathrm{mm}.$$

In manchen Fällen muss der Fehler **abgeschätzt** werden. Dazu müssen oft Annahmen gemacht werden, welche nicht unbedingt genau überprüft werden können. Beispielsweise können die Volumina von Anschlussstutzen an einem Gefäß oft nur grob vermessen oder geschätzt werden.

Grafische Fehlerbestimmung

Auch beim Ablesen von Punkten aus einem Diagramm spielt die Ablesegenauigkeit, also die **Skalierung** eine entscheidende Rolle. Mit aus diesem Grund sollten alle Diagramme **möglichst groß** gezeichnet werden.

Beim Bestimmen der Fehler von Achsenabschnitt $A_{x,y}$ und Steigung S einer Ausgleichsgeraden müssen die folgenden Formeln verwendet werden. Steigung:

$$\frac{\Delta S_x}{S} = \frac{2\Delta x}{x_2 - x_1} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\Delta S_y}{S} = \frac{2\Delta y}{y_2 - y_1} \tag{2}$$

Für den Fehler der Steigung ΔS gilt $\Delta S = \max(\Delta S_x, \Delta S_y)$.

Für die Achsenabschnitte gilt:

$$\Delta A_x = \left(\frac{y_1 + y_2}{2}\right)\frac{\Delta S}{S} \quad \text{bzw.} \quad \Delta A_y = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)\frac{\Delta S}{S} \tag{3}$$

Steigungsfehler: Rechenbeispiel

Betrachtet man die Ausgleichsgerade *1.2) Geschwindigkeitsmessung eines Autos* aus dem vorherigen Beispiel, erkennt man, dass die Ausgleichsgerade nicht durch die Datenpunkte geht, also eine gewisse Abweichung hat. Für die Fehlerbestimmung einer Ausgleichsgeraden ist der **Datenpunkt mit der größten Abweichung** interessant, da dieser Δx bzw. Δy liefert.
Aus dem **Steigungsdreieck** ergibt sich die inverse Geschwindigkeit $\frac{1}{v} = \frac{t}{s}$ als Steigung der Geraden aus Gleichung 1 zu

$$S = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{14\,\mathrm{s} - 1\,\mathrm{s}}{240\,\mathrm{m} - 10\,\mathrm{m}} = 0,0565\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}} \tag{4}$$

Der Fehler dieser Steigung kann über Gleichung 2 bestimmt werden.

$$\Delta S_x = \frac{2\Delta x}{x_2 - x_1} S = \frac{2 \cdot 9\,\mathrm{m}}{240\,\mathrm{m} - 10\,\mathrm{m}} \cdot 0,0565\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}} = 0,0045\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}} \tag{5}$$

$$\Rightarrow S = (5,65 \pm 0,45) \times 10^{-2}\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}} \tag{6}$$

Mittelwert

Um statistische Fehler zu minimieren, können **Messreihen** aufgenommen werden. Dabei wird die selbe Größe mehrmals gemessen um einen **Mittelwert** bilden zu können. Dieser berechnet sich über

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{7}$$

Oft, bzw. wenn gefordert, wird der Einfachheit halber der Fehler des Mittelwertes über die **größte Abweichung der Einzelmesswerte zum Mittelwert** bestimmt. Dies geschieht mit der Formel

$$\Delta\bar{x} = \max(|\bar{x} - x_i|) \tag{8}$$

Eigentlich jedoch müsste die **Standardabweichung** des Mittelwertes bestimmt werden, um den Fehler des Mittelwertes zu erhalten.

Standardabweichung (des Mittelwertes)

Die **Streuung** von Einzelmesswerten aus einer Messreihe um deren Mittelwert bezeichnet man als **Standardabweichung**. Die Formel dafür lautet (für $n \to \infty$)

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\bar{x} - x_i)^2}\ . \tag{9}$$

Für die **Standardabweichung des Mittelwertes** gilt der Zusammenhang (für $n \to \infty$)

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(\bar{x} - x_i)^2} \approx \Delta\bar{x}\ . \tag{10}$$

Somit ergibt sich der Messwert x schlussendlich zu

$$x = \bar{x} \pm \sigma(\bar{x}) \quad \text{bzw.} \quad x = \bar{x} \pm \Delta\bar{x} \tag{11}$$

Um $\sigma(\bar{x})$ zu halbieren muss man viermal so häufig messen ($\sigma(\bar{x}) \sim \frac{1}{\sqrt{n}}$).

Mittelwert und Standardabweichung: Rechenbeispiel

Betrachten wir erneut Tabelle 1. Aus den Messwerten können die Mittelwerte $\bar{s}$ und $\bar{t}$ für die Strecke, bzw. die Zeit, sowie die quadratische Abweichung vom Mittelwert für jeden Messwert bestimmt werden.

