

Versuch 6A: Ohmsches Gesetz

6B: Spezifischer elektrischer Widerstand

Physikalische Grundbegriffe:

- Elektrische Ladung, Coulombsches Gesetz,
- Elektrisches Feld, Potential, Spannung
- Elektrischer Widerstand, Ohmsches Gesetz
- Kirchhoffsche Gesetze

meßtechnische Grundlagen:

- Oszillograph,
- Strom und Spannungsmessung
- Messbereichserweiterung

weiterführende Literatur:

- W.Seibt, Physik f. Mediziner, 3.Aufl. p. 209-258
- W.Hellenthal, Physik für Mediziner und Biologen, 6.Aufl. p. 135-142, 153-162
- V.Harms, Physik für Mediziner und Pharmazeuten, 14.Aufl. p. 105-128

Erläuterung der wichtigsten physikalischen Begriffe:

- Elektrische Ladung

Es gibt positive und negative Ladungen. Die Ladung ist stets an Materie gebunden und hat Mengen- und Quantencharakter, d.h. es gibt eine kleinste, nicht weiter teilbare Ladungsmenge. Sie wird als **Elementarladung** e bezeichnet. Ihr Betrag ist:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As.}$$

Die SI-Einheit für die Ladung ist 1 As (Ampere mal Sekunde), 1 As wird auch als 1 C (Coulomb) bezeichnet.

Als **Elektron** (e^-) bezeichnet man ein Teilchen mit der Masse $m_e = 0,91 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$, das eine negative Elementarladung trägt.

Als **Positron** (e^+) bezeichnet man ein Teilchen mit der gleichen Masse, das eine positive Elementarladung trägt.

Coulombsches Gesetz

Ruhende elektrische Ladungen können durch ihre Kraftwirkung, die sie aufeinander ausüben, nachgewiesen werden:

Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab, ungleichnamige Ladungen ziehen sich an.

Coulomb fand durch Experimente heraus, dass die Kraft zwischen zwei punktförmigen Ladungen Q und Q' proportional dem Produkt der beiden Ladungen und umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes a der Ladungen ist:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\mathbf{Q} \cdot \mathbf{Q}'}{a^2} \quad (6.1)$$

Gl.6.1 ist das **Coulombsche Gesetz**. Es hat formale Ähnlichkeit mit dem Gravitationsgesetz (s. Seite 0/24). Die Konstante ϵ_0 heißt Influenzkonstante oder elektrische Feldkonstante. Ihr Wert ist:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm.}$$

Die Kraft wirkt immer in Richtung der Verbindungslinie der beiden Ladungsschwerpunkte.

Gl.6.1 gilt für das Vakuum. Befindet sich ein nichtleitendes Medium (Dielektrikum) zwischen den Ladungen, so ist die Kraft geringer.

Luft zwischen den Ladungen bewirkt gegenüber Vakuum nur eine geringe Veränderung (vergl. Grundlagen zu Versuch 7).

• Elektrisches Feld

Die von einer elektrischen Ladung ausgehende Kraftwirkung auf eine andere Ladung kann auch mit dem Begriff des **elektrischen Feldes** beschrieben werden. Nach dieser Vorstellung ist z.B. die Ladung Q' von einem **Kraftfeld** umgeben, das auf die Ladung Q dann eine zu Q proportionale Kraft ausübt:

$$\mathbf{F} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{Q} \quad (6.2)$$

Der Proportionalitätsfaktor $\mathbf{E}$ heißt **elektrische Feldstärke**.

SI-Einheit für $\mathbf{E}$: 1 V/m.

Anmerkung: Die SI-Einheit für $\mathbf{E}$ wäre nach Gl.6.2 zunächst 1 N/As. Weiter unten wird gezeigt, dass mit Einführung der elektrischen Spannung U , deren Einheit mit 1 Volt (V) bezeichnet wird, die Beziehung 1 V = 1 Nm/As gilt. Also ist 1 N/As = 1V/m.

Gl.6.2 ist die Definitionsgleichung für die elektrische Feldstärke. Eine elektrische Feldstärke von 1 V/m herrscht also dann, wenn z.B. auf eine Ladung von 1 C die Kraft von 1 N ausgeübt wird.

Für die Feldstärke $\mathbf{E}$, die von der Punktladung Q' erzeugt wird, erhält man durch Vergleich von Gl.6.2 mit Gl.6.1 den Ausdruck:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\mathbf{Q}'}{a^2} \quad (6.3)$$

$\mathbf{E}$ ist die im Abstand a von der Ladung Q' hervorgerufene Feldstärke. Sie ist proportional zu Q' und nimmt quadratisch mit der Entfernung von Q' ab.

Kraft und Feldstärke sind **vektorielle** Größen, die Ladung ist ein Skalar (ungerichtete Größe). Gl.6.3 ist als Betragsgleichung zu verstehen.

Eine anschauliche Beschreibung des E-Feldes erfolgt mit Hilfe der **Kraftlinien oder Feldlinien**. Es sind dies Linien, entlang derer sich eine **positive** Probeladung von selbst bewegt, wenn diese in das Feld gebracht wird.

Der Verlauf einer Feldlinie ist also gleich der Bahn und die Richtung gleich der Bewegungsrichtung einer **positiven** Ladung, die sich im Feld frei bewegen kann.

Elektrische Feldlinien gehen also von positiven Ladungen aus und enden auf negativen Ladungen.

Die Abb. 6.1a und 6.1b zeigen die Feldlinienbilder einer positiven und einer negativen Punktladung. Es handelt sich um sog. radialsymmetrische Felder.

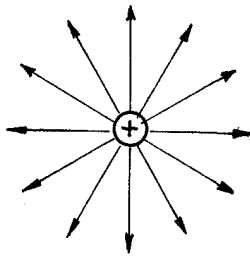


Abb. 6.1a
Feldlinienbild
einer positiven
Ladung

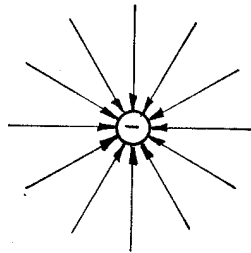


Abb. 6.1b
Feldlinienbild
einer negativen
Ladung

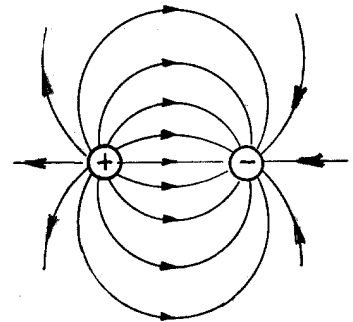


Abb. 6.1c
Feldlinienbild
eines Dipols

Befinden sich mehrere Punktladungen im Raum, so ergibt sich die Gesamtfeldstärke durch vektorielle Addition der von den einzelnen Ladungen hervorgerufenen Feldstärken. Abb. 6.1c zeigt das Feldlinienbild eines Dipols. Ein elektrischer Dipol besteht aus einer positiven und gleich großen negativen Ladung, die einen festen Abstand zueinander haben.

Die Stärke eines elektrischen Feldes kann anschaulich durch die Zahl der Feldlinien dargestellt werden, die die Flächeneinheit durchsetzen. Demnach liegen also in Gebieten größerer Feldstärke die Feldlinien dichter zusammen.

Man spricht von **homogenen** Feldern, wenn die Feldlinien parallel und äquidistant verlaufen. Dies gilt z.B. für das Feld im Innern eines Plattenkondensators (Abb. 6.1d).

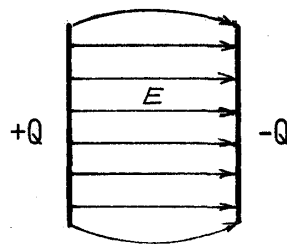


Abb. 6.1d: Homogenes Feld eines Plattenkondensators (am Rande inhomogen)

In homogenen Feldern ist die Feldstärke überall gleich groß (man sagt auch: Die Feldstärke ist konstant). Bei **inhomogenen** Feldern verlaufen die Feldlinien nicht parallel und die Feldstärke ist nicht konstant (Abb.6.1a-c).

Die elektrischen Feldlinien stehen immer **senkrecht** auf leitenden (metallischen) Oberflächen. Ein metallischer Hohlkörper ist im Innern immer **feldfrei** (Faraday-Käfig!).

- **Elektrisches Potential, elektrische Spannung**

Gegeben sei ein elektrisches Feld E . Wird eine Ladung Q im Feld verschoben, so ist Arbeit zu leisten, da im E -Feld gemäß Gl. 6.2 die Kraft $F = Q \cdot E$ auf die Ladung wirkt.

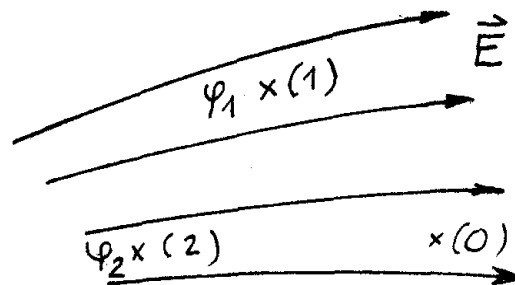


Abb.6.2

Wir markieren die drei Punkte (0), (1) und (2) im Feld (Abb.6.2). Verschieben wir nun eine Ladung Q z.B. von (0) nach (1), so ist folgende Arbeit erforderlich:

$$W_{01} = -\int_0^1 \vec{F} \cdot d\vec{s} = -Q \int_0^1 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Diese Arbeit W_{01} ist nun in der Ladung Q als potentielle Energie im Punkt (1) gegenüber Punkt (0) gespeichert. Wir nennen sie $W_{\text{pot}}(1)$ und erhalten :

$$W_{\text{pot}}(1) = -Q \int_0^1 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Analoges gilt für $W_{\text{pot}}(2)$. Man kann so jedem Punkt eines elektrischen Feldes eine potentielle Energie gegenüber einem frei gewählten Bezugspunkt (0) zuordnen, die eine Ladung Q an diesem Punkt hat. Dividiert man die potentielle Energie durch die Ladung Q , so erhält man eine von Q unabhängige, nur noch von der Feldstärke abhängige Größe, die man als **elektrisches Potential ϕ** bezeichnet:

$$\phi = \frac{W_{\text{pot}}}{Q} = -\int \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (6.4)$$

SI-Einheit für ϕ : 1 J/C oder 1 V (Volt),

da für 1 J/C der Einheitenname "Volt" (V) eingeführt wird.

Jedem Punkt eines elektrischen Feldes kann man so ein elektrisches Potential zuordnen, wenn man einen einheitlichen Bezugspunkt im Raum wählt. Im Punkt (1) der Abb.6.2 sei dann das Potential gleich ϕ_1 , im Punkt (2) sei es ϕ_2 . Wir fragen nun nach der Arbeit W_{12} , die nötig ist, um eine Ladung Q von Punkt (1) zu Punkt (2) im elektrischen Feld zu verschieben. Ohne Begründung sei gesagt, dass in einem elektrischen Feld die Verschiebungsarbeit unabhängig vom Weg ist. Man erhält also W_{12} einfach aus der Differenz der potentiellen Energien in den Punkten (1) und (2):

$$W_{12} = W_{\text{pot}}(2) - W_{\text{pot}}(1)$$

Nach Gl. 6.4 ist:

$$W_{\text{pot}}(1) = \varphi_1 \cdot Q \text{ und } W_{\text{pot}}(2) = \varphi_2 \cdot Q$$

Somit ist:

$$W_{12} = \varphi_2 \cdot Q - \varphi_1 \cdot Q = Q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = Q \cdot U_{12}, \quad (6.5)$$

mit $\varphi_2 - \varphi_1 = U_{12}$. Die Potentialdifferenz $\varphi_2 - \varphi_1$ wird als **elektrische Spannung** U_{12} , zwischen den Punkten (1) und (2) bezeichnet. Allgemein gilt daher:

$$W = Q \cdot U \quad (6.6)$$

Gl.6.6 stellt die Definitionsgleichung für die elektrische Spannung dar. **SI-Einheit für U: 1 V.**

Es gilt:

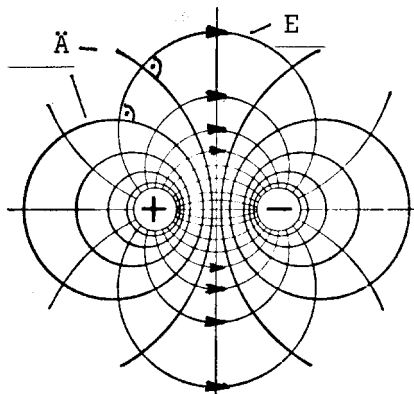
Eine positive Ladung bewegt sich von selbst von Orten höheren Potentials zu Orten niedrigeren Potentials.

Durchläuft also ein Körper mit der Ladung Q ohne Hindernis die Spannung U , so hat er am Ende der Strecke die kinetische Energie (s.Ü.6.4) :

$$W_{\text{kin}} = Q \cdot U$$

• Äquipotentiallinien, Äquipotentialflächen

Linien oder Flächen konstanten Potentials heißen **Äquipotentiallinien** oder **Äquipotentialflächen**. Die Äquipotentiallinien und -flächen stehen immer **senkrecht** auf den Feldlinien.



Die obenstehende Abbildung zeigt den Äquipotentiallinienverlauf im Dipolfeld. Zur Verschiebung einer Ladung auf einer Äquipotentialfläche oder entlang einer Äquipotentiallinie ist **keine Arbeit** erforderlich. Wir halten fest:

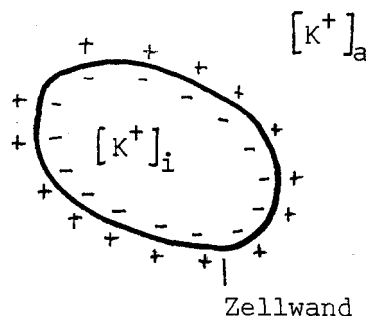
In einem elektrischen Feld herrscht also zwischen zwei Punkten, die nicht auf ein und derselben Äquipotentialfläche liegen, immer eine Spannung.

Die Spannung zwischen zwei raumfesten Punkten in einem elektrischen Feld ändert sich, wenn sich die Feldverteilung ändert. Dies tritt z.B. dann ein, wenn sich die felderzeugenden Ladungen verschieben. Sind diese Verschiebungen periodischer Art, so entsteht eine periodische Spannung. Diese Zusammenhänge sind grundsätzlich für das Verständnis der Entstehung eines Elektrokardiogramms von Bedeutung. Die elektrische Erregung des Herzens kann beschrieben werden durch einen sich drehenden und seine Stärke ändernden elektrischen Dipol. Der rotierende Dipol bewirkt ein sich veränderndes elektrisches Feld im Körper. Zwischen zwei Punkten (z.B. zwischen Hand und Fuß) kann dann eine im Rhythmus der Herzfrequenz auftretende zeitabhängige Spannung — das EKG — registriert werden. Wir fassen zusammen:

Elektrische Spannung und elektrisches Feld sind eng miteinander verknüpft. Voraussetzung für eine Spannung ist ein elektrisches Feld. Dieses wiederum wird von Ladungen hervorgerufen, so dass die Ursache für die Spannung letztlich im Vorhandensein von getrennten positiven und negativen Ladungen besteht. In den "Spannungsquellen" ist daher immer ein Mechanismus wirksam, der zur Ladungstrennung führt, wobei natürlich Energie aufzuwenden ist.

Als Beispiel für eine Spannungsquelle aus dem Bereich der Biologie sei auf die Entstehung der "Ruhemembran Spannung" (bioelektrische Spannung) hingewiesen:

Zwischen dem Inneren und dem Äußeren einer tierischen oder menschlichen Zelle besteht eine Potentialdifferenz von etwa 90 mV. Diese Spannung entsteht durch einen Diffusionsvorgang durch die Zellwand.



Die Zellwand (Zellmembran) besteht aus einer biomolekularen Lipoprotein-Schicht von der Dicke $0,007\mu\text{m}$ bis $0,008\mu\text{m}$. Sie verfügt über selektive Permeabilitäten und aktive Transportmechanismen. Die Membran kann einerseits den spontanen, diffusionsbedingten Übertritt bestimmter Stoffe - wie etwa der Na^+ -, Ca^{++} -, Mg^{++} -, Cl^- -Ionen - stark hemmen, andererseits die aktive Überführung von Ionen gegen ein vorhandenes Diffusionsgefälle erzwingen. Im Zellinneren ist die Konzentration der K^+ -Ionen etwa 20 bis 40 mal größer als im extrazellulären Raum. Die Permeabilität der Membran ist für die K^+ -Ionen sehr viel höher als für die anderen in der Zellflüssigkeit vorhandenen Ionen, so dass auf Grund des Konzentrationsgefälles K^+ -Ionen solange vom Zellinneren in den extrazellulären Raum diffundieren, bis durch die zunehmende negative Aufladung des Zellinneren der Diffusionsvorgang in ein stationäres Gleichgewicht übergeht.