Tabelle 2: Auswertung Messreihe 1 inkl. Mittelwerte und quadrat. Abweichungen.

Nr. #	s [m]	$(\bar{s} - s_i)^2$ [$\times 10^{-6}$ m^2]	t [s]	$(\bar{t} - t_i)^2$ [$\times 10^{-3}$ s^2]
1	$0,499$	$0,16$	$1,5$	$1,6$
2	$0,498$	$0,36$	$1,5$	$1,6$
3	$0,497$	$2,56$	$1,7$	$25,6$
4	$0,501$	$5,76$	$1,4$	$19,6$
5	$0,498$	$0,36$	$1,6$	$3,6$
$\sum$	$\bar{s}$ [m]	$\sum(\bar{s} - s_i)^2$ [m^2]	$\bar{t}$ [s]	$\sum(\bar{t} - t_i)^2$ [s^2]
	$0,49860$	$9,2 \times 10^{-6}$	$1,540$	52×10^{-3}

Aus den Werten der Tabelle 2 kann nun die Standardabweichung der Mittelwerte $\sigma(\bar{s})$ und $\sigma(\bar{t})$ berechnet werden.

Mittelwert und Standardabweichung: Rechenbeispiel

Zur Berechnung der Standardabweichung der Mittelwerte kann Gleichung 10 verwendet werden. In diese Gleichung werden die Summe der quadratischen Abweichungen und die Anzahl der Messungen eingesetzt.

$$\Delta\bar{s} = \sigma(\bar{s}) = \frac{\sigma(s)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(\bar{s}-s_i)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{5(5-1)} \cdot 9,2 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2} = 0,000678\,\mathrm{m} \approx 0,68 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

$$\Rightarrow s = \bar{s} \pm \Delta\bar{s} = (498,60 \pm 0,68) \times 10^{-3}\,\mathrm{m} \tag{12}$$

Analog für t:

$$\Rightarrow t = \bar{t} \pm \Delta\bar{t} = (1540 \pm 51) \times 10^{-3}\,\mathrm{s} \tag{13}$$

Fehlerfortpflanzung

Meistens wird mit den gemessenen Variablen in der Auswertung des Versuches weiter gerechnet. Dabei entstehen Formeln, welche sich aus **mehreren, fehlerbehafteten Variablen** zusammensetzen können.
Um den Fehler eines Rechenergebnisses zu bestimmen, welches aus mehreren fehlerbehafteten Variablen berechnet wurde, können verschiedene Methoden angewandt werden.

Falls die Fehler als Standardabweichungen von Mittelwerten vorliegen, kann **Fehlerfortpflanzung** verwendet werden.
Wenn $f(x, y, z, \dots)$ eine Funktion von den fehlerbehafteten Variablen x, y, z, ... ist, gilt für die Fehlerfortpflanzung

$$\sigma(\bar{f}) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\Delta z\right)^2 + \dots} = \Delta f \ . \qquad (14)$$

Grundlage der Fehlerfortpflanzung bildet die Taylor-Entwicklung zusammen mit der quadratischen Addition von "Standardabweichungen".

Fehlerfortpflanzung: Rechenbeispiel

Die Geschwindigkeit des Gleiters aus Messreihe 1 (Tabelle 1) ist eine zusammengesetzte Größe und kann aus den Mittelwerten berechnet werden.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{\bar{s}}{\bar{t}} = \frac{0,4986\,\mathrm{m}}{1,54\,\mathrm{s}} = 0,323\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{15}$$

Da die Standardabweichungen der Mittelwerte der einzelnen Variablen bekannt sind, wird der Fehler mit Hilfe von Fehlerfortpflanzung nach Gleichung 14 bestimmt. Es gilt:

$$\frac{\partial v}{\partial s} = \frac{1}{t} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{s}{t^2} \tag{16}$$

$$\Delta v = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial s}\Delta\bar{s}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t}\Delta\bar{t}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{t}\Delta\bar{s}\right)^2 + \left(-\frac{s}{t^2}\Delta\bar{t}\right)^2}$$

Fehlerfortpflanzung: Rechenbeispiel

$$\Delta v = \sqrt{\left(\frac{1}{1,54\,\mathrm{s}} \cdot 0,68 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}\right)^2 + \left(-\frac{0,4986\,\mathrm{m}}{(1,54\,\mathrm{s})^2} \cdot 51 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}\right)^2}$$

$$= 0,01073\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 0,011\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{17}$$

$$\Rightarrow v = (0,323 \pm 0,011)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{18}$$

Oder auch:

$$\Rightarrow v = (323 \pm 11) \times 10^{-3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Maximalfehler

Bei einer Einzelmessung einer Größe kann **keine statistische Aussage über den Fehler** gemacht werden. Somit muss der Fehler abgeschätzt werden. Dabei wird meistens nur die Ablesegenauigkeit berücksichtigt, obwohl es noch andere Fehlerquellen geben kann.