Der Außenraum ist dann positiv, der Innenraum negativ geladen, d.h. zwischen dem Inneren und dem Äußeren einer Zelle besteht eine Potentialdifferenz, die Zelle ist "polarisiert". Die Potentialdifferenz zwischen dem Innen- und dem Außenraum lässt sich mit der von NERNST angegebenen Gleichung berechnen:

$$U = \frac{R \cdot T}{z \cdot F} \cdot \ln \frac{[K^+]_i}{[K^+]_a}$$

R = universelle Gaskonstante; F = Faraday-Konstante;

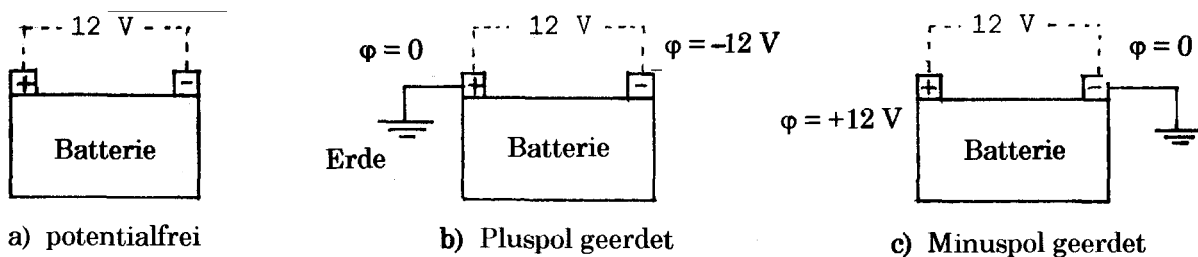
T = Kelvintemperatur; z = Wertigkeit der Ionen;

$[K^+]_i$ = Konz. der K^+ -Ionen im Inneren;

$[K^+]_a$ = Konz. der K^+ -Ionen im Außenraum.

• Potentialfestlegung, „Erdpotential“

Es gibt Gleichspannungs- und Wechselspannungsquellen. Bei den Gleichspannungsquellen (z.B. Batterie) ist die Spannung zeitlich konstant, bei den Wechselspannungsquellen (z.B. Steckdose des öffentlichen Stromnetzes) ändert sie sich periodisch.



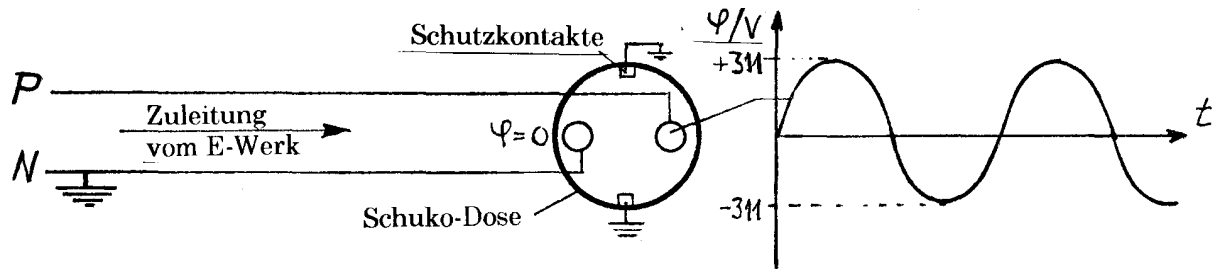
Wir betrachten eine Gleichspannungsquelle (Batterie) mit der Spannung von z.B. 12 V (Autoakku). Zwischen dem Pluspol und dem Minuspol besteht also eine Potentialdifferenz von 12 V. Der Pluspol besitzt grundsätzlich das höhere Potential, der Minuspol das niedrigere. Wie groß das Potential des Plus- oder des Minuspols ist, lässt sich nicht angeben. Man sagt, die Spannungsquelle ist **potentialfrei** (Abb. a). Verbindet man aber z.B. den Pluspol durch einen guten elektrischen Leiter mit der Erde, so hat der Pluspol dasselbe Potential wie die Erde, das willkürlich gleich Null gesetzt wird. Der Minuspol hat dann das Potential $\varphi = -12 \text{ V}$ (Abb. b). Die Batterie ist nun nicht mehr potentialfrei. Erdet man den Minuspol, so erhält der Pluspol das Potential $\varphi = +12 \text{ V}$ (Abb. c). An der Spannung zwischen den Polen ändert sich durch das "Erden" nichts.

In der Elektrotechnik wird aus praktischen Gründen das Potential der Erde als Bezugspunkt gewählt. Es wird einfach *gleich Null* gesetzt.

Das Symbol für „Erde“ ist : oder

Will man einen Punkt in einer elektrischen Schaltung „erden“, so muss man eine elektrisch gut leitende Verbindung zur Erde herstellen.

Bei der Wechselspannung des öffentlichen Stromnetzes liegen folgende Verhältnisse vor: Die Zuleitung vom E-Werk zur Steckdose erfolgt beim Einphasenwechselstrom über zwei Leitungen N (= Nullleiter) und P (= Phase). Die Leitung N ist bereits im E-Werk geerdet. Der eine Pol der Steckdose hat also das Potential $\varphi = 0$ (Erdpotential).



Am anderen Pol ändert sich das Potential sinusförmig zwischen den Extremwerten $+311$ V und -311 V. Der als Spannung zwischen den Polen angegebene Wert von 220 V ist der sog. Effektivwert (siehe Grundlagen zu Versuch 8). Die an der Dose noch vorhandenen Schutzkontakte (in der Abb. oben und unten) sind **direkt** mit der Erde verbunden. An diese Kontakte wird über den Schuko-Stecker die im Gerätekabel vorhandene **gelb-grüne** Leitung angeschlossen. Sie ist ihrerseits am Gerät mit dem Gehäuse verbunden, das auf diese Weise zum Schutz immer das Potential Null hat (Schuko = Schutzkontakt).

Übungsaufgaben:

Ü 6.1

Welche Anziehungskraft herrscht zwischen dem Wasserstoffkern und dem Elektron der K-Schale (Radius der K-Schale = $0,05$ nm)?

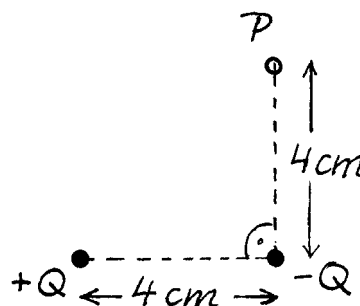
Ü 6.2

Ein Elektron und ein Positron ziehen sich im Abstand a mit der Kraft $F = 2 \cdot 10^{-22}$ N an. Wie groß ist die Kraft im Abstand $2a$?

Welche Kraft erfährt ein He-Kern, wenn dieser sich genau in der Mitte zwischen Elektron und Positron befindet?

Ü 6.3

Gegeben sind zwei Punktladungen $+Q$ und $-Q$ im Abstand 4 cm. Der Punkt P befindet sich 4 cm über der Ladung $-Q$ (s. Skizze). Welche Feldstärke erzeugt die Ladung $+Q$ in P, wenn die Ladung $-Q$ dort eine Feldstärke von 1 V/m hervorruft.



Ü 6.4

Welche kinetische Energie haben die Elektronen in einer Röntgenröhre (in der Röntgenröhre ist Vakuum) beim Auftreffen auf die Anode, wenn zwischen Kathode und Anode eine Spannung von 100 kV liegt?

Welche Geschwindigkeit erreichen die Elektronen (ohne Beachtung relativistischer Effekte)?

- **Elektrischer Strom**

Eine **bewegte** elektrische Ladung stellt einen elektrischen Strom dar. Fließt durch einen Leiterquerschnitt in der Zeit Δt (dt) die Ladungsmenge ΔQ (dQ), so ist die **elektrische Stromstärke I** definiert als :

Definition der Stromstärke I:

$$\mathbf{I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}} \quad (6.7)$$

Die Maßzahl für den elektrischen Strom ist also gleich der Ladung, die pro Sekunde durch den Leiterquerschnitt fließt.

SI-Einheit für I: 1 A (Ampere)

Die elektrische Stromstärke gehört zu den Basisgrößen (s. S. 0/6).

Für die Bestimmung der Ladung aus dem Strom gilt:

$$\mathbf{dQ = I \cdot dt \quad \text{bzw.} \quad Q = \int I \cdot dt} \quad (6.7a)$$

SI-Einheit für Q: 1 As = 1C (Coulomb)

Ein elektrischer Strom kann nachgewiesen werden durch seine

a) Magnetische Wirkung:

Ein elektrischer Strom ist immer von einem Magnetfeld begleitet.

b) Chemische Wirkung:

In Elektrolyten kommt es bei Stromfluss zu chemischen Veränderungen an den Elektroden.

c) Wärmewirkung:

Ein stromdurchflossener Leiter erwärmt sich (Supraleiter ausgenommen).

- **Elektrischer Widerstand**

Ein Strom fließt in einem Leiter nur dann, wenn an den Leiter eine elektrische Spannung angelegt wird. Leiter sind Substanzen, die frei bewegliche Ladungsträger enthalten. Entsteht bei einer angelegten Spannung U ein Strom I in einem Leiter, so ist sein **Widerstand R** definiert als:

Definition des elektrischen Widerstandes R:

$$\boxed{\mathbf{R} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{I}}} \quad (6.8)$$

SI-Einheit für R: $1 \text{ V/A} = 1 \Omega \text{ (Ohm)}$.

Der reziproke Widerstand heißt **Leitwert G**: $\mathbf{G} = 1/\mathbf{R} \quad (6.8a)$

SI-Einheit für G: $1 \Omega^{-1} = 1 \text{ S (Siemens)}$.

Schreibt man Gl.6.8 in der Form $U = I \cdot R$, so kann man die Spannung zwischen den Enden eines Leiterstücks auch als Folge des Stroms im Leiter betrachten. Man spricht dann vom **Spannungsabfall** an einem Leiter oder Widerstand.

Das Wort "Widerstand" beschreibt eigentlich die Eigenschaft eines elektrischen Leiters gegenüber dem Ladungsfluss. Es wird aber in nicht korrekter Weise auch für den Leiter selbst benutzt. Man spricht von "einem Widerstand" und meint damit in erster Linie den Leiter selbst.

- **Spezifischer Widerstand (Resistivität)**

Der Widerstand eines Leiters hängt vom Material, von seinen geometrischen Abmessungen und von der Temperatur ab. Bei konstanter Temperatur ist R proportional zur Länge l und umgekehrt proportional zur Querschnittsfläche A des Leiters:

$$\boxed{\mathbf{R} = \rho \cdot \frac{\mathbf{l}}{\mathbf{A}}} \quad (6.9)$$

Der Proportionalitätsfaktor ρ ist eine Materialkonstante und heißt **spezifischer Widerstand oder Resistivität**.

SI-Einheit für ρ : $1 \Omega \text{m}$.

Der Reziprokwert von ρ heißt **spezifische Leitfähigkeit σ** :

$$\boxed{\sigma = \frac{1}{\rho}} \quad (6.10)$$

SI-Einheit für σ : $1 \Omega^{-1} \text{m}^{-1} = 1 \text{ S/m}$.

Der spezifische Widerstand hängt von der Temperatur ab. Mit genügender Genauigkeit kann die Temperaturabhängigkeit durch eine lineare Beziehung dargestellt werden:

$$\rho(\vartheta) = \rho(1 + \alpha \cdot \vartheta)$$

ρ_0 ist der spezifische Widerstand bei 0°C . ϑ = Temperatur in $^\circ \text{C}$. α ist der Temperaturkoeffizient. Er ist für Metalle und viele Metalllegierungen positiv, d.h. der Widerstand nimmt

mit zunehmender Temperatur zu. Man spricht von PTC-Widerständen (Positiv-Temperatur-Coefficient). Für einige spezielle Legierungen ist α nahezu gleich Null. Für Elektrolyte, für Halbleiter (z.B. Germanium, Silizium), für Kohle und für gewisse Oxide ist der Temperaturkoeffizient negativ: Man spricht von NTC-Widerständen (Negativ-Temperatur-Coefficient) oder von "Heißleitern".

- **Ohmsches Gesetz**

Es gibt Leiter, bei denen die Stromstärke I **proportional** mit der angelegten Spannung U zunimmt, wenn man die Temperatur des Leiters konstant hält. Nach Gl.6.8 bedeutet dies, dass der Widerstand des Leiters dann **konstant** ist, d.h. nicht von der Größe des Stromes und der Spannung abhängt. Solche Leiter werden **ohmsche Leiter** genannt.

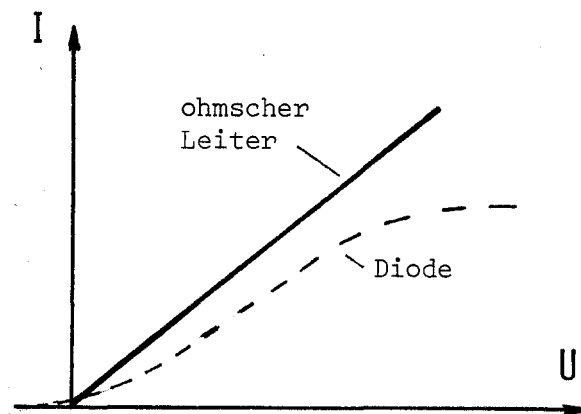


Abb.6.3.

Ohmsches Gesetz:

Der Widerstand eines Leiters ist bei konstanter Temperatur konstant, d.h. er hängt **nicht** von der Stromstärke oder der Spannung ab.

Für ohmsche Leiter gilt also: $I \sim U$. Zu den ohmschen Leitern gehören die Metalle und - mit gewissen Einschränkungen - auch die Elektrolyte. Für leitende Gase (Glimmentladung, Lichtbogen) und kompliziertere Schaltelemente (z.B. Elektronenröhren, Gleichrichter ... usw.) gilt das Ohmsche Gesetz nicht. Abb.6.3 zeigt die Strom-Spannungskennlinie eines ohmschen Leiters (ausgezogene Linie) und die einer Diode (gestrichelt). Die I-U-Kennlinie eines ohmschen Leiters ist also eine **Gerade**. Bei nicht-ohmschen Leitern ist sie gekrümmt.

- **Elektrische Arbeit**

Nach Gl.6.6 war für die Verschiebung einer Ladung Q um die Potentialdifferenz U die Arbeit $W = Q \cdot U$ erforderlich. Die Ladungsverschiebung stellt einen elektrischen Strom dar, so dass für Q das Produkt $I \cdot t$ gesetzt werden kann, wenn es sich um einen stationären (d.h. zeitlich unveränderlichen) Strom handelt. Man erhält so für die elektrische Arbeit (Stromarbeit):

$$\boxed{W = U \cdot I \cdot t} \quad (6.11)$$

Fließt also während der Zeit t durch einen Leiter bei einer angelegten Spannung U der Strom I , so berechnet sich die im Leiter umgesetzte elektrische Energie nach Gl.6.11. Wird die elektrische Energie im Leiter in Wärme umgesetzt, so spricht man von **Joulescher Wärme**.

SI-Einheit für W : $1 \text{ VAs} = 1 \text{ Ws}$, mit $1 \text{ VA} = 1 \text{ W (Watt)}$.

Die Wattsekunde (Ws) ist eine sehr kleine Einheit. In der Praxis wird die Kilowattstunde (kWh) verwendet. Es gilt: $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Ws}$

Der Zusammenhang mit den mechanischen Energieeinheiten ist gegeben durch:

$$1 \text{ Ws} = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ J}$$

- **Elektrische Leistung**

Allgemein ist die Leistung P definiert als die pro Sekunde geleistete Arbeit: $P = dW/dt$. Für die elektrische Leistung erhält man somit aus Gl.6.11:

Definition der elektrischen Leistung P :

$$\boxed{P = U \cdot I} \quad (6.12)$$

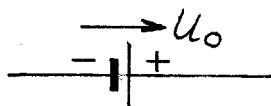
SI-Einheit für P : $1 \text{ VA} = 1 \text{ W (Watt)}$.

Ersetzt man in Gl.6.12 den Strom I bzw. die Spannung U durch $I = U/R$ bzw. $U = I \cdot R$, so erhält man:

$$P = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R \quad (6.12a)$$

- **Symbole, Vorzeichendefinitionen für Strom und Spannung**

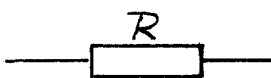
1) Urspannung:



Symbol für Gleichspannungsquelle

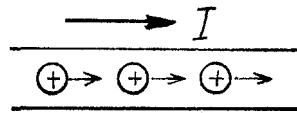
Die Potentialdifferenz einer Gleichspannungsquelle wird als Urspannung U_0 bezeichnet. Die positive Urspannungsrichtung weist in Richtung des Potentialanstiegs in der Batterie — also von minus nach plus — und kennzeichnet die Antriebsrichtung auf positive Ladungsträger.

2) Widerstand:

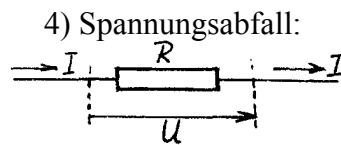


Symbol für Leiter mit Widerstand R

3) Stromrichtung:



Die positive Stromrichtung ist die Bewegungsrichtung, die positive Ladungsträger im Leiter hätten (konventionelle Stromrichtung). In den Metallen sind Elektronen die Ladungsträger; sie bewegen sich also gegen die Stromrichtung.



4) Spannungsabfall:

Die positive Richtung des Spannungsabfalls weist in Richtung des Stromes und damit in Richtung des Potentialgefälles.

Bei der Verwendung von Strom- und Spannungsmessgeräten für Gleichstrom und Gleichspannung ist auf die Polarität zu achten. Die Angaben (+) und (-) an den Buchsen eines Amperemeters bedeuten, dass das Gerät so in den Stromkreis geschaltet werden muss, dass der Strom bei (-) in das Amperemeter **hineinfließt** und bei (+) **herausfließt**.

Spannungsmesser (Voltmeter) sind so zu schalten, dass die mit (+) bezeichnete Buchse an den Punkt mit dem **höheren** Potential und die mit (-) bezeichnete Buchse an den Punkt mit dem **niedrigeren** Potential angeschlossen ist.

- **Kirchhoffsche Gesetze**

Will man in verzweigten Stromkreisen Stromstärken und Spannungsabfälle berechnen, so bedient man sich der Kirchhoffsehen Gesetze. Abb.6.4 zeigt einen Stromkreis mit 5 Verzweigungspunkten A,B,C,D und E an die sich weitere Kreise anschließen.