Um auch hier einen Fehler für einen, aus mehreren fehlerbehafteten Variablen zusammengesetzten Ausdruck berechnen zu können, kann der **Maximalfehler** bestimmt werden.

Wenn $f(x, y, z, \ldots)$ wieder eine Funktion von den fehlerbehafteten Variablen x, y, z, $\ldots$ ist, gilt für den Maximalfehler

$$\Delta f = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\Delta z + \ldots \quad . \tag{19}$$

Falls f die Form $f = A \cdot x^a \cdot y^b \cdot z^c \cdot \ldots$ hat, gilt für den relativen Fehler

$$\frac{\Delta f}{f} = |a|\frac{\Delta x}{x} + |b|\frac{\Delta y}{y} + |c|\frac{\Delta z}{z} + \ldots \quad . \tag{20}$$

Maximalfehler: Rechenbeispiel

Angenommen, die Strecke und Zeit für den Gleiter auf der Luftkissenbahn wurde nur ein einziges Mal gemessen. Dann können keine Mittelwerte und Standardabweichungen bestimmt werden.

Betrachtet man beispielsweise Messung Nr. 1 als Einzelmessung, dann ergibt sich die Geschwindigkeit des Gleiters zu

$$v = \frac{s_1}{t_1} = \frac{0,499\,\mathrm{m}}{1,5\,\mathrm{s}} = 0,332667\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \ . \tag{21}$$

Der Fehler von v wird über Gleichung 19 bestimmt. Als Fehler der Variablen wird die Ablesegenauigkeit gewählt, also $\Delta s_1 = 0,001\,\mathrm{m}$ und $\Delta t_1 = 0,1\,\mathrm{s}$.

$$\Delta v = \left|\frac{\partial v}{\partial s_1}\right|\Delta s_1 + \left|\frac{\partial v}{\partial t_1}\right|\Delta t_1 = \left|\frac{1}{t_1}\right|\cdot\Delta s_1 + \left|-\frac{s_1}{t_1^2}\right|\cdot\Delta t_1$$

Maximalfehler: Rechenbeispiel

$$= \left|\frac{1}{1,5\,\mathrm{s}}\right| \cdot 0,001\,\mathrm{m} + \left|-\frac{0,499\,\mathrm{m}}{(1,5\,\mathrm{s})^2}\right| \cdot 0,1\,\mathrm{s} = 0,023\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\Rightarrow v = (0,333 \pm 0,023)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{22}$$

Ein Vergleich des Maximalfehlers mit dem Fehler aus der Fehlerfortpflanzung (Gleichung 18) zeigt, dass der **Fehler hier ca. doppelt so groß** ist.

Tabelle 3: Vergleich der bestimmten Fehler über Fehlerfortpflanzung und Maximalfehler für den Gleiter auf der Luftkissenbahn.

	v $[\frac{m}{s}]$	Δv $[\frac{m}{s}]$	rel. Fehler $\frac{\Delta v}{v}$ [%]
Mittelwert, Fehlerfortpflanzung	0,323	0,011	$\approx 3,5$
Einzelmessung, Maximalfehler	0,333	0,023	$\approx 7,0$

Signifikante Stellen

Bei der Angabe von Größen ist es wichtig, auf die **Anzahl signifikanter Stellen** zu achten. Die Angabe einer Größe, genauer als deren Fehler (mehr signifikante Stellen), ergibt wenig Sinn.

Beispiel: Berechnung von v inkl. Maximalfehler.
Das Ergebnis $v = 0,332667\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ ist genauer angegeben, als der Fehler von $\Delta v = 0,023\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Das ergibt wenig Sinn, da das Ergebnis, aufgrund des berechneten Fehlers, nicht genauer als 3 Nachkommastellen sein kann. Für die Angabe des Wertes wird auf die Anzahl signifikanter Stellen gerundet.

$$\Rightarrow v = (0,333 \pm 0,023)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Meistens werden zwei signifikante Stellen angegeben. Dabei zählen führende Nullen nicht als signifikante Stellen! Die signifikanten Stellen im Beispiel sind blau markiert.
Es empfiehlt sich in den meisten Fällen, die Fehler **aufzurunden**, um das Ergebnis nicht zu überschätzen.

Viel Erfolg und gutes Gelingen im Praktikum!