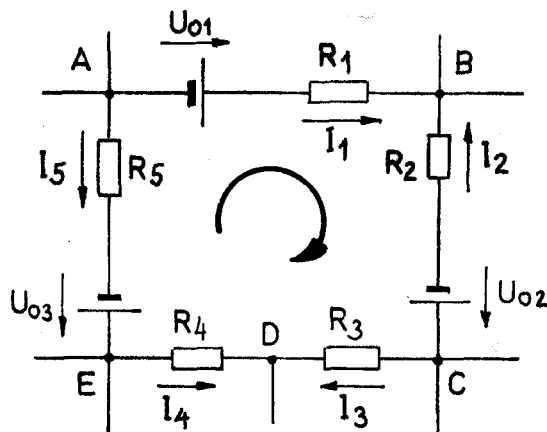


Abb.6.4

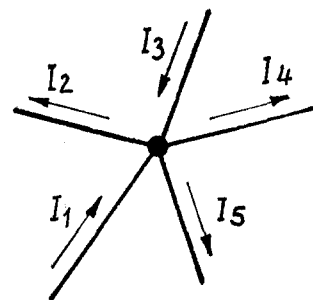


Abb.6.5

1. Kirchhoffsches Gesetz (Knotenpunktsatz)

In einem Knoten (Verzweigungspunkt) ist die Summe aller zufließenden Ströme gleich der Summe aller wegfließenden Ströme:

$$\sum I_{\text{zu}} = \sum I_{\text{ab}} \quad (6.13)$$

Für das Beispiel in Abb.6.5 gilt also: $I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$.

2. Kirchhoffsches Gesetz (Maschensatz)

Als **Masche** bezeichnet man einen in sich geschlossenen Stromkreis. Man legt zunächst einen Umlaufsinn in der Masche fest (in Abb.6.4 z.B. im Uhrzeigersinn). Dann gilt:

In einer Masche ist die Summe der Urspannungen gleich der Summe der Spannungsabfälle.

$$\sum_{\mu=1}^m U_{0\mu} = \sum_{v=1}^n I_v \cdot R_v \quad (6.14)$$

Für die in Abb.6.4 dargestellte Masche gilt dann:

$$U_{01} + U_{02} - U_{03} = I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 - I_4 R_4 - I_5 R_5$$

• Spannungsquelle mit innerem Widerstand im Stromkreis

Schließt man an eine Spannungsquelle einen Verbraucher mit dem Widerstand R_a an, so entsteht der einfachste Stromkreis.

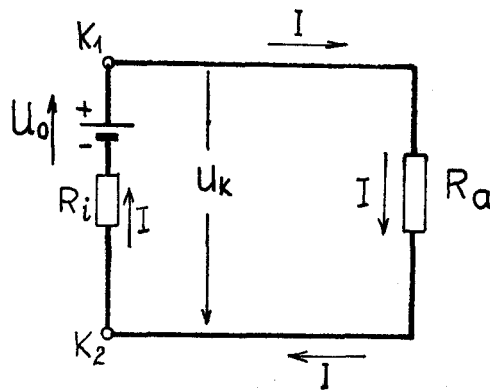


Abb.6.6.

Abb.6.6 zeigt einen solchen Stromkreis unter Berücksichtigung, dass jede Spannungsquelle grundsätzlich selbst einen Widerstand, den sog. **inneren Widerstand R_i** besitzt. K_1 und K_2 stellen die Klemmen (Pole) der Spannungsquelle dar. Schließt man einen Verbraucher mit dem Widerstand R_a (oft auch als "Außenwiderstand" bezeichnet) an die Klemmen an, so fließt ein Strom I von K_1 über R_a zu K_2 und weiter durch die Spannungsquelle zu K_1 (Stromkreise müssen immer geschlossen sein!). Die Anwendung des Maschensatzes liefert dann:

$$U_0 = I \cdot R_a + I \cdot R_i \quad (6.15)$$

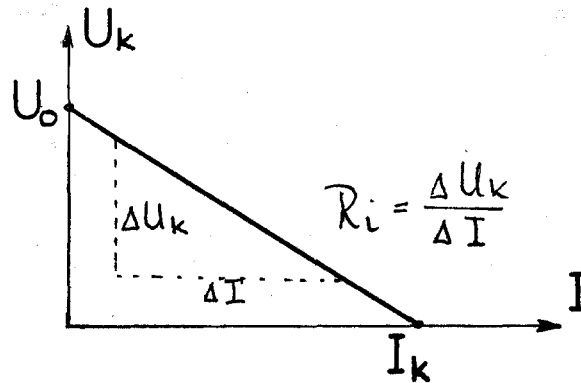
Das Produkt $I \cdot R_a$ stellt den äußeren Spannungsabfall U_k zwischen den Klemmen K_1 und K_2 dar und wird als **Klemmenspannung** bezeichnet.

$$U_k = I \cdot R_a$$

Für U_k erhält man aus Gl.6.15 somit folgende Beziehung:

$$U_k = U_0 - I \cdot R_i \quad (6.16)$$

Man sieht, dass die Klemmenspannung U_k , umso kleiner wird, je größer der entnommene Strom ist: Die Klemmenspannung ist um den **inneren Spannungsabfall** gegenüber der Urspannung U_0 verkleinert. Trägt man in einem Diagramm U_k gegen I auf, so erhält man eine Gerade, deren **Steigung** betragsmäßig **gleich R_i** ist. Wählt man $R_a = \infty$ (offener Kreis), so wird kein Strom entnommen ($I = 0$).



Man spricht dann vom **Leerlauf**. Nach Gl.6.16 ist dann $U_k = U_0$, d.h. im Leerlauf ist die Klemmenspannung gleich der Urspannung. Als **Leerlaufspannung** bezeichnet man die Klemmenspannung, wenn der Spannungsquelle kein Strom entnommen wird. Für den Strom I im Kreis erhält man aus Gl.6.15:

$$I = \frac{U_0}{R_i + R_a}$$

Den größtmöglichen Strom aus einer Spannungsquelle erhält man, wenn man den Außenwiderstand R_a gleich Null macht, d.h. die Klemmen "kurzschließt". Dieser als **Kurzschlussstrom I_k** bezeichnete Wert berechnet sich aus:

$$I_k = \frac{U_0}{R_i}$$

Für $I=I_k$ ist die Klemmenspannung U_k gleich Null.

Ohne Beweisführung sei vermerkt, dass man die **größtmögliche Leistung** aus einer Spannungsquelle dann herausholt, wenn man $R_a = R_i$ wählt.

Anmerkung:

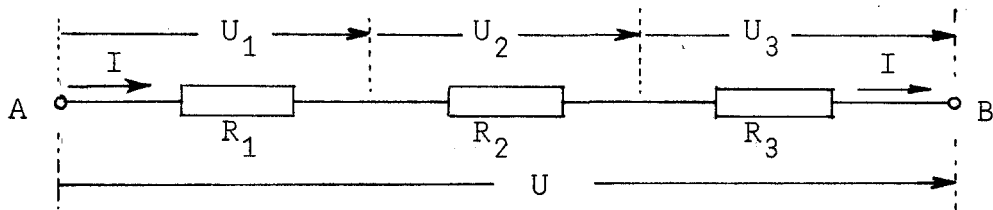
Der Beweis, dass für die maximale Leistungsentnahme aus der Quelle $R_a = R_i$ sein muss, kann aus folgender Überlegung erbracht werden: Die der Spannungsquelle entnommene Leistung P berechnet sich nach

$$P = I^2 R_a = \frac{U_0^2}{(R_i + R_a)^2} R_a$$

Differenziert man dies nach R_a und setzt das Ergebnis gleich Null, so erhält man die gesuchte Bedingung.

- **Kombination von Widerständen**

- a) **Serien- oder Reihenschaltung**



Bei einer Reihenschaltung ist die Summe aller Spannungsabfälle gleich dem Gesamtspannungsabfall:

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

Außerdem ist der Strom I bei einer Serienschaltung in allen Widerständen gleich groß. Daraus lässt sich nun ableiten, dass bei einer Reihenschaltung der Gesamtwiderstand R gleich der Summe der Einzelwiderstände ist:

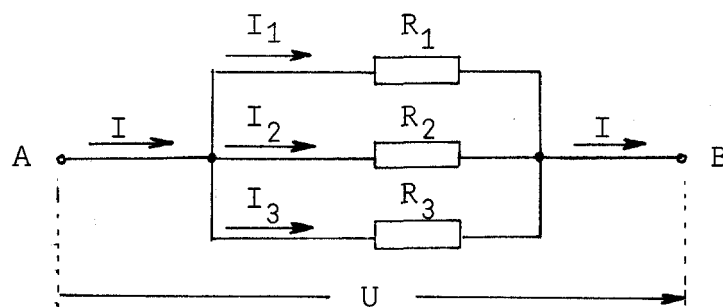
$$R = R_1 + R_2 + R_3 \quad (6.17)$$

- **Spannungsteiler:**

Die Spannungen U_1 , U_2 , U_3 usw. an den Widerständen R_1 , R_2 , R_3 verhalten sich wie die Widerstände:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad \frac{U_2}{U_3} = \frac{R_2}{R_3} \quad \frac{U}{U_1} = \frac{R}{R_1} \quad (6.18)$$

- **Parallelschaltung**



Für den Verzweigungspunkt einer Parallelschaltung gilt zunächst der Knotenpunktsatz:

$$I = I_1 + I_2 + I_3.$$

Außerdem tritt bei parallel geschalteten Widerständen an den Einzelwiderständen jeweils der gleiche Spannungsabfall U auf. Daraus lässt sich wieder ableiten, dass bei einer Parallelschaltung die Summe der reziproken Einzelwiderstände gleich dem Reziprokwert des Gesamtwiderstandes ist:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (6.19)$$

Da die Spannungen an parallel geschalteten Widerständen gleich groß sind, gilt: $I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_3 R_3$. Daraus folgt:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{oder} \quad \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2} \quad \text{oder} \quad \frac{I}{I_1} = \frac{R}{R_1} \quad (6.20)$$

In Worten:

Bei einer Parallelschaltung verhalten sich die Einzelströme umgekehrt wie die Widerstände.

Beispiel für eine Widerstandskombination:

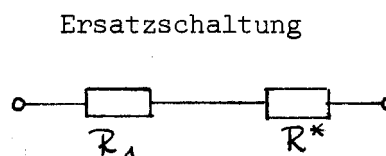
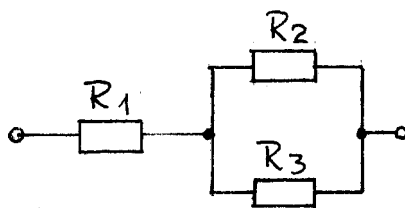
Um den Gesamtwiderstand der nebenstehenden Widerstandsschaltung aus 3 Widerständen zu berechnen, stellt man zunächst eine **Ersatzschaltung** her, die grundsätzlich entweder eine reine Serien- oder eine reine Parallelschaltung ist. In diesem Fall ist es eine Serienschaltung. Es ist dann: $R = R_1 + R^*$.

R^* berechnet sich aus

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Ergebnis:

$$R = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$



• Ladungsträger in elektrischen Leitern

Metalle:

Neben den für Bindungszwecke benötigten und an die Ionen des Kristallgitters gebundenen Elektronen, gibt es in Metallen auch noch frei bewegliche Elektronen (freie Elektronen), die allein für den Ladungstransport in Frage kommen (bei guten Leitern, wie Kupfer, etwa ein freies Elektron pro Gitterbaustein). Normalerweise befinden sich diese freien Elektronen in einer ungeordneten Bewegung ohne Vorzugsrichtung (ähnlich wie die Moleküle eines Gases). Legt man an den Leiter eine Spannung an, so dass also ein elektrisches Feld vorhanden ist, so wird eine Kraft auf die Elektronen ausgeübt, die den freien Elektronen eine gerichtete Geschwindigkeit erteilt. Der ungeordneten Bewegung des "Elektronengases" überlagert sich so eine der Feldrichtung entgegengesetzte Driftgeschwindigkeit (Elektronen sind negativ!). Wegen der auftretenden Reibung - hervorgerufen durch die Zusammenstöße der Elektronen

mit den um ihre Ruhelage schwingenden Gitterbausteinen - ist die Geschwindigkeit der Elektronen konstant und etwa von der Größenordnung einige Millimeter pro Sekunde.

Halbleiter:

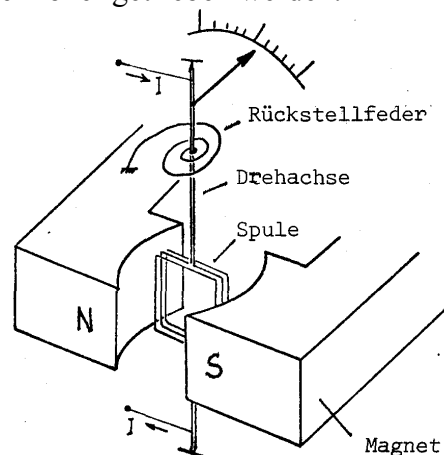
In Halbleitern geschieht der Ladungstransport durch Elektronen und "Defektelektronen" (Löcherleitung), in Gasen durch positive Ionen und Elektronen, in Elektrolyten durch positive und negative Ionen.

• Strom- und Spannungsmessung

Instrumente zur Messung von Stromstärken heißen **Amperemeter**. Die am häufigsten verwendeten Amperemeter sind die **Dreheisen-** und die **Drehspulinstrumente**. Mit Dreheiseninstrumenten kann man Gleich- und Wechselströme messen. Ihr Zeigerausschlag ist proportional zum Quadrat der Stromstärke, also unabhängig von der Stromrichtung. Die Skala ist nicht linear.

Mit Drehspulinstrumenten können nur Gleichströme gemessen werden. Ihr Zeigerausschlag ist proportional zur Stromstärke, d.h. die Skala ist linear unterteilt und die Ausschlagsrichtung ist abhängig von der Stromrichtung.

Zur Messung von Wechselströmen mit Drehspulinstrumenten wird ein Gleichrichter vorgeschaltet. Drehspulinstrumente sind in der Regel sehr viel genauer und ihre Empfindlichkeit kann sehr viel höher getrieben werden.



Den prinzipiellen Aufbau eines Drehspulamperemeters zeigt die obenstehende Skizze. Zwischen den kreisförmig ausgefrästen Polen eines Hufeisenmagneten befindet sich drehbar gelagert eine Rechteckspule. Fließt Strom durch die Spule, so wird ein Drehmoment auf die Spule ausgeübt, das um so größer ist, je größer der Strom ist. An der Achse, an der sich auch ein Zeiger befindet, ist eine Spiralfeder angebracht, die bei Verdrehung ein Gegen-drehmoment hervorruft. Die Drehung der Spule kommt dann zum Stillstand, wenn die beiden einander entgegengerichteten Drehmomente durch Strom und Federkraft betragsmäßig gleich sind.

Instrumente zur Messung von Spannungen heißen **Voltmeter**. Meist sind es Amperemeter, die umgeeicht zur Spannungsmessung verwendet werden; denn fließt durch die Spule ein Strom I , so tritt an den Anschlussbuchsen ein Spannungsabfall von $U = I \cdot R_i$ auf, wenn R_i der

Innenwiderstand (= Widerstand der Spule) ist. Um der Spannungsquelle möglichst wenig Strom für die Spannungsmessung zu entnehmen, und um das Amperemeter nicht zu überlasten, muss der Innenwiderstand des Gerätes entsprechend groß gemacht werden. Dies geht durch Vorschalten von Widerständen zum Spulenwiderstand.

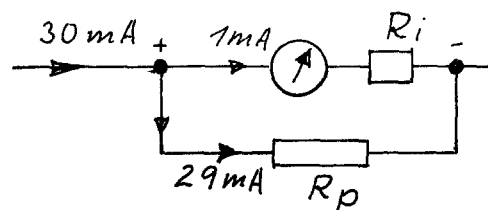
Voltmeter haben immer einen hohen Innenwiderstand, Amperemeter einen möglichst kleinen.

Die Messbereiche von Amperemeter und Voltmeter können erweitert werden durch Parallelschalten von Widerständen beim Amperemeter und durch Vorschalten von Widerständen beim Voltmeter.

• **Messbereichserweiterung von Volt- und Amperemeter**

Gegeben ist ein Messwerk mit dem Innenwiderstand $R_i = 50 \Omega$. Der maximal zulässige Strom durch das Messwerk ist mit 1 mA angegeben. Es darf also höchstens eine Spannung von 50 mV angelegt werden.

(a) Dieses Gerät soll nun im Messbereich so erweitert werden, dass es als Amperemeter bis maximal 30 mA einsetzbar ist. Welcher Widerstand R_p muss dann parallel zum Messwerk geschaltet werden?



Aus der Schaltskizze geht hervor, dass der Strom durch R_p 29 mA betragen muss. Es gilt also:

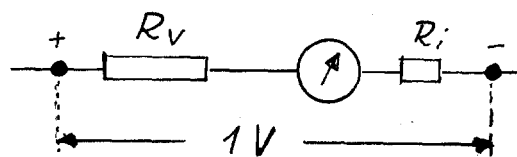
$$\frac{R_p}{R_i} = \frac{1 \text{ mA}}{29 \text{ mA}}$$

Daraus erhält man: $R_p = 1,724 \Omega$.

Der Innenwiderstand R_i' des erweiterten Gerätes ist dann:

$$R_i' = \frac{R_i R_p}{R_i + R_p} = 1,667 \Omega$$

(b) Das gleiche Messwerk wie oben soll nun als Voltmeter bis maximal 1 V dienen. Welchen Widerstand R_v muss man vorschalten?



Der durch das Messwerk fließende Strom darf 1 mA nicht überschreiten. Dieser Strom fließt auch durch R_v . Es gilt also:

$$R_v + R_i = \frac{1 \text{ V}}{10^{-3} \text{ A}} = 10^3 \Omega$$

$$R_v = 950 \Omega$$

Man kann das Problem auch anders lösen: Am Messwerk dürfen höchstens 50 mV abfallen. Dann müssen also an R_v 950 mV abfallen. Gemäß dem Spannungsteiler gilt dann:

$$\frac{R_v}{R_i} = \frac{950 \text{ mV}}{50 \text{ mV}}; \quad \text{daraus: } R_v = 950 \Omega$$

$$\frac{R_v}{R_i} = \frac{950 \text{ mV}}{50 \text{ mV}}; \quad \text{daraus: } R_v = 950 \Omega$$

Der Innenwiderstand R_i' des erweiterten Voltmeters ist somit: $R_i' = 1000 \Omega$.

Fazit:

Wird der Messbereich eines Amperemeters um den Faktor x erweitert, so sinkt der Innenwiderstand auf den x -ten Teil. Bei einem Voltmeter wird R_i x -mal größer.

• Fehlergrenzen der elektrischen Messinstrumente (Klassenziffer)

Elektrische Messinstrumente, die den Regeln des VDE entsprechen, werden - je nach Güte - in **Genauigkeitsklassen** (auch Güteklassen genannt) eingeteilt, für die bestimmte Einstellungstoleranzen gelten.

Die Einteilung erfolgt in folgende Klassen:

$$\left. \begin{array}{l} 0,1 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{array} \right\} \text{ als Feinmessinstrumente} \qquad \left. \begin{array}{l} 1 \\ 1,5 \\ 2,5 \\ 5 \end{array} \right\} \text{ als Betriebsmessinstrumente}$$

Diese auf dem Gerät angegebene **Klassenziffer** entspricht dem Anzeigefehler in Prozent des jeweiligen Messbereichsendwerts.

Beispiel:

Die Klassenziffer eines Amperemeters sei gleich 1,5. Das Instrument habe eine lineare Skala von 0 - 50 Skt (Skalenteile). Ist z.B. der Messbereich 100 mA, so beträgt also der Anzeigefehler $\pm 1,5 \text{ mA}$. Bei einem Zeigerausschlag von z.B. 40

Skt (entsprechend einem Strom von 80 mA) ist dann der Sollwert wie folgt anzugeben:

$$I = (80,0 \pm 1,5) \text{ mA.}$$

Wählt man für denselben Strom den Messbereich 500 mA, so gilt:

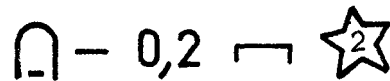
$$I = (80,0 \pm 7,5) \text{ mA.}$$

Im zweiten Fall ist also der Anzeigefehler größer.

Die genaueste Messung ergibt sich also beim **kleinsten möglichen** Messbereich, d.h. der Fehler wird bei einem bestimmten Sollwert um so kleiner, je **näher der Zeiger am Messbereichsendwert** steht.

Liegt der Nullpunkt innerhalb der Skala, so zählt als Messbereichsendwert die Summe beider Skalenwerte. Bei Instrumenten für nicht elektrische Größen oder bei Instrumenten mit stark nichtlinearer Skala ist dagegen der Fehler in Prozent der Skalenlänge zu rechnen. Die Klassenziffer ist - neben einer Reihe anderer Symbole - auf der Skala angegeben.

Beispiel für eine Skalenbeschriftung:



Bedeutung (von links):

- Drehspultyp;
- Gleichstrominstrument;
- Klassenziffer 0,2;
- waagrechte Gebrauchslage;
- 2 kV Prüfspannung.

Was man unbedingt wissen sollte:

- **Wie wirken gleichnamige und ungleichnamige Ladungen aufeinander?**
- **Welches Gesetz beschreibt quantitativ diese Kraftwirkung?**
- **Wie ist das elektrische Feld einer Punktladung gerichtet und wie ist die Stärke des Feldes vom Abstand abhängig?**
- **Was sind Äquipotentiallinien und was ist Spannung?**
- **Was ändert sich bei einer Wechselspannung?**
- **Welche Eigenschaft eines elektrischen Leiters beschreibt der elektrische Widerstand und wie ist er definiert?**
- **Was ist ein ohmscher Leiter?**
- **Was ist der Unterschied zwischen elektrischen und spezifischen Widerstand?**
- **Wie sind elektrische Arbeit und elektrische Leistung definiert?**
- **Welche physikalischen Größen addieren sich bei einer Reihenschaltung, bzw. bei einer Parallelschaltung von Widerständen?**

• Übungsaufgaben:

Ü 6.5)

Wie groß ist die Membranspannung bei Körpertemperatur an einer Zellwand, wenn im Innern der Zelle die K^+ -Ionenkonzentration 30 mal größer ist als außen?

Ü 6.6)

Was kostet der Betrieb einer 60 W Glühlampe pro Tag, wenn 1 kWh 0,30 DM kostet?

Ü 6.7)

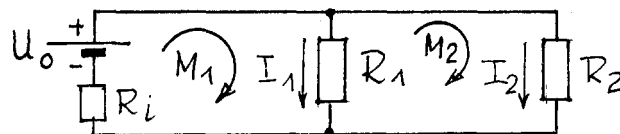
Was sind ohmsche Leiter?

Ü 6.8)

Aus einer Batterie werden 8 A Strom gezogen, wobei die Klemmenspannung 12,2 V beträgt. Bei Steigerung der Stromstärke auf 14 A sinkt die Klemmenspannung auf 11,9 V. Berechnen Sie Leerlaufspannung, Kurzschlussstrom und den inneren Widerstand der Batterie.

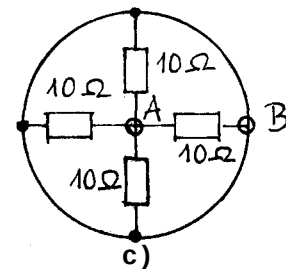
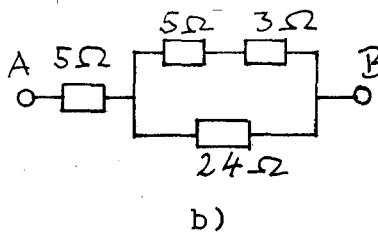
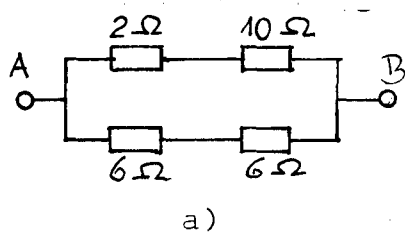
Ü 6.9)

Stellen Sie für die beiden Maschen M_1 und M_2 in der nebenstehenden Schaltung jeweils die Maschengleichung auf.



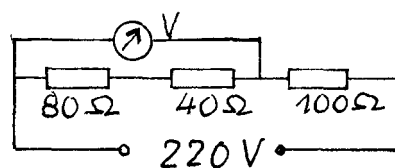
Ü 6.10)

Berechnen Sie den Gesamtwiderstand zwischen den Punkten A und B in den folgenden Schaltungen:



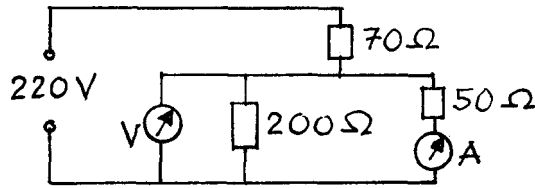
Ü 6.11)

Welche Spannung zeigt das Voltmeter V in der untenstehenden Schaltung an?



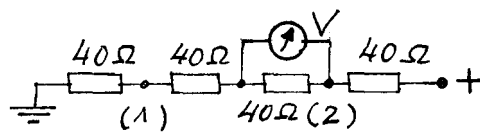
Ü 6.12)

Welchen Strom zeigt in der untenstehenden Schaltung das Amperemeter A an?
Welche Spannung zeigt das Voltmeter V an?



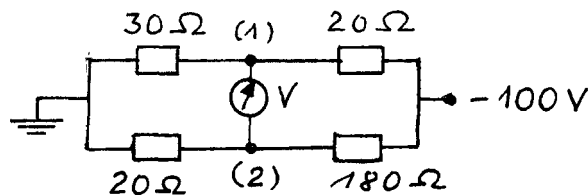
Ü 6.13)

Welche Potentialwerte herrschen in den Punkten (1) und (2) vor, wenn das Voltmeter V eine Spannung von 50 V anzeigt?



Ü 6.14)

Welche Spannung zeigt das Voltmeter in der nebenstehenden Schaltung an? Welcher der Punkte (1) oder (2) liegt am Minuspol des Voltmeters?



Ü 6.15)

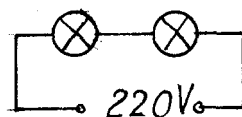
Ein Tauchsieder für Netzspannung (220 V) hat eine Leistung von 1000 W. Welcher Strom fließt durch ihn? Welchen Widerstand hat er?

Ü 6.16)

Die Netzspannung schwanke um 3 %. Um wie viel % schwankt dann die Leistung eines angeschlossenen Gerätes?

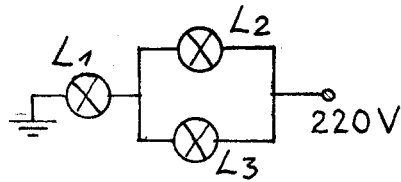
Ü 6.17)

Zwei Glühlampen mit den Nennwerten 220 V/100 W werden in Serie geschaltet und an das Netz angeschlossen. Welche Leistung nimmt jetzt jede Lampe auf?



Ü 6.18)

Drei gleiche Glühlampen mit den Nennwerten 220 V/60 W sind so zusammengeschaltet, wie es die nebenstehende Skizze zeigt. Welche Lampe leuchtet am hellsten? Welche Gesamtleistung nehmen die Lampen auf?



Ü 6.19)

Zwei Glühlämpchen von je 6 V/5 W und zwei von je 12 V/5 W sollen gleichzeitig an eine 12 V Batterie angeschlossen werden, so dass jedes Lämpchen 5 W aufnimmt. Fertigen Sie ein Schaltbild an.

Ü 6.20)

Ein Voltmeter (Messbereich 30 V) mit der Klassenziffer 2,5 zeigt 10 V an. Berechnen Sie den absoluten und prozentualen Anzeigefehler für die gemessene Spannung.

Versuchsdurchführung 6:

Ohmsches Gesetz, spezifischer Widerstand Widerstandskombinationen Fehlerrechnung

Gegeben sind zwei drahtförmige ohmsche Leiter (gekennzeichnet mit R_1 und R_2) aus verschiedenen Materialien.

• Aufgabenstellung

1. Man nehme die U-I-Kennlinie eines ohmschen Leiters (R_1) auf und bestimme aus dem Diagramm dessen Widerstand R_1 .

2. Man ermittle den spezifischen Widerstand ρ_2 des Leiters R_2 .

3. Kombination von Widerständen.

4. Man bestimme den relativen und absoluten Größtfehler für den spezifischen Widerstand ρ_2 .

• Versuchsdurchführung:

Die Schaltung:

Die Bestimmung eines Widerstandes kann durch Messung von Strom und Spannung erfolgen. Die Abb. 6.7a,b zeigen hierzu die zwei möglichen Schaltungsvarianten. Sind die Innenwiderstände von Volt- und Amperemeter nicht bekannt, so erhält man weder mit der einen noch der anderen Schaltung genaue Werte: Es treten systematische Fehler auf.

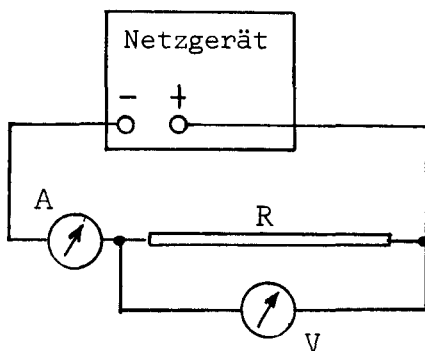


Abb.6.7a

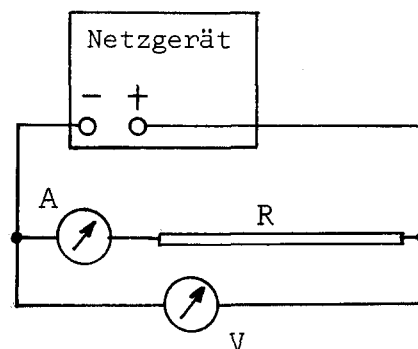


Abb.6.7b

Finden Sie zunächst heraus, bei welcher Schaltung der Widerstand prinzipiell zu groß und bei welcher er prinzipiell zu klein gemessen wird (im Heft protokollieren!).

Ermitteln Sie anhand der auf den Geräten angegebenen Daten die Innenwiderstände R_{iV} und R_{iA} des Volt- und des Amperemeters für die gegebenen Messbereiche. Entscheiden Sie nun, welche der beiden Schaltungen günstiger ist, wenn $R \ll R_{iV}$. Bauen Sie dann diese Schaltung auf (Überprüfung durch den Assistenten!). Das Netzgerät liefert regelbare Gleichspannung.

Zu Aufg. 1:

Messen Sie 5 Wertepaare von U und I (in Wertetabelle Tab.1 eintragen!).

Tab. 1

U	Skt	0					
	V	0					
I	Skt	0					
	mA	0					

Die auf den Messgeräten angegebenen Strom- oder Spannungswerte, wie z.B. "100 mA" oder "1 V" beziehen sich immer auf den Vollausschlag des Instruments. Man liest am besten zunächst die Skalenteile (Skt) ab, trägt diese in die Tabelle ein und rechnet dann auf Strom- und Spannungswerte um.

Die Messwerte werden in ein U-I-Diagramm entsprechend Abb.6.8 eingetragen. Ist das Ohmsche Gesetz erfüllt, so müssen die Messpunkte (Nullpunkt inbegriffen) auf einer Geraden liegen. Zeichnen Sie die Gerade als Ausgleichsgerade und bestimmen Sie die Steigung $\Delta U / \Delta I$. Sie ist gleich dem Widerstand R_1 des Leiters:

$$R_1 = \frac{U}{I}$$

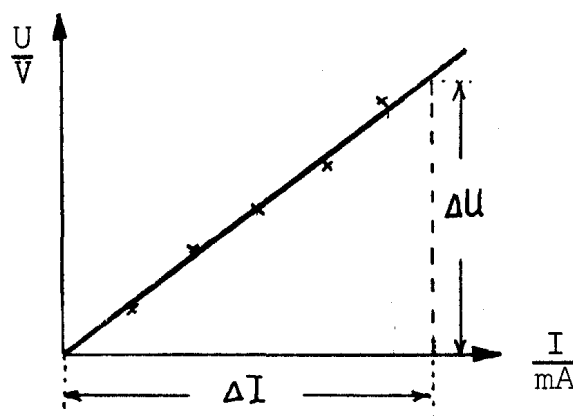


Abb.6.8

Tragen Sie den Wert für R_1 in die Tab.2 ein. Der so ermittelte Wert R_1 entspricht nicht genau dem Drahtwiderstand R_{1D} , sondern dem Gesamtwiderstand aus den parallel liegenden Widerständen R_{1D} und R_{iV} . Berechnen Sie R_{1D} aus R_1 und R_{iV} und geben Sie die Abweichung von R_{1D} zu R_1 in % an (2-stellig!).

Zu Aufg. 2:

Bestimmen Sie den Widerstand R_2 des zweiten Leiters durch Messung eines Strom-Spannungswertepaares (dabei größtmögliche Ausschläge wählen!) und tragen Sie auch R_2 in Tab.2 ein.

Für die Bestimmung des spezifischen Widerstandes ρ_2 benötigt man neben R_2 noch die Länge l und den Durchmesser d des Drahtes. l wird mit einem Millimetermaßstab, d mit einer Mikrometerschraube gemessen. Funktionsweise und Handhabung der Mikrometerschraube sind in der allgemeinen Einführung beschrieben! Berechnen Sie zunächst ρ_2 auf 4 Stellen.

Zu Aufg.3:

- a) Man schalte die Widerstände R_1 und R_2 einmal in Serie und einmal parallel und bestimme die Widerstandswerte R_S für die Serien- und R_P für die Parallelschaltung aus der Messung jeweils eines Strom-Spannungswertepaares I_S , U_S und I_P , U_P .
- b) Berechnen Sie nun aus R_1 und R_2 die Werte R_S und R_P und tragen Sie alle gemessenen und berechneten Werte zur Gegenüberstellung in die Tab.2 ein.

Tab. 2

	R_1	R_2	R_S	R_P
gemessen				
berechnet				

- c) In einer vorgegebenen Widerstandskombination ist ein Widerstand unbekannt, die übrigen gegeben. Man messe den Gesamtwiderstand der Schaltung und berechne daraus den unbekannten Widerstand in der Schaltung (Schaltskizze ins Protokollheft zeichnen!).

Zu Aufg.4:

Berechnen Sie aus den Messfehlern $\Delta I, \Delta U, \Delta l, \Delta d$ für den Strom, die Spannung, die Drahtlänge und den Drahtdurchmesser den **relativen und absoluten** Größtfehler für den spezifischen Widerstand ρ_2 .

Die Messfehler für Strom und Spannung ergeben sich aus den Klassen-Ziffern der Instrumente (siehe Seite 6/20), die Fehler für Länge und Durchmesser des Drahtes aus der Güte der verwendeten Messeinrichtungen.

Die mathematischen Verfahren zur Größtfehlerbestimmung sind im Kapitel "Fehlerrechnung" (Seite 0/8 ff) erläutert. Zur Anwendung kommt hier Gl. 12 auf Seite 0/16.

Berechnen Sie zunächst den relativen Fehler $\Delta \rho_2 / \rho_2$ (auch in % angeben!) und dann den absoluten Fehler $\Delta \rho_2$ (auf Zahl der Stellen achten!!). Das Ergebnis wird in folgender Form angegeben (willkürliches Zahlenbeispiel angenommen):

$$\rho_2 = (4,73 \pm 0,35) \cdot 10^{-6} \Omega m$